Raport Badawczy

Research Report

RB/73/2008

Zastosowanie zbiorów rozmytych we wspomaganiu decyzji dowódczych

J. Owsiński, A. Ziółkowski,
H. Spustek, K. Krakowski

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk

Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences

ZASTOSOWANIE ZBIORÓW ROZMYTYCH WE WSPOMAGANIU DECYZJI DOWÓDCZYCH

Jan Owsiński[1], **Andrzej Ziółkowski**[2], **Henryk Spustek**[3,2], **Krzysztof Krakowski**[3]
[1] Instytut Badań Systemowych PAN, Newelska 6, 01-447 Warszawa
[2] Wyższa Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania, 01-447 Warszawa
[3] Akademia Obrony Narodowej, Rembertów

W artykule opisano podstawy zastosowania zbiorów rozmytych do wspomagania podejmowania decyzji dowódczych, a także pewne elementy realizacji tych podstaw metodycznych w aplikacji PRODECON, opracowanej w ramach projektu badawczego o tej samej nazwie.

1. Wstęp

W artykule niniejszym opisujemy metodykę zaproponowaną w projekcie PRODECON[10]. Dotyczy ona procedur i technik tworzenia i wprowadzania opisów o charakterze liczb rozmytych do metodyki odnoszącej się do podejmowania decyzji i związanej z nią aplikacji.

Elementy, składające się na sytuację decyzyjną w planowaniu działań wojskowych, są obciążone niepewnością i nieokreślonością. Źródła tej niepewności i nieokreśloności są bardzo różne, a więc także jej charakter może być bardzo zróżnicowany. Zakładamy, że (najczęściej) nie ma ona charakteru probabilistycznego, w sensie częstościowym (czyli istnienia statystyk, opisujących częstość, bezwzględną i względną, rozpatrywanych zjawisk), ani w sensie istnienia – teoretycznego bądź empirycznego – odpowiednich rozkładów prawdopodobieństwa. Jedyne, co być może jest spełniane, choć z zastrzeżeniami, bądź częściowo, to ogólne zasady dotyczące miar prawdopodobieństwa i operacji na nich, jako odzwierciedlające podstawowe intuicje w dziedzinie oceny pewności, określoności, prawdopodobieństwa, czy możliwości zachodzenia zdarzeń. Zdarzeniami takimi mogą być, w szczególności, wartości przyjmowane przez parametry modeli lub reguł decyzyjnych.

2. Zbiory rozmyte jako reprezentacja niepewności i nieokreśloności

2.1. Reprezentacja niepewności i nieokreśloności

Oznaczmy przez x wartość pewnej zmiennej X, która może przyjmować wartości ze zbioru Ω. Dla ilustracji przyjmiemy dwa przykłady takich zmiennych, którymi będziemy się posługiwać. Zmienną X_1 będzie „wzrost w cm", zaś zmienną X_2 – „potencjał bojowy", wyrażony w postaci bezwymiarowego przelicznika.

Zapis $x_1 = 168$ oznacza zatem, że mamy do czynienia z informacją o charakterze „określonym", z sugestią, że jest to też informacja „pewna". Jeśli jest to wynik

[10] Projekt PRODECON (Decyzja MNiSW Nr 3963/T00/2006/31)

pomiaru wzrostu, to możemy mówić o informacji pewnej w określonym stopniu, być może nawet o określonym prawdopodobieństwie, wynikającym ze znanego rozkładu błędów pomiarów. Jednakże, aby otrzymać ocenę prawdopodobieństwa, musimy znać charakterystyki tego rozkładu dla urządzenia i sposobu pomiaru, które dostarczyły danej $x_1 = 168$. W ogólności możemy założyć, że nie jest to możliwe.

W praktyce na ogół „zaufalibyśmy" podanej informacji, traktując ją jako przybliżenie, niekoniecznie o charakterze probabilistycznym. *Efektywnym* sposobem wyrażenia tego oraz zapewnienia „wystarczającej" precyzji i pewności danej jest określenie „*około 168 cm*". Oznacza to, że taka dokładność jest wystarczająca do realizowania praktycznych działań (np. wyboru rozmiaru ubrania). A zatem, wyrażenia języka naturalnego mogą, z punktu widzenia ich precyzji i pewności, być podstawą do sprawnych działań praktycznych.

W języku naturalnym posługujemy się wyrażeniami odzwierciedlającymi niepewność i nieokreśloność, np. „w przybliżeniu x_1", „między x_1-Δx a x_1+Δx". Często jednak mamy do czynienia z sytuacjami, w których formalnego pomiaru nie było („widziałam znów tego młodego *wysokiego mężczyznę*"), a mimo to do celów komunikacji wyrażana wówczas ocena może być wystarczająco dokładna i pewna.

Rozważaliśmy sytuację, którą można by opisać w kategoriach analizy decyzji: „*jaki jest minimalny nakład potrzebny do osiągnięcia dokładności i pewności pomiaru, wystarczającej do osiągnięcia celu praktycznego, w którym pomiar jest dokonywany?*". Nie zawsze jesteśmy w stanie rozwiązywać takie zadania, gdy mamy do osiągnięcia określony cel. Korzystamy wówczas z informacji dostępnej.

Podobnie jak wartości przybliżone pochodzą z różnych konkretnych sytuacji „modelowych", mamy różne możliwości wyrażania operacji na tych wartościach. Podstawową operacją, w przypadku pomiarów, jest odejmowanie: $x'_1 - x''_1$ i jego wynik (<0, $=0$, >0). Dla wzrostu, odpowiedniki w języku naturalnym to „równego wzrostu", „wyższy" oraz „niższy". Jest jednak możliwe wyrażanie precyzyjniejszej kwantyfikacji wyniku przez określenia takie jak: „w przybliżeniu równego wzrostu", „nieco wyższy", „wyraźnie wyższy", itp. Zauważmy, że dla efektywnej komunikacji i działania, konieczne jest uzgodnienie znaczenia określeń („nieco", „znacznie").

Przytoczony ostatnio przykład jest szczególnie ważny w odniesieniu do przykładowej zmiennej x_2, „potencjału bojowego", a zwłaszcza porównania potencjałów dwóch walczących stron w – skądinąd normalnej – sytuacji, gdy można tylko dokonywać przybliżonych ocen. Możliwość dokonania takiej („prawidłowej i efektywnej") oceny jest kluczowa dla planowania działań bojowych. Formułowanie przytoczonych określeń musi być wsparte odpowiednim formalizmem i informacją, która stanowić będzie o „prawidłowości i efektywności" użytych określeń.

2.2. Definicje

W klasycznej teorii zbiorów mamy do czynienia z dwiema możliwościami, albo $x \in \boldsymbol{A} \subseteq \Omega$, albo $x \notin \boldsymbol{A} \subseteq \Omega$, gdzie $\boldsymbol{A}$ jest pewnym podzbiorem w obrębie uniwersum. Możemy ten fakt wyrazić za pomocą tzw. funkcji charakterystycznej lub wskaźnikowej, tj. $\mu_x(\boldsymbol{A})$, a mianowicie:

$$\mu_A(x) = 0 \Leftrightarrow x \notin \boldsymbol{A} \qquad \mu_A(x) = 1 \Leftrightarrow x \in \boldsymbol{A} \tag{1}$$

czyli $\mu_A(x) \in \{0,1\}$. Podstawą zaś teorii zbiorów rozmytych jest wprowadzenie w miejsce ostatniego wyrażenia następującego założenia:

$$\mu_A(x) \in [0,1], \tag{2}$$

czyli, że wartość (element) x może należeć do zbioru $\boldsymbol{A}$ w stopniu zawartym między 0 a 1, tj. między całkowitą nieprzynależnością a całkowitą przynależnością. Wartości $\mu_A(x)$ dla różnych x stanowią funkcję przynależności elementów (obiektów) x do zbioru $\boldsymbol{A}$.

Zbiory o tak określonej przynależności ich elementów są właśnie zbiorami rozmytymi. Dla tych zbiorów można sformułować odpowiednie operacje, analogicznie do operacji z klasycznej teorii zbiorów. I tak, jeśli oznaczymy przez $\boldsymbol{A}$ i $\boldsymbol{B}$ dwa zbiory rozmyte, zaś przez $\neg\boldsymbol{A}$ negację zbioru $\boldsymbol{A}$, czyli zbiór Ω-$\boldsymbol{A}$, to

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max \{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \ \forall x \in \Omega \tag{3}$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min \{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \ \forall x \in \Omega \tag{4}$$

$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \{\mu_A(x) \ \forall x \in \Omega. \tag{5}$$

Zauważmy także, że w zasadzie, w ramach powyższej konwencji

$$\boldsymbol{A} = \varnothing \ \Leftrightarrow \ \mu_A(x) = 0 \ \ \forall x \in \Omega. \tag{6}$$

Często wprowadza się ograniczenie, obowiązujące przy wprowadzaniu dowolnych określeń konkretnych zbiorów i operacjach na nich:

$$\Sigma_i \mu_{Ai}(x) = 1 \ \ \forall x \in \Omega, \text{ gdzie } \cup_i \boldsymbol{A}_i = \Omega. \tag{7}$$

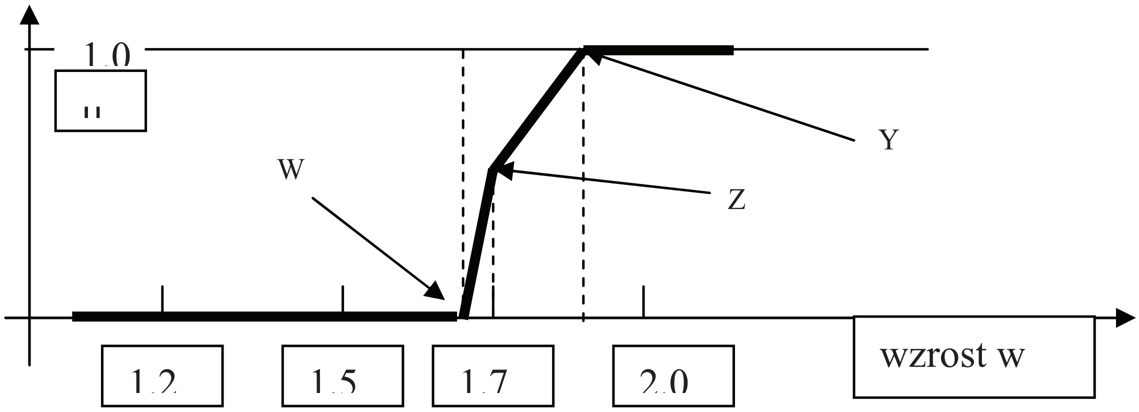
Ograniczenie to stanowi, że każdy z elementów uniwersum musi być „w całości" reprezentowany w ramach danego pełnego (wyczerpującego zbiór Ω) systemu zbiorów (rozmytych). W szczególności, taki pełny system zbiorów może składać się tylko z dwóch zbiorów: dowolnego $\boldsymbol{A} \subseteq \Omega$ oraz jego dopełnienia $\boldsymbol{A}^* = \neg\boldsymbol{A} = \Omega - \boldsymbol{A}$.

2.3. Ilustracje i kilka zagadnień technicznych

Rozpatrzymy teraz kilka aspektów wprowadzonych definicji na przykładach. Zauważmy, że jeśli $\Omega \subseteq R$, to odpowiednie zbiory $\boldsymbol{A} \subseteq \Omega$ są zbiorami „liczbowymi", bądź „przybliżeniami" liczb rzeczywistych. I tak, wyrażenie „wysoki mężczyzna", którego użycie nie wprowadza problemów komunikacyjnych, można interpretować jako odpowiadające pewnemu zbiorowi rozmytemu („wysocy mężczyźni") określonemu nad uniwersum liczb rzeczywistych o wartościach między 0 a 250 (wzrost wyrażony w cm). Przykład takiego zbioru pokazuje Rys. 1.

Kształt funkcji $\mu_A(x)$ jest dość arbitralny, określony na podstawie przesłanek o charakterze subiektywnym i obiektywnym (wiedza na temat „statystyki" wzrostu, własny wzrost, itp.). Użycie takiego domyślnego kształtu funkcji przynależności w potocznej komunikacji nie stanowi na ogół problemu. Jeśli jednak okaże się, że nastąpiło nieporozumienie dotyczące używanych przez uczestników funkcji przynależności, można dokonać odpowiednich uzgodnień, w tym przypadku przede wszystkim co do położenia punktów W [cm] i Y [cm], a być może także Z [cm].

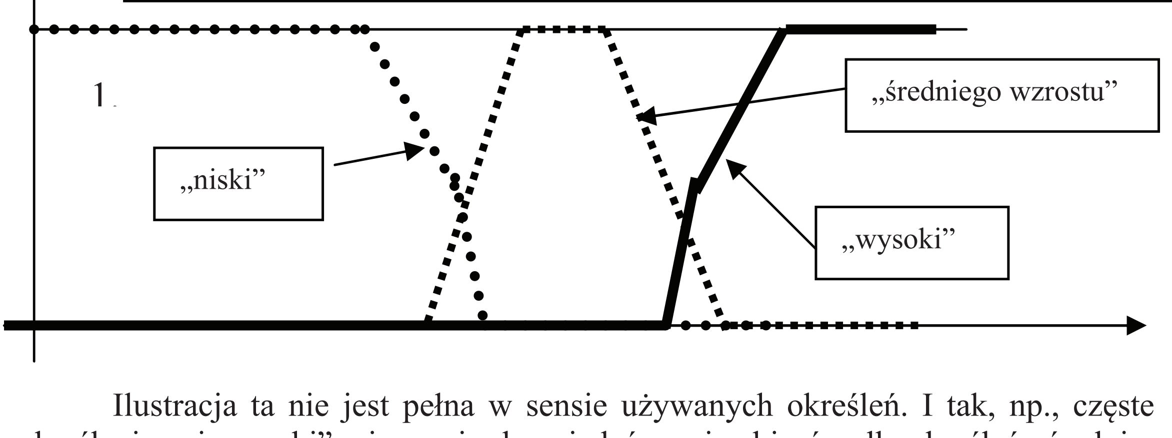
Rys.1. Przykład definicji zbioru rozmytego odpowiadającego pojęciu „wysoki”



Zauważmy, że dla tego przykładu możemy zdefiniować zbiór określeń i odpowiadających im zbiorów rozmytych, który wyczerpywać będzie rozpatrywane „uniwersum” wzrostów, $\Omega = [0,250]$, a zarazem zestaw używanych potocznie określeń, związanych z wzrostem. W ten sposób uzyskamy możliwość „klasyfikowania” (także rozmytego) poszczególnych obserwacji (osób), a więc i „dokonywania pomiarów” w sensie przypisywania poszczególnym obiektom odpowiednich kategorii spośród określeń języka naturalnego i wyrażających je zbiorów rozmytych.

Przykład, który w pewnej mierze ilustruje taką możliwość – ale i związane z tym zagadnienia techniczne i semantyczne, pokazany jest na kolejnym rysunku. Na rysunku tym pokazano kilka zbiorów rozmytych, odpowiadających powszechnie używanym podstawowym określeniom dotyczącym wzrostu.

Rys.2. Przykład definicji zbiorów rozmytych odpowiadających określeniu wzrostu



Ilustracja ta nie jest pełna w sensie używanych określeń. I tak, np., częste określenie „niewysoki”, nie musi odpowiadać sumie zbiorów dla określeń „średnie-go wzrostu" i „niski" (może ono wykluczać osoby wyjątkowo niskie), ani też być równoważne negacji określenia „wysoki".

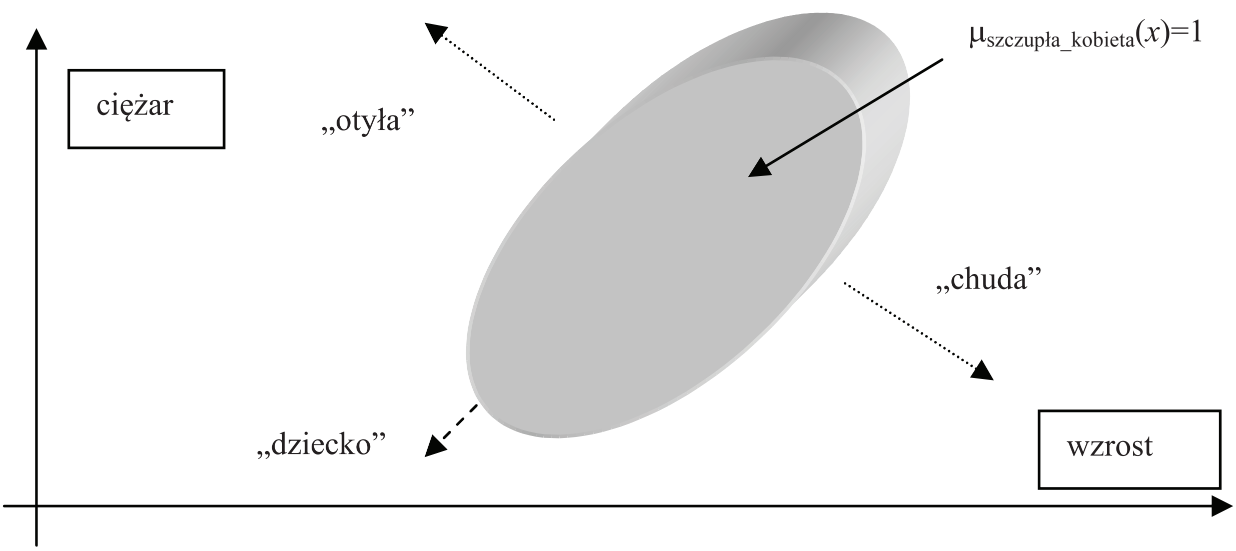
Zauważmy, że jeśli dla jakiejś zmiennej wprowadzamy pojęcia, które mają pozwolić na opis wszystkich przewidywanych sytuacji, to możemy wymagać, by spełnione było (7). Jest to szczególnie istotne, jeśli lingwistycznie wyrażone „pomiary" mają być podstawą formalnej procedury, w której wartości zmiennej są argumentami przekształceń. Łatwo się zorientować, że dokładne spełnienie ograniczenia (7) jest trudne, zwłaszcza, jeśli chcemy posługiwać się faktycznie używanymi określeniami języka naturalnego. Prostsze może się okazać spełnienie warunku

$$\Sigma_i \mu_{A_i}(x) \geq 1 \quad \forall x \in \Omega, \text{ gdzie } \cup_i \boldsymbol{A}_i = \Omega, \qquad (7')$$

tj., że wszystkie wartości zmiennej tworzące uniwersum są reprezentowane przez odpowiednie zbiory rozmyte, a więc i – potencjalnie – odpowiednie określenia języka naturalnego. Sytuacja ta może być akceptowalna, zwłaszcza, gdy niektóre wartości $x \in \Omega$ są w opinii osób, tworzących dany system pojęć i używających go, rzadsze i nie znajdują w pełni równoważników w postaci odpowiednich użytecznych pojęć.

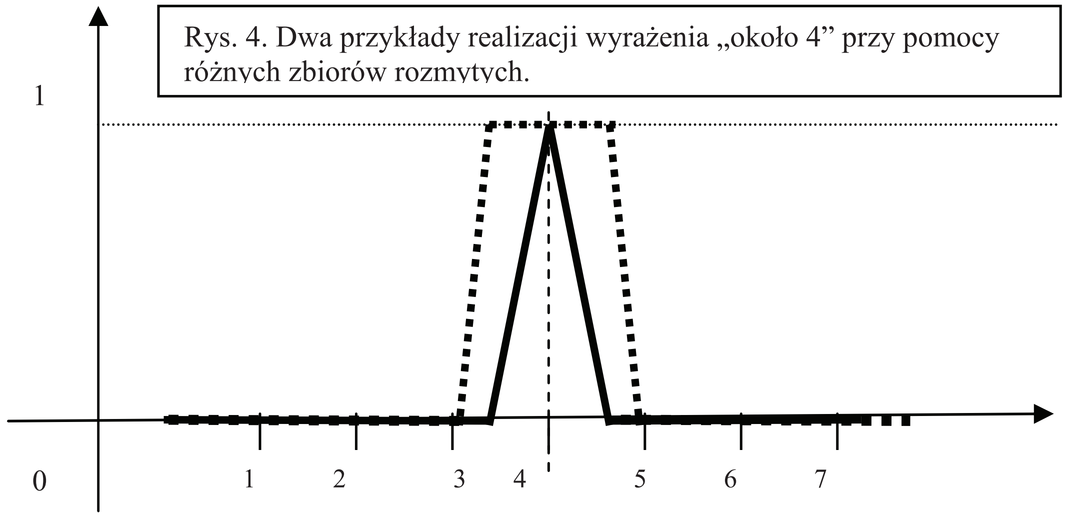
Zanim przejdziemy do kwestii związanych z drugim z przykładów, zilustrujemy jeszcze sytuację, w której uniwersum jest więcej niż jednowymiarowe. Niech rozpatrywanym określeniem będzie: „szczupła kobieta". Określenie to zdefiniowane jest w dwuwymiarowej przestrzeni ciężaru ciała i wzrostu (Rys. 3).

Rys. 3. Schematyczna ilustracja dwuwymiarowego zbioru rozmytego.



2.4. Określenie potencjału bojowego i przewagi

Przejdziemy obecnie do drugiego przykładu. Zauważmy najpierw, że zbiory rozmyte mogą być użyte do reprezentacji przybliżeń liczb rzeczywistych. Tak więc określenie „około 4" może przybierać postacie zbiorów rozmytych, których przykłady pokazano na Rys. 4.



Rys. 4. Dwa przykłady realizacji wyrażenia „około 4” przy pomocy różnych zbiorów rozmytych.

Przytoczone przykłady podstawowych operacji na zbiorach rozmytych i odpowiadających im określeń języka naturalnego są intuicyjnie zrozumiałe i akceptowalne, oraz formalnie poprawne. Zawierają one jednak arbitralności, poddane dyscyplinującym ograniczeniom formalnym. Sytuacja staje się jeszcze poważniejsza dla operacji na liczbach rozmytych, wymagających uzgodnień technicznych.

Załóżmy zatem, że mamy do czynienia z formacjami zbrojnymi dwóch stron konfliktu, oznaczonych $\boldsymbol{A}$ i $\boldsymbol{B}$, oraz że siły obu stron można przedstawić w postaci wektorów, $A = \{a_1,...,a_k,...,a_n\}$, $B = \{b_1,...,b_k,...,b_n\}$, gdzie n jest liczbą rozważanych elementów składających się na potencjał bojowy (uzbrojenie, wyposażenie, siła żywa, zapasy itp.), o indeksie k. Zatem a_k, b_k są ocenami wartości bojowej odpowiadających sobie elementów sił obu stron. Oceny te powinny uwzględniać stan techniczny, zużycie, sprawność itp. cechy odpowiedniego elementu potencjału bojowego. Dla wektorów A i B dokonujemy, na potrzeby planowania działań bojowych, oceny całości potencjału bojowego obu stron, przy pomocy funkcji $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{P}$: $R^n \rightarrow R$, przyporządkowującej wektorom ocen elementów sił zbrojnych ocenę całościową, będącą liczbą rzeczywistą. Funkcja $\boldsymbol{P}$ w najprostszych stosowanych przypadkach jest liniową kombinacją $P(A) = AP = \Sigma_k a_k p_k$, o współczynnikach p_k. Choć z punktu widzenia sztuki wojennej taka ocena całościowego potencjału bojowego jest niewłaściwa, jej prostota powoduje, że jest stosowana. Bardziej prawidłowa ocena potencjału bojowego musiałaby bowiem nie tylko być nieliniowa względem argumentów (np. kwestia prawidłowych proporcji odpowiednich formacji i rodzajów uzbrojenia itp.), ale musiałaby być zależna od konkretnej sytuacji (zróżnicowana przydatność w określonych warunkach). O ile drugi z postulatów można uwzględnić w powyższym modelu liniowym w postaci odpowiedniego zróżnicowania współczynników p_k, o tyle oszacowanie współczynników modelu nieliniowego wydaje się być zagadnieniem bardzo trudnym. Dla celów niniejszego przykładu pozostaniemy przy używanym w praktyce i posiadającym najszerszą literaturę modelu liniowym.

Jeśli rozpatrujemy sytuację potencjalnego konfliktu, to najistotniejsze jest porównanie potencjałów bojowych, $P(\boldsymbol{A})$ i $P(\boldsymbol{B})$. Pod warunkiem odpowiedniej normalizacji (w tym przypadku: wartości / normy wektora $\underline{P} = \{p_k\}_k$), możemy przyjąć, że jeśli $\Delta P(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) = P(\boldsymbol{A}) - P(\boldsymbol{B}) < -0.5$, to strona B ma przewagę, (8a)

jeśli $\Delta P(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) = P(\boldsymbol{A}) - P(\boldsymbol{B}) > -0.5$, to strona A ma przewagę, (8b)

jeśli zaś $\Delta P(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) = P(\boldsymbol{A}) - P(\boldsymbol{B}) \in [-0.5, 0.5]$, to nie ma wyraźnych wskazań co do przewagi którejś ze stron. (8c)

Zauważmy, jak ważne decyzje mogą zależeć od powyższych ocen liczbowych. Jeżeli dla pewnego $\underline{P}$ wyznaczona zostanie wartość $\Delta P(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) = 0.55$, a w rzeczywistości $\Delta P(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}) = 0.42$, to może zostać popełniony zasadniczy błąd w sztuce wojennej.

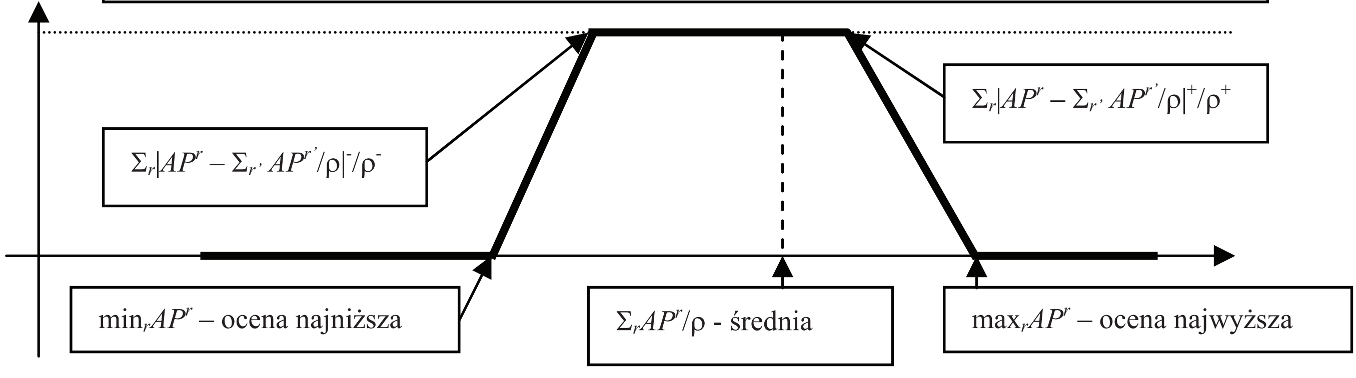
Posłużono się tutaj „dokładnymi” (punktowymi) wartościami zarówno $\{a_k, b_k\}_k$, jak i $\{p_k\}_k$. Ze względu na charakter sytuacji nie jest możliwe analizowanie ewentualnych własności probabilistycznych czy choćby częstościowych poszczególnych elementów. Wiemy, że wszystkie występujące w procedurze wielkości są przybliżeniami, i ich wartości są obarczone istotnymi błędami. Zarazem – znamy oceny tych wielkości i zależności między nimi, z których powinniśmy skorzystać.

Rozpatrzmy tylko jeden aspekt przykładu: ocenę sumaryczną. Ograniczenie do tego aspektu może być konsekwencją niemożności przeprowadzenia analizy dla wszystkich wielkości $\{a_k, b_k\}_k$, $\{p_k\}_k$. Zamiast prowadzić taką analizę możemy jedynie zastosować, jeśli istnieją – a istnieją – alternatywne techniki wyznaczania $P(\boldsymbol{A})$ i $P(\boldsymbol{B})$, aby w ten sposób uzyskać lepiej uzasadniony obraz sytuacji.

Drugie podstawowe założenie, to dokonywanie oceny z punktu widzenia jednej ze stron, powiedzmy, $\boldsymbol{A}$, zatem dokładność i pewność ocen dla obu stron są wyraźnie różne. Oznacza to, że nie powinniśmy agregować posiadanej informacji „mechanicznie” do wartości $\Delta P(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$ i dopiero potem ją analizować, lecz dokonać przynajmniej częściowej analizy na poziomie wartości $P(\boldsymbol{A})$ i $P(\boldsymbol{B})$.

Oznaczmy akceptowane techniki wyznaczania potencjału bojowego AP^r, $r=1,...,\rho$, gdzie r jest indeksem techniki (skąd współczynniki p_{kr}). Aby nie utracić informacji związanej z różnymi wartościami AP^r, zamiast posłużyć się, np. wartością średnią ($\Sigma_r AP^r/\rho$), zbudujemy zbiór rozmyty, stanowiący odzwierciedlenie informacji zawartej w $\{AP^r\}$. Zasada budowy tego zbioru – liczby rozmytej – podsumowującego $\{AP^r\}$, może być jak to zilustrowano na poniższym diagramie:

Rys. 5. Propozycja zasady określania zbioru rozmytego odpowiadającego syntezie ocenie potencjału bojowego na podstawie różnych technik oceny.

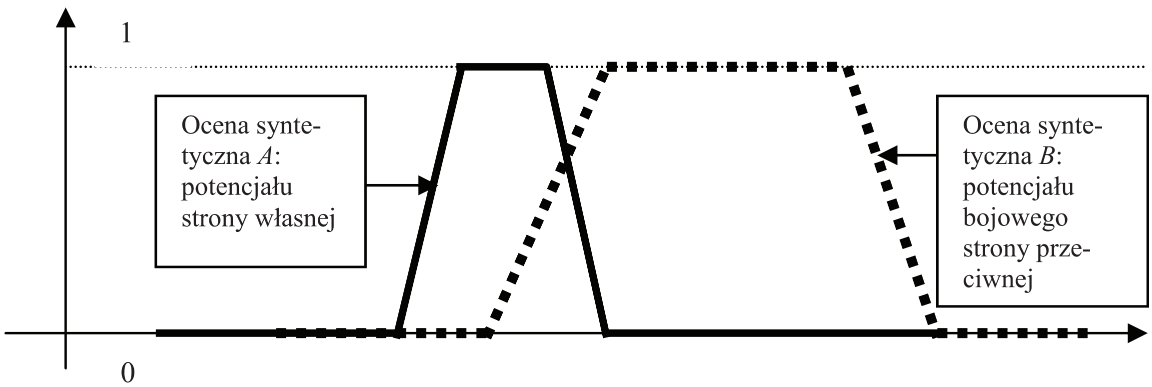


Wartości $\Sigma_r|AP^r - \Sigma_{r'} AP^{r'}/\rho|^-/\rho^-$ oraz $\Sigma_r|AP^r - \Sigma_{r'} AP^r/\rho|^+/\rho^+$ oznaczają, odpowiednio, średnie odchylenia ocen w górę i w dół od średniej (ρ^- i ρ^+ oznaczają, odpowiednio, liczby ocen poniżej i powyżej średniej).

Propozycja z Rys. 5 powinna być przedmiotem analizy merytorycznej i odpowiednich uzgodnień. W szczególności, należy uwzględnić fakt, że możemy dysponować różną liczbą ocen. Rys. 5 prezentuje propozycję, odpowiadającą większej liczbie różnych technik oceny. Poza tym, w istocie, wartości potencjału bojowego mogą być bądź niższe niż najniższa ocena, bądź też wyższe niż ocena najwyższa. Rys. 5 wyznacza więc raczej punkt startowy dyskusji i uzgodnień dotyczących sposobu, w jaki w warunkach faktycznych sytuacji planowania działań bojowych będą dokonywane oceny syntetyczne potencjału bojowego zaangażowanych stron.

Jeśli rozważamy konkretną sytuację planowania działań bojowych, to, naturalnie, nasza ocena jednej ze stron („naszej”) jest znacznie dokładniejsza i precyzyjniejsza niż ocena drugiej ze stron („przeciwnika”). Dlatego też postać reprezentacji oceny potencjałów bojowych obu stron może przybierać postać w pewnej mierze analogiczną do przedstawionej na Rys. 6.

Rys. 6. Porównanie potencjałów bojowych reprezentowanych przez oceny syntetyczne w postaci zbiorów rozmytych

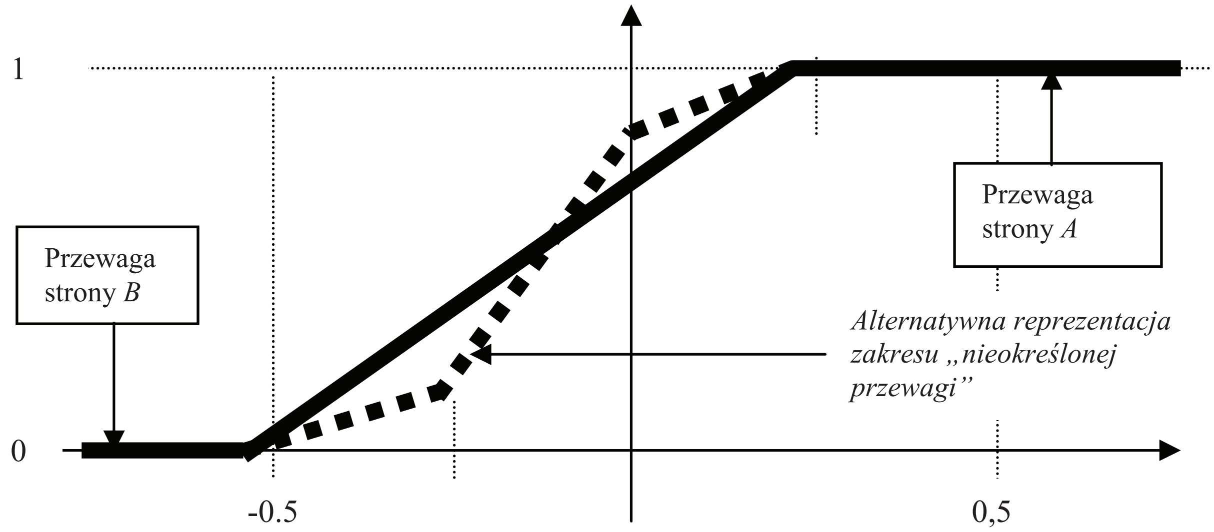


Liczby rozmyte, zilustrowane na Rys. 6, należy od siebie odjąć, aby ocenić stosunek sił („przewagę”). Niezależnie od postulowanego już uzgodnienia zasad arytmetyki liczb rozmytych, otrzymany wynik będzie, oczywiście, liczbą rozmytą. W celu podjęcia decyzji, należy tę liczbę ocenić przy pomocy zależności analogicznych do (8a,b,c). Ilustrację możliwego wyglądu wyniku operacji, prowadzących do otrzymania „przewagi”, pokazuje Rys. 7.

3. Propozycja techniczna

Obecnie przedstawimy pewną propozycję techniczną, jako konsekwencję poprzednich rozważań. Dotyczy ona procedury podejmowania decyzji planistycznych w zakresie działań bojowych, związanych z reprezentacją wielkości niepewnych i nieokreślonych przy pomocy zbiorów rozmytych, najlepiej – odpowiadających określeniom języka naturalnego, które mogą wystąpić w procedurze planistycznej.

Rys. 7. Reprezentacja „przewagi strony *A*” na podstawie różnicy potencjałów bojowych dwóch przeciwnych stron.



Rozpatrzony w poprzednim punkcie przykład określenia potencjału bojowego i przewagi opisuje tylko jeden, jakkolwiek bardzo ważny element docelowej procedury. Biorąc, zatem, pod uwagę spostrzeżenia z poprzedniego punktu, przy projektowaniu całościowej procedury, związanej z konkretnymi zastosowaniami metodyki PRODEC należy przestrzegać następujących zasad:

- **A**. wielkości nieokreślone i niepewne muszą mieć ustalone miejsce i rolę w procedurze podejmowania decyzji, jako elementy warunków, przybierających postacie określonych wyrażeń logicznych lub rachunkowych;
- **B**. dla każdej takiej wielkości należy ustalić sposób (zasady i algorytm) konstruowania odpowiedniego zbioru rozmytego lub zbiorów rozmytych, odpowiadających jej różnym wartościom (wyrażeniom lingwistycznym), bądź ustalić konkretne postacie tych zbiorów;
- **C**. uwzględniać, poza aspektem „rachunkowym” i merytorycznym (czynniki warunkujące i ich wpływ), także wiedzę co do zakresów niepewności i nieokreśloności poszczególnych wielkości, istotną dla aspektów związanych z reprezentacją nieokreśloności i niepewności i operacjami na tej reprezentacji;
- **D**. unikać procedur obliczeniowych, w których zbiory rozmyte podlegają wielokrotnym przekształceniom; pociąga to za sobą zazwyczaj „spłaszczenie” zbiorów rozmytych i konieczność wprowadzenia kolejnej arbitralnej operacji „defuzyfikacji”, czyli przywrócenia „odpowiedniej wypukłości” lub „precyzji” otrzymywanym w wyniku przekształceń zbiorom rozmytym.

Na tle przedstawionych uwag możemy zaprezentować obecnie kilka elementów realizacji reprezentacji wielkości przewagi, istotnej dla procedury decyzyjnej. Składa się ona z następujących etapów:

1. na podstawie różnych technik oceny potencjału bojowego (o indeksie *r*) wyznaczamy oceny potencjału bojowego zarówno sił „naszych” (*A*), jak i „przeciwnika” (*B*), w postaci dwóch zbiorów liczb rzeczywistych, będących iloczynami skalarnymi, AP^r i BP^r;
2. na podstawie $\{AP^r\}$ i $\{BP^r\}$ sporządzamy dwie oceny syntetyczne w postaci odpowiednich zbiorów rozmytych, analogicznie do Rys.6, po uzgodnieniu kształtu i parametrów funkcji reprezentujących oceny;
3. zastosowanie zaakceptowanej definicji różnicy lub odległości między liczbami rozmytymi pozwala na ocenę wyniku porównania potencjałów bojowych dwóch zaangażowanych stron.

Zaznaczmy, że tego rodzaju procedury mogą być także niezmiernie proste, zachowując przy tym poprawność merytoryczną i formalną. Przykładem takiej stosunkowo prostej procedury niech będzie ustalenie liczby rozmytej „*szybkość posuwania się oddziałów przeciwnika*”. Jeśli odpowiednie normy przewidują zróżnicowanie szybkości posuwania się określonej formacji w zależności od terenu, to jest rzeczą oczywistą, że w terenie „rzeczywistym” szybkość faktyczna będzie pewną konkretną liczbą, różniącą się jednak zapewne wyraźnie od tych różnych ocen. Na potrzeby procedury decyzyjnej możemy zatem zaproponować wyrażenie tej wielkości (lub jej pewnej prostej funkcji, np. „*czas przebycia odległości między stanowiskiem wyjściowym a linią T*”) przy pomocy odpowiedniego zbioru rozmytego, opartego na znanych normach oraz ocenie faktycznych warunków:

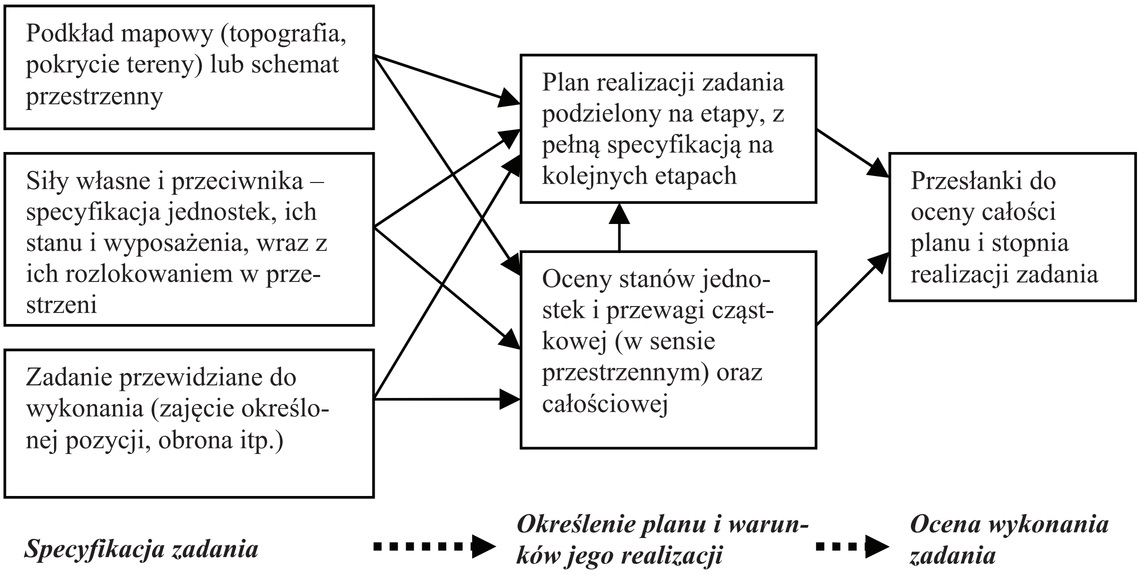
4. Realizacja w ramach aplikacji PRODECON

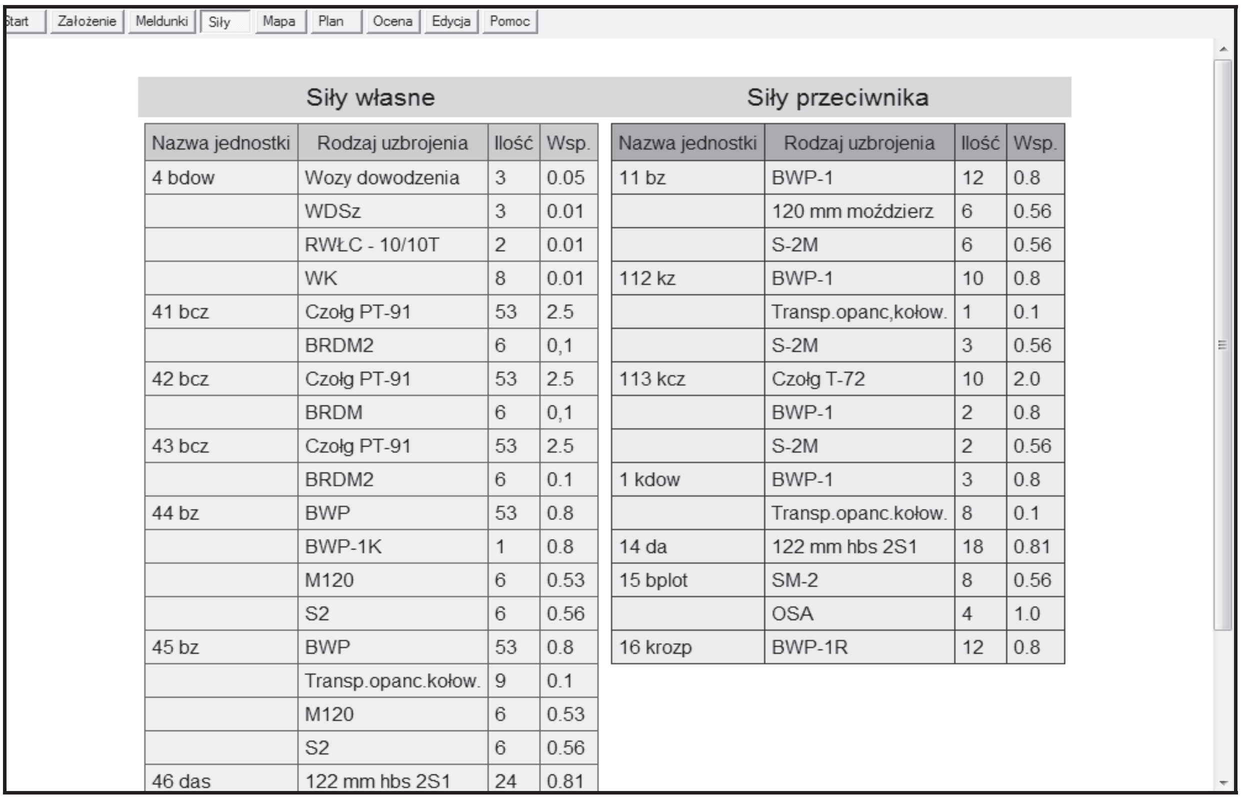
W ramach aplikacji PRODECON, opracowanej i przetestowanej w trakcie projektu o tej samej nazwie, zrealizowano niektóre z wymienionych powyżej przesłanek zastosowania zbiorów rozmytych do wspomagania decyzji dowódczych. Głównym przeznaczeniem opracowanej aplikacji było właśnie sprawdzenie efektywności i sensowności zastosowania formizmu i narzędzi zbiorów rozmytych w rozpatrywanej dziedzinie. Ogólny schemat działania i wykorzystania aplikacji pokazano na Rys. 8.

Jedną z zasadniczych funkcji aplikacji jest specyfikacja sił własnych i przeciwnika, jak to zilustrowano na Rys. 9. Ta specyfikacja odpowiada dokładnie obrazowi rozlokowania sił w przestrzeni, jak to pokazano na kolejnym rysunku, Rys. 10.

Położenie poszczególnych wyróżnionych jednostek może być zmieniane przy pomocy prostego przesunięcia myszką na ekranie. Co jednak najważniejsze, rozpatrywany obszar może być podzielony na części o kształtach ograniczonych liniami łamanymi, umownie nazywane „rejonami”, w których sytuacja decyzyjna jest rozpatrywana osobno, lub też w ich odpowiednich konfiguracjach. Po odpowiednim ustawieniu jednostek na podkładzie mapowym, są one przypisywane „rejonom” i dla tych rejonów, lub też dla całości sytuacji, wyznaczany jest stosunek sił.

Rys. 8. Schemat działania i wykorzystania aplikacji PRODECON





tart | Założenie | Meldunki | Siły | Mapa | Plan | Ocena | Edycja | Pomoc

Siły własne

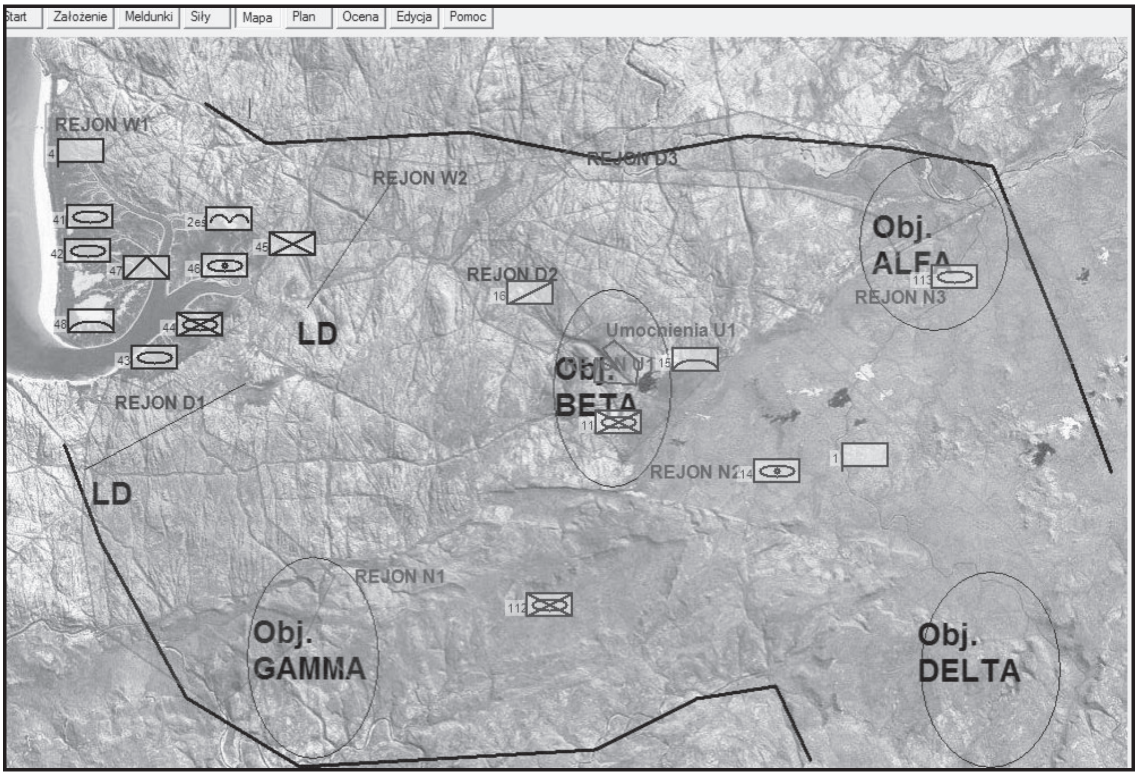
Nazwa jednostki	Rodzaj uzbrojenia	Ilość	Wsp.
4 bdow	Wozy dowodzenia	3	0.05
	WDSz	3	0.01
	RWŁC - 10/10T	2	0.01
	WK	8	0.01
41 bcz	Czołg PT-91	53	2.5
	BRDM2	6	0,1
42 bcz	Czołg PT-91	53	2.5
	BRDM	6	0,1
43 bcz	Czołg PT-91	53	2.5
	BRDM2	6	0.1
44 bz	BWP	53	0.8
	BWP-1K	1	0.8
	M120	6	0.53
	S2	6	0.56
45 bz	BWP	53	0.8
	Transp.opanc.kołow.	9	0.1
	M120	6	0.53
	S2	6	0.56
46 das	122 mm hbs 2S1	24	0.81

Siły przeciwnika

Nazwa jednostki	Rodzaj uzbrojenia	Ilość	Wsp.
11 bz	BWP-1	12	0.8
	120 mm moździerz	6	0.56
	S-2M	6	0.56
112 kz	BWP-1	10	0.8
	Transp.opanc,kołow.	1	0.1
	S-2M	3	0.56
113 kcz	Czołg T-72	10	2.0
	BWP-1	2	0.8
	S-2M	2	0.56
1 kdow	BWP-1	3	0.8
	Transp.opanc.kołow.	8	0.1
14 da	122 mm hbs 2S1	18	0.81
15 bplot	SM-2	8	0.56
	OSA	4	1.0
16 krozp	BWP-1R	12	0.8

Rys. 9. Zrzut z ekranu aplikacji PRODECON dla specyfikacji sił

Właśnie w specyfikacji i wyznaczaniu wynikającego z niej stosunku sił największą rolę odgrywa w aplikacji PRODECON zastosowanie zbiorów rozmytych. Ilustracją sposobu, w jaki jest to technicznie – od strony użytkownika – wykonywane jest Rys. 11. Dla wybranej jednostki można w sposób „dokładny" lub „rozmyty" określić wielkość strat (lub: faktyczny stan) w stosunku do normatywnego (lub wyjściowego). Tak, jak i wiele innych operacji, wykonywane jest to przy pomocy myszki wprost na podkładzie mapowym, po wybraniu jednostki.



Rys. 10. Ilustracja rozlokowania sił na podkładzie mapowym w aplikacji PRODECON. Jednostki są przesuwane przy pomocy myszki i przypisywane do określonych (tutaj nie pokazanych) części rozważanego obszaru

Na podstawie tak zmodyfikowanych specyfikacji stanu wyznaczany jest następnie stosunek sił, prowadzący do określenia przewagi, w sposób analogiczny do poprzednio nakreślonego, najważniejszej dla podejmowania odpowiednich decyzji. Aplikacja pozwala na badanie wariantów w tym zakresie, a zatem i na wybór najlepszej decyzji, przynajmniej w klasie, określonej przez pragmatyczne możliwości dokonywania tego typu analizy.

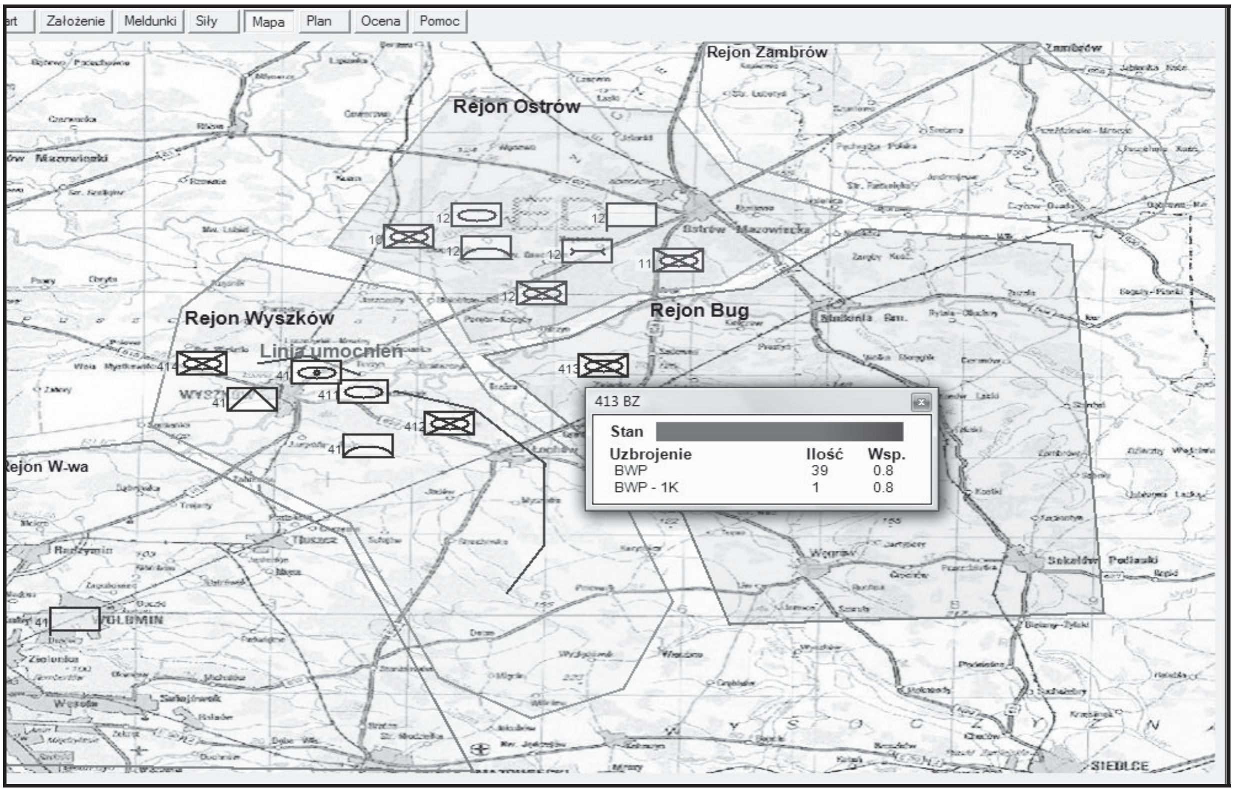
5. Podsumowanie

Artykuł prezentuje zarys podejścia do wspomagania decyzji dowódczych z uwzględnieniem niepewności, wynikającej z niedokładności i nieokreśloności informacji ilościowej, reprezentowanej przy pomocy zbiorów rozmytych, a także konkretną realizację w ramach aplikacji PRODECON. Przetestowana i prosta, a zarazem wszechstronna, aplikacja pozwala na dalsze prowadzenie testów i modyfikację tego narzędzia, zgodnie z następującymi głównymi trzema przesłankami:

-- praktyczna możliwość i efektywność reprezentowania niepewności przy pomocy zaproponowanej metodyki, sprawdzona przy pomocy szeregu konkretnych ćwiczeń (rozumienie znaczenia niepewności i rozmytości, rozróżnianie sytuacji o różnych stopniach niepewności itp.);

-- niezbędne uzupełnienia istniejącego narzędzia, także sformułowane w wyniku konkretnych ćwiczeń i napotkanych trudności, lub niespełnionych potrzeb;

-- najbardziej obiecujący kierunek rozwoju narzędzia i metodyki, jako wyznaczający perspektywiczny kierunek dalszych prac, zarówno w zakresie metodycznym, jak i programistycznym.



Rys. 11. Specyfikacja faktycznego stanu jednostki przy pomocy wielkości rozmytej

Literatura

http://www.cs.put.poznan.pl/dobek/zim/mikroproj/fuzzy/DOC/home5.html

http://www.cs.put.poznan.pl/rklaus/logika_rozmyta/pliki/definicja.htm

Machowska-Szewczyk M., Banaś J. (1999) Method of Putting Trapezoidal Fuzzy Numbers in Order. *Advanced Computer Systems*. Informa, Szczecin, 175-179.

Machowska-Szewczyk M. (2003) Miara podobieństwa obiektów opisanych przez cechy rozmyte. *Taksonomia 10*, Wrocław, AE.

Mażbic-Kulma B., Kałuszko A., Ziółkowski A. (2006) Komputerowe modelowanie procesu dowodzenia. W: J. Stachowicz, A. Straszak, St. Walukiewicz, red., *Badania Operacyjne i Systemowe 2006: Wiedza systemowa dla rozwoju regionów i przedsiębiorstw w Polsce*. EXIT, Warszawa, 255-262.

Spustek H., Chełminiak T., Krakowski K., Kaczmarczyk B., Mazurek Z. (2006) Problem wyboru wariantu działania w procesie dowodzenia. W: J. Stachowicz, A. Straszak, St. Walukiewicz, red., *Badania Operacyjne i Systemowe 2006: Wiedza systemowa dla rozwoju regionów i przedsiębiorstw w Polsce*. EXIT, Warszawa, 263-268.

Viattchenin D.A. (2005) Rasstoianiya mezhdu nechetkimi mnozhestvami tipa 2i ikh primeneniye k resheniyu zadach identifikatsii. Preprint.

Yong, Deng (2006) A modified similarity measure of generalized fuzzy numbers. Zgłoszone do *Control & Cybernetics*.