



POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

**ZASTOSOWANIA INFORMATYKI
W NAUCE, TECHNICIE
I ZARZĄDZANIU**

Redakcja:

Jan Studziński
Ludostław Drelichowski
Olgierd Hryniewicz



**ZASTOSOWANIA INFORMATYKI
W NAUCE, TECHNICE I ZARZĄDZANIU**

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

Seria: BADANIA SYSTEMOWE

Tom 41

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum

Warszawa 2005

**ZASTOSOWANIA INFORMATYKI
W NAUCE, TECHNICE
I ZARZĄDZANIU**

Redakcja:

Jan Studziński

Ludosław Drelichowski

Olgierd Hryniewicz

Książka wydana dzięki dotacji KOMITETU BADAŃ NAUKOWYCH

Książka zawiera wybór artykułów poświęconych omówieniu aktualnego stanu badań w kraju, w zakresie rozwoju modeli, technik i systemów informatycznych oraz ich zastosowań w różnych dziedzinach gospodarki. Kilka artykułów omawia aplikacyjne wyniki projektów badawczych i celowych Ministerstwa Nauki i Informatyzacji.

Recenzenci artykułów:

Dr inż. Lucyna Bogdan
Prof. dr hab. inż. Ludosław Drelichowski
Prof. dr hab. inż. Olgierd Hryniewicz
Dr inż. Edward Michalewski
Dr inż. Grażyna Petriczek
Prof. dr hab. inż. Andrzej Straszak
Dr inż. Jan Studziński

Komputerowa edycja tekstu: Anna Gostyńska

Copyright © Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa 2005

**Instytut Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa**

**Sekcja Informacji Naukowej i Wydawnictw
e-mail: biblioteka@ibspan.waw.pl**

**ISBN 83-89475-03-0
ISSN 0208-8029**



KOMPLEKSOWA OPTIMALIZACJA ZARZĄDZANIA ZADŁUŻENIEM SKARBU PAŃSTWA

*Leszek KLUKOWSKI*¹

Ministerstwo Finansów, IBS PAN

<lkl@mofnet.gov.pl>

W pracy przedstawiono koncepcję kompleksowej optymalizacji zarządzania długiem Skarbu Państwa. Jej podstawę stanowi model optymalnego sterowania dwupoziomowego; kryterium optymalizacji na poziomie wyższym (makroekonomicznym) jest poziom konsumpcji lub dynamiki PKB, na niższym (operacyjnym) - koszty obsługi długu. Przedstawiono też przykład optymalizacji transakcji na istniejącym długu, pozwalającej zmienić jego właściwości bez wykupu, rzadko omawianej w literaturze tematu. W podsumowaniu podano korzyści wynikające z kompleksowej optymalizacji zarządzania.

Słowa kluczowe: Optymalizacja zarządzania długiem publicznym, finanse publiczne.

1. Wstęp

Zarządzanie długiem Skarbu Państwa stanowi jeden z głównych obszarów zarządzania finansami publicznymi; obecnie zadłużenie to jest równe ok. dwuletnim wydatkom budżetu państwa. Kontynuacja dynamiki zadłużania z ostatnich lat może stwarzać zagrożenia dla finansów publicznych (problematykę dopuszczalnego poziomu zadłużenia omawia się m.in. w pracy *World Economic Outlook. Public Debt in Emerging Markets...*).

Metodologia zarządzania długiem musi być adekwatna do znaczenia ekonomicznego oraz złożoności problemu. Poziom długu i jego główne źródło deficytu budżetowego, muszą być traktowane w strategiach makroekonomicznych jako zmienne decyzyjne, a nie wynik kształtowania innych zmiennych. Wielkości te, jak również strukturę długu, należy określać w optymalny sposób. Takie ujęcie problemu wskazuje na istnienie dwóch poziomów zarządzania: makroekonomicznego i operacyjnego.

Kompleksowe zarządzanie długiem jest problemem o znacznym stopniu złożoności. Wymaga sformułowania i rozwiązania zestawu problemów decyzyjnych, w warunkach ryzyka i niepewności. Obejmuje to realistyczne

¹Praca została wykonana w ramach grantu MNiI nr 1 H02B 038 28.

określenie zarówno kryteriów podejmowania decyzji (funkcji celu), jak i zespołu różnorodnych uwarunkowań. Znaczenie oceny uwarunkowań jest często niedoceniane; obejmują one wiele czynników, m.in.:

* sytuację ekonomiczną kraju oraz * stan koniunktury międzynarodowej, * sytuację na rynkach finansowych. Czynniki te wykazują wysoki poziom zmienności, charakteryzują się występowaniem złożonych zależności - nieliniowych, ze sprzężeniami i opóźnieniami oraz zakłóceniami (losowymi, chaotycznymi).

Złożonym problemem jest sformułowanie funkcji celu; na poziomie makroekonomicznym powinna ona wyrażać dynamikę wzrostu ekonomicznego (maksymalizowaną), a na poziomie operacyjnym (zarządzającego długiem) - koszty obsługi długu w przyjętym horyzoncie (minimalizowane) lub koszty obsługi I ryzyko łącznie (wielokryterialna funkcja celu).

Literatura tematu zawiera wiele różnorodnych ujęć zarządzania złożonymi systemami finansowymi, w tym również sferą finansów publicznych (zob. np. Premchand, 1993). Znaczną jej część stanowią prace wnoszące wkład do teorii finansów lub modele o wysokim poziomie ogólności. Nie ma natomiast prac nt. kompleksowej optymalizacji finansów publicznych, mogących stanowić podstawę, do podejmowania decyzji w praktyce.

Systemy zarządzania wykorzystywane obecnie (w praktyce), do zarządzania sferą finansów publicznych, nie zawierają procedur umożliwiających optymalizację złożonych problemów decyzyjnych. Głównym przeznaczeniem tych systemów jest zapewnienie funkcjonowania finansów państwa (wypełnianie zadań); dominują w nich funkcje bilansowe, natomiast procedury decyzyjne są proste, „mechaniczne”, nieadekwatne poziomu do złożoności problemów. Sfera finansów publicznych nie doświadcza „konkurencji rynkowej”, wymuszającej optymalność decyzji; w konsekwencji aspekt ten uważa się za nieistotny lub pomijalny. Określenie *optymalizacja* jest często używane przez praktyków w znaczeniu *ulepszenie*, co wynika z ograniczonej znajomości teorii i praktyki optymalizacji decyzji.

Podobne cechy mają stosowane w praktyce systemy zarządzania długiem. W strategiach zarządzania formułuje się zwykle cele zarządzania w ujęciu optymalizacyjnym; w Polsce, w strategiach z ostatnich lat, jako cel zarządzania podaje się minimalizację kosztów obsługi, przy ograniczeniach ryzyka i innych cech długu. W praktyce zarządzania nie stosuje się jednak metod optymalizacji decyzji, a jedynie procedury mające - w zamierzeniu - sprzyjać optymalności efektów. Zastosowanie do zarządzania zadań programowania matematycznego, będące treścią monografii Klukowskiego (2003), wskazuje - w sposób nie pozostawiający wątpliwości, - że tradycyjne metody zarządzania (oparte na doświadczeniu i prostych procedurach decyzyjnych) nie prowadzą do wyników równoważnych optymalnym.

Metody optymalizacyjne nie są stosowane do zarządzania długiem również w innych krajach. Wykorzystuje się głównie metody symulacyjne, pozwalające

wybrać najlepszy wariant - zwykle w zbiorze trzelementowym (zob. np. Bergström i in. (2002); Bolder, (2002)), *Danish Government Borrowing and Debt* (1999 - 2002). Jako przyczynę stosowania symulacji, a nie optymalizacji, wskazuje się fakt nadmiernej złożoności metod optymalizacyjnych. Opinie te są jednak przypuszczeniami, nie opierają się na doświadczeniach empirycznych. Pierwsze publikacje nt. wdrażania metod optymalizacyjnych, do zarządzania operacyjnego, dotyczą długu we Włoszech (zob. Adamo i in. (2004)). Sformułowano tam zadania liniowe do optymalizacji struktury emisji obligacji. Zakres optymalizowanych decyzji, rozważanych w tej pracy, jest znacznie węższy niż zadań sformułowanych w monografii Klukowskiego (2003), jednakże proponuje się podobne kierunki rozwoju. Propozycje optymalizacyjnego ujęcia zarządzania długiem przedstawiono wcześniej w projekcie IMF i Banku Światowego (Cleassens i in. 1995); nie wdrożono ich, ze względu na znaczną złożoność matematyczną oraz brak szerszego upowszechnienia wyników. W Polsce nie są wykorzystywane w praktyce ani metody symulacyjne, ani optymalizacyjne; nie realizuje się w pełni nawet wytycznych odnośnie zasad profesjonalnego zarządzania długiem (zob. *Guidelines for Public Debt Management...* (2002)).

Jedną z przyczyn oporu we wdrażaniu metod optymalizacyjnych jest negatywne nastawienie praktyków. Jest to istotna „zapora”, ponieważ wiedza praktyków stanowi istotny wsad, niezbędny w trakcie tworzenia systemów zarządzania, a ponadto są oni użytkownikami wyników. Należy dodać, że również decydenci częstokroć nie są zwolennikami tych metod. Celem niniejszej pracy jest przedstawienie koncepcji zapewniających postęp w rozważanej dziedzinie, których wdrożenie jest w pełni realne.

2. Rodzaje problemów decyzyjnych wymagających optymalizacji w zarządzaniu długiem

Optymalne, kompleksowe zarządzanie długiem, wymaga wyznaczenia rozwiązań dla problemów decyzyjnych na dwóch poziomach:

- * makroekonomicznym – zmiennymi decyzyjnymi są: wielkość deficytu budżetowego i zadłużenia w okresie wieloletnim oraz
- * operacyjnym - zmiennymi decyzyjnymi są: struktura emisji długu oraz rodzaje i zakres transakcji wykonywanych na istniejącym długu.

Podstawą dla optymalizacji na poziomie makroekonomicznym powinien być model wzrostu gospodarki, zawierający deficyt budżetowy i dług jako zmienne sterujące oraz dynamikę wzrostu PKB lub konsumpcji jako zmienne sterowane. Ścieżki tych zmiennych stanowią zmienne wejściowe dla zarządzania operacyjnego.

Ze względu na występowanie różnych funkcji celu na poziomie makroekonomicznym i operacyjnym oraz różną częstotliwość decyzji na każdym z tych poziomów, zasadne jest wykorzystanie do kompleksowego zarządzania

modeli o złożonej strukturze, w szczególności modelu optymalnego sterowania dwupoziomowego (zob. np. Bubnicki, (2002), rozdz. 11).

Przykładem modelu do optymalizacji deficytu budżetowego i długu na poziomie makroekonomicznym jest koncepcja R. Barro (1995). Model ten jest przeznaczony do dynamicznej optymalizacji zarządzania długiem, z uwzględnieniem podstawowych zmiennych makroekonomicznych: dynamiki wzrostu ekonomicznego, sytuacji fiskalnej kraju, zagregowanej konsumpcji, stóp procentowych itp. Ze względu na małe upowszechnienie tego typu problematyki, model ten zostanie zwięźle omówiony. Podstawę rozważań stanowi jednosektorowy, stochastyczny model wzrostu gospodarczego, w warunkach równowagi. Postać modelu jest następująca:

$$Y_t = Av_t K_{t-1}, \quad (1)$$

$$K_t = (1 + Av_t - \delta_t) K_{t-1} - C_t, \quad (2)$$

gdzie:

- Y_t – PKB w roku t ,
- K_t – kapitał (zasób) na koniec okresu t ;
- A – dodatnia stała,
- v_t – zmienna losowa o wartościach nieujemnych,
- δ_t – stopa deprecjacji kapitału, zmienna losowa o wartościach $\delta_t \in (0,1)$,
- C_t – konsumpcja.

W modelu Barro zakłada się, że (v_t, δ_t) jest łańcuchem Markowa rzędu pierwszego, zależnym od pewnych parametrów. Deficyt budżetowy D_t , stanowiący źródło długu, jest określony zależnością: $\gamma_t C_t = G_t - D_t$, w której G_t oznacza wydatki rządowe, a iloczyn $\gamma_t C_t$ – wpływy podatkowe. Maksymalizacja podlega wartości oczekiwana funkcji użyteczności, wyrażającej przyszłą konsumpcję, w horyzoncie nieskończonym. Funkcja ta jest zależna od stałej Θ , określającej awersję do ryzyka, i ma postać:

$$\max \{E_1[\frac{C_1^{1-\Theta} - 1}{1-\Theta} + \frac{1}{1+\rho} * \frac{C_2^{1-\Theta} - 1}{1-\Theta} + \frac{1}{(1+\rho)^2} * \frac{C_3^{1-\Theta} - 1}{1-\Theta} + \dots]\}, \quad (3)$$

przy ograniczeniu budżetowym, wynikającym z (2), które implikuje:

$$(1+\rho) C_t^{-\Theta} = E_t[(1 + Av_{t+1} - \delta_{t+1}) C_{t+1}^{-\Theta}], \quad (4)$$

gdzie: ρ - czynnik dyskontujący (dodatni).

Model o strukturze (1) – (4), może być wykorzystany, poza optymalizacją na poziomie makroekonomicznym, do sformułowania warunków ograniczających

zadań optymalizacyjnych do operacyjnego zarządzania długiem. Nie jest to, co oczywiste, jedyna koncepcja optymalizacji na poziomie makroekonomicznym.

W przypadku optymalizacji zarządzania operacyjnego, konieczne jest sformułowanie kilku rodzajów zadań, umożliwiających optymalizację sprzedaży instrumentów dłużnych oraz transakcji na istniejącym długu (swap, przedterminowy wykup, zamiana), w horyzoncie: * strategicznym (co najmniej trzyletnim), * rocznym (ustawy budżetowej) oraz * bieżącym (kwartał, dekada).

Zadania, dla okresu strategicznego, powinny charakteryzować się następującymi cechami: * minimalizować koszty obsługi długu dla horyzontu inwestycji zależnego od okresu życia emitowanych instrumentów dłużnych (lub wielokryterialnie koszty i ryzyko), * zawierać jako zmienne decyzyjne wielkości zagregowanej sprzedaży poszczególnych rodzajów obligacji, * zawierać warunki ograniczające dotyczące podstawowych źródeł ryzyka (w przypadku wielokryterialnym minimalizowane są koszty i ryzyko łącznie). Postać zadań optymalizacyjnych tego typu jest następująca:

⇒ zminimalizować koszty obsługi długu (lub koszty i ryzyko łącznie) w przyjętym horyzoncie czasu,

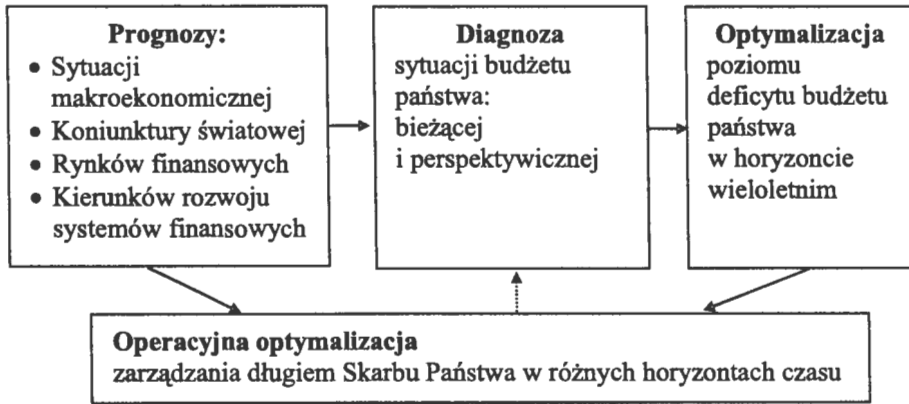
przy ograniczeniach:

⇒ poziomu rozważanych rodzajów ryzyka (w przypadku minimalizacji kosztów w funkcji celu),

⇒ struktury instrumentów dłużnych.

Sformułowania zadań dla rozważanych problemów decyzyjnych, wraz z wynikami empirycznymi, przedstawiono w pracach: Klukowskiego i Kuby (2001a, 2001b, 2002), oraz w wymienionej monografii Klukowskiego (2003). W pracach tych rozważa się nieliniowe zadania deterministyczne i stochastyczne. Ze względu na złożoną postać niektórych funkcji, występujących w tych zadaniach (nieliniową, dyskretną, opartą na danych empirycznych), zaproponowano i zastosowano przybliżone metody rozwiązywania zadań. Uzyskane wyniki są podstawą do stwierdzenia, że metody programowania matematycznego powinny stanowić niezbędny komponent metodologii optymalnego zarządzania długiem publicznym.

Programowanie wielokryterialne nie było dotychczas przedmiotem prac teoretycznych oraz empirycznych; tematyka ta wymaga dalszych badań. Można uznać za zasadne podjęcie działań w trzech kierunkach: * sformułowanie „klasycznych” zadań z wielokryterialną funkcją (zob. np. Grafowski, 1980), pkt. 11.3) celu, * zastosowanie technik interaktywnych (zob. np. Goryczak, (1997), * zastosowanie metod sztucznej inteligencji (zob. np. Rutkowska, i in. (1997), a zwłaszcza algorytmów genetycznych (zob. Loraschi, 2001) i sztucznych sieci neuronowych.



Schemat 1. Kompleksowa optymalizacja zarządzania długiem Skarbu Państwa

Wyniki optymalizacji dla dłuższego horyzontu powinny stanowić podstawę dla zadań o krótszych horyzontach: rocznego oraz bieżącego. Zadania dla zarządzania operacyjnego mają zwykle postać nieliniową; zasadne jest również wykorzystanie metod optymalizacji stochastycznej i rozmytej (zob. Klukowski i Kuba, 2002). Wyniki optymalizacji na poziomie niższym mogą oddziaływać na optymalizację poziomu wyższego; m.in. koszty obsługi długu optymalizowane na poziomie operacyjnym mogą wpływać na wielkość deficytu, optymalizowanego na poziomie makroekonomicznym. Cechą odróżniającą zadania dla dłuższego i krótszego horyzontu jest poziom agregacji zmiennych decyzyjnych. W zadaniach dla krótszych horyzontów (do roku) możliwe jest uniknięcie agregacji zmiennych; mogą one odnosić się do poszczególnych przetargów. Dotychczasowe wyniki empiryczne (Klukowski, 2003; Klukowski, Kuba, 2002) obejmują optymalizację wielu różnorodnych problemów decyzyjnych zarządzania operacyjnego (sprzedaż instrumentów, transakcje na istniejącym długu, lokaty środków, itp.), w przypadku różnych horyzontów: od kilku tygodni do trzech lat. Umożliwiają one tworzenie elastycznych struktur (hierarchii) decyzyjnych, dostosowanych do potrzeb użytkownika; opracowanie „optymalnej struktury”: nie jest jednak problemem łatwym.

Opracowanie i wdrożenie kompleksowej, dwupoziomowej, optymalizacyjnej metodologii zarządzania długiem jest złożonym problemem, wymagającym wykorzystania wielu dziedzin wiedzy, a zwłaszcza metod: optymalizacji, teorii sterowania oraz sztucznej inteligencji (zob. Mulawka, 1996). Uzyskano już częściowe wyniki w tym kierunku, przedstawione m.in. w pracach Klukowskiego i Kuby, 2004; oraz Klukowskiego, 2004. Dokonanie postępu w tym zakresie nie sprowadza się jedynie do wykorzystania metod inżynierii finansowej, jest również „wyzwaniem intelektualnym”.

3. Przykład zadania do optymalizacji transakcji na istniejącym długu

Transakcje na istniejącym długu pozwalają zmienić jego właściwości bez wykupu (umorzenia). W praktyce najczęściej stosuje się dwa rodzaje transakcji: *swap* (zamiana rodzaju oprocentowania) oraz *switch* (zastąpienie starych obligacji nowymi). Można spotkać pogląd, że nie jest możliwe zoptymalizowanie takich komponentów zarządzania dłużem.

Transakcje *swap* polegają m.in.: na zamianie sposobu oprocentowania instrumentu, np. ze stałoprocentowego na zmiennoprocentowe (*swap* na stopie procentowej), zamianie waluty instrumentu (*swap* walutowy), zamianie instrumentu dłużnego, np. zastąpienie refinansowania bonów przez obligację o dłuższym okresie życia. Zasadniczym celem dokonywania transakcji *swap* jest modyfikacja parametrów określających ryzyko (duracji, probabilistycznych miar ryzyka), zmiana rozkładu kosztów obsługi w czasie, obniżka kosztów obsługi, itp. Racjonalnie dokonana transakcja *swap* powinna zapewnić realizację zakładanych celów, zachowując jednocześnie w wymaganym zakresie charakterystyki długu, ulegające zmianie w wyniku *swap'u*. Jest intuicyjne, że postępowanie tego typu stwarza pole dla optymalizacji, jakkolwiek sposób sformułowania problemu nie jest tak oczywisty, jak w przypadku zadań dla emisji długu (Klukowski, 2003).

Podane niżej sformułowanie dotyczy transakcji *swap* na stopie procentowej, polegającej na zamianie oprocentowania zmiennego na stałe (zadanie dla przeciwnej zamiany ma podobną postać), przy założeniu, że:

- każda zmienna decyzyjna zadania oznacza liczbę nominałów instrumentu poddanego transakcji *swap*, natomiast funkcja celu - podlegająca minimalizacji - wyraża zmianę poziomu średniorocznego kosztu obsługi długu, wynikającą z dokonania transakcji;

- warunki ograniczające dotyczą zakresu zmian: • rentowności - przed i po dokonaniu transakcji *swap*; • poziomu kosztów obsługi w poszczególnych latach, • ryzyka mierzonego przy użyciu duracji oraz wyrażenia zawierającego macierz semiwariancji i semikowariancji.

Postać zadania dla transakcji *swap* sformułowano w możliwie prosty sposób. Funkcja celu oraz wiele ograniczeń może mieć postać liniową (jeśli rentowności instrumentów dłużnych, wyrażone w postaci składanej stopy zwrotu, są niezależne od wielkości transakcji) lub nieliniową (jeśli warunek ten nie jest spełniony). Możliwe jest również uwzględnienie superpozycji (złóżeń) wielu transakcji, co poszerza znacząco instrumentarium zarządzania dłużem, ale prowadzi do zadań o wyższym poziomie złożoności.

Składana stopa zwrotu *i*-tego instrumentu, oznaczana dalej symbolem CRR_i (lub $SCRR_i$) jest obliczana na podstawie wzoru:

$$CRR = \left[\left(\sum_{t=1}^{n-1} S_t \prod_{j=t+1}^n (1 + r_j) + N + S_n \right) / I_0 \right]^{1/n} - 1,$$

gdzie:

- S_t – przepływ finansowy generowany przez instrument w okresie t ,
- r_j – stopa procentowa (roczna) w okresie j ,
- N – wartość nominalna instrumentu,
- I_0 – kwota inwestycji (cena instrumentu),
- n – długość okresu inwestycji w latach.

Rozważony poniżej przykład zastosowania opiera się on na rzeczywistych danych, pochodzących z rynku finansowego - cenach giełdowych obligacji 10-letnich zmiennoprocentowych i wycenie rentowności odpowiadającej transakcji *swap* dla okresu dziesięcioletniego.

Sformułowanie zadania

W poniższym sformułowaniu stosuje się następujące oznaczenia:

- y_i ($i \in S$) - liczba nominalów i -tego instrumentu dłużnego, poddanych transakcji *swap* - zmienna decyzyjna; S - zbiór instrumentów podlegających transakcji *swap*; y - wektor zmiennych decyzyjnych y_i ;
- X_i ($i \in S$) - wielkość emisji (liczba nominalów) i -tego instrumentu, która może zostać poddana transakcji *swap* (wielkość stała), $X_i \geq y_i$;
- CRR_i – wartość składanej stopy zwrotu (funkcji CRR) i -tego instrumentu przed dokonaniem transakcji *swap*;
- $SCRR_i$ - wartość funkcji CRR dla i -tego instrumentu po dokonaniu *swap* 'u;
- $R_{i,t+\tau}$ ($i \in S$) - kwota odsetek instrumentu i -tego rodzaju w roku $t+\tau$, $\tau \geq 0$;
- $R_{i,t+\tau}^{(s)}$ ($i \in S$) - kwota odsetek (kupon) i -tego instrumentu, przypadających na rok $t+\tau$ ($\tau \geq 0$) - po dokonaniu *swap* 'u;
- Z_i - wielkość określona zależnością: $Z_i = X_i / \sum_{i \in S} X_i$, Z - wektor o postaci:

$$Z = [Z_i; i \in S]^T;$$
- V - macierz semiwariancji i semikowariancji wektora Z (Klukowski, 2003, rozdz. 3);
- $Z_i^{(s)}$ - wielkość określona zależnością: $Z_i^{(s)} = y_i / \sum_{i \in S} X_i$, $Z^{(s)}$ wektor o postaci: $Z^{(s)}$

$$= [Z_i^{(s)}; i \in S]^T;$$
- $Z_i^{(p)}$ - wielkość określona zależnością $Z_i^{(p)} = (X_i - y_i) / \sum_{i \in S} X_i$, $Z^{(p)}$ wektor o postaci: $Z^{(p)} = [Z_i^{(p)}; i \in S]^T$;
- $V^{(s)}$, $V^{(p)}$ - macierz semiwariancji i semikowariancji wektora - odpowiednio $Z^{(s)}$ i $Z^{(p)}$;

F_o - zbiór instrumentów stałoprocentowych przed dokonaniem operacji *swap* (podzbiór zbioru S);

F_s - zbiór instrumentów stałoprocentowych po dokonaniu operacji *swap*;

μ_i - okres życia i -tego instrumentu przed dokonaniem *swapy* (w latach);

$\mu_i^{(s)}$ - okres życia i -tego instrumentu po dokonaniu *swapy* (w latach).

Funkcję celu rozważanego zadania można sformułować w postaci:

$$\min_y [\sum_{i \in S} (X_i - y_i) * CRR_i + \sum_{i \in S} y_i * SCRR_i] \equiv \max_y [\sum_{i \in S} (CRR_i - SCRR_i) * y_i]. \quad (5)$$

Warunki ograniczające istotne w tym zadaniu mają postać:

- a) ograniczenie zmiennej decyzyjnej - liczby nominalów, na których może być dokonana transakcja *swap*:

$$0 \leq y_i \leq X_i; \quad (i \in S); \quad (6)$$

- b) różnica rentowności - przed i po dokonaniu transakcji *swap*:

$$\gamma_{\min} \leq \sum_{i \in S} (y_i / X_i) * (CRR_i - SCRR_i) \leq \gamma_{\max}, \quad (7)$$

- c) różnica kosztów obsługi w roku $t + \tau$ ($\tau \geq 0$) przed i po transakcji:

$$\eta_{t+\tau}^{(\min)} \leq \sum_{i \in S} X_i R_{i,t+\tau} - (\sum_{i \in S} (X_i - y_i) R_{i,t+\tau} + \sum_{i \in S} y_i R_{i,t+\tau}^{(s)}) \leq \eta_{t+\tau}^{(\max)}, \quad (8)$$

- d) różnica ryzyka wyrażonego przez wyrażenie zawierające macierz semiwariancji i semikowariancji przed i po dokonaniu *swapy*:

$$\lambda_{\min} \leq Z^T V Z - ((Z^{(s)})^T V^{(s)} Z^{(s)} + ((Z^{(p)})^T V^{(p)} Z^{(p)})) \leq \lambda_{\max}; \quad (9)$$

- e) różnica duracji (symbol δ_i) zbioru instrumentów stałoprocentowych przed i po dokonaniu transakcji *swap*:

$$\Xi_{\min} \leq \sum_{i \in F_o} (y_i / X_i) \delta_i - \sum_{i \in F_s} (y_i / X_i) \delta_i \leq \Xi_{\max}; \quad (10)$$

- f) różnica okresu życia instrumentów objętych transakcją przed i po jej dokonaniu:

$$\zeta_{\min} \leq \sum_{i \in S} (y_i / X_i) \mu_i - \sum_{i \in S} (y_i / X_i) \mu_i^{(s)} \leq \zeta_{\max}. \quad (11)$$

Przykład zastosowania

Jako podstawę do optymalizacji decyzji wykorzystano: notowania cen giełdowych (z czerwca 2002 r.) obligacji 10-letnich zmiennoprocentowych, wyemitowanych w 2002 r. oraz dane nt. *swap*'ów 10-letnich (zadanie zawiera jedną zmienną decyzyjną), a także prognozę stóp procentowych. Ceny giełdowe obligacji wykazywały pewien poziom zmienności; w celu określenia rentowności CRR można je uśrednić lub wyrazić jako funkcję zmiennej decyzyjnej. W pierwszym przypadku otrzymuje się liniową postać funkcji celu, tj. (5)), w drugim - ogólniejszą, nieliniową. Ze względu na niepomijalny poziom wahań cen zastosowano drugi z tych sposobów. Aproksymowana wielomianowo funkcja celu ma postać:

$$\max_y [(CRR(y) - SCRR(y)) * y] \approx \max_y [0,00193 + 0,0010316y - 3,68899 * 10^{-12}y^2],$$

gdzie: y - zmienna oznaczająca liczbę nominałów obligacji dziesięcioletniej zmiennoprocentowej, na której jest dokonywana transakcja *swap*, a $CRR(y)$ oraz $SCRR(y)$ - funkcje CRR przed i po dokonaniu *swap*'u.

Przyjęto jeden warunek ograniczający, spośród (6) – (11), dla zakresu wartości zmiennej, tj. warunek (6):

$$10\ 000 \leq y \leq 100\ 000.$$

Powyższa funkcja jest rosnąca w przedziale [10 000, 100 000], a zatem rozwiązanie optymalne ma postać: $y^* = 100\ 000$.

3. Korzyści wynikające z kompleksowej optymalizacji zarządzania

Stosowanie kompleksowej optymalizacji decyzji zapewnia wiele korzyści, w stosunku do *tradycyjnego* sposobu zarządzania, a w szczególności:

- * kompleksowe, obiektywne, jednorodne rozwiązanie najważniejszych zagadnień problematyki optymalizacji zarządzania długiem na poziomie makro- i mikroekonomicznym;
- * uzyskanie *jawnej postaci* rozwiązań dla problemów ilościowych i jakościowych, w warunkach ryzyka;
- * możliwość realizacji obliczeniowej strony metodologii przy użyciu technologii komputerowej, z wykorzystaniem wiedzy eksperckiej. Umożliwia to szybkie, efektywne (również w sensie kosztów) i niezawodne zrealizowanie wielu wariantów rozwiązań, przy różnych założeniach.

Kompleksowe modele optymalizacyjne nie są stosowane obecnie na świecie w praktyce zarządzania długiem. Ze względu na fakt, że zadłużenie publiczne jest problemem dla większości krajów, prace rozwojowe w tym zakresie mogą stanowić temat współpracy międzynarodowej. Ponadto optymalizacja tego złożonego

komponentu finansów publicznych może zapoczątkować optymalizację całego systemu.

Literatura

- Adamo M. i in. (2004) Optimal strategies for the issuances of public debt securities. *International Journal of Applied Finance*.
- Barro R.J. (1995) Optimal debt management. NBER Working Paper Series. *Working Paper*, 5327. National Bureau of Economic Research, Cambridge, October.
- Bergström P. i in. (2002) *The SNDO Simulation Model for Government Debt Analysis*. SNDO (raport dostępny na stronie internetowej www.rgk.se).
- Bolder D.J. (2002) Towards a more complete strategy simulation framework. Bank of Canada. *Working paper*, 29.
- Cleassens S. i in. (1995) A Strategic approach to external asset/liability management in developing countries. Research Proposal, *The World Bank*, July 11, 1995.
- Danish Government Borrowing and Debt* (1999, 2000). Danmark Nationalbank, Copenhagen.
- Grabowski W. (1980) *Programowanie matematyczne*. PWE, Warszawa.
- Guidelines for Public Debt Management International Monetary Fund, Accompanying Document* (2002), Approved by V. Sundararajan & Kenneth G. Lay, IMF, World Bank.
- Klukowski L. (2003) *Optymalizacja decyzji w zarządzaniu długiem Skarbu Państwa*. Wyd. Wyższa Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania, Seria *Monografie*, Warszawa.
- Klukowski L. (2004) Metody sztucznej inteligencji w zarządzaniu długiem publicznym, w: *Badania operacyjne i Systemowe*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa.
- Klukowski L., Kuba E. (2001a) Optymalizacja zarządzania długiem Skarbu Państwa. Minimalizacja kosztów obsługi instrumentów dłużnych emitowanych na rynku krajowym. *NBP Materiały i Studia*, 119.
- Klukowski L., Kuba E. (2001b) Minimization of public debt servicing costs based on nonlinear mathematical programming approach. *Control and Cybernetics*, 30, 1. IBS PAN, Warszawa.
- Klukowski L., Kuba E. (2002) Stochastyczna optymalizacja strategii zarządzania skarbowymi instrumentami dłużnymi. *NBP Materiały i Studia*, 152 (portal NBP).
- Klukowski L., Kuba E. (2004) Koncepcja zastosowania metod sztucznej inteligencji w zarządzaniu długiem Skarbu Państwa. *Bank i Kredyt*, 2, NBP.
- Loraschi A., Tettamanzi G.B. (2001) Ewolucyjny algorytm teorii portfelowej, w: *Prognozowanie rynków finansowych* (red. Ch.L. Dunis), Dom Wyd. ABC, Kraków.
- Mulawka D. (1996) *Systemy ekspertowe*. WNT, Warszawa.
- Ogryczak W. (1997) *Wielokryterialna optymalizacja liniowa i dyskretna*. Wyd. Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa.
- Premchand A. (1993) *Public Expenditure Management*. IMF, Washington D.C.

Rutkowska D. i in. (1997) *Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte*. PWN, Warszawa – Łódź.

World Economic Outlook. Public Debt in Emerging Markets. A Survey by the Staff of the IMF (2003) IMF, September.

COMPLEX MANAGEMENT OPTIMISATION OF PUBLIC DEPT

In this paper a concept of complex optimization of a public dept is considered. As a base we used a model of two-level control, for the first level a criteria of a macro economical consumption is applied, and for the second level we considered cost of dept attendance. An example of actual transactions is shown. Advantages of the approach are discussed.

Keywords: Optimization of public dept, public finances.

**Jan Studziński, Ludosław Drelichowski, Olgierd Hryniewicz
(Redakcja)**

**ZASTOSOWANIA INFORMATYKI
W NAUCE, TECHNICE I ZARZĄDZANIU**

Monografia zawiera wybór artykułów dotyczących informatyzacji procesów zarządzania, prezentując bieżący stan rozwoju informatyki stosowanej w Polsce i na świecie. Zamieszczone artykuły opisują metody, algorytmy i techniki obliczeniowe stosowane do rozwiązywania złożonych problemów zarządzania, a także omawiają konkretne zastosowania informatyki w różnych sektorach gospodarki. Kilka prac przedstawia wyniki projektów badawczych Ministerstwa Nauki i Informatyzacji, dotyczących rozwoju metod informatycznych i ich zastosowań.

ISBN 83-89475-03-0

ISSN 0208-8029

**W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy
prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 837-35-78 w. 241 e-mail: biblioteka@ibspan.waw.pl**