KIWIEL

POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

WSPOMAGANIE DECYZJI SYSTEMY EKSPERCKIE

pod redakcją
Romana Kulikowskiego i Lucyny Bogdan

Warszawa 1995

WSPOMAGANIE DECYZJI

SYSTEMY EKSPERCKIE

pod redakcją

Romana Kulikowskiego i Lucyny Bogdan

Warszawa 1995

Wydano z wykorzystaniem dotacji

KOMITETU BADAŃ NAUKOWYCH

Materiały konferencji: "Analiza Decyzyjna, Systemy Eksperckie, Zastosowania Systemów Komputerowych", Warszawa, 25-27 maja 1994r.

Komitet Programowy Konferencji:

Andrzej Ameljańczyk, Zdzisław Bubnicki, Wiesław Grudzewski, Olgierd Hryniewicz, Janusz Kacprzyk, Lech Kruś, Roman Kulikowski (przewodniczący), Kazimierz Mańczak, Ireneusz Nykowski, Zdzisław Pawlak, Roman Słowiński, Andrzej Straszak, Andrzej Weryński, Andrzej Wierzbicki.

Wykonano z oryginałów tekstowych dostarczonych przez autorów

ISBN 83-85847-85-5

ZASTOSOWANIE KAROWEJ FUNKCJI SKALARYZUJĄCEJ JAKO SPOSOBU WYBORU STEROWANIA WIELOKRYTERIALNEGO PROCESEM WIELOETAPOWYM

Andrzej Łodziński
Katedra Ekonometrii i Informatyki
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego
ul. Nowoursynowska 166, 02-766 Warszawa

1. Wprowadzenie

W pracy przedstawiony jest sposób wyboru sterowania wielokryterialnego procesem wieloetapowym. Proces wieloetapowy jest to dynamiczny proces, w którym można wyróżnić w czasie kolejne, następujące po sobie części procesu, zwane etapami. Każdy etap opisany jest równaniem stanu, wskaźnikami jakości, ograniczeniami sterowania oraz etapowym celem sterowania. Poszczególne etapy mogą różnić się postacią opisu np. postacią równania stanu lub postacią wskaźników jakości [1], [2].

Do skalaryzacji problemu używana jest funkcja kary, która jest funkcją osiągnięcia aproksymującą porządek w zbiorze rezultatów osiągalnych [3], [4]. Jest to funkcja dwóch zmiennych - wskaźnika jakości i punktu odniesienia (traktowanych jako elementy przestrzeni wielowymiarowej, o tylu wymiarach, ile jest wskaźników jakości w każdym etapie). Funkcja ta jest sposobem służącym do przeglądania rozwiązań wielokryterialnych.

2. Sformułowanie problemu sterowania sprawnego procesem wieloetapowym

Rozpatrujemy dynamiczny proces wieloetapowy. Etap i, i = 1,..,N dla $t \in [T_{i-1}, T_i]$ - gdzie $T_0, T_1, \dots, T_N$ - dane chwile czasowe określające poszczególne etapy - opisany jest przez:

- model dynamiki procesu w postaci równań stanu:

$$\dot{x}(t) = f_i(x(t), u(t), t)$$
$$x(t) \in R^n, \; u(t) \in R^m$$

- model ograniczeń sterowania:

$$u(t) \in U_i \qquad \qquad (2)$$
$$U_i \in R^m$$

- model celu sterowania:

$$S_i = \{ x(T_i) : g_i(x(T_i)) \leq 0 \} \\ \dim g_i = p_i \tag{3}$$

- modele wskaźników jakości:

$$q_{ik} = \int_{T_{i-1}}^{T_i} f_{oik}(x(t),u(t),t)dt \\ dla\ k = 1,\dots,K_i \tag{4}$$

Dla etapu pierwszego dany jest model stanu początkowego:

$$x(T_0) = x_0 \tag{5}$$

Dla całego horyzontu sterowania $[T_0, T_N]$ założona jest ciągłość trajektorii stanu tzn. wartość stanu na początku i-tego etapu równa jest wartości stanu na końcu i-1-go etapu dla i = 2,...N.

Sterowaniem sprawnym procesem wieloetapowym nazywa się takie sterowanie, które w każdym etapie i, i = 1,...,N spełnia ograniczenia U_i i takie, że odpowiadający mu przebieg trajektorii stanu procesu x(t) osiąga w chwilach T_i zbiory S_i, zapewnia spełnienie warunku ciągłości trajektorii stanu dla całego horyzontu sterowania $[T_0, T_N]$ oraz w każdym etapie i minimalizuje wektorowy wskaźnik jakości $(q_{ik})_{k=1,\dots,Ki}$.

3. Podstawy - definicja rozwiązania sprawnego (optymalnego w sensie danego stożka)

Niech będzie dana przestrzeń decyzji X. W przestrzeni tej dany jest zbiór decyzji dopuszczalnych $X_0 \subset X$.

Dany jest model sytuacji decyzyjnej f: $X_0 \rightarrow Q$ tzn. odwzorowanie które każdej decyzji dopuszczalnej przyporządkowuje rezultat w przestrzeni rezultatów decyzji Q. Przestrzeń rezultatów decyzji jest przestrzenią wielowymiarową R^p, czyli wynikiem każdej decyzji jest wektor q o p składowych.

Niech $Q_0=f(X_0)$ oznacza zbiór osiągalnych wskaźników jakości. W zbiorze Q_0 wprowadza się relację, która porządkuje elementy Q_0 - relację preferencji. Można wtedy oceniać poszczególne decyzje, określać które decyzje są lepsze, a które gorsze. Relacja preferencji jest definiowana jako relacja binarna między elementami przestrzeni Q, która jest antyzwrotna, antysymetryczna i przechodnia.

Matematycznie dogodnie jest wyrazić tę relację przy pomocy stożka dodatniego w przestrzeni rezultatów Q.

$$\forall\ q',q'' \in Q \quad q'' \prec q' \Leftrightarrow q''-q' \in D \tag{6}$$

Rezultaty sprawne (optymalne w sensie stożka D, polioptymalne) definiuje się w następujący sposób:

$$\hat{Q}_0 = \{\hat{q} \in Q_0 : (\hat{q}+\tilde{D}) \cap Q_0 = \emptyset\} \tag{7}$$

gdzie: $\tilde{D} = D \backslash \{0\}$ stożek bez wierzchołka.

Rezultaty Paretooptymalne otrzymuje się dla stożka $D = R^p_-$.

4. Skalaryzacja przy pomocy funkcji kary

Wszystkie rozwiązania wielokryterialne sprowadza się do optymalizacji jednokryterialnej - optymalizacji funkcji skalaryzującej. Funkcję tę traktuje się jako techniczny środek do przeglądania zbioru rozwiązań sprawnych $\hat{Q}_0$ (a nie jako funkcję użyteczności użytkownika).

W pracy stosuje się funkcję skalaryzującą o następującej postaci:

$$s(q,\bar{q}) = -\|q-\bar{q}\|^2 + \|(q-\bar{q})^{D^*}\|^2 \tag{8}$$

gdzie: $\rho > 1$ jest dowolnym skalarnym współczynnikiem, D^* jest stożkiem sprzężonym $D^* = \{q^* \in G: < q^*,q > \geq 0, \forall q \in D\}$, $(\bullet)^{D^*}$ jest projekcją na D.

Taka funkcja nazywa się karową funkcją skalaryzującą [4].

5. Metoda wyboru sterowania sprawnego procesem wieloetapowym

Rozwiązaniem problemu sterowania sprawnego procesem wieloetapowym jest zbiór $\hat{Q}_0$. Wyboru sterowania sprawnego dokonuje się przeglądając różne rozwiązania sprawne $\hat{q} \in \hat{Q}_0$ i wybierając to, które uznane jest za zadowalające.

Rozwiązania sprawne otrzymuje się przekształcając problem sterowania sprawnego do problemu sterowania optymalnego, tzn. na podstawie zadania wielokryterialnego tworzy się przy pomocy karowej funkcji skalaryzującej zadanie jednokryterialne w każdym etapie, którego rozwiązanie jest sprawne. K_i wskaźników jakości q_{ik}, $k = 1,...K_i$ w i-tym etapie, $i = 1,...,N$ zastępuje się jednym wskaźnikiem jakości Q_i, tzn. tworzy się jeden, etapowy wskaźnik jakości o postaci:

$$Q_i = s(q_{ik}, \bar{q}_{ik}) \tag{9}$$

5.1. Metoda wyznaczania sterowania optymalnego procesem wieloetapowym

Niech będzie dany problem sterowania optymalnego procesem wieloetapowym (1), (2), (3), (5), (9). Sterowanie optymalne wyznaczane będzie minimalizując globalny wskaźnik jakości, który jest sumą etapowych wskaźników jakości (9) tzn.:

$$Q = \sum_{i=1}^{N} Q_i \tag{10}$$

Metoda wyznaczania sterowania optymalnego wynika z podejścia, w którym wprowadza się do zadania sterowania optymalnego dodatkowe zmienne w postaci punktów przełączeń x_i, i = 1,...,N, tj. takich punktów, w których trajektoria stanu procesu przechodzi przez zbiory S_i, i = 1,...,N. Następnie tworzy się zadanie wyznaczenia takiego sterowania optymalnego $\hat{u}(t)$, $t \in [T_0, T_N]$ i takich optymalnych punktów przełączeń $\hat{x}_i$, i = 1,..,N, które minimalizują globalny wskaźnik jakości (10). Wprowadzenie dodatkowych zmiennych w postaci punktów przełączeń x_i, i = 1,...,N pozwala na rozwiązywanie tego zadania przy pomocy dekompozycji.

Zadanie jest następującej postaci:

$$\min_{\substack{x_i \in S_i \\ u \in U, i=1,\ldots,N}} \begin{bmatrix} Q \text{ przy warunkach: } \dot{x}(t)=f_i(x(t),u(t),t) \\ t \in [T_{i-1},T_i) \\ i = 1,\ldots,N. \end{bmatrix} \tag{11}$$

Zadanie (11) rozwiązuje się dokonując dekompozycji metodą bezpośrednią. Na poziomie dolnym rozwiązywane są następujące zadania i = 1,...,N:

dla danych x_i i x_{i-1} rozwiąż zadanie:

$$\min_{u \in U_i} Q_i \quad \text{p.w.} \quad \begin{aligned} \dot{x}(t) &= f_i(x(t),u(t),t) \\ x(T_{i-1}) &= x_{i-1} \\ x(T_i) &= x_i \end{aligned} \tag{12}$$

Na poziomie górnym rozwiązywane jest zadanie:

$$\min_{\substack{x_i \in S_i \\ i=1,\ldots,N}} \sum_{k=1}^{N} \hat{Q}_i(x_{i-1},x_i) \tag{13}$$

gdzie: $\hat{Q}_i$, i = 1,...,N - optymalna wartość etapowego wskaźnika jakości w i-tym etapie dla zadanych wartości x_{i-1} i x_i.

Zadanie jakie powstało ma strukturę dwupoziomową. Na poziomie dolnym rozwiązywane są zadania dolnego poziomu - zadania (12) - odpowiadające poszczególnym etapom. Zadaniem górnego poziomu - zadanie (13) - jest koordynacja między zadaniami (12). Polega ona na wyborze najlepszych wartości punktów przełączeń x_i, i = 1,...,N (sprzężeń między etapami), tak by uzyskać wartość optymalną dla całego horyzontu sterowania.

5.2. Metoda wyboru rozwiązania sprawnego przy pomocy funkcji osiągnięcia

Funkcja skalaryzująca jest narzędziem do przeglądania zbioru rozwiązań Paretooptymalnych. Jako funkcji skalaryzującej używa się funkcji osiągnięcia zgodnej z porządkiem. Funkcje te są tak konstruowane, aby za pomocą minimum takiej funkcji można było podać warunki wystarczające i konieczne Paretooptymalności [3].

Jeżeli Q jest przestrzenią skończenie wymiarową z normą euklidesową, a stożek $D = R_-^p$ to funkcją skalaryzującą jest funkcja o postaci:

$$s(q,\bar{q}) = -\sum_{i=1}^{p} |q_i-\bar{q}_i| + \rho\sum_{i=1}^{p} (\max(0,q_i-\bar{q}_i)) \tag{16}$$

Funkcja ta jest funkcją nieróżniczkowalną. Do znajdowania jej minimum należy stosować algorytmy nieróżniczkowalne. Funkcją różniczkowalną, która aproksymuje tę funkcję jest funkcja o postaci:

$$s(q,\bar{q}) = -\sum_{i=1}^{p} (q_i-\bar{q}_i)^2 + \rho\sum_{i=1}^{p} (\max(0,q_i-\bar{q}_i))^2 \tag{17}$$

Sterowanie uzyskiwanymi rezultatami Paretooptymalnymi odbywa się za pomocą zmian poziomów odniesienia $\bar{q}$. Użytkownik dokonuje wyboru rozwiązania przez rozwiązywanie problemu z różnymi punktami odniesienia $\bar{q}$ i ocenie otrzymywanych rozwiązań. Użytkownik zadaje punkt odniesienia dla którego wyznaczane jest rozwiązanie sprawne. Następnie ocenia otrzymane rozwiązanie - akceptując je lub nie akceptując. W drugim przypadku użytkownik modyfikyje punkt odniesienia i problem jest rozwiązywany ponownie dla nowego punktu odniesienia.

LITERATURA:

[1] Łodziński A. (1990): Metoda wyboru sterowania polioptymalnego procesem wieloetapowym. Archiwum Automatyki i Telemechaniki. Tom XXXV, zeszyt 3-4, Warszawa.

[2] Łodziński A. (1991): The use of reference objectives for selecting polyoptimal ontrol in multistage process. System Analysis Modelling Simulation. Vol 8. Akademie Verlag Berlin.

[3] Lewandowski A. and Wierzbicki A. (1989), eds. Aspiration Based Decision Support Systems. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Vol. 331, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg.

[4] Wierzbicki A. (1980): The use of reference objectives in multiobjective optimization. In G. Fandel, T. Gal (eds): Multiple Criteria Decision Making; Theory and Applications, Lecture Notes in Economic and Mathematical Systems Vol. 177, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg.

ISBN 83-85847-85-5

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy prosimy o kontakt

z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 36-19-01 w. 241 e-mail: kotuszew@ibspan.waw.pl