PRZEGLĄD KRYTYCZNY DZIEŁA

P. G. H. NIEWĘGŁOWSKIEGO

POD TYTUŁEM

TRYGONOMETRYA

Z TEORYĄ ILOŚCI UROJONYCH I Z NOTAMI.

NAPISAŁ

WŁ. GOSIEWSKI.

(Przedstawiono na posiedzeniu Towarzystwa d. 5 Października 1871 r.).

W dalszym ciągu wydawnictwa dzieł matematycznych przez Bibliotekę Kórnicką, ukazała się w roku 1870 *Trygonometrya z teoryą ilości urojonych i z notami przez p. G. H. Niewęgłowskiego professora matematyki. Paryż, w księgarni K. Królikowskiego* 20, *ulica de Seine. Warszawa, w księgarni M. Glücksberga na Krakowskiem-Przedmieściu*, 1870, in 8°, na pięknym białym papierze stronic 407. Książka ta stanowi trzeci tom z rzędu dzieł matematycznych tego samego autora, z których dwa pierwsze tomy to jest Arytmetyka i Geometrya były krytycznie rozebranemi przez pana Adolfa Sągajło w pierwszym tomie *Pamiętnika Towarzystwa Nauk Ścisłych* w Paryżu. W niniejszym artykule mam zamiar podać niektóre spostrzeżenia dotyczące tomu trzeciego.

Zbyteczném jest zapewne nadmieniać o staranném wydaniu Trygonometryi p. Niewęgłowskiego, którém jak zresztą już wiadomo odznaczają się wszystkie dzieła wychodzące nakładem Biblioteki Kórnickiéj; przystępujemy zatém do właściwego jéj ocenienia, dodając przytém uwagi odnoszące się do samego wykładu Trygonometryi.

Z dwóch różnych stanowisk na przedmiot, cel i ważność trygonometryi zapatrywać się wypada. Najprzód jako składowa część całéj organizacyi nauk matematycznych, trygonometrya stanowi węzeł łączący matematykę elementarną z matematyką wyższą; w niéj to uczeń pierwszy raz spotyka się z pojęciem funkcyi, tém zasadniczém jak wiadomo pojęciem całéj wyższéj matematyki; w niéj nabywa również ogólniejszego wyobrażenia o znaczeniu znaków *mniéj* i *więcéj* i poznaje już gruntownie korzyści jakie się z przyjęcia ich osiągają; powtóre, podawszy zasadnicze własności funkcyj kołowych przystępuje do ich zastosowań geometrycznych, gdzie zapoznaje ze sposobem wprowadzenia w rachunek kątów, a raczéj ze sposobem wyrugowania ich z rachunku za pomocą funkcyj kołowych. Te dwa ważne względy powinny zdaniem naszém przewodniczyć w wykładzie trygonometryi, co również profesor Niewęgłowski uczynił odróżniając naukę o funkcyach kołowych od właściwéj trygonometryi; cała Księga Pierwsza i ostatni rozdział (*funkcye kołowe zmiennych urojonych*) Księgi Czwartéj zawierają studya nad samemi funkcyami kołowemi, podczas gdy w księgach drugiéj i trzeciéj traktuje się właściwa trygonometrya prostolinijna i sferyczna.

Nauczyciel czy autor trygonometryi, pojmujący dobrze trudności jakich uczeń doświadcza w nabywaniu zasadniczych pojęć matematyki, wyłoży definicye i własności funkcyj kołowych z całą ścisłością i z całą oględnością na wszystkie delikatne punkty, któreby w umyśle początkującego mogły zrodzić jaką wątpliwość. Warunkom tym profesor Niewęgłowski odpowiedział w zupełności; czujemy się jednak w obowiązku wyjawić nasze zdanie co do definicyi funkcyj kołowych, które jak czytelnik zaraz zobaczy, jest cokolwiek odmiennném od zdania szanownego autora.

Przyjąwszy za określeniee wstawy, zgodnie z profesorem Niewęgłowskim definicyę na stron. 4, («Wstawą *łuku jest liczba, dodatn aalbo odjemna, która mierzy prostopadłą spuszczoną z jednéj skrajności tego łuku na średnicę przechodzącą przez drugą skrajność*») dalibyśmy za definicyę dostawy to jéj określenie które na stron. 17 wynika, («Dostawą *łuku jest liczba, dodatna albo odjemna, która mierzy odległość środ kakoła, od spodka wstawy tego łuku*») następnie zaś określilibyśmy *styczne*, *sieczne*, *dotyczne* i *dosieczne* jako funkcye wstawy i dostawy. W ten sposób jak łatwo czytelnik widzieć może, uniknęłoby się nowéj umowy co do znaków, którą profesor Niewęgłowski w ustępie *o Siecznéj* (stron. 13) wprowadza, umowy, niemogącéj nawet mieć miejsca, albowiem prawo co do znaków siecznéj i dosiecznéj wynika bezpośrednio z definicyi tych funkcyj i z umowy przyjętéj co do znaków wstawy i dostawy.

Na mocy téj uwagi, dowodzenie geometryczne *związków pomiędzy liniami trygonometrycznemi jednego łuku* (str. 24) nie przedstawiałoby już uczącemu się żadnéj prawie nowości pod względem samej nauki, ale tylko mogłoby służyć jako objaśnienie przyczyny nazwania takiego a nie innego funkcyj kołowych. Wreszcie, jednostajność jaka się w ten sposób zaprowadza ułatwia wiele początkującemu oryentowanie się co do znaków innych linij trygonometrycznych, jeżeli pamięta znaki wstawy i dostawy, co już jest rzeczą dosyć łatwą.

Témbardziéj skłonni bylibyśmy do takiéj a nie innéj definicyi funkcyj kołowych w przypadku, gdy profesor Niewęgłowski zamieszcza wiadomości o *funkcyach kołowych zmiennéj urojonéj* (stron. 379), gdzie jak wiadomo wstawa i dostawa określają się przez szeregi, a pozostałe funkcye kołowe definiują się jako funkcye wstawy i dostawy.

Pomimo to uwaga moja, chociażby nawet najsłuszniejsza, nie zmniejsza bynajmniéj wartości poglądu p. Niewęgłowskiego, który jest zgodny zresztą z poglądami we wszystkich innych dziełach o trygonometryi; i definicye geometryczne funkcyj kołowych, przy których szanowny autor zostaje, mają także swoje korzyści, wrażając w umyśle młodego ucznia cały obraz linij trygonometrycznych.

Lecz co jest ważném jeszcze do nadmienienia w księdze pierwszéj, to sposób dodawania łuków (str. 37) to jest sposób otrzymania wzorów na wst$(a+b)$, dos$(a+b)$, i t. d. Profesor Niewęgłowski używa w tym celu metody rzutów, których teoryę na końcu poprzedzającego rozdziału (str. 29) bardzo przystępnie i jasno wyłożył. Metoda ta, nieużywana po większéj części w innych nawet bardzo wysoko cenionych dziełach o trygonometryi, posiada tę zaletę że stosuje się w każdym przypadku, jakie kolwiek byłyby łuki a i b rzetelne, gdy tymczasem stosując w tym samym celu inne sposoby, prawdziwość otrzymanych wzorów potrzeba oddzielnie dowodzić, jeżeli chcemy przez a i b rozumieć łuki dodatne lub odjemne i większe od cwierci okręgu koła. Niedogodność tę i trudności ztąd wynikające dla ucznia czuł dobrze uczony profesor, czemu chcąc zaradzić umieścił bardzo dowcipny i łatwy sposób dowodzenia formuł na wst$(a+b)$ i dos$(a+b)$ za pomocą rzutów.

Z równą także korzyścią, dla będącego w mowie dzieła, zastosował profesor Niewęgłowski podobną metodę w dowodzeniu *fundamentalnéj formuły* trygonometryi sferycznéj (str, 231). To ostatnie dowodzenie o ile mi wiadomo nie istniało dotąd w żadnéj prawie trygonometryi, słusznie więc wdzięczność za nie winniśmy p. Niewęgłowskiemu. Nadmienić mi jednak wypada, że taki sam sposób dowodzenia formuł trygonometryi sferycznéj znany mi był przed tém (1866 r.) od p. *Zygmunta Wojciechowskiego* obecnie Magistra Nauk Matematyczno-Fizycznych b. Szkoły Głównéj Warszawskiéj, a wówczas ucznia téjże szkoły, który nietylko tę jednę formułę ale i inne jeszcze za pomocą rzutów otrzymał. Na zakończenie przeglądu Księgi pierwszéj należy jeszcze zanotować, że rozdział pod tytułem *Tablice funkcyj kołowych* (str. 89) jest bardzo pięknie opracowanym, szczególniéj zaś odznacza się samodzielnością ustęp *o logarytmach ilości trygonometrycznych* od 0^0 do 5^0 (str. 113).

Przechodząc do innych Ksiąg Trygonometryi p. Niewęgłowskiego, winniśmy mu oddać ten sam hołd, na jaki zasłużył za Księgę pierwszą. Przedmiot w ogóle wszędzie jest bardzo starannie i sumiennie opracowany i urozmaicony takiemi ustępami jak *Poprzeczne* i *pęki*, *Rzuty powierzchne*, *Zagadnienia Pascala* i *Fermata*, w trygonometryi zaś sferycznéj, cały ustęp pod tytułem *Zastosowania trygonometryi do figur sferycznych* stanowi prawdziwą ozdobę Trygonometryi p. Niewęgłowskiego, którą się tylko ona jedyna poszczycić może. W końcu dwie ostatnie Noty a szczególniej Nota II zasługują także na uwagę, tak pod względem swojéj treści jak i samodzielnego opracowania. Winniśmy jednak wyrazić nasz żal, że w tak obszerném dziele jak Trygonometrya p. Niewęgłowskiego, nie spotykamy ani wzorów różniczkowych trygonometryi sferycznéj. ani innych formuł częstego w Astronomii i Geodezyi użycia, a któreby do Księgi czwartéj powinny się zaliczać; spodziewamy się że uczony profesor, zważywszy na najważniejsze może zastosowanie trygonometryi w Astronomii i Geodezyi, braki te w nowém wydaniu uzupełni.

Jeżeliby chodziło o program wykładu Trygonometryi w całém znaczeniu tego wyrazu, dzieło p. Niewęgłowskiego stanowić może typ pod tym względem, z uwagami jednak które z ciągu recenzyi wynikają. I tak, Księga pierwsza z dodaniem do niéj ostatniego rozdziału (*Funkcye kołowe zmiennych urojonych*) Księgi czwartéj poprzedzonego *teorya ilości urojonych*, powinna stanowić Księgę pierwszą, którąby można zatytułować « *Teorya funkcyj kołowych*, » Księgi druga i trzecia pozostają na swoich miejscach, czwarta zaś Księga wzbogacona formułami używanemi w Astronomii i Geodezyi i wzorami różniczkowemi trygonometryi sferycznéj zamykałyby wykład całéj Trygonometryi. Rozumie się samo przez się że program taki obejmuje Trygonometryę w całéj rozciągłości, w miarę więc zakresu jaki sobie naznaczamy zmieniéby go wypadało. W elementarnych wykładach trygonometryi poprzestaje się zwyczajnie na teoryi fukcyj kołowych zmiennéj rzetelnéj, i na zastosowaniu téjże teoryi do figur tylko płaskich, w szczególności zaś trójkątów płaskich, co stanowi Trygonometryę prostolinijną właściwą.

Po tych uwagach odnoszących się do saméj treści układu i sposobu traktowania Trygonometryi przez p. Niewęgłowskiego, pozostaje w końcu ocenienie jego dzieła pod względem języka. Przedmiot to dla mnie nierównie trudniejszy; nie posiadając bowiem sam talentu pięknego pisania, podejmuje się wykazać przymioty i wady kogo innego. Na usprawiedliwienie moje posiadam tylko tę jednę zasadę, *że łatwiéj jest widzieć cudze błędy, aniżeli samemu ich uniknąć.*

Trygonometrya p. Niewęgłowskiego która ze względu na treść, układ i sposób traktowania należy niezawodnie do pierwszorzędnych dzieł tego rodzaju, traci cokolwiek swojéj wartości, z powodu niejasnego języka. Sposoby i metody dowodzenia używane przez uczonego profesora, a zkądinąd jasne i łatwe, stają się przez to mniej zrozumiałemi. Na poparcie naszego zdania dajemy przykład wzięty z miejsca gdzie się książka otworzyła (str. 153) « Żeby trójkąt istniał, musi logwstB, znaleziony za pomocą tablic, być mniejszyod 10, a najwięcéj równy 10. Jeżeli taki jest logwstB, wtedy wstB odpowieda dwóm kątom spełniającym. etc. » Ustęp ten byłby daleko zrozumialszym i łatwiejszym do czytania gdyby powiedziano : « Ażeby trójkąt mógł istnieć, znaleziony w tablicach logwstB powinien być mniejszy od 10 lub najwyżéj równy 10; w takim bowiem tylko razie wstB odpowiada kąt, a właściwie, dwa kąty spełniające.

Również także pojedyncze wyrazy tak naukowe jako też i pospolite są czasem niewłaściwie użytemi. I tak, w tytule swojego dzieła pisze profesor Niewęgłowski « *Trygonometrya z Teoryą ilości urojonych i z Notami,* » zamiast napisać po polsku « *z przypisami.* » Wyraz naprzykład *zwiastować* możnaby zastąpić odpowiedniejszym lub go uniknąć. Na stronicy znowuż (265) czytamy « Ta, jako mówią, *elegancka formuła* znaleziona przez Symona Lhuiler », etc. zamiast *piękna formuła* znaleziona przez *Szymona Lhuiler.* Podobnie także nie należało wprowadzać nowego wyrażenia *zbytek sferyczny* mając na to bardzo dobre i utarte wyrażenie *przepełnienie sferyczne.*

Kończąc temi uwagami właściwy przegląd Trygonometryi p. Niewęgłowskiego, pozostaje mi jeszcze wykazać jéj stanowisko jakie w literaturze naszéj zajmuje. Począwszy od roku 1816, daty pierwszego wydania *Początków trygonometryi płaskiéj* przez Michała Polińskiego (Pelkę), mieliśmy w 1817 roku *Tryonometryę kulistą analitycznie wyłożoną* przez Jana Śniadeckiego, w 1821 roku drugie wydanie *Trygonometryi* Polińskiego *powiększona tablicami logarytmowemi,* w 1822 roku drugie wydanie *Trygonometryi* Jana Śniadeckiego, w 1828 roku trzecie wydanie *Trygonometryi* Polińskiego *powiększone tablicami logarytmowemi i wzorami trygonometrycznemi*; w ostatnich zaś czasach, to jest od roku mniéj więcéj 1850, mieliśmy trzy dzieła o trygonometryi, mianowicie : tłumaczenie *Trygonometryi* Lefebure'a de Fourcy przez A. Bernhardta, *Trygonometryę* przez Stanisława Przystańskiego i *Trygonometryę* przez Turno. Ze wszystkich tych dzieł, jedne jak Polińskiego i Śniadeckiego są za stare i niekompletne, drugie, jak Bernhardta, Przystańskiego i Turno, jakkolwiek zawierające obie trygonometrye to jest płaską i sferyczną, nie odpowiadają jednak dzisiejszym wymaganiom z powodu swojéj szczupłości. Dlatego też dzieło p. Niewęgłowskiego można bez przesady nazwać koroną wszystkich trygonometryj w polskim języku, témbardziéj zaś wtenczas, kiedy uczony profesor przebywając w ognisku matematycznéj oświaty, miał sposobność korzystania z najpierwszych źródeł w tym rodzaju.

Tak więc dzięki gorliwości p. Niewęgłowskiego i poświęceniu właściciela *Biblioteki Kórnickiéj*

p. hr. Jana Działyńskiego, który nie szczędzi swoich funduszów na podniesienie oświaty narodowéj, mamy już trzy elementarne dzieła : *Arytmetykę*, *Geometryę i Trygonometryę;* wkrótce wyjść mające tym samym nakładem *Algebra i Geometrya analityczna* przez p. Adolfa Sągajłę uzupełnią cały szereg dzieł zawierających ***kompletny wykład elementarnéj matematyki.***

Dziwnego rodzaju obojętność naszych rodaków na dzieła matematyczne w polskim języku, zmusza mię do zwrócenia na to uwagi polskiéj publiczności. Nie wiem dla czego, czy z braku zaufania w polski rozum, czy też z przyzwyczajenia i mody, tak ucząca się młodzież polska jak i ich nauczyciele posługują się zwykle dziełami obcemi, mając równie dobre w narodowym języku. Czas by już wreszcie pozbyć się tych przesądów, témbardziéj, kiedy znajdują się szlachetni ludzie, którzy nie szczędzą kosztów ani na to, ażeby dzieła przez nich wydawane nie ustępowały w niczém dziełom zagranicznym, ani na to, ażeby były jak najprzystępniejsze pod względem swojéj ceny.

KONIEC TOMU DRUGIEGO