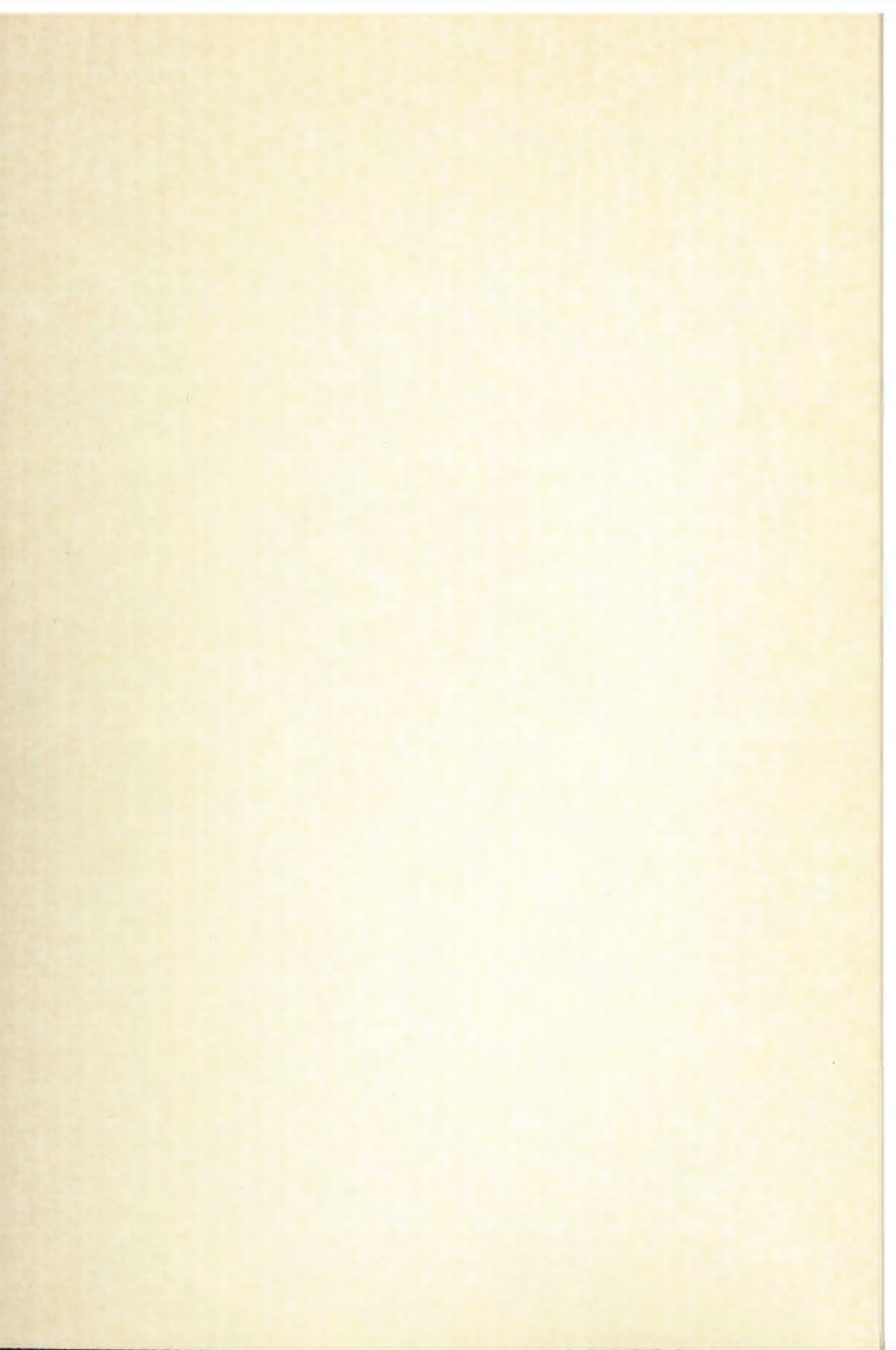




POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

**WSPOMAGANIE INFORMATYCZNE
ROZWOJU
SPOŁECZNO-GOSPODARCZEGO
I OCHRONY ŚRODOWISKA**

Redakcja:
Jan Studziński
Ludostaw Drelichowski
Olgierd Hryniewicz





**WSPOMAGANIE INFORMATYCZNE
ROZWOJU
SPOŁECZNO-GOSPODARCZEGO
I OCHRONY ŚRODOWISKA**

Polska Akademia Nauk Instytut Badań Systemowych

Seria: BADANIA SYSTEMOWE

tom 36

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum

Warszawa 2004

**WSPOMAGANIE INFORMATYCZNE
ROZWOJU
SPOŁECZNO-GOSPODARCZEGO
I OCHRONY ŚRODOWISKA**

Redakcja:

Jan Studziński
Ludosław Drelichowski
Olgierd Hryniewicz

Książka wydana dzięki dotacji KOMITETU BADAŃ NAUKOWYCH

Książka zawiera wybór artykułów poświęconych omówieniu aktualnego stanu badań w kraju w zakresie rozwoju modeli, technik i systemów zarządzania oraz ich zastosowań w różnych dziedzinach gospodarki narodowej. Wyodrębnioną grupę stanowią artykuły omawiające aplikacyjne wyniki projektów badawczych i celowych KBN.

Recenzenci artykułów:

Dr Lucyna Bogdan
Prof. dr hab. inż. Olgierd Hryniewicz
Dr Grażyna Petriczek
Prof. dr hab. inż. Andrzej Straszak
Dr inż. Jan Studziński



Senia 45187

Komputerowa edycja tekstu: Anna Gostyńska

© Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa 2004

Wydawca: Instytut Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa

Sekcja Informacji Naukowej i Wydawnictw IBS PAN
tel. 836-68-22

Druk: Zakład Poligraficzny Urzędu Statystycznego w Bydgoszczy
Nakład 110 egz.

ISBN 83-85847-92-8
ISSN 0208-8028

METODA WSPOMAGANIA DECYDENTÓW W PROCESIE STEROWANIA DZIAŁANIEM SYSTEMU TRANSPORTOWEGO*

Bogdan Landowski, Maciej Woropay, Daniel Perczyński

*Katedra Eksploatacji Maszyn
Akademia Techniczno-Rolnicza w Bydgoszczy
<lbogdan@atr.bydgoszcz.pl>*

The paper presents the selected issues related to modelling, forecasting and controlling the maintenance process of a technical object class being realised in a complex maintenance system. The object of the investigation, being the basis to support the considerations is a municipal-transport bus maintenance system in a selected urban agglomeration. The assumptions for the maintenance process model have been elaborated based on identification of the investigation object and the maintenance experiments performed as well as on analysed maintenance state space and the maintenance events concerning the buses being maintained in the investigation object. As a result of identifying the investigation object n bus maintenance states, significant for the paper purpose, have been chosen. The maintenance states are identified by their duration time distributions. The mathematical model of the technical objects maintenance process is a stochastic process $\{X(t), t \geq 0\}$. The analysed stochastic process $\{X(t), t \geq 0\}$ has a finite phase space $S, S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$. It has been assumed that the model operation presents homogenous Markov process $\{X(t) : t \in R_+\}$ with the finite state set S .

Keywords: Computer simulation, modeling, forecasting and controlling of complex maintenance systems.

1. Wprowadzenie

W ramach realizacji projektu badawczego nt.: „Opracowanie metody analizy i prognozowania niezawodności systemu transportu miejskiego” (PB 5T12C01922) opracowano m.in. sposób analizy i oceny procesu eksploatacji autobusów komunikacji miejskiej na podstawie badań modelu tego procesu. Dokonano symulacji zmian wartości elementów macierzy prawdopodobieństw zmian stanów dla określonych strategii eksploatacji. Opracowany sposób generowania (szacowania) łańcucha stochastycznego zmian stanów eksploatacyjnych obiektów (łańcucha Markowa włożonego w proces stochastyczny będący modelem procesu eksploatacji obiektów) umożliwia dokonanie prognozy zachowania się systemu przy zmianach wybranych oddziaływań sterujących. W ramach zrealizowanych badań.

* Praca wykonana w ramach projektu badawczego KBN nr 5T12C01922.

m.in. określono wpływ eliminacji „powtarzalności uszkodzeń” (uszkodzeń „wtórnych”) na przebieg i efektywność procesu eksploatacji.

Obiektem badań jest system eksploatacji autobusów komunikacji miejskiej w wybranej aglomeracji miejskiej. Podstawowym celem działania rozpatrywanego systemu jest realizacja efektywnych oraz bezpiecznych przewozów pasażerskich środkami komunikacji autobusowej w wyznaczonym zakresie ilościowym i terytorialnym.

Opracowano również metodę estymacji parametrów wejściowych modelu (w projekcie badawczym do matematycznego opisu modeli wykorzystano procesy Markowa i semi-Markowa) symulujących zmiany oddziaływań wyróżnionych czynników wymuszających oraz algorytm szacowania macierzy prawdopodobieństw zmian stanów eksploatacyjnych po zmianie wymuszeń sterujących (eliminacja lub generowanie z włożonego łańcucha Markowa stanów które przy zmianie wymuszeń sterujących by nie wystąpiły lub by zaistniały). Zbudowane modele procesu eksploatacji obiektów technicznych uwzględniają specyfikę systemów autobusowej komunikacji miejskiej, a opracowane sposoby symulacji procesu eksploatacji obiektów umożliwiają m.in. ocenę wybranych wskaźników niezawodności analizowanego systemu transportowego.

Jednym z zadań cząstkowych było opracowanie modelu procesu eksploatacji autobusów komunikacji miejskiej, którego badanie umożliwia wyznaczanie (dla różnych wartości parametrów modelu) prawdopodobieństw chwilowych znajdowania się obiektów technicznych w wyróżnionych stanach eksploatacyjnych.

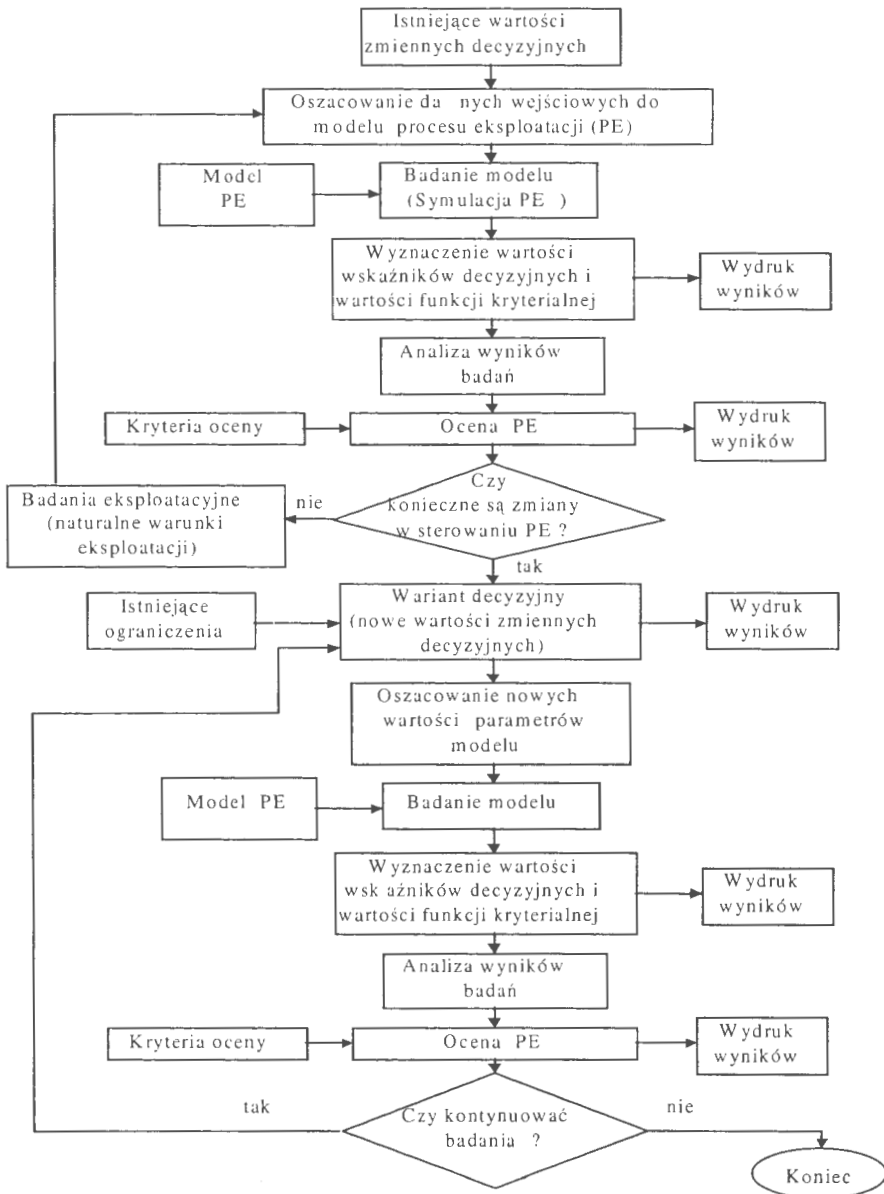
W niniejszej pracy przedstawiono założenia do budowy modelu procesu realizowanego w systemie eksploatacji autobusów komunikacji miejskiej oraz sposób analizy modelu i prognozowania stanu systemu. Całość rozważań zilustrowano na przykładzie uproszczonego (dla celów pracy i ilustracji prezentowanego zagadnienia) czterostanowego modelu procesu eksploatacji.

2. Istota metody

Wspomaganie decydenta w procesie podejmowania decyzji dotyczących analizowanego systemu eksploatacji polega na prognozowaniu zachowania się systemu eksploatacji oraz ocenie wpływu wybranych wariantów decyzyjnych na przebieg procesu eksploatacji. Realizowane to może być poprzez analizę wyników badań modelu procesu eksploatacji dla oszacowanych wartości parametrów modelu (odpowiadających analizowanym wariantom decyzyjnym). Zmiana wartości parametrów wejściowych modelu może symulować oddziaływanie czynników wewnętrznych i zewnętrznych na zachowanie się systemu.

Na rysunku 1 przedstawiono istotę metody w postaci algorytmu wyznaczania wartości wybranych wskaźników decyzyjnych na podstawie wyników badań opracowanego modelu. Realizacja algorytmu umożliwia ocenę efektywności

działania badanego systemu oraz realizowanego w nim procesu i wyznaczenie wskaźników decyzyjnych umożliwiającymi racjonalne sterowanie systemem.



Rysunek 2. Algorytm przedstawiający istotę metody

Źródło: Opracowanie własne

Wybór aparatu matematycznego do opisu badanego procesu eksploatacji został dokonany przede wszystkim na podstawie następujących przesłanek: celu pracy, dokładności odwzorowania procesu rzeczywistego przez model, stopnia złożoności stosowanego aparatu matematycznego i możliwości pozyskania rzeczywistych danych dotyczących procesu eksploatacji realizowanego w obiekcie badań.

3. Założenia modelu procesu eksploatacji

Założenia do modelu procesu eksploatacji opracowano na podstawie identyfikacji obiektu badań i zrealizowanych badań eksploatacyjnych oraz analizy przestrzeni stanów eksploatacyjnych i zdarzeń eksploatacyjnych dotyczących autobusów eksploatowanych w obiekcie badań. Model opisano w kategorii stanów eksploatacyjnych i prawdopodobieństw zmian tych stanów.

W pracy przyjęto założenie, że w zbiorze obiektów technicznych eksploatowanych w obiekcie badań można wyróżnić rozłączne podzbiory obiektów jednorodnych z punktu widzenia celu badań (jednakowe cechy obiektów w aspekcie realizowanych procesów użytkowania i obsługiwanego). Dalsze rozważania dotyczą podzbioru takich obiektów.

Matematycznym modelem procesu eksploatacji autobusów jest proces stochastyczny $\{X(t), t \geq 0\}$. Analizowany proces stochastyczny $\{X(t), t \geq 0\}$ ma skończoną przestrzeń fazową $S, S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$. Przyjęto założenie, że działanie modelu opisuje jednorodny proces Markowa $\{X(t) : t \in R_+\}$ o skończonym zbiorze stanów S . Stany analizowanego procesu stochastycznego odpowiadają wyróżnionym stanom eksploatacyjnym autobusu. Wykorzystując do matematycznego modelowania procesu eksploatacji jednorodny proces Markowa, w pracy przyjęto podstawowe założenie, że proces ten dostatecznie dobrze, z punktu widzenia celu badań, odwzorowuje modelowany rzeczywisty proces eksploatacji.

W wyniku identyfikacji systemu eksploatacji autobusów komunikacji miejskiej i realizowanego w nim procesu eksploatacji wyróżniono następujące stany eksploatacyjne autobusu, istotne dla analizy efektywności działania badanego systemu:

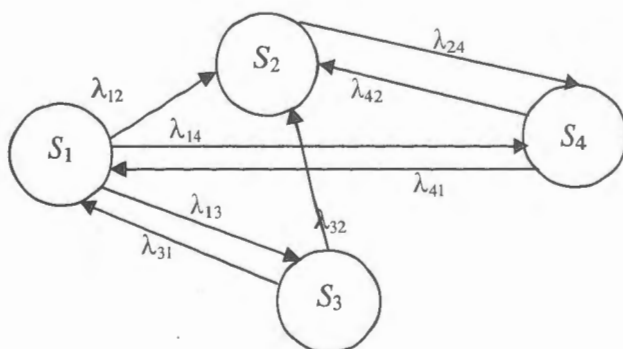
- stan użytkowania obiektu technicznego (realizacja zadania przewozowego),
- stan oczekiwania obiektu technicznego na obsługę realizowaną w otoczeniu systemu eksploatacji (oczekiwanie na jednostkę tzw. pogotowia technicznego),
- stan odnowy obiektu technicznego realizowanej w otoczeniu systemu eksploatacji,
- stan oczekiwania obiektu technicznego na odnowę realizowaną w systemie eksploatacji,
- stan odnowy obiektu technicznego realizowanej w systemie eksploatacji,

- stan oczekiwania obiektu technicznego na diagnozowanie przednaprawcze,
- stan diagnozowania przednaprawczego obiektu technicznego,
- stan oczekiwania obiektu technicznego na diagnozowanie ponaprawcze,
- stan diagnozowania ponaprawczego obiektu technicznego,
- stan „uszkodzenie” obiektu technicznego,
- stan obsługi w dniu użytkowania obiektu technicznego,
- stan oczekiwania obiektu technicznego na podjęcie realizacji zadania przewozowego (po przywróceniu stanu zdatności zadaniowej obiekt techniczny nie wykonuje zaplanowanego zadania przewozowego ze względu na sposób organizacji zadań przewozowych - np. w systemie eksploatacji autobusów komunikacji miejskiej określony istniejącym harmonogramem realizacji zadań przewozowych tzw. „rozkładem jazdy”),
- stan oczekiwania obiektu technicznego ze względu na niezdatność otoczenia,
- stan postoju organizacyjnego obiektu technicznego (brak zadań przewozowych - np. w systemie eksploatacji autobusów komunikacji miejskiej wynikający z harmonogramu zadań przewozowych, a w tym z nocnej przerwy w realizacji przewozów).

Dla celów niniejszego opracowania i ilustracji rozważań spośród ww. stanów poddano analizie następujące stany eksploatacyjne autobusu:

- S_1 - stan użytkowania - stan, w którym autobus wraz z operatorem realizują przydzielone im zadania przewozowe;
- S_2 - stan obsługi w podsystemie zapewniania zdatności, który występuje wówczas, gdy np. nastąpiło uszkodzenie niemożliwe do usunięcia poza stacją obsługi przez jednostki pogotowia technicznego;
- S_3 - stan obsługi realizowanego w otoczeniu systemu eksploatacji - stan, w którym autobus podlega procesom obsługi korekcyjnego realizowanym przez jednostki tzw. pogotowia technicznego z powodu wystąpienia uszkodzenia pojazdu w trakcie realizacji zadań przewozowych;
- S_4 - stan oczekiwania na realizację zadań przewozowych.

Na podstawie identyfikacji rzeczywistego systemu eksploatacji autobusów komunikacji miejskiej wyznaczono możliwe przejścia między wyróżnionymi stanami eksploatacyjnymi autobusu, co zilustrowano na rys. 2. Dla wyróżnionych stanów eksploatacyjnych oszacowano macierz intensywności zmian stanów procesu $\{X_t, t \in T\}$.



Rysunek 2. Graf skierowany stanów eksploatacyjnych
Źródło: Opracowanie własne

Przez $P_i(t) = P\{X(t)=S_i\}$ oznaczono prawdopodobieństwo, że w chwili t proces $\{X(t), t \geq 0\}$ znajduje się w stanie $S_i \in S$. Założono, że stanem początkowym procesu $X(t)$ jest stan S_1 , tzn. rozkład początkowy analizowanego procesu ma postać:

$$P\{X(0)=S_1\}=1, \quad (1)$$

$$P\{X(0)=S_i\}=0 \text{ dla } i \neq 1, S_i \in S. \quad (2)$$

Intensywności $\lambda_{i,j}, i, j = 1, 2, 3, 4$ zmian stanów w procesie $\{X(t), t \geq 0\}$ ze stanu $S_i \in S$ na stan $S_j \in S$ ujęto w tzw. macierzy intensywności przejść Λ

$$\Lambda = \begin{pmatrix} -\lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} & \lambda_{14} \\ 0 & -\lambda_{22} & 0 & \lambda_{24} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & -\lambda_{33} & 0 \\ \lambda_{41} & \lambda_{42} & 0 & -\lambda_{44} \end{pmatrix} \quad (3)$$

W celu uproszczenia zapisu wprowadzono oznaczenia:

$$\lambda_{11} = \lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{14} \quad (4)$$

$$\lambda_{22} = \lambda_{24} \quad (5)$$

$$\lambda_{33} = \lambda_{31} + \lambda_{32} \quad (6)$$

$$\lambda_{44} = \lambda_{41} + \lambda_{42} \quad (7)$$

Macierz intensywności przejść Λ pozwala na zbudowanie układu równań różniczkowych postaci:

$$\begin{cases} P_1'(t) = -\lambda_{11}P_1(t) + \lambda_{31}P_3(t) + \lambda_{41}P_4(t) \\ P_2'(t) = \lambda_{12}P_1(t) - \lambda_{22}P_2(t) + \lambda_{32}P_3(t) + \lambda_{42}P_4(t) \\ P_3'(t) = \lambda_{13}P_1(t) - \lambda_{33}P_3(t) \\ P_4'(t) = \lambda_{14}P_1(t) + \lambda_{24}P_2(t) - \lambda_{44}P_4(t) \end{cases} \quad (8)$$

Aby układ równań (8) miał jednoznaczne rozwiązanie, należy przyjąć warunki początkowe określone zależnościami (1) i (2).

Dla analizowanego procesu $\{X(t), t \geq 0\}$ istnieje stacjonarny rozkład procesu który nie zależy od rozkładu początkowego procesu

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_i(t) = p_i^* \quad (9)$$

Stacjonarne prawdopodobieństwa p_i^* spełniają układ równań

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n p_i^* \lambda_{ij} = 0, \quad \text{dla } j = 1, 2, 3, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n p_i^* = 1 \end{cases} \quad (10)$$

Na podstawie wyznaczonej macierzy Λ i warunku normalizującego układ równań (10) można zapisać w postaci

$$\begin{cases} -\lambda_{11}p_1^* + \lambda_{31}p_3^* + \lambda_{41}p_4^* = 0 \\ \lambda_{12}p_1^* - \lambda_{22}p_2^* + \lambda_{32}p_3^* + \lambda_{42}p_4^* = 0 \\ \lambda_{13}p_1^* - \lambda_{33}p_3^* = 0 \\ p_1^* + p_2^* + p_3^* + p_4^* = 1 \end{cases} \quad (11)$$

Rozwiązanie układu równań (11) przyjmie postać:

$$\begin{aligned} p_1^* &= c \\ p_2^* &= \frac{c * b}{\lambda_{24}} \\ p_3^* &= a * c \\ p_4^* &= d * c \end{aligned} \quad (12)$$

gdzie:

$$a = \frac{\lambda_{13}}{\lambda_{31} + \lambda_{32}} \quad (13)$$

$$b = (\lambda_{41} + \lambda_{42}) * d - \lambda_{14} \quad (14)$$

$$c = \frac{1}{1 + b / \lambda_{24} + a + d} \quad (15)$$

$$d = \frac{\lambda_{11} - \lambda_{13} * \lambda_{31} / (\lambda_{31} + \lambda_{32})}{\lambda_{41}} \quad (16)$$

4. Przykład obliczeniowy

W celu ilustracji rozważań wykonano hipotetyczny, uproszczony przykład obliczeniowy. Obliczenia wykonano dla różnych wartości parametrów modelu odwzorowujących przykładowe zmiany wymuszeń sterujących i dokonano oceny (prognozowania) wpływu analizowanych zdarzeń na realizację procesu.

Wykonano trzy warianty obliczeń. Obliczenia wykonane dla wartości parametrów modelu oszacowanych dla istniejących (zastanych) warunków działania systemu (odpowiadające stanowi systemu poprzedzającemu skutki symulowanych zdarzeń) oznaczono przez „sym B”.

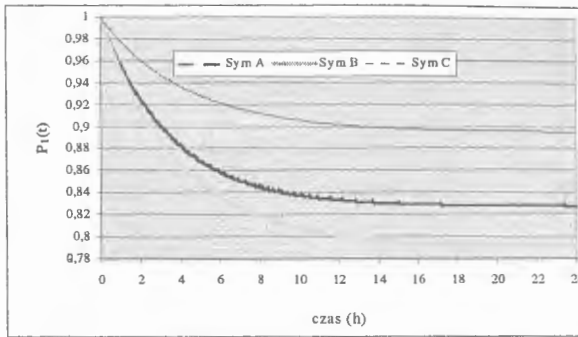
Wariant obliczeń oznaczony kodem „sym A” odwzorowuje wpływ zmniejszenia liczby, tzw. uszkodzeń „wtórych” (zmiana wartości elementów macierzy zmian stanów włożonego w proces $X(t)$ łańcucha Markowa) oraz zmiany organizacji obsługi (mniejsza wartość oczekiwana zmiennych losowych oznaczających czasy trwania stanów S_2 i S_3) na analizowany proces. Zmiana wartości oczekiwanej zmiennej losowej oznaczającej czas trwania obsługi (realizowanego zarówno na stanowiskach w stacji obsługi jak i przez jednostki pogotowia technicznego) może być również wynikiem oddziaływania innych czynników, np. zmiany organizacji i warunków realizacji procesów obsługi, zwiększenie liczby operatorów jednostek pogotowia technicznego, itd.

Ostatni wariant obliczeń („sym C”) ilustruje wpływ zmiany organizacji przewozów (skrócenia czasu trwania stanu S_4 , tj. skrócenie czasu przerwy organizacyjnej w realizacji zadań przewozowych, np. poprzez realizację przewozów również w nocy) na wartości $P_i(t)$.

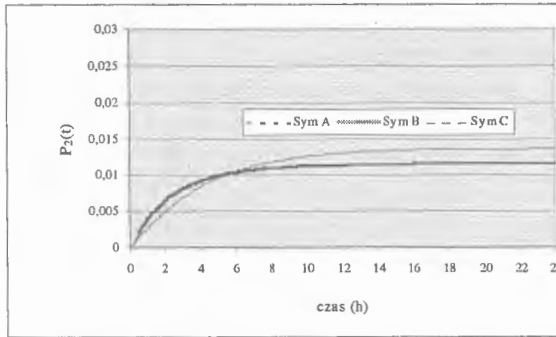
Tablica 1. Podstawowe dane wejściowe wykorzystane do realizacji obliczeń

	λ_{12}	λ_{13}	λ_{14}	λ_{24}	λ_{31}	λ_{32}	λ_{41}	λ_{42}
Sym A	0,0042	0,0052	0,0426	0,5556	1,3333	0,3333	0,2500	0,0132
Sym B	0,0058	0,0116	0,0407	0,3125	0,6667	0,1667	0,2262	0,0119
Sym C	0,0026	0,0052	0,0182	0,3125	0,6667	0,1667	0,2262	0,0119

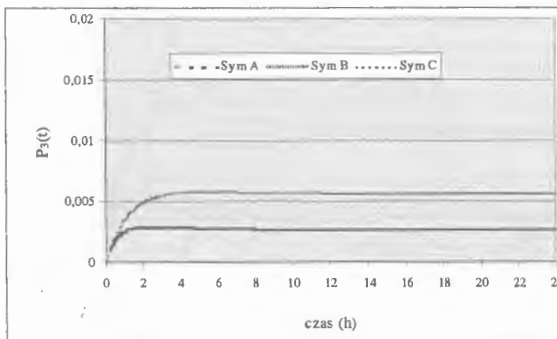
Źródło: Opracowanie własne



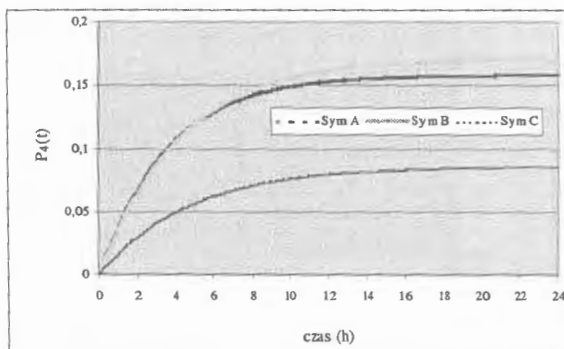
Rysunek 3. Zależność prawdopodobieństwa P_1 od czasu t dla poszczególnych wariantów obliczeń. Źródło: Opracowanie własne



Rysunek 4. Zależność prawdopodobieństwa P_2 od czasu t dla poszczególnych wariantów obliczeń. Źródło: Opracowanie własne



Rysunek 5. Zależność prawdopodobieństwa P_3 od czasu t dla poszczególnych wariantów obliczeń. Źródło: Opracowanie własne



Rysunek 6. Zależność prawdopodobieństwa P_4 od czasu t dla poszczególnych wariantów obliczeń. Źródło: Opracowanie własne

Podstawowe dane wykorzystane do obliczeń zestawiono w tab. 1, natomiast na rys. 3-6 przedstawiono wybrane wyniki badań modelu. W tab. 2 przedstawiono wyniki obliczeń prawdopodobieństw granicznych dla poszczególnych wariantów obliczeń (wyznaczonych na podstawie zależności (12)). Obliczenia wykonano za pomocą opracowanych komputerowych programów obliczeniowych.

Analiza zmian wartości prawdopodobieństw $P_i(t)$, dla wszystkich wariantów obliczeń wykazuje, że prawdopodobieństwa te ustalają się po pewnym czasie i osiągają wartość odpowiadającą wartości prawdopodobieństw granicznych p_i^* .

Wyniki zrealizowanych badań modelowych potwierdzają oczekiwane reakcje modelu na zmiany wartości ich parametrów. Świadczy to o poprawności wykonanych obliczeń i przydatności modelu do dokonywania wstępnych prognoz stanu analizowanego systemu po zmianie poziomów oddziaływań badanych czynników na system.

Tablica 2. Wyniki obliczeń wartości prawdopodobieństw stacjonarnych

	p_1^*	p_2^*	p_3^*	p_4^*
Sym A	0,8276	0,0115	0,0026	0,1584
Sym B	0,7911	0,0271	0,0110	0,01708
Sym C	0,8944	0,0137	0,0056	0,0864

Źródło: Opracowanie własne

5. Podsumowanie

W pracy wyznacza się prawdopodobieństwa chwilowe $P_i(t) = P\{X(t)=S_i\}$ oznaczające prawdopodobieństwo zdarzenia, że obiekt techniczny w chwili t znajduje się w stanie S_i .

Rozważany model procesu eksploatacji autobusów komunikacji miejskiej charakteryzuje się znacznym uproszczeniem. Jednak przedstawiony sposób budowy tego typu modeli i ich analizy wskazują na możliwości ich wykorzystania do oceny procesu eksploatacji i wstępnego prognozowania stanu systemu, w którym proces ten jest realizowany.

Wydaje się, że analiza wyników badań modelu dla różnych wartości parametrów modelu (wariantów decyzyjnych) oszacowanych na podstawie wyników badań eksploatacyjnych może stanowić podstawę do oddziaływania na rzeczywisty system eksploatacji w celu racjonalizacji realizowanego w nim procesu eksploatacji.

Analiza wyników zrealizowanych badań modelu wskazuje, że model jest wrażliwy na zmianę wartości parametrów wejściowych.

W przypadku, gdy rozkłady czasów trwania stanów S_i , $i = 1, 2, \dots, n$ procesu $\{X(t), t \geq 0\}$ nie są rozkładami wykładniczymi można dokonać transformacji tego procesu do procesu $\{Y(t), t \geq 0\}$ o skończonej przestrzeni stanów $U = \{U_1, U_2, \dots, U_k\}$, $k > n$ dla którego rozkłady czasów trwania stanów będą rozkładami wykładniczymi.

Literatura

- Aranawiczjus B.Sz. (1976) Macierzowa metoda rozwiązania układu równań różniczkowych dla procesu Markowa. *Technическая Кибернетика*, 5, 85-89.
- Bobrowski D. (1985) *Modele i metody matematyczne teorii niezawodności w przykładach i zadaniach*. WNT, Warszawa.
- Buslenko N., Kałasznikow W., Kowalenko I. (1979) *Teoria systemów złożonych*. PWN, Warszawa.
- Gantmacher F.R. (1967) *Teoria macierzy*. Nauka, Moskwa.
- Knopik L., Landowski B., Perczyński D. (2002) Prognozowanie stanu systemu eksploatacji transformatorów rozdzielczych na podstawie badań modelowych. *Zagadnienia Eksploatacji Maszyn*, 37, 4, 132. PAN, Radom.
- Landowski B. (2000) Model eksploatacji pewnej klasy obiektów technicznych. *Zeszyty Naukowe*, 229, *Mechanika* 48, Wyd. Uczeln. ATR, Bydgoszcz.
- Sołowiew A.D. (1983) *Analityczne metody w teorii niezawodności*. WNT, Warszawa.
- Woropay M., Knopik L., Landowski B. (2001) *Modelowanie procesów eksploatacji w systemie transportowym*. Biblioteka Problemów Eksploatacji, ITE, Bydgoszcz, Radom.
- Woropay M., Landowski B. (1998) Analiza symulacyjna procesu eksploatacji w systemie komunikacji miejskiej. *Zeszyty Naukowe*, 212, *Mechanika* 42. Wyd. Uczeln. ATR, Bydgoszcz.

IBS PAN *Seria*

45187

Bibl. podręczna

ISSN 0208-8028

ISBN 83-85847-92-8

**W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy
prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 837-35-78 w. 241 e-mail: biblioteka@ibspan.waw.pl**