A-21-10 K-1-235 K-1-231

#### Lech Gmachowski

# KRYTERIA POWIĘKSZANIA SKALI PROCESU FILTRACJI MIESZANIN CIECZ - CIAŁO STAŁE W WIROWKACH O DZIAŁANIU OKRESOWYM

Praca wykonana

w Zakładzie Podstaw Inżynierii Chemicznej Instytutu Chemii Fizycznej Polskiej Akademii Nauk

#### PROMOTOR

Doc.dr hab. Dariusz Ziółkowski

Warszawa 1980 r.





#### STRESZCZENIE

W oparciu o zmodyfikowane równanie Darcy'ego, równanie ciągłości układu dwufazowego, równanie rozkładu ciśnień zgniatających w osadzie, charakterystykę zawiesiny i osadu obejmującą zależności przepuszczalności od porowatości i porowatości od ciśnienia zgniatającego, bilanse strumienia objętości ciała stałego przepływającego przez powierzchnie osadu i wewnętrznej warstwy zawiesiny w wirniku oraz bilans objętości układu znajdującego się w wirniku, wyprowadzono dwa równania różniczkowe cząstkowe z warunkiem początkowym i układem warunków brzegowych. opisujące hydrodynamikę procesu rozdziału mieszanin ciecz-ciało stałe w wirówce okresowej. Uzyskany model matematyczny procesu sformułowany był jako zagednienie Cauchy'ego w obszarze osiadania cząstek ciała stałego oraz problem Stefana w obszarze zagęszczania osadu. Na podstawie teorii podobieństwa wyprowadzono z modelu kryteria podobieństwa procesów rozdziału mieszanin ciecz-ciało stałe. Jednym z kryteriów podobieństwa była równość prędkości obwodowych wirników w modelu i obiekcie. Weryfikacja doświadczalna otrzymanych kryteriów polegała na sprawdzeniu efektywności powiększania skali procesu filtracji w wirówce przy ich zastosowaniu. Równolegle prowadzono doświadczenia przy zachowaniu równości współczynników rozdziału, stosując metodę, która jest uważana za uniwersalną. Doświadczenia przeprowadzano przy dwukrotnym powiększeniu promienia bębna wirówki dla pięciu zawiesin o różnych współczynnikach przepuszczalności i ściśliwości osadu oraz dla jednej zawiesiny przy pięciokrotnym powiększeniu skali. Wyniki eksperymentów potwierdziły dużą dokładność metody powiększania skali z zachowaniem równości prędkości obwodowych wirników w porównaniu z metodą zachowującą równość współczynników rozdziału.

SPIS TRESCI

.

		str
1.	Wstęp	1
2.	Przegląd literatury	3
2.1.	Opis matematyczny procesu filtracji z tworzeniem warstwy osadu	3
2.2.	Metody modelowania procesu filtracji mieszanin ciecz-ciało stałe w wirówce o działaniu okresowym	10
2.3.	Ocena aktualnego stanu zagadnienia rozdziału mieszanin ciecz-ciało stałe w wirówce o działaniu okresowym	16
3.	Cel pracy	16
4.	Metodyka badań	17
4.1.	Sformułowanie matematycznego modelu procesu rozdziału mieszanin ciecz-ciało stałe w wirówce o działaniu okresowym	18
4.2.	Wyprowadzenie kryteriów powiększania skali procesu rozdziału mieszanin ciecz-ciało stałe w wirówce o działaniu okresowym	26
4.3.	Doświadczalna weryfikacja kryteriów powiększania skali	30
4.3.1.	Zakres prac doświadczalnych	30
4.3.2.	Opis stanowiska badawczego	32
4.3.2.1.	Aparatura	32
4.3.2.2.	Układy pomiarowe	33
4.3.3.	Opis stosowanej metody doświadczalnej	36
5.	Wyniki pomiarów	38
6.	Analiza błędów pomiarowych	39
7.	Dyskusja wyników doświadczeń	46
8.	Wnioski	49
·	Tabele	50
	Rysunki	54
	Oznaczenia	
	Piśmiennictwo cytowane	

• •

#### 1. WSTEP

Filtracja polega na mechanicznym rozdziale mieszaniny rozdrobnionej fazy stałej i fazy ciekłej lub gazowej drogą zatrzymania pierwszej z nich na przegrodzie filtracyjnej. W przypadku rozdzielania mieszanin ciecz-ciało stałe proces filtracji może być realizowany w filtrach lub wirówkach.

Wirówki filtracyjne o działaniu ciągłym przeznaczone są do rozdziału zawiesin łatwo filtrujących się, które zawierają gruboziarnistą fazę stałą.

Wirówki filtracyjne o działaniu okresowym stosowane są do rozdziału zawiesin o szerokim zakresie średnic ziarn fazy stałej i jej zawartości w zawiesinie. Dla automatycznych wirówek poziomych zakresy te wynoszą 8 \* 10 µm i 15 \* 60 % obj.[1]. Jeżeli wirówka filtracyjna może pracować metodą filtracyjno--osadzającą, tzn. jest wyposażona na przykład w rurę odsysającą klarowną ciecz znad osadu, to jest ona aparatem szczególnie nadającym się do rozdziału mieszanin trudno filtrujących się[2].

W cyklu pracy wirówki filtracyjnej można wyróżnić nestępujące etapy:

- zasilanie,
- filtracja warstwy zawiesiny pokrywającej warstwę osadu po zakończeniu zasilania,
- wypływ cieczy z porów przepływowych osadu,
- mechaniczne suszenie osadu,
- usuwanie osadu z wirnika.

Cykl może być poszerzony o etap płukania osadu. W czasie pierwszych trzech etapów zachodzą procesy hydrodynamiczne. Płukanie i suszenie są procesami wymiany masy w warstwie osadu o strukturze ukształtowanej w czasie poprzednich ctapów.

Zawiesina wprowadzona do wirówki o działaniu okresowym znajduje się w polu siły odśrodkowej, wytworzonym w szybko obracającym się bębnie. Rozdział następuje poprzez osiadanie cząstek fazy stałej w momencie początkowym na powierzchni bębna, a następnie na powierzchni tworzącej się warstwy osadu. Jeżeli proces prowadzimy w wirówce sedymentacyjnej, to ciecz pozostaje nad osadem, skąd następnie jest usuwana. Natomiast w wirówce filtracyjnej, posiadającej bęben perforowany wyłożony przegrodą filtracyjną, sedymentacji towarzyszy filtracja, polegająca na przenoszeniu przez ciecz cząstek fazy stałej do powierzchni warstwy osadu, przepływie cieczy przez osad i przegrodę oraz wypływie na zewnątrz bębna.

2

Filtracja mieszanin ciecz-ciało stałe w polu siły odśrodkowej - ogólnie rzecz biorąc -podlega tym samym prawom, co zwykła filtracja z tworzeniem warstwy osadu na przegrodzie filtracyjnej i w obu przypadkach matematyczny model procesu opiera się na tych samych ogólnych równaniach. Ze względu jednak na szczególny - w porównaniu z innymi typami filtrów charakter działania wirówek, zachodzi konieczność przedstawienia w odmiennej formie zależności między ich wydajnością i parametrami ich pracy. Wyniki badań teoretycznych i eksperymentalnych na temat przebiegu filtracji w polu siły odśrodkowej i na temat powiększania skali tego procesu były przedmiotem szeregu publikacji. Wnikliwa analiza literatury dotyczącej tych zagadnień wskazuje jednak na pewne niedoskonałości w ich rozwiązaniu.

#### 2. PRZEGLĄD LITERATURY

# 2.1. OPIS MATEMATYCZNY PROCESU FILTRACJI Z TWORZENIEM WARSTWY OSADU

W procesie filtracji, polegającym na rozdzielaniu zawiesiny na przegrodzie przepuszczalnej dla cieczy i nieprzepuszczalnej dla ciała stałego, następuje tworzenie warstwy osadu, której grubość narasta w miarę biegu procesu. Przepływ cieczy przez osad i przegrodę jest uwarunkowany zastosowaną różnicą ciśnień między powierzchnią swobodną warstwy osadu i zewnętrzną powierzchnią przegrody filtracyjnej, lub jest wynikiem działania pola siły grawitacji lub siły odśrodkowej. Gdy cząstki ciała stałego tworzą ściśliwą warstwę osadu, tzn. taką, której porowatość zależy od przyłożonych sił zewnętrznych, przyrostom sił zewnętrznych towarzyszy zmniejszanie porowatości w poszczególnych miejscach osadu.

Sciskanie osadów filtracyjnych, podobnie jek masy gruntowej[3], nie polega na zmianie gęstości fazy ciekłej ani stałej, które są rozważane jako nieściśliwe, polega natomiast głównie na zwiększaniu gęstości upakowania cząstek fazy stałej na skutek poślizgu między ziarnami. Zatem na odporność warstwy osadu na odkształcenie w znacznym stopniu wpływa opór na ścinanie w miejscach styku cząstek. Opór ten jest jedynie częścią oporu na ściskanie, gdyż ważne są również wzajemne zazębienie cząstek, zależne głównie od zagęszczenia. Na ściśliwość mają między innymi wpływ wielkość ziern, ich kształt i skład uziarnienia. Cząstki o wymiarach poniżej 100 µm, znajdujące się w zawiesinie, mogą tworzyć agregaty, które pod wpływem sił zewnętrznych występujących w osadzie będą się rozpadały[4]. Dla cząstek o wymiarach poniżej 10 µm możliwa jest również deformacja powierzchniowych powłok solwatacyjnych. Oba te zjawiska będą prowadziły do

Zwiększanie gęstości upakowania cząstek ciała stałego jest związane z jego ruchem w kierunku przegrody filtracyjnej. Zależność zmian porowatości i prędkości liniowej przepływu filtratu ujmuje równanie ciągłości:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} = -\operatorname{div} u_{c}, \qquad (1)$$

które zostało wyprowadzone przez Terzaghi ego w 1925 r. [5] do opisu konsolidacji gruntu. Jeżeli warstwa osadu jest płeska, to równanie przedstawia się we współrzędnych prostokątnych:

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau}\right)_{\mathbf{x}} = -\left(\frac{\partial u_{\mathbf{c}}}{\partial \mathbf{x}}\right)_{\mathbf{\tau}}$$
(2)

Praktycznym zastosowaniem równania (2) do zagadnień filtracyjnych zajmowali się Tiller i Shirato [6], [7], którzy jako pierwsi zwrócili uwagę na fakt, że w czasie filtracji zawiesin tworzących ściśliwe osady pozorna prędkość przepływu cieczy przez warstwę osadu nie jest stała wzdłuż grubości osadu lecz rośnie w kierunku przepływu.

Kinetyka procesu filtracji jest opisywana równaniem Darcy'ego, które w klasycznej postaci podaje zależność między prędkością przepływu cieczy przez nieruchomą warstwę wypełnienia i gradientem ciśnienia, a w formie zmodyfikowanej przez Gersewanowa [8] określa prędkość cieczy w stosunku do poruszającego się ciała stałego:

$$u_{c} - \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} u_{s} = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{T}$$
 (3)

Równanie (3) zostało zastosowane przez Philipa [9], Smilesa [10] i Shirato [11] do matematycznego opisu procesów filtracyjnych. W ten sposób w modelu matematycznym procesu filtracji został uwzględniony ruch fazy stałej osadu. http://rcin.org.pl Czynnikiem powodującym opisany wyżej proces ściskania osadów filtracyjnych jest ciśnienie zgniatające, które dla procesu zachodzącego pod wpływem przyłożonej różnicy ciśnień wynika z sił tarcia wewnętrznego przepływającej cieczy, odniesionych do całkowitej powierzchni osadu prostopadłej do kierunku przepływu. Z bilansu ciśnień dla tego przypadku filtracji wynika, że:

$$dp = -dp_{g} \tag{4}$$

Uwzględniając ostatnie równanie w równaniu (3)otrzymamy:

$$u_{c} - \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} u_{s} = \frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial p_{s}}{\partial x} \right)_{T}$$
 (5)

Porowatość osadu i jego przepuszczalność, które zmieniają się w procesie ściskania warstwy osadu, mogą być opisane jako funkcje ciśnienia zgniatającego [12] :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}(\mathbf{p}_{s}) , \qquad (6)$$

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}(\mathbf{p}_{\mathbf{S}}) \tag{7}$$

Układając bilans strumienia objętości cieła stałego przepływającego przez powierzchnię swobodną warstwy osadu otrzymamy:

$$\frac{dh}{d\tau} = -\frac{u_s - u_s}{z_{aw} - \varepsilon_c}$$
(8)

Ze względu na prostszą formę równań wprowadza się do opisu matematycznego filtracji współrzędną Lagrange'a, zdefiniowaną wzorem:

$$\mathbf{w} \equiv \int_{0}^{\mathbf{X}} (1 - \varepsilon) \, \mathrm{d}\mathbf{x} \tag{9}$$

Jest ona związena z daną cząstką ciała stałego poruszającą się z prędkością u<sub>s</sub>, ponieważ obowiązuje zależność:

rzecz

$$\left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}\tau}\right)_{\mathbf{w}} = - \frac{\left(\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \tau}\right)_{\mathbf{x}}}{\left(\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}}\right)_{\mathbf{\tau}}} = \frac{\mathbf{u}_{\mathbf{s}}}{1-\varepsilon} = \mathbf{u}_{\mathbf{s}}$$
rzecz

Z układu równań (2), (5), (6), (9) otrzymamy:

$$\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}} \left( \mathbf{c} \cdot \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \mathbf{w}} \right) \tag{10}$$

gdzie  $e = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}$  wskeźnik porowatości,

$$C = -\frac{k}{\mu (1+e)} \cdot \frac{dp_s}{de}$$

Z równań(5),(8),(9) wynika warunek na ruchomej powierzchni warstwy osadu:

$$\frac{\partial e}{\partial w} = \frac{e_{zaw} - e_{c}}{C(e_{c})} \frac{dw_{c}}{d\tau}$$
(11)

Warunki początkowy i brzegowe są następujące:

 $w_c(0) = 0$  /filtracja rozpoczyna się w chwili, gdy na przegrodzie filtracyjnej nie ma osadu /, (12)

$$e(w_{c}(\tau), \tau) = e_{c}$$
  $(e_{c} = e(p_{s} = 0)),$  (13)

 $e(0,\tau) = e(p_s = \Delta P) / przy pominięciu oporu przegrody/ (14)$ 

Układ równań (7), (10) + (14), który został wyprowadzony w pracy [13], opisuje proces analogiczny do transportu ciepła lub masy z jednoczesną zmianą fazy. Model matematyczny tych procesów http://rcin.org.pl 7

[15], [16], [17]. Wykorzystując fakt eksperymentalny, że w czasie filtracji izobarycznej prędkość filtracji u<sub>o</sub> jest proporcjonalna do  $\sqrt{\tau}$  i jednocześnie średnia porowatość warstwy osadu jest stała, co powoduje proporcjonalność w<sub>c</sub> i  $\sqrt{\tau}$ , autorzy [13] wprowadzają zmienną proporcjonalną do w/ $\sqrt{\tau}$ . Ta zmienna podobieństwa pozwala przekształcić równanie (10) w równanie zwyczajne, z pomocą którego wykonano obliczenie numeryczne rozkładu ciśnień statycznych na podstawie zależności e(p<sub>s</sub>) i k(e) wyznaczonych eksperymentalnie przez Okamurę i Shirato [18]. Wyniki obliczeń były zgodne z rozkładami otrzymanymi doświadczelnie przez tych autorów.

W sposób analogiczny, z użyciem równań(2),(5),(6),(7), opisywany jest proces sedymentacji zawiesin o dużej zawartości ciała stałego, które tworzą tylko fazę gęstą [19],[20],[21].

Opis matematyczny procesu filtracji w wirówce nie jest przedstawiony w literaturze w sposób tak pełny i uporządkowany jak wyżej opisany proces filtracji, zachodzącej pod wpływem różnicy ciśnień przyłożonej po obu stronach przegrody filtracyjnej. Pierwsze próby ilościowego ujęcia filtracji w polu siły odśrodkowej zawiesin tworzących nieściśliwe warstwy osadu podjął Burak [22]. Siłą napędową procesu jest ciśnienie odśrodkowe cieczy. Przez przyrównanie całkowietgo ciśnienia odśrodkowego do całkowitej straty ciśnienia na tarcie

$$\frac{\mathbf{Q}_{c}\omega^{2}}{2}\left(\mathbf{R}^{2}-\mathbf{r}_{o}^{2}\right)=\frac{\mu\mathbf{V}_{R}}{2\pi\mathbf{L}\mathbf{k}}\ln\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{r}_{c}}$$

otrzymano[22] wyrażenie określające chwilową szybkość filtracji:

$$v_{\rm R} = \frac{g_{\rm c} \omega^2 k \left(R^2 - r_{\rm o}^2\right) \pi L}{\mu \ln \frac{R}{r_{\rm c}}}$$
(15)

Wzór jest słuszny dla zawiesin tworzących nieściśliwe osady – - dla pozostałych należy uwzględnić rozkład ciśnień zgniatających osad. Równanie rozkładu ciśnień zgniatających zostało podane przez Grace'a [23]:

$$\frac{\partial p_{s}}{\partial r} = \omega^{2}(\varphi_{s} - \varphi_{c}) \cdot (1 - \varepsilon)r + \frac{\partial p_{f}}{\partial r}$$
(16)

Opór ściśliwych warstw osadów, utworzonych w bębnie wirówki filtracyjnej, badali Grace [23]i Szestopałow [24]w aspekcie modelowanie procesu filtracji w polu siły odśrodkowej. Wnioski wypływające z tych prac będą omówione w punkcie 2.2. Zastrow [25] badał kinetykę filtracji zawiesin tworzących nieściśliwe osady podczas pierwszego okresu wirowania. Wasiliew [26], Szarecki[27], Records [28]i Szkoropzd [29] opracowali metody uproszczone obliczania procesów wirowania. Joó [30]uwzględnił równanie ciągłości (1)w obliczeniach numerycznych pierwszego okresu wirowania zawiesiny tworzącej ściśliwą warstwę osadu.

Żaden z modeli matematycznych zamieszczonych w pracach [23] ÷ [30] nie jest pełny i z tego powodu nie będą one omawiane szczegółowo. Nie jest, między innymi, uwzględniony proces sedymentacji towarzyszący procesowi filtracji zawiesin w wirówce. W proponowanych przez Szkoropada [29] przybliżonych obliczeniach przebiegu procesu rozdziału rozważa się dwa skrajne przypadki:

- objętość osadu jest proporcjonalna do objętości filtratu,

jak to ma miejsce w przypadku gdy zawiesina nie sedymentuje [30],

 objętość osadu jest proporcjonalna do objętości wprowadzonej do wirnika zawiesiny, co jest równoważne założeniu natychmiastowej sedymentacji [31].

Szarecki [27] proponuje włączyć do obliczeń przebiegu procesu rozdziału mieszanin ciecz-ciało stałe wielkość wyznaczoną eksperymentalnie w trakcie zasilania wirówki, która jest stosunkiem objętości osadu do objętości filtratu.

Jakkolwiek sposoby podejścia poszczególnych autorów do zagadnienia rozdziału zawiesiny w wirówce różnią się od siebie pewnymi uproszczeniami, to dane eksperymentalne [25] i rozwiązania modeli matematycznych [27],[29],[30] wykazują, że jeżeli zawiesina podawana jest stałym strumieniem objętości, to w okresie zasilania strumień objętości filtratu jest w przybliżeniu stały.

Z przedstawionego przeglądu literatury wynika, że proces rozdziału zawiesin w filtracyjnej wirówce okresowej jest bardziej skomplikowany niż proces zwykłej, próżniowej lub ciśnieniowej filtracji. Podstawowemu procesowi filtracji towarzyszy bowiem, wywołane działaniem siły odśrodkowej, osiadanie cząstek, które powoduje przyspieszenie wzrostu grubości warstwy osadu. Większy stopień skomplikowania w stosunku do zwykłej filtracji oraz związaną z tym trudniejszą technikę badawczą można uważać za główne przyczyny małego zainteresowania badaczy procesem filtracji w polu siły odśrodkowej. Z tego też wynika dotychczasowy brak opracowania ogólnego matematycznego modelu tego procesu oraz niewielka liczba prac o charakterze eksperymentalnym, dotyczących metod modelowania i powiększania skali.

### 2.2. METODY MODELOWANIA PROCESU FILTRACJI MIESZANIN CIECZ - CIAŁO STAŁE W WIROWCE O DZIAŁANIU OKRESOWYM

Ze względu na większą złożoność badań eksperymentalnych związanych z rozdzielaniem zawiesin w wirówkach, próbowano modelować proces filtracji w polu siły odśrodkowej z pomocą procesów, które łatwiej jest realizować doświadczalnie. Valleroy [32] porównywał opory właściwe osadów utworzonych z tych samych mieszanin w procesach filtracji próźniowej. w celce do badania przepuszczalności [33] oraz opór właściwy osadu w wirówce filtracyjnej. Grace [23] porównywał opory właściwe osadów w filtrze ciśnieniowym, celce do badania przepuszczalności i wirówce filtracyjnej. Zgodność oporów właściwych wyznaczanych różnymi metodami nie była zadowalająca, co potwierdził Szkoropad [29] . Przyczyną braku zgodności wyników doświadczeń wykonywanych w wirówce i w innych aparatach jest konieczność wprowadzenia uproszczeń podyktowana niemożliwością wyznaczenia określonego równaniem (16) rozkładu ciśnień zgniatających warstwę osadu w wirówce bez uwzględnienia równania ciągłości (1) .

Joó [30] obliczał numerycznie przebieg rozdzielania zawiesiny nie sedymentującej w wirówce filtracyjnej na podstawie równania Darcy ego, równania ciągłości(1) i równania Grace a (16) w oparciu o charakterystykę osadu uzyskaną w celce do badania przepuszczalności. Metoda taka budzi wątpliwości ze względu na niedokładność wyników uzyskanych z pomocą celki. Niedokładność ta spowodowana jest niejednorodnością naprężeń w warstwie osadu [34], [35], [36].

Znane są w literaturze [37], [38] metody modelowania procesów zachodzących w okresowej wirówce za pomocą doświadczeń wykonanych w laboratoryjnej wirówce probówkowej, brak jednak danych dotyczących dokładności i przydatności takich metod.

Znacznie bardziej zostały rozwinięte metody, w których modelem jest wirówka laboratoryjna tego samego typu o małych wymiarach. Najbardziej uproszczoną metodę powiększania skali podali Wasiliew [39] i Sokołow [31] . Wasiliew [39] , przy założeniu podobieństwa geometrycznego w dużym wirniku i jego modelu, wyprowadził na podstawie równania (15) następujące kryterium powiększania skali:

$$\frac{\nabla_{\rm R}/L}{\omega^2 {\rm R}^2} = idem$$

Aby był spełniony warunek podobieństwa geometrycznego, czasy stanów odpowiadających sobie, a więc i czasy zakończenia podawania zawiesiny, muszą być powiązane zależnością [39] :

 $\omega^2 \tau = idem$ 

Sokołow [31] nie narzuca podobieństwa gemetrycznego. Zakładając, że objętość osadu jest proporcjonalna do objętości wprowadzonej do wirnika zawiesiny, a strumień objętości filtratu jest proporcjonalny do strumienia objętości surówki, autor wyprowadza na podstawie równania (15) warunek:

$$\frac{\mathbf{v}_{\mathrm{R}}/\mathrm{L}}{\omega^{2}\mathrm{R}^{2}} = \mathrm{idem}$$

Obie metody powiększania skali zostały wyprowadzone w oparciu o równanie (15) . Obowiązują one więc dla zawiesin, które tworzą nieściśliwe osady i filtrują się ruchem laminarnym. Wyjście poza laminarny zakres filtracji mogłoby spowodować, że przy przejściu z modelu do obiektu nastąpiłaby zmiana charakteru ruchu, a tym samym i opisującego proces równania. Aby tego uniknąć należy narzucić równość liczb Reynoldsa, odniesionych do wymiaru ziarna dla przepływu cieczy przez warstwę osadu w obu wirówkach:

$$Re = \frac{V_R}{2\pi LR} \cdot \frac{d_z \, g_c}{\mu (1-\varepsilon)}$$

Uwzględniając równanie (15) otrzymamy:

$$Re = \frac{9c^{k}}{2\mu^{2}(1-\epsilon)} \cdot \omega^{2}R \cdot \frac{1-(r_{o}/R)^{2}}{\ln(R/r_{c})}$$

Z ostatniego równania wynika, że dla zawiesiny tworzącej nieściśliwą warstwę osadu, gdy istnieje geometryczne podobieństwo w modelu i obiekcie, liczbą Reynoldsa nie zmienia się przy powiększaniu skali, jeżeli równe są iloczyny ω<sup>2</sup>R. Włączając do wyrażenia ω<sup>2</sup>R przyspieszenie ziemskie g, otrzymamy współczynnik rozdziełu będący stosunkiem przyspieszenia odśrodkowego do ziemskiego:

$$Fr = \frac{\omega^2 R}{g}$$

Przy zachowaniu równości współczynników rpzdziału i podobieństwa geometrycznego w modelu i obiekcie, z równania (15) wynika kryterium:

$$\frac{\mathbf{v}_{\mathbf{R}}}{\mathbf{L}\mathbf{R}} = \mathbf{idem}$$

Układając bilans objętości układu w wirniku otrzymamy:

$$Q_{z} = Q_{f} + \pi L \left( R^{2} - r_{o}^{2} \right)$$

Po zróżniczkowaniu ostatniego równania względem czasu i wykorzystaniu ostatniego kryterium oraz uwzględniając podobieństwo geometryczne otrzymamy:

 $\frac{V_z}{LR} = idem , \frac{\tau}{R} = idem$ 

Układ kryteriów:

$$\frac{\omega^2 R}{g} = idem , \frac{V_z}{LR} = idem , \frac{\tau}{R} = idem$$
(17)

wyprowadził Ursow [40] . Jeżeli więc w wirówce i jej modelu będą te same współczynniki rozdziału i zawiesina będzie podawana strumieniemi objętości proporcjonalnymi do promienia i szerokości bębna, w czasach proporcjonalnych do promienia wirnika, to będzie zachowane geometryczne podobieństwo procesów zachodzących w obu wirnikach dla zawiesin tworzących nieściśliwe osady. Twierdzenie to pozostaje również prawdziwe dla przypadku nielaminarnej filtracji, co zostało wyprowadzone przez Ursowa [40]. Kryteria (17) powiększania skali procesu rozdziału zawiesin tworzących nieściśliwe osady obowiązują dla zawiesin, w których ciało stałe złożone jest z cząstek nie ulegających zagęszczeniu upakowania pod wpływem ciśnienia zgniatającego. Zjawiska te praktycznie nie zachodzą dla osadów złożonych z krystalicznych cząstek o dużych wymiarach [4] . Nieściśliwość osadu jest więc związana z dużą średnicą ziarn tworzących osad, co powoduje dużą szybkość przepływu cieczy przez osad i możliwość wyjścia poza zakres laminarny. Możne zatem wyodrębnić pewną klasę zawiesin łatwo filtrujących się i tworzących nieściśliwe osady, dla których uzesadnione jest stosowanie kryteriów Ursowa [40] przy powiększaniu skali procesu ich rozdziału w wirówce okresowe.j.

Zachowanie stałości współczynnika rozdziału przy powiększaniu skali filtracji w wirówce było stosowane wcześniej, o czym wspomina Grace w swojej pracy [23]. Rozważając powiększanie skali procesu rozdziału zawiesin tworzących ściśliwe osady, autor [23] dostrzega znaczne różnice w ciśnieniach zgniatających przy stosowaniu kryterium Fr = idem, co pociąga za sobą różnicę między średnim oporem osadu w małej wirówce, będącym podstawą powiększania skali i rzeczywistym oporem osadu w wirówce dużej. Aby wycliminować te rozbieżności Grace proponuje zrównać ciśnienie zgniatające w modelu i obiekcie drogą rezygnacji z kryterium Fr = idem, powiększenia prędkości obrotowej modelu i odpowiedniego powiększenia grubości warstwy osadu utworzonej w małej wirówce. Metoda Grace`a [23] nie zawiera postulatu podobieństwa geometrycznego. Nie służy ona do bezpośredniego odwzorowania przebiegu całego procesu rozdziału na podstawie porównania stanów odpowiadających sobie pod względem podobieństwa geometrycznego, jak to miało miejsce w metodzie Ursowa [40]. Metoda Grace`a pozwala jedynie określić średni opór osadu w wirówce.

Podobny charakter ma metoda zaproponowana przez Szestopałowa [24], który do uproszczonego wzoru (15) wprowadził w miejsce k wyrażenie określające zależność przepuszczalności od całkowitego ciśnienia odśrodkowego:

$$\mathbf{x} = \text{const} \cdot \left[ \frac{\omega^2 \, \rho_c}{2} \left( \mathbf{R}^2 - \mathbf{r}_o^2 \right) \right]^{-1}$$

Po wyznaczeniu w wirówce laboratoryjnej o średnicy 0,15 m stałych const i s, występujących w powyższym równaniu i uwzględnieniu ich w uproszczonym wzorze (15), autor [24] porównywał strumień objętości filtratu uzyskany z wirówki o średnicy 0,60 m przy różnych obrotach z obliczonym na bazie wyznaczonej zależności. Uzyskane rozbieżności były dość duże.

Inne kryteria powiększania skali podaje Szkoropad [29]. Na podstawie przeprowadzonych eksperymentów stwierdził on, że opór właściwy osadu zależy od współczynnika rozdziału  $\frac{\omega^2 R}{r}$  i prędkości liniowej podawania zawiesiny  $\frac{V_z}{2\pi LR}$ . Wielkości te autor [29] proponuje pozostawić więc stałe przy zmianie skali procesu. Metoda zawiera również kryterium związane z zachowaniem równości ciśnień zgniatających, od których zależy opór osadu – a tym samym kinetyka filtracji. W oparciu o uproszczone wzory wyprowadzone przez autora [29], postulat równości ciśnień zgniatających jest realizowany przez prowadzenie procesu w małym wirniku aż do osiągnięcia grubości osadu równej grubości osadu w wirówce dużej. Stosując układ kryteriów:

$$\frac{\omega^2 R}{g}$$
 = idem,  $\frac{V_z}{LR}$  = idem, h = idem

rezygnuje się więc z podobieństwa procesów, ponieważ nie jest zachowane podobieństwo geometryczne; wynikiem doświadczenia jest jedynie wartość średnia prędkości liniowej filtracji, która pozostaje bez zmiany dla większego wirnika. Zaletą metody jest jednoczesne zachowanie w sposób przybliżony równości ciśnienia zgniatającego w warstwach osadów o równej grubości, co powinno zrównać opory osadów, jak również liczby Reynoldsa, których równość gwarantuje występowanie tego zmego charakteru przepływu cieczy przez warstwę osadu w modelu i obiekcie. Szkoropad [29] nie sprawdził doświadczalnie podanej przoz siebie metody.

Spośród opisanych metod powiększania skali procesu rozdziału zawiesin w wirówce zalecane są metody związane ze stałością współczynnika rozdziału [41], również tych zawiesin, które tworzą ściśliwe osady [42], [43], przy czym wprowadzane są poprewki związane z różnymi oporami właściwymi osadu w modelu i obiekcie. Malinowska [43] proponuje, aby wyznaczona w oparciu o doświadczenie w wirówce laboratoryjnej wartość czasu trwania filtracji w wirówce przemysłowej powiększyć dwukrotnie w celu uzyskania wartości bezpiecznej. Duże wartości poprawek [43], [44] świadczą o tym, że metody te nie dają dobrych wyników.

- 16 -

Dokładna metoda powiększania skali musi opierać się na podobieństwie fizycznym procesów w modelu i obiekcie. Istnieje tylko jedna tego typu metoda powiększania skali procesu filtracji mieszanin ciecz-ciało stałe w wirówce okresowej. Jest nią metoda oparta na kryteriach (17), opracowana przez Ursowa [40] dla zawiesin tworzących nieściśliwe osady. Nie ma natomiast metody powiększania skali procesu rozdziału zawiesintwozących ściśliwe osady, która byłaby oparta na podobieństwie procesów.

## 2.3. OCENA AKTUALNEGO STANU ZAGADNIENIA ROZDZIAŁU MIESZANIN CIECZ - CIAŁO STAŁE W WIROWCE O DZIAŁANIU OKRESOWYM

Z przytoczonego przeglądu literatury wynika, że dotychczas nie sformułowano ogólnego matematycznego modelu procesu rozdziału mieszanin ciecz-rozdrobniona faza stała w polu siły odśrodkowej. Nie stworzono zatem teoretycznych podstaw dla wyprowadzenia ogólnych kryteriów podobieństwa dla tego procesu, które pozwoliłyby przewidywać z zadowalającą dokładnością efekty powiększania jego skali, niezależnie od charakteru rozdzielanych mieszanin – a w szczególności od stopnia ściśliwości tworzonych warstw osadów. Taki stan zagadnienia wytyczył cel niniejszej pracy.

#### 3. CEL PRACY

Celem pracy jest sformułowanie ogólnego metematycznego modelu filtracji mieszanin ciecz-rozdrobniona faza stała

w wirówce o działaniu okresowym i wyprowadzenie z jego pomocą kryteriów powiększania skali tego procesu - przydatnych szczególnie w przypadku filtracji mieszanin tworzących ściśliwe warstwy osadów. Kryteria te, oparte na zachowaniu fizycznego podobieństwa procesów zachodzących w wirnikach modelu i obiektu, powinny stanowić podstawę dokładnej metody powiększania skali procesu filtracji, tzn. powinny pozwolić dokładnie przewidzieć jego przebieg w wirówce przemysłowej na podstawie wyników pomiarów dokonanych w wirówce laboratoryjnej.

Celem pracy jest także jednoczesna weryfikacja doświadczalna wyprowadzonych - nowych, oraz zalecanych w literaturze -- dotychczas stosowanych kryteriów.

#### 4. METODYKA BADAN

Proces rozdziału mieszanin ciecz-ciało stałe w wirówce okresowej opisano za pomocą modelu matematycznego ujmującego w sposób kompleksowy mechanizmy zjawisk zachodzących w warstwie osadu i w pokrywającej osad warstwie zawiesiny. Na podstawie analizy tworzących ten model równań z układem warunków granicznych wyprowadzono kryteria podobieństwa, które stały sie podstawą powiększenia skeli rozważanego procesu, bez ograniczenia tylko do pewnych klas mieszanin, na przykład tworzących nieściśliwe osady lub nie sedymentujących. Kryteria powiększania skali zweryfikowano doświadczalnie przeprowadzając rozdzielanie zawiesin w wirówkach okresowych o różnych promieniach bębnów. Metodyka pomiarowa polegała na rejestracji wielkości, która mierzona w obiekcie i modelu w czasie biegu procesu, świadczyła o podobieństwie procesów lub o jego braku. Wielkością mierzoną objętość filtratu. w czasie doświadcz

tp://rcin.org.pl

- 17 -

Przedstawiony poniżej opis procesów hydrodynamicznych w wirówce wyprowadzono [45] w oparciu o następujące założenia:

- efekty bezwładnościowe w bilansie sił są pominięte, co umożliwia opisanie procesów filtracji i sedymentacji zmodyfikowanym równaniem Darcy ego, a rozkładu ciśnień statycznych w cieczy i zgniatających w osadzie za pomocą równań podanych przez Grace a [23],
- do rozważanych procesów filtracji i sedymentacji stosuje się równanie ciągłości układu dwufazowego,
- opór tkaniny i jej grubość są pomijalne w stosunku do oporu i grubości warstwy osadu.

Analiza obejmuje opis procesów zachodzących podczas zasilania w wirówkach okresowych - filtracyjnej oraz sedymentacyjnej, przy czym strumień objętości filtratu  $V_R$  jest równy zeru dla wirówki sedymentacyjnej. Przebieg następnych etapów, który jest zdeterminowany przez etap zasilania, będzie opisany metodą prostych modyfikacji wyprowadzonego modelu.

W okresie zasilania wirówki można wyróżnić dwa obszery wewnątrz wirnika. Obszar zagęszczania, obejmujący narastającą od ściany wirnika warstwę osadu, ograniczony jest ścianą bębna i powierzchnią wewnętrzną warstwy osadu o promieniu  $r_c$ . Obszar osiadania stanowi warstwę zawiesiny pokrywającej osad, która jest ograniczona powierzchnią wewnętrzną warstwy osadu i własną powierzchnią swobodną o promieniu  $r_c$ .



W obu obszarach spełnione jest równanie ciągłości:

div 
$$u_c = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau}$$

Wprowadzając do rozważań wielkości strumieni objętości cieczy i ciała stałego:

$$V_c = 2\pi Lr u_c$$
 i  $V_s = 2\pi Lr u_s$ 

powiązane następującą zależnością ze strumieniem objętości filtratu wypływającego z wirnika V<sub>R</sub> :

$$v_c + v_s = v_R$$
,

otrzymamy następującą postać równania ciągłości:

$$\frac{1}{2\pi \operatorname{Lr}} \cdot \frac{\partial V_{\mathrm{s}}}{\partial r} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau}$$
(18)

Rozkład ciśnienia zgniatającego osad został podany przez Grece`a [23] :

$$\frac{\partial \mathbf{p}_{s}}{\partial \mathbf{r}} = \omega^{2} \left( \boldsymbol{\varrho}_{s} - \boldsymbol{\varrho}_{c} \right) \left( 1 - \varepsilon \right) \mathbf{r} + \frac{\partial \mathbf{p}_{f}}{\partial \mathbf{r}}$$

Równanie Darcy ego ma postać:

$$\frac{\partial p_f}{\partial r} = \frac{\mu}{k} u^*,$$

gdzie  $u = \varepsilon \left( u_{c} - u_{3} \right)$  lub  $u = \frac{1}{2\pi Lr} \left( v_{R} - \frac{v_{s}}{1-\varepsilon} \right)$ rzecz rzecz

Wstawiejąc wyrażenie na  $\partial p_f / \partial r$  do wzoru opisującego rozkład ciśnień zgniatających (16) otrzymamy następujące wyrażenie na strumień objętości ciała stałego:

$$\mathbf{v}_{s} = \frac{2\pi L \omega^{2} (\boldsymbol{\rho}_{s} - \boldsymbol{\rho}_{c})}{\mu} \mathbf{r}^{2} (1-\varepsilon)^{2} \mathbf{k} - \frac{2\pi L}{\mu} \mathbf{r} (1-\varepsilon) \mathbf{k} \frac{\partial \mathbf{p}_{s}}{\partial \mathbf{r}} + (1-\varepsilon) \mathbf{v}_{R}$$
(19)

Z układu równeń (18) i (19) otrzymany:

$$\frac{1}{\mathbf{r}} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \left\{ \frac{\mathbf{r}}{\mu} \left( 1 - \varepsilon \right) \mathbf{k} \left[ \omega^2 (\varphi_{\mathrm{s}} - \varphi_{\mathrm{c}}) \mathbf{r} \left( 1 - \varepsilon \right) - \frac{\partial \mathbf{p}_{\mathrm{s}}}{\partial \mathbf{r}} \right] + \left( 1 - \varepsilon \right) \frac{\mathbf{v}_{\mathrm{R}}}{2\pi \mathrm{L}} \right\} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varepsilon} (20)$$

Możliwość zastosowania równania Darcy ego do opisu zjawisk zachodzących w obszarze osiadania wiąże się z założemiem, że zawartość ciała stałego w zawiesinie jest dostatecznie duża, aby wszystkie cząstki opisane jedną współrzędną przestrzenną osiadały z tą samą prędkością, czyli aby nie następowała segregacja. Ponieważ szybkość osiadania będzie zależała od tej zawartości, współczynnik przepuszczalności występujący w równaniu Darcy ego będzie zależał od ułamka objętościowego cieczy w zawiesinie. Ze względu na założenie zaniedbujące

efekty bezwładnościowe, siła odśrodkowa działająca na cząstki będzie równoważona przez siłę tarcia. Podstawiając  $p_s = 0$ do równania (20), oraz uwzględniając zależność k = k( $\epsilon$ ), otrzymany:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{\omega^2 r^2}{\mu} (1-\varepsilon)^2 k(\varepsilon) \left( \rho_{s} - \rho_{c} \right) + (1-\varepsilon) \frac{\mathbf{v}_{R}}{2\pi L} \right] = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau}$$
(21)

W ten sposób wyprowadzone zostało quasi - liniowe równanie cząstkowe pierwszego rzędu, opisujące ułamek objętościowy cieczy w warstwie zawiesiny pokrywającej osad.

Obszar osiadania ograniczony jest powierzchnią wewnętrzną warstwy osadu o promieniu r<sub>c</sub> i wewnętrzną powierzchnią warstwy zawiesiny o promieniu r<sub>o</sub>. Układając bilans strumienia objętości ciała stałego dla swobodnej powierzchni warstwy zawiesiny otrzymamy:

$$\mathbf{V}_{z}(1-\varepsilon_{zaw}) = \mathbf{V}_{s_{r_{o}}} - 2\pi \mathbf{Lr}_{o}(1-\varepsilon_{o})\frac{d\mathbf{r}_{o}}{d\tau}$$
(22)

Bilans objętości układu w koszu ma postać:

$$V_{z} = V_{R} - 2\pi Lr_{o} \frac{dr_{o}}{d\tau} ; \qquad (23)$$

stad  $r_o^2 = R^2 - \frac{Q_z - Q_f}{\pi L}$  (24)

Z równań (22), (23) oraz (19) z uwzględnieniem  $p_s = 0$ , otrzymamy warunek określający ułamek objętościowy cieczy przy swobodnej powierzchni warstwy zawiesiny w wirniku:

$$\mathbf{k} \cdot \frac{\left(1 - \varepsilon_{0}\right)^{2}}{\varepsilon_{0} - \varepsilon_{zaw}} = \frac{\mu V_{z}}{2\pi L \omega^{2} (\rho_{s} - \rho_{c}) r_{0}^{2}}$$
(25)

Wprowadzając nową zmienną:

 $\overline{r} \equiv r - r_0$ 

otrzymamy dla obszaru osiadania zagadnienie Cauchy'ego w klasycznej postaci, z podanym przebiegiem (24), (25) szukanej funkcji dla ustalonej współrzędnej przestrzennej  $\overline{r} = 0$ . Równanie (21) będzie miało postać:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \bar{\mathbf{r}}} = \frac{\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau}}{\frac{\omega^2 (\rho_s - \rho_c)}{\omega^2 (\rho_s - \rho_c)} (\bar{\mathbf{r}} + \mathbf{r}_o) \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\varepsilon} \left[ \mathbf{k} (1 - \varepsilon)^2 \right]}{\mu} + \frac{\bar{\mathbf{r}} \mathbf{V}_{\mathrm{R}} - (\bar{\mathbf{r}} + \mathbf{r}_o) \mathbf{V}_{\mathrm{Z}}}{2 \pi \mathrm{Lr}_o (\bar{\mathbf{r}} + \mathbf{r}_o)}$$
(26)

dla  $\bar{r} = r - r_o$ .

Obszar zagęszczania ograniczony jest następującymi powierzchniami cylindrycznymi:

 r = R, dla której V<sub>s</sub> = 0 (nieprzepuszczalność ściany lub przegrody filtracyjnej dla cząstek osadu),

r = r<sub>c</sub>, dla której p<sub>s</sub> = 0 i E = E<sub>c</sub> (wartość krytyczna porowatości, dla której pojawia się pochodna ∂p<sub>s</sub>/∂r. Porowatość krytyczna charakteryzuje najluźniejsze upakowanie osadu.
Podobnie jak w przypadku sedymentacji, współczynnik przepuszczalności jest rosnącą funkcją porowatości osadu, natomiast porowatość maleje ze wzrostem ciśnienia zgniatającego.
Istnieje zatem zależność przepuszczalności od ciśnienia zgniatającego. Równanie (20) zostaje przekształcone do postaci quasi - liniowego parabolicznego równania cząstkowego drugiego rzędu, opisującego ciśnienie zgniatające w obszarze od ściany wirnika do powierzchni wewnętrznej osadu:

23

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{r}{\mu} \left( 1 - \varepsilon(\mathbf{p}_{s}) \right) k(\mathbf{p}_{s}) \left[ \omega^{2} (\varphi_{s} - \varphi_{c}) r \left( 1 - \varepsilon(\mathbf{p}_{s}) \right) - \frac{\partial \mathbf{p}_{s}}{\partial r} \right] + \right.$$

$$+ \left(1 - \varepsilon(\mathbf{p}_{s})\right) \frac{\mathbf{v}_{R}}{2\pi L} = \frac{d \varepsilon(\mathbf{p}_{s})}{d\mathbf{p}_{s}} \cdot \frac{\partial \mathbf{p}_{s}}{\partial \tau}$$
(27)

Warunek graniczny na ścianie wirnika jest następujący:

dla 
$$\mathbf{r} = \mathbf{R} \quad \frac{\partial \mathbf{p}_{s}}{\partial \mathbf{r}} = \omega^{2} (\varphi_{s} - \varphi_{c})(1 - \varepsilon)\mathbf{r} + \frac{\mu \mathbf{V}_{R}}{2\pi \mathbf{Lrk}} \quad (\mathbf{V}_{s} = 0) \quad (28)$$

Druga granica obszaru porusza się z prędkością, którą można określić za pomocą bilansu strumienia objętości ciała stałego:

$$\mathbf{V_{s_r}} - 2\pi \mathbf{Lr_c} \left(1 - \varepsilon^*\right) \frac{\mathrm{dr_c}}{\mathrm{d\tau}} = \mathbf{V_{s_r}} - 2\pi \mathbf{Lr_c} \left(1 - \varepsilon_c\right) \frac{\mathrm{dr_c}}{\mathrm{d\tau}}$$
zaw<sup>c</sup> osad<sup>c</sup>

stąd

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{r}_{c}}{\mathrm{d}\tau} = \frac{1}{2 \mathrm{L}\mathbf{r}_{c}} \cdot \frac{\frac{\mathbf{v}_{s_{r}} - \mathbf{v}_{s_{r}}}{\frac{\mathrm{osad}}{\mathrm{zaw}^{c}}}}{\varepsilon^{*} - \varepsilon_{c}}, \qquad (29)$$

gdzie wartości strumieni objętości ciała stałego określone są równaniem (19). Wielkości występujące we wzorze (29) są określone zarówno przez rozwiązanie problemu Cauchy ego w obszarze osiadania jak i opisywanego obecnie problemu w obszarze zagęszczania. Drugi warunek graniczny będzie następujący:

dla  $r = r_c$   $p_s = 0$  (30) Warunek początkowy

$$\mathbf{r}_{c}(0) = \mathbf{R} \tag{31}$$

oznacza, że na początku procesu wirnik jest pusty. Zagadnienie

Do pełnego opisu procesu brakuje jeszcze określenia zależności strumienia objętości filtratu od czasu  $V_R(\tau)$ . Dla wirówki sedymentacyjnej  $V_R = 0$ , natomiast w przypadku wirówki filtracyjnej należy scałkować równanie opisujące rozkład ciśnień statycznych:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \varphi_c \omega^2 r - \frac{\partial p_f}{\partial r}$$

Uwzględniając równanie (16) otrzymamy:

- 24 -

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{r}} = \varphi_{\mathbf{c}} \omega^{2} \mathbf{r} + \omega^{2} (\varphi_{\mathbf{s}} - \varphi_{\mathbf{c}}) (1 - \varepsilon) \mathbf{r} - \frac{\partial \mathbf{p}_{\mathbf{s}}}{\partial \mathbf{r}}$$

Po scałkowaniu ostatniego równania w granicach  $r_0 - R$ i wykorzystaniu faktu, że  $p(r_0) = p(R)$ , oraz równania (24) otrzymamy:

$$p_{s}(R) = \frac{\omega^{2}}{2\pi L} \left[ (\varphi_{s} - \varphi_{c}) (1 - \varepsilon_{zaw}) Q_{z} + \varphi_{c}(Q_{z} - Q_{f}) \right]$$

$$lub \quad \frac{dp_{s}(R)}{d\tau} = \frac{\omega^{2}}{2\pi L} \left[ (\varphi_{s} - \varphi_{c}) (1 - \varepsilon_{zaw}) V_{z} + \varphi_{c} (V_{z} - V_{R}) \right] \quad (32)$$

Strumień objętości filtratu został więc określony jako dodatkowy warunek brzegowy omawianego zagadnienia Stefana dla obszaru zagęszczania. Równanie (32) jest zatem ostatnim równaniem wymaganym do opisu procesów zachodzących podczas zasilania wirówki o działaniu okresowym mieszaniną ciecz-ciało stałe.

W momencie zakończenia zasilania istnieje pewien rozkład porowatości, który staje się początkowym rozkładem dla zagadnienia Cauchy'ego w strefie osiadania zamiast dotychczasowego przebiegu (24), (25). W tym momencie zaczyna się drugi etap,

polegający na osiadaniu cząstek w warstwie zawiesiny, która przy powierzchni swobodnej staje się klarowną cieczą, i na zmniejszaniu się objętości cieczy w wirniku w przypadku wirówki filtracyjnej. W czasie drugiego etapu filtracji w wirówce ciśnienie zgniatające w warstwach osadu położonych bliżej ściany wirnika zaczyna maleć z powodu zmniejszania się szybkości filtracji, a dla warstw w pobliżu granicy wewnętrznej osadu rośnie, ponieważ narastają nowe warstwy. Osad należy przy tym traktować jako materiał plastyczny tzn. V<sub>s</sub>>0, lub znać zależności  $\varepsilon(p_s), k(p_s)$  w procesie obniżania ciśnienia zgniatającego. Rozważane zagadnienie Cauchy ego kończy się, gdy znika obszar sedymentacji. W tym momencie osad w wirniku pokryty jest warstwą cieczy, która następnie przepływa przez osad, w przypadku wirówki filtracyjnej. W czasie trzeciego etapu w wirówce filtracyjnej, polegającego na wypływie filtratu z porów przepływowych, osad może ulegać dalszemu zgnieceniu, gdy zmniejszenie siły wyporu, wywołane przesuwaniem się warstwy cieczy spowoduje, że wartość ciśnienia zgniatającego przewyższy ciśnienie panujące w osadzie w pierwszym i drugim etapie wirowania.

Przedstawiony powyżej model matematyczny procesu rozdziału mieszanin ciecz-ciało stałe w wirówce o działaniu okresowym nie ma rozwiązania analitycznego z powodu dużego stopnia skomplikowania równań różniczkowych i warunków granicznych. Może on jednak stanowić podstawę dla sformułowania kryteriów podobieństwa procesu. 4.2. WYPROWADZENIE KRYTERIÓW POWIEKSZANIA SKALI PROCESU ROZDZIAŁU MIESZANIN CIECZ - CIAŁO STAŁE W WIRÓWCE O DZIAŁANIU OKRESOWYM

Wyprowadzenie kryteriów podobieństwa procesu na podstawie jego modelu matematycznego wymaga aby model ten jednoznacznie opisywał proces. Jednoznaczność zagadnienia występującego w obszarze osiadania (24), (25), (26) wymaga założenia analityczności funkcji występujących w tych równaniach zgodnie z twierdzeniem Cauchy-Kowalewskiej. W obszarze zagęszczania występuje zagadnienie Stefena (27) + (31) . Jednoznaczność zagadnienia Stefana nie jest ujęta w formie twierdzeń i każde nowe sformułowanie problemu w formie zagadnienia Stefana wymaga nowego dowodu jednoznaczności, w oparciu o zasadę maksimum dla równań parabolicznych. Istnienie i jednoznaczność rozwiązania zagadnienia Stefana postawionego dla quasi - liniowego równania parabolicznego są dowodzone w pracach Kynera [46] i Rubinsteina [47] . Problem przedstawiony dla obszaru zagęszczania jest bardziej skomplikowany niż przypadek rozważany w opracowaniach [46], [47] ze względu na prędkość przesuwania się granicy tego obszaru, która zależy od zmiennej czasowej i przestrzennej, ponieważ jest określona między innymi przez rozwiązanie problemu Cauchy ego w obszarze osiadania. Podobny problem, jednak o mniejszym stopniu skomplikowania, rozważał Boley [48] . Ze względu na brak matematycznego dowodu jednoznaczności postawionego zagadnienia Stefana, musi być ona założona.

Przystępując do przeprowadzenia analizy podobieństwa [49] przez k<sub>i</sub> oznaczono stałą podobieństwa:

k<sub>i</sub> = <u>wielkość (i) obiektu</u> wielkość (i) modelu

Przyjmując, że równanie (19) opisuje strumień objętości ciała stałego w obiekcie, dla modelu otrzymamy:

$$k_{V}V_{s} = \frac{k_{L}k_{\omega}^{2}k(\rho_{s}-\rho_{c})k_{r}^{2}k_{(1-\varepsilon)}^{2}k_{k}}{k_{\mu}} \cdot \frac{2\pi L\omega^{2}(\rho_{s}-\rho_{c})}{\mu}r^{2}(1-\varepsilon)^{2}k + \frac{k_{L}k(1-\varepsilon)k_{k}k_{p}}{k_{\mu}} \cdot \frac{2\pi L}{\mu}r(1-\varepsilon)k\frac{\partial p_{s}}{\partial r} + k(1-\varepsilon)k_{V}(1-\varepsilon)V_{R}$$

Porównując ostatnie wyrażenie z równaniem (19) otrzymamy:

k<sub>ε</sub> = 1 /z warunku tego wynika k<sub>k</sub> = 1, ponieważ przepuszczalność jest funkcją porowatości/

$$\frac{k_{\omega}^{2}k_{(\varrho_{s}}-\varrho_{c})k_{r}^{2}}{k_{V/L}k_{\mu}} = 1$$
(33)

$$\frac{\frac{k_{\mu} k_{V/L}}{k_{p}} = 1$$
(34)

Należy przyjąć k $(g_s - g_c) = 1$ , ponieważ rozdzielanie w obiekcie i modelu dotyczy tej samej zawiesiny. Równanie (33) upraszcza się wtedy do postaci:

$$\frac{k_{\omega}^2 k_r^2}{k_V/L_{\mu}^k} = 1$$
(35)

Występowanie stałej podobieństwa k $\mu$  w równaniach (34), (35) praktycznie oznacza możliwość zmiany skali przy różnych temperaturach w modelu i obiekcie w przypadku, gdy parametry fizykochemiczne uwzględnione w przytoczonym opisie matematycznym, z wyjątkiem lepkości filtratu, pozostają stałe przy zmienie temperatury.

Wynikiem analizy równania ciągłości (18) jest warunek:

$$\frac{k_r k_V / L}{k_r^2} = 1$$
(36)

Pozostałe równania modelu, z wyjątkiem równań "stanu" dla osadu ściśliwego, które uzależniają porowatość i współczynnik przepuszczalności od ciśnienia zgniatającego, nie wprowadzają nowych warunków. Układ równań (34) , (35) , (36) stanowi zatem kryteria powiększania skali wirowania zawiesin tworzących nieściśliwe osady. Jako przypadek szczególny może być wyznaczony sposób powiększania skali przy stałym współczynniku rozdziału, jak to proponował Ursow [40] . W tym celu należy założyć  $k_{\omega}^2 k_r = 1$ ,  $k_{\mu} = 1$ . Stąd:

$$\omega^{2} R = idem$$

$$v_{z}/(LR) = idem$$

$$\omega^{2} \tau = idem$$

$$(37)$$

Większość zawiesin tworzy osady wykazujące zależność porowatości od ciśnienia zgniatającego. Uwzględniając zależność porowatości i współczynnika przepuszczalności od ciśnienia zgniatającego, przy warunkach  $k_{\epsilon} = 1$ ,  $k_{k} = 1$  otrzymany  $k_{p} = 1$ . Wprowadzając ostatni warunek do równań (34) , (35) , (36) dochodzimy do wniosku, że w przypadku ogólnym wirowania zawiesin tworzących ściśliwe - w tym nieściśliwe - osady, procesy w dużym bębnie i modelu są fizycznie podobne, gdy równe są prędkości obwodowe wirników:

 $\omega R = idem,$ 

zasilanie odbywa się zgodnie z warunkiem:

 $\mu V_z/L = idem$ 

a czasy odpowiadające stanom podobnym spełniają werunek:  $\omega^2 \tau / \mu = idem$ 

Dla przypadku równych lepkości filtratu w modelu i obiekcie otrzymamy:

$$\omega R = idem$$

$$V_z/L = idem$$

$$\omega^2 \tau = idem$$

$$(38)$$

Zależność objętości filtratu od czasu trwania procesu rozdziału możne opisąć we współrzędnych uogólnionych. Analiza podobieństwa równania (24) prowadzi do następującego kryterium:

$$\frac{k_Q}{k_r^2 k_L} = 1$$

Czasy odpowiadające stanom podobnym w wirnikach dla obu metod (37), (38) powiększania skali spełniają warunek:  $k_{\omega}^{2} k_{\tau} = 1$ 

Objętość filtratu jako funkcja czasu opisana we współrzędnych  $(\omega^2 \gamma), (Q_{\sim} (R^2 L))$  (39)

będzie zatem niezależna od skali procesu dla obu rozważanych metod jej powiększania. Porównanie krzywych zależności objętości filtratu od czasu, opisanych w tych współrzędnych, będzie świadczyło o dokładności danej metody powiększania skali.

# 4.3. DOŚWIADCZALNA WERYFIKACJA KRYTERIOW POWIĘKSZANIA SKALI 4.3.1. ZAKRES PRAC DOŚWIADCZALNYCH

Przeprowadzenie doświadczeń miało na celu sprawdzenie dokładności powiększania skali procesu filtracji mieszanin ciecz--ciało stałe w wirówkach o działaniu okresowym. Powiększanie skali odbywało się przy użyciu wyprowadzonych kryteriów (38), z których jedno dotyczyło równości prędkości obwodowych w modelu i obiekcie, oraz kryteriów (37) opisanych w literaturze, wśród których jedno wymegało równości współczynników rozdziału.

Doświadczenia wykonano w dwóch etapach. W pierwszym etapie doświadczeń badania prowadzono w wirówce laborytoryjnej wyposażonej w dwa wymienne cylindryczne wirniki filtracyjne o osi poziomej i szerokości L = 0,10 m oraz promieniach wewnętrznych R = 0,05 m i R = 0,10 m. Przy użyciu tych wirników możliwe było powiększanie skali przy współczynniku  $k_r = 2$ . Następnie zbadano doświadczalnie efekty powiększania skali przy przejściu od wirnika o promieniu R = 0,05 m , L = 0,10 m do wirnika R = 0,25 m , L = 0,26 m przemysłowej wirówki poziomej typu ROBATEL - MULAFTER, osiągając współczynnik powiększania skali  $k_r = 5$ .

Badano proces rozdzielania zawiesin wodnych, które wykazywały dość znaczne różnice w kinetyce filtracji. Jako wstępną ocenę szybkości filtracji i możliwości zgniatania osadu w bębnie wirówki, wykorzystano wyniki badań procesu izobarycznej filtracji próżniowej w nuczy, w zakresie różnicy ciśnień  $\triangle P$  0,1 ± 0,9 at i wyznaczono zależność współczynnika przepuszczalności od różnicy ciśnień oraz oznaczono gęstość ciała stałego zawiesiny. Przepuszczalność osadu korelowano z różnicą ciśnień następującą zależnością:

 $k = const (\Delta P)^{-s},$ 

która umożliwiała określenie współczynnika ściśliwości osadu s.

Doświadczenie w wirówce polegało na podawaniu mieszaniny ze stałym strumieniem objętości  $V_z$  do wirującego bębna, z jednoczesną rejestracją objętości filtratu. Stosowano równomierne podawanie zawiesiny wzdłuż tworzącej wirnika, aby narastająca warstwa osadu miała równą grubość. We wszystkich doświadczeniach wirniki wyłożone były przegrodą filtracyjną w postaci tkaniny oznaczonej ET 17/140 o małym oporze, która była regenerowana po każdym doświadczeniu.

W pierwszym etapie doświadczeń w wirnikach o promieniach 0,05 m i 0,10 m badano rozdzielanie pięciu zawiesin o charakterystyce przedstawionej w tabeli 1. Temperatura mieszaniny podawanej do wirnika wynosiła 25°C. Objętość filtratu w czasie doświadczeń w tych wirnikach mierzono automatycznie w sposób ciągły. Parametry powiększania skali przedstawiono w tabeli 2.

W czasie drugiego etapu badań w wirówkach o promieniach wirników 0,05 m i 0,25 m używano wodną zawiesinę przyspieszacza wulkenizacji M o stężeniu 16,0% z dodatkiem koagulatora o nazwie rokafenol N8P14 w ilości 2cm<sup>3</sup>/1dm<sup>3</sup> zawiesiny. Przepuszczalność badana metodą próżniową była równa opisanej w tabeli 1 dla zawiesiny drugiej. Temperatura mieszaniny wynosiła 20°C. W trakcie wykonywania doświadczeń w wirówce o promieniu wirnika 0,25 m mierzono czasy wypływu kolejnych porcji filtratu o objętości 1dm<sup>3</sup>. Parametry powiększania skali podano w tabeli 3.
### 4.3.2. OPIS STANOWISKA BADAWCZEGO

32 -

# 4.3.2.1. APARATURA

Aparatura laboratoryjna (rys.1), zaprojektowana i zbudowana w IChF - PAN, składała się z wirówki 1, dozownika zawiesiny 2 i odbieralnika filtratu 3.

Wirówka wyposażona była w dwa wymienne bębny filtracyjne o średnicy wewnętrznej 100 mm i 200 mm. Rysunek 2 przedstawia wariant dla dużego wirnika 1, w którym płyta czołowa 4 wyposażona jest w skrobak 7 do zdejmowania osadu. Przewód dopływowy zawiesiny 5 stanowiła zaślepiona rura z małymi otworami wzdłuż tworzącej. Na powierzchni cylindrycznej wirnika 1 znajdowało się 1860 /w przypadku mniejszego bębna 930/ otworów Ø 3 mm, rozmieszczonych w wierzchołkach trójkątów. Odcinek perforowany kosza miał długość 100 mm. Tkanina filtracyjna zeszyta w formie rękawa mocowana była za pomocą sznura azbestowego w rowku wirnika, a z drugiej strony jej brzcg uformowany był w kształcie kołnierza, dociśniętego pokrywą bębna 10 poprzez uszczelkę. Płyta czołowa 4 i pokrywa bębna 10 wykonane były z metaplexu. Umożliwiało to obserwację wizualną procesu wirowania. Wirówka (rys.1) napędzana była przez podwieszony silnik 10. Koła pasowe 9 na wale silnika były wymienne, co umożliwiało zmianę obrotów w granicach 1770 + 4100 obr./min. Drugi silnik 13, połączony z wałem wirówki za pomocą przekładni pasowej 12 i sprzęgła elektromagnetycznego 11, napędzał wirnik z małą prędkością (120 obr./min.) stosowaną przy usuwaniu osadu z wirnika.

Zawiesina była podawana do wirówki metodą przetłaczenia z dozownika za pomocą sprężonego powietrza. Dozownik 2 był termostatowany, posiadał mieszadło 18, którego prędkość obrotowa mogła być zmieniana, i manometr 20 do pomiaru ciśnienia powietrza.

Filtrat opuszczający osłonę wirnika przepływał przez przelew daszkowy do odbieralnika. Odbieralnik (rys.3) byż wyposażony w czujnik manometryczny 3 układu do rejestracji objętości filtratu w czasie i falochron 2 wyrównujący powierzchnię swobodną cieczy.

Wirówka przemysłowa typu ROBATEL - MULAFTER o osi poziomej była wyposażona w perforowany na powierzchni bocznej wirnik, o średnicy 500 mm i szerokości 260 mm. Skrobak wirówki został wymontowany w celu ułatwienia prowadzenia doświadczeń. Wirówka posiadała rurę zasilającą tego typu co wirówka laboratoryjna, zakończoną lejem do wlewenia zawiesiny. Tkanina filtracyjna, zeszyta w formie rękawa, mocowana była w rowkach za pomocą węża gumowego. Wirówka napędzana była przez przekładnię pasową. Obroty wirnika w czasie wykonywania doświadczeń wynosiły 820/min.

Zawiesina była podawana do wirówki metodą wlewania do leja ze zbiornika polietylenowego o pojemności 60dm<sup>3</sup>.

Filtrat opuszczający osłonę wirnika przepływał do zbiornika ustawionego na wadze wskazówkowej.

# 4.3.2.2. UKŁADY POMIAROWE

Strumień objętości zawiesiny, podawanej do wirówki luboratoryjnej, określany był przez pomiar czasu wypływu danej objętości przy stałym ciśnieniu powietrza, które znacznie przewyższało ciśnienie hydrostatyczne warstwy zawiesiny w dozowniku. Stałość ciśnienia powietrza i możliwość jego płynnej regulacji zapewniał reduktor wstępny R 102, umieszczony na przewodzie doprowadzającym powietrze do dozownika. Obroty bębna mierzono za pomocą układu składającego się z zamocowanego na wale magnesu pierścieniowego z nabiegunnikami (rys.1 poz.6) oraz czujnika indukcyjnego (rys.1 poz.7) przesyłającego impulsy do częstościomierza cyfrowego PFL-23.

Schemat urządzenia do rejestracji poziomu filtratu w odbieralniku przedstawiony jest na rys.4. Manometr rtęciowy 2 ma w jednym ramieniu rozpięty cienki drut Pt-Rh 3. Opór drutu między punktami A i B, dla stałych przekrojów poprzecznych S<sub>rurka</sub> i S<sub>drut</sub>, jest równy:

$$R_{AB} = R_{AB}^{0} - \frac{\frac{1}{S_{drut} \times drut} \cdot \frac{9c}{9Hg}}{\left[1 + \frac{S_{drut} \times drut}{(S_{rurka} - S_{drut}) \times Hg}\right] \left(1 + \frac{S_{rurka} - S_{drut}}{S_{rurka}}\right) + H =$$

=  $const_1 - const_2 \cdot H$ ,

# gdzie:

H - poziom filtratu w odbieralniku

 $R_{AB}^{0} = R_{AB}$  dla poziomu filtratu przyjętego za zerowy M - przewodność właściwa

# Q - gestość.

Mierzono spadek napięcia na oporze  $R_{AB}$  narzucając w obwodzie prąd o stałym natężeniu i zapomocą źródła U<sub>zas</sub> stałego napięcia (ZP-01) ~ 10V i dużego oporu R(R>R\_{AB})~1 kR. W ten sposób rejestrator X-Y/t BRYANS 26000 A3-2Y, pracujący w układzie Y<sub>1</sub>-X (time base), rejestrował wielkość proporcjonalną do poziomu filtratu H w odbieralniku. Odbieralnik miał stały przekrój poprzeczny, była to zatem wielkość proporcjonalna również do objętości filtratu. Zakres pomiarowy był zmieniany przez dobór wartości R. Sprawność działania urządzenia sprawdzono metodą rejestracji poziomu wody podawanej do cdbieralnika ze stałym strumieniem objętościowym. Maksymalne odchylenia otrzymanej linii od prostej były niezależne od stosowanego zekresu /8cm na wykresie odpowiadało 1dm<sup>3</sup> wody w odbieralniku oraz odpowiednio 8cm - 0,25dm<sup>3</sup> oraz 8cm - 0,16dm<sup>3</sup>/ i wynosiły ok. 1mm.

Regulacja szybkości przesuwu pisaka umożliwiała otrzymywanie wykresów z rejestratora o różnych zakresach zmiennej czasowej.

Sprawdzanie równomiernego rozłożenia warstwy osadu w wirniku o średnicy 200 mm i pomiar jej promienia wewnętrznego odbywały się przy pomocy skrobaka (rys.2 poz.7). Na część podnośnika skrobaka (rys.2 poz.9), wykonującą ruch posuwisty, naniesiona była podziałka milimetrowa, natomiast przy pokrętle umieszczona była tarcza z podziałką, co umożliwiało określenie położenia skrobaka z dokładnością do 0,1mm.

Strumień objętości zawiesiny podawanej do wirówki przemysłowej typu ROBATEL - MULAFTER określano jako iloraz objętości zawiesiny i czasu, w którym objętość ta została wlana do leja zasilającego. Dowodem stałości strumienia objętości zawiesiny była stała wysokość słupa zawiesiny w leju podczas zasilania, która równoważyła opory przepływu przez urządzenie zasilające.

Obroty bębna wirówki zmierzono za pomocą tachometru elektronicznego.

Strumień objętości filtratu wypływający z wirówki przemysłowej kierowany był do zbiornika ustawionego na wadze wskazówkowej o nośności 50kg. Mierzono czasy wypływu kolejnych porcji filtratu o masie 1kg.

Sprawdzenie równomierności rozłożenia warstwy osadu w wirniku odbywało się za pomocą suwmiarki. 4.3.3. OPIS STOSOWANEJ METODY DOSWIADCZALNEJ

36 -

Doświadczenie w aparaturze laboratoryjnej przedstawionej na rys.1 wykonywano w następujący sposób. Określoną objętość zawiesiny wlewano do dozownika 2 oraz włączano mieszadło 18 i termostat 15. Do odbieralnika filtratu 2 wlewano pewna objętość wody, aby skrócić drogę filtratu do lustra cieczy. Włączano układ rejestrujący poziom filtratu w odbieralniku, ustalano zakres pomiarowy i zerowano wskazania rejestratora. Po ustaleniu się temperatury zawiesiny w dozowniku włączano silnik 10 wirówki, a następnie otwierano zawór doprowadzający powietrze o odpowiednim ciśnieniu do dozownika przez reduktor 16 i otwierano zawór 17, powodując w ten sposób wypływ zawiesiny z dozownika do bębna wirówki. W momencie otwarcia zaworu 17 włączano przesuw pisaka w rejestratorze z odpowiednią prędkością. Po wyczerpaniu się zawiesiny w dozowniku odcinano dopływ powietrza, zamykano zawór 17 i wyłączano mieszadło. Gdy filtrat przestawał spływać do odbieralnika wyłączano silnik wirówki i pozostałe przyrządy, opróżniano zbiornik filtratu i sprawdzano równomierność rozłożenia osadu wzdłuż tworzącej wirnika. Następnie po zdjęciu płyty czołowej usuwano osad z wirnika. Po usunięciu osadu włączano sprzegło elektromagnetyczne 11 i silnik 13 i przy niskich obrotach wirnika regenerowano tkaninę filtracyjną za pomocą strumienie wody wypływającego z dyszy.

Doświadczenia w wirówce przemysłowej o średnicy 500 mm przebiegały w następujący sposób. Po włączeniu silnika wirówki i dokładnym wymieszaniu przygotowanej określonej objętości zawiesiny w zbiorniku polietylenowym o pojemności 60dm<sup>3</sup>, wlewano ją ze stałym strumieniem objętości do leja urządzenia zasilają-

cego. Jednocześnie notowano czasy odpowiadające przyrostom mesy 1kg w odbieralniku filtratu, ustawionym na wadze zegarowej. Gdy filtrat przestawał spływać do odbieralnika wyłączano silnik wirówki, opróżniano odbieralnik i sprawdzano równomierność rozłożenia osadu wzdłuż tworzącej wirnika. Następnie usuwano osad z kosza, wykorzystując otwór w płycie czołowej, powstały po wymontowaniu skrobaka i regenerowano tkaninę filtracyjną za pomocą strumienia wody wypływającego z dyszy.

W doświadczeniach, które miały na celu sprawdzenie dokładności obydwu metod powiększania skali procesu filtracji mieszanin ciecz-ciało stałe w wirówce o działaniu okresowym, modelem był wirnik o średnicy 100 mm, netomiast obiektami wirniki o średnicach 200 mm i 500 mm. Dla danej zawiesiny przeprowadzano doćwiać czenie w obiekcie i dwa doświadczenia w modelu. Prędkość obrotowa modelu była dobierana w ten sposób, że spełniony był warunek równości prędkości obwodowych, a następnie zmieniana, aby uzyskać równość współczynników rozdziału w modelu i obiekcie.

W czasie doświedczeń rejestrowano objętość filtratu odbieranego z wirników modelu i obiektu, pracujących w warunkach zdeterminowanych przez oba rozważane zespoły kryteriów podobieństwa. Otrzymywane krzywe stanowiły podstawę dla oceny podobieństwa procesów, lub jego braku. Możliwość zmian zakresu pomiarowego objętości filtratu i zmiennej czasowej w rejestratorze wykorzystano w ten sposób, że wykres otrzymywany z rejestratora był wykonany we współrzędnych uogólnionych (39), co umożliwiało bezpośrednie porównanie go z analogicznym wykresem dla doświadczenia biegnącego w wirówce o innym promieniu.

### 5. WYNIKI POMIAROW

Przy zastosowaniu opisanej wyżej metodyki wynik doświadczenia był wykresem zależności objętości filtratu od czasu w uogólnionych współrzędnych  $(\omega^2 \tau), (\mathbb{Q}_{\mathbf{f}'}(\mathbb{R}^2 \mathrm{L}))$  (39), które uniezależniają przebiegi krzywych doświadczalnych od skali procesu, dla obu metod jej powiększania. Wykonano po pięć takich samych doświadczcń i za wynik danego doświadczenia przyjmowano przebieg średni. Srednie przebiegi doświadczenia w obiekcie i dwóch doświadczeń w modelu, wykonanych przy zachowaniu kryteriów (37) i (38), nanoszono na jeden wykres w celu porównania skuteczności obu metod powiększania skali.

Rysunki 5 + 10 stanowią wyniki doświadczalnej weryfikacji metod powiększania skali procesu filtracji mieszenin ciecz-ciało stałe w wirówkach okresowych. Krzywe ciągłe (1) dotyczą filtracji w większych wirnikach - w obiektach. Pozostałe krzywe (2), (3) otrzymano dla procesu filtracji w wirniku o promieniu 0,05 m -- w modelu, stosując parametry doświadczalne, które zapewniały równość kryteriów podobieństwa (37) opisanych w literaturze [40] /krzywa 2/ i nowych kryteriów (38) wyprowadzonych w tej pracy /krzywa 3/, w wirnikach o małym i dużym promieniu. Zbliżenie przebiegu krzywych 2 lub 3, otrzymanych dla modelu, do krzywej ciągłej 1, wyznaczonej dla obiektu, świadczy o podobieństwie procesów, a tym samym o dokładności stosowanej metody powiększania skali. Krzywe dla modelu i wirnika o średnicy 200 mm zostały wykreślone przez rejestrator BRYANS w sposób ciągly, natomiast krzywa otrzymena w doświadczeniu wykonanym na wirówce przemysłowej, powstała przez połączenie linią ciągłą zaznaczonych na wykresie punktów, które zostały uzyskane z pomiaru czasu wypływu kolejnych porcji filtratu o określonej objętości.

Rysunki 5  $\pm$  9 dotyczą powiększania skali przy współczynniku  $k_r = 2$  dla parametrów przedstawionych w tabeli 2. Rysunek 10 przedstawia porównanie wyników powiększania skali obiema metodami przy dużym współczynniku  $k_r = 5$ . Parametry powiększania skali przy  $k_r = 5$  przedstawiono w tabeli 3.

### 6. ANALIZA BLEDOW POMIAROWYCH

W matematycznym modelu procesu filtracji zawiesiny w wirówce okresowej, wyprowadzonym w tej pracy, nie były uwzględnione skończona grubość i opór przegrody filtracyjnej. Opór stosowanej tkaniny ET 17/140 był jednak pomijalny w stosunku do oporu formowanych na niej osadów, natomiast z faktem pominiecia grubości przegrody filtracyjnej związane są błędy systematyczne powiększania skali. Prędkość obwodowa i współczynnik rozdziału określane były w oparciu o promienie wewnętrzne wirników bez uwzględnienia grubości tkaniny, która wynosiła 0,6 mm. W skrajnym przypadku przy dużym współczynniku powiększania skali k<sub>r</sub> = 5 rzeczywisty stosunek promienia dużego wirnika do małego nie wynosił 5, lecz był większy o ok. 1%. Pewien błąd, również związany ze skończoną grubością przegrody filtracyjnej, mógł być spowodowany przez relatywnie większe dla małego wirnika zatrzymanie cieczy w tkaninie, na skutek większego stosunku objętości porów tkaniny do objętości filtratu. Innym błędem systematycznym była zmienność ciśnienia powodującego wypływ zawiesiny z dozownika, wywołana zmienną wysokością słupa zawiesiny w dozowniku. Zmiana ciśnienia statycznego zawiesiny w dozowniku stanowiła ok. 2% zastosowanego ciśnienia powietrza, wytłaczającego zawiesinę do bębna wirówki. Przepływ zawiesiny przez urządzenie zasilające był burzliwy - stąd błąd strumienia

objętości zawiesiny mógł dochodzić do 1%.

40

W czasie wykonywania doświedczeń skoncentrowano się na usunięciu przyczyny największych błędów przypadkowych pomiaru objętości filtratu w czasie. Jeżeli na skutek zatkania się otworu w rurze zasilającej w pewnym miejscu wirnika było podawane mniej zawiesiny - w miejscu tym tworzył się osed o mniejszej grubości. Nierówna grubość osadu, spowodowana nierównomiernym podawaniem zawiesiny, była przyczyną błędów, powstałych na skutek istnienia miejsc o małym oporze, przez które filtrat przepływał z dużą prędkością. Tego rodzaju zakłócenia w przebiegu doświadczeń powodowały zwiększenie strumienia objętości filtratu. Nieprawidłowości przebiegu etapu zasilania wirówki były obserwowane wizualnie i w przypadku ich stwierdzenia wyniki pomiarów nie były brane pod uwagę.

Zeobserwowano natomiast w doświadczeniach przebiegających bez zakłóceń pewien błąd gystematyczny, polegający na tym, że powierzchnia wewnętrzna osadu tworzyła stożek ścięty o nieznacznym nachyleniu twórzącej. Różnice między największym i najmniejszym promieniem wewnętrznym osadu ∆r<sub>c</sub> wynosiły: - ok. 1 mm dla osadu w wirniku o promieniu 250 mm, - 0,3 ÷ 0,5 mm dla osadu w wirniku o promieniu 100 mm , - nierównomierność rozłożenia osadu w wirniku o promieniu 50 mm była trudna do oszacowania ze względu na brak dokładnego przyrządu do pomiaru grubości osadu w tym wirniku, ale na podstawie pomiarów grubości placka filtracyjnego za pomocą przymiaru liniowego można stwierdzić, że nie przekraczała ona 0,5 mm.

W celu określenia wpływu nachylenia powierzchni osadu na strumień objętości filtratu, zostanie w sposób przybliżony wyznaczony stosunek średniego strumienia objętości filtratu  $\overline{V}_{R}$ , przepływającego przez warstwę osadu o powierzchni wewnętrznej w kształcie stożka ściętego, do strumienia objętości filtratu przepływającego przez warstwę osadu o równej grubości. Równanie (15), opisujące przepływ cieczy przez warstwę osadu nieściśliwego o równej grubości, zostanie uproszczone do postaci:

$$V_{\rm R} = \frac{g_{\rm c} \, \omega^2 \pi \, {\rm Lk} ({\rm R}^2 - {\rm r}_{\rm o}^2) ({\rm R} + {\rm r}_{\rm c})}{2 \, \mu \, ({\rm R} - {\rm r}_{\rm c})}$$

przy zastosowaniu przybliżenia  $\ln(R/r_c) \cong 2(R - r_c)/(R + r_c)$ i będzie opisywało lokalny strumień objętości filtratu w miejscu gdzie promień osadu wynosi:

$$r_c = r_c max - (r_c/L)z$$

Ponieważ rozpatrywane jest nierównomierne ułożenie warstwy osadu o danej objętości, która jest określona przez promień warstwy osadu o równej grubości  $r_c$ , istnieje następująca zależność między  $r_c$  max,  $\Delta r_c$  i  $r_c$ :

$$\pi L(R^2 - r_c^2) = \pi \int_0^L \left[ R^2 - \left( r_c \max - \frac{\Delta r_c}{L} z \right)^2 \right] dz$$

Wynik całkowania ostatniego równania prowadzi do zależności:  $\mathbf{r}_{c \text{ max}} = \frac{\Delta \mathbf{r}_{c}}{2} + \sqrt{\mathbf{r}_{c}^{2} - \frac{(\Delta \mathbf{r}_{c})^{2}}{12}}$ 

Wstawiając do zmodyfikowanego równania (15) w miejsce r<sub>c</sub> wyrażenie:

$$\mathbf{r}_{c \text{ max}} - \frac{\Delta \mathbf{r}_{c}}{L} \mathbf{z} = \frac{\Delta \mathbf{r}_{c}}{2} + \sqrt{\mathbf{r}_{c}^{2} - \frac{(\Delta \mathbf{r}_{c})^{2}}{12}} - \frac{\Delta \mathbf{r}_{c}}{L} \mathbf{z}$$

i obliczając średni strumień objętości filtratu otrzymamy:

$$\overline{v}_{R} = \frac{9c\omega^{2}\pi k}{2\mu} (R^{2} - r_{o}^{2}) \int_{0}^{L} \frac{R + \frac{\Delta r_{c}}{2} + \sqrt{r_{c}^{2} - \frac{(\Delta r_{o}^{2})^{2}}{12}} - \frac{\Delta r_{c}}{L} z}{R - \frac{\Delta r_{c}}{2} - \sqrt{r_{c}^{2} - \frac{(\Delta r_{o}^{2})^{2}}{12}} + \frac{\Delta r_{c}}{L} z} dz = \frac{9c\omega^{2}\pi k}{2\mu} (R^{2} - r_{o}^{2})L}{R + \sqrt{r_{c}^{2} - \frac{(\Delta r_{o}^{2})^{2}}{12}}} = \frac{9c\omega^{2}\pi k}{2\mu} (R^{2} - r_{o}^{2})L}{R - \sqrt{r_{c}^{2} - \frac{(\Delta r_{o}^{2})^{2}}{12}}}$$

Stosunek średniego strumienia objętości filtratu, w przypadku kiedy promień r<sub>c</sub> zmienia się wzdłuż tworzącej wirnika, do strumienia objętości filtratu przepływającego przez warstwę osadu o równej grubości, będzie zatem równy:

$$\frac{\overline{V}_{R}}{V_{R}} = \frac{R - r_{c}}{R + r_{c}} \cdot \frac{R + \sqrt{r_{c}^{2} - \frac{(\Delta r_{c})^{2}}{12}}}{R - \sqrt{r_{c}^{2} - \frac{(\Delta r_{c})^{2}}{12}}}$$
(39)

Rozważając skrajny przypadek hipotetycznej dużej nierównomiernośći rozłożenia osadu w małym wirniku (R = 50 mm) równej  $\Delta r_c = 0,5$  mm i cienkiej warstwy osadu litoponu R -  $r_c = 3$  mm, otrzymamy:

$$\frac{\overline{v}_{R}}{v_{R}} = 0,9999$$

- 43 -

Jakkolwiek stosowany wzór (39) został wyprowadzony w oparciu o założenie nieściśliwości osadu, to wydaje się, że błąd systematyczny polegający na nierównomiernym rozłożeniu osadu można w rozważanych doświadczeniach pominąć.

Aby określić wpływ pozostałych omawianych błędów systematycznych na strumień objętości filtratu, rozważmy równanie (15) przekształcone do postaci:

$$\frac{\mathbf{v}_{\mathrm{R}}}{\mathbf{k}} = \gamma_{\mathrm{c}} \pi \mathrm{L} \frac{\omega^{2} (\mathbf{R}^{2} - \mathbf{r}_{\mathrm{o}}^{2})}{\mu \ln(\mathbf{R}/\mathbf{r}_{\mathrm{c}})}$$

Stosując metodę różniczki zupełnej otrzymamy:

$$\frac{\left|\Delta \frac{\mathbf{V}_{\mathrm{R}}}{\mathbf{k}}\right|}{\frac{\mathbf{V}_{\mathrm{R}}}{\mathbf{k}}} = 2 \frac{\left|\Delta\omega\right|}{\omega} + \frac{\left|\Delta\left(\mathbf{R}^{2} - \mathbf{r}_{\mathrm{o}}^{2}\right)\right|}{\mathbf{R}^{2} - \mathbf{r}_{\mathrm{o}}^{2}} + \frac{\left|\Delta\mu\right|}{\mu} + \frac{\left|\Delta\ln\left(\mathbf{R}/\mathbf{r}_{\mathrm{c}}\right)\right|}{\ln\left(\mathbf{R}/\mathbf{r}_{\mathrm{c}}\right)}$$

Z drugiej strony, wykonując różniczkowanie wyrażenia V<sub>R</sub>/k otrzymamy:

$$\frac{\left|\Delta \frac{\mathbf{v}_{\mathrm{R}}}{\mathbf{k}}\right|}{\frac{\mathbf{v}_{\mathrm{R}}}{\mathbf{k}}} = \left|\frac{\Delta \mathbf{v}_{\mathrm{R}}}{\mathbf{v}_{\mathrm{R}}} - \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \mathbf{v}_{\mathrm{R}}} \frac{\Delta \mathbf{v}_{\mathrm{R}}}{\mathbf{k}}\right|$$

Z dyskusji równań (15), (16) wynika, że wraz ze wzrostem  $V_R$  rośnie ciśnienie zgniatające p<sub>s</sub>, co powoduje obniżenie współczynnika przepuszczalności. Wynika stąd:

$$\frac{\partial k}{\partial V_{R}} < 0 \quad , \quad \left| \frac{\Delta V_{R}}{V_{R}} - \frac{\partial k}{\partial V_{R}} \cdot \frac{\Delta V_{R}}{k} \right| > \frac{\left| \Delta V_{R} \right|}{V_{R}}$$

Ze względu na brak możliwości określenia pochodnej  $\partial k / \partial V_R$ w sposób analityczny, przyjęto oszacowanie błędu strumienia

objętości filtratu zgodnie z równaniem:

$$\frac{\left|\Delta \mathbf{V}_{\mathrm{R}}\right|}{\mathbf{V}_{\mathrm{R}}} = 2 \frac{\left|\Delta\omega\right|}{\omega} + \frac{\left|\Delta\left(\mathrm{R}^{2}-\mathbf{r}_{\mathrm{o}}^{2}\right)\right|}{\mathrm{R}^{2}-\mathbf{r}_{\mathrm{o}}^{2}} + \frac{\left|\Delta\right|\mu\right|}{\mu} + \frac{\left|\Delta\ln\left(\mathrm{R}/\mathrm{r}_{\mathrm{c}}\right)\right|}{\ln\left(\mathrm{R}/\mathrm{r}_{\mathrm{c}}\right)}$$

Wykorzystując bilans objętości układu w koszu z uwzględnieniem stałości strumienia objętości zawiesiny w czasie zasilania wirówki i doświadczalnie stwierdzonej stałości strumienia objętości filtratu oraz proporcjonalności  $V_R$  do  $V_z$ , którą wykazał Szkoropad [29], otrzymamy kolejno:

$$\frac{\left|\Delta\left(\mathbf{R}^{2}-\mathbf{r}_{o}^{2}\right)\right|}{\mathbf{R}^{2}-\mathbf{r}_{o}^{2}}=\frac{\left|\Delta\left(\mathbf{v}_{z}-\mathbf{v}_{R}\right)\right|}{\mathbf{v}_{z}-\mathbf{v}_{R}}=\frac{\left|\Delta\left\mathbf{v}_{z}\right|}{\mathbf{v}_{z}}$$

Rozważając błąd związany z promieniem wewnętrznym wirnika i promieniem wewnętrznym warstwy osadu otrzymamy:

$$\frac{\left|\Delta \ln(R/r_{c})\right|}{\ln(R/r_{c})} = \frac{R^{2} - r_{c}^{2}}{2r_{c}^{2} \ln(R/r_{c})} \left(\frac{2\left|\Delta R\right|}{R} + \frac{\left|\Delta Q_{osad}\right|}{Q_{osad}}\right)$$

Ponieważ w przeprowadzonych doświadczeniach

$$\frac{R^2 - r_c^2}{2r_c^2 \ln(R/r_c)} < 1.3$$

otrzymamy:

$$\frac{\left|\Delta \ln(R/r_{c})\right|}{\ln(R/r_{c})} = 2,6 \frac{\left|\Delta R\right|}{R} + 1,3 \frac{\left|\Delta Q_{osad}\right|}{Q_{osad}}$$

Błąd względny strumienia objętości filtratu będzie ostatecznie określony wzorem:

$$\frac{\left|\Delta V_{R}\right|}{V_{R}} = 2 \frac{\left|\Delta\omega\right|}{\omega} + \frac{\left|\Delta V_{z}\right|}{V_{z}} + \frac{\left|\Delta\mu\right|}{\mu} + 2,6 \frac{\left|\Delta R\right|}{R} + 1,3 \frac{\left|\Delta Q_{osad}\right|}{Q_{osad}}$$
(40)

Błąd  $|\Delta V_z|/V_z$  występujący we wzorze (40) należy podzielić na część systematyczną i przypadkową. Dokładność wyników pomiarów będzie ostatecznie oszacowana w sposób następujący:

$$\left(\frac{|\Delta \mathbf{V}_{\mathrm{R}}|}{|\mathbf{V}_{\mathrm{R}}|}\right)_{\mathrm{syst}} = \left(\frac{|\Delta \mathbf{V}_{\mathrm{z}}|}{|\mathbf{V}_{\mathrm{z}}|}\right)_{\mathrm{syst}} + 2,6 \quad \frac{|\Delta \mathrm{R}|}{|\mathbf{R}|} = 0,01 + 0,026 = 0,036$$

Precyzja pomiarów, której miarą jest rozrzut wyników, będzie uwarunkowana następującymi błędami przypadkowymi, które są określone przez wahania wartości mierzonych wielkości lub przez precyzję metod i przyrządów pomiarowych:

- błąd pomiaru prędkości kątowej wynosił 0,2 Hz, co stanowi około 0,5% mierzonej wartości,
- błąd określenia V<sub>z</sub> przez pomiar czasu wypływu z dozownika znanej objętości zawiesiny wynosił 2%,
- błąd pomiaru temperatury 0,1°C podczas prowadzenia doświedczeń na dużej wirówce powodował błąd lepkości filtratu 0,25%,
- błąd objętości osadu, związany z wahaniem zawartości ciała stałego w zawiesinie i błędem pomiaru objętości zawiesiny wziętej do filtracji, szacowany jest na 0,5%.

Maksymalny błąd przypadkowy będzie równy:

$$\left(\frac{|\Delta \mathbf{V}_{\mathrm{R}}|}{|\mathbf{V}_{\mathrm{R}}|}\right)_{\mathrm{przyp}} = 2 \frac{|\Delta \omega|}{\omega} + \left(\frac{|\Delta \mathbf{V}_{\mathrm{z}}|}{|\mathbf{V}_{\mathrm{z}}|}\right)_{\mathrm{przyp}} + \frac{|\Delta \mu|}{|\mu|} + 1,3 \frac{|\Delta \mathbf{Q}_{\mathrm{osad}}|}{|\mathbf{Q}_{\mathrm{osad}}|} = 0,01 + 0,02 + 0,0025 + 0,0065 = 0,039$$

Rysunki 11,12,13 są ilustracją rozrzutu mierzonej w czasie doświadczeń wartości objętości filtratu, na przykładzie rozdzielania zawiesiny zawierającej jako ciało stałe przyspieszacz wulkanizacji M, w wirnikach o promieniach 0,05 m i 0,10 m. Błąd systematyczny pomiaru składa się z części  $(| \Delta \nabla_z| / \nabla_z)_{syst}$ , która zniekształca przebiegi doświadczeń w wirnikach o promieniach 0,05 m i 0,10 m, do których podawano zawiesinę z dozownika. Błąd 2,6  $|\Delta R| / R$  związany z określaniem prędkości obwodowej i współczynnika rozdziału w oparciu o wewnętrzny promień wirnika bez uwzględniania grubości tkaniny filtracyjnej, oraz nie uwzględniany w analizie błąd związany z zatrzymaniem cieczy w tkaninie, mają charakter ukierunkowany i powodują obniżenie krzywych 2 i 3 na rysunkach 5 + 10, uzyskanych dla małego wirnika, w stosunku do krzywych 1 dla wirników o promieniach 0,10 m i 0,25 m. Uwzględnienie tych błędów na wykresach spowodowałoby podwyższenie krzywych 2 i 3 w stosunku do krzywych 1.

# 7. DYSKUSJA WYNIKOW DOSWIADCZEN

Z krzywych przedstawionych na rysunkach 5 + 10 i danych dotyczących zasilania wirówki wynika, że w okresie podawania mieszaniny do wirnika stałym strumieniem objętości, strumień objętości wypływającego filtratu jest w przybliżeniu stały. Jest to wniosek zgodny z wynikami prac innych badaczy [25], [27], [29], [30].

Celem prac eksperymentalnych było sprawdzenie dokładności nowej metody powiększania skali procesu filtracji mieszanin ciecz-ciało stałe w wirówkach o działaniu okresowym i porównanie jej z dokładnością metody znanej w literaturze.

wanych rysunkach 11,12,13 był równy 0,5 mm.

Z tego względu po wykonaniu doświadczeń przeprowadzono szczegółową analizę błędów. Rezultatem tej analizy było stwierdzenie. że maksymalne błędy przypadkowe są równe 3,9%, natomiast maksymalne błędy systematyczne nie przekraczają tej wartości i są częściowo ukierunkowane. Uwzględnienie błędów systematycznych związanych z określeniem prędkości obwodowej i współczynnika rozdziału w oparciu o średnicę wewnętrzną wirnika oraz błędów związanych z zatrzymaniem cieczy w tkaninie, spowodowałoby podwyższenie przebiegu krzywych 2 i 3 dla małego wirnika w stosunku do krzywych i dla dużych wirników, a tym samym większe zbliżenie przebiegu krzywych 1 i 3 i większe oddalenie krzywych 1 i 2. Wnioskiem z przeprowadzonej w taki sposób analizy wyników powiększania skali przedstawionych na ryeunkach 5 \* 10 będzie stwierdzenie, że metoda powiększania skali oparta na zachowaniu równości prędkości obwodowych wirników (38) jest dokładna i daje znikome błędy. Natomiast metoda powiększania skali związana z zachowaniem równości współczynników rozdziału (37), zastosowana do rozdzielania badanych zawiesin, nie zapewnia podobieństwa kinetyki procesu ich rozdziału w wirówkach o małym i dużym promieniu. Szczególnie duże błędy powiększenia skali daje metoda (37) w przypadku, gdy duży jest współczynnik ściśliwości osadu i gęstość ciała stałego, jak to ma miejsce dla zawiesin tlenku cynku (rys.7) i litoponu (rys.9), oraz w przypadku gdy współczynnik powiększania skali jest duży (rys.10) . Dokładność nowej

tem współczynnika powiększania skali. W pracy wykazano eksperymentalnie, że metoda powiększania skali (37) podana przez Ursowa [40], daje znaczne różnice w kinetyce filtracji w modelu i obiekcie, w przypadku wirowania

metody (38), w porównaniu z metodą (37), rośnie wraz ze wzros-

zawiesin, które tworzą ściśliwy osad i filtrują się ruchem laminarnym. Z tego powodu nie może być ona stosowana do uzyskania danych potrzebnych do doboru lub projektowania wirówek bez użycia poprawek obliczeniowych. Dla tej klasy zawiesin wyprowadzono nowe kryteria powiększania skali i zweryfikowano je doświadczalnie.

Standardowe wirówki laboratoryjne, które są modelami w powiększaniu skali procesu rozdziału zawiesin mają średnice większe niż stosowane w tej pracy. Radziecka wirówka laboratoryjna FGN-351K-1 ma średnicę 350mm [50], natomiast amerykańska wirówka testowa wyposażona jest w wirnik o średnicy 12 cali (304,8mm) [23]. Wyniki pięciokrotnego powiększania skali przy zastosowaniu tych wirówek pozwalają określać przebieg procesu rozdziału mieszanin ciecz-ciało stałe w wirnikach o średnicach 1500 + 1750 mm, które należą do największych stosowanych w przemyśle [50],[51],[52]. Potwierdzenie dużej dokładności nowej metody modelowania procesu filtracji zawiesin w wirówkach okresowych przy pięciokrotnym powiększaniu skali, stwarza możliwości doboru lub projektowania wirówek przemysłowych na podstawie doświadczeń w wirówce laboratoryjnej.

Brak podobieństwa procesów rozdziału mieszanin ciecz-ciało stałe w modelu i obiekcie przy zastosowaniu metody powiększania skali z zachowaniem równości współczynników rozdziału (37), która została wyprowadzona dla zawiesin tworzących nieściśliwe osady, świadczy o tym, że wpływ ściśliwości osadu na kinetykę filtracji zawiesin w wirówce okresowej jest istotny i nie może być zaniedbany.

Duża dokładność powiększania skali procesu filtracji zawiesin

w wirówce, przy zastosowaniu metody związanej z zachowaniem równości prędkości obwodowych wirników (38), została uzyskana na skutek istnienia podobieństwa kinetyki procesów w małym i dużym wirniku. Wnioski wypływające z zastosowanego modelu matematycznego w postaci kryteriów podobieństwa procesów, zostały zatem potwierdzone doświadczalnie dla zawiesin filtrujących się ruchem laminarnym.

### 8. WNIOSKI

- Przedstawiony w pracy matematyczny model procesu rozdziału mieszanin ciecz-rozdrobniona faza stała w wirówce filtracyjnej o działaniu okresowym, stanowi teoretyczną podstawę dla sformułowania nowych kryteriów powiększania skali tego procesu.
- 2. Jednoczesna weryfikacja doświadczalna sformułowanych w tej pracy i proponowanych dotychczas w literaturze kryteriów powiększania skali wykazała, że nowe kryteria pozwalają przewidywać ze znacznie większą dokładnością efekty powiększania skali rozważanego procesu.
- 3. Nowe kryteria w odróżnieniu od znanych w literaturze -- znajdują zastosowanie w powiększaniu skali procesu filtracji w polu siły odśrodkowej klasy mieszanin tworzących osady o zróżnicowanej ściśliwości.

# TABELE

									3						
T	a	þ	e	1	a	1.	Charakterystyk <b>a</b>	zawiesin	stosowanych	w pierwszym	etapie	badań (	(k <sub>r</sub>	R	2)

Numer kolejny zawie- siny	Ciało stałe w mieszaninie	Sposób przygotowania zawiesiny	c	k [m <sup>2</sup> ]	$g_{s}\left[\frac{kg}{m^{3}}\right]$
1	Węglan wap- nia	Dodano wodę do zmie- szanych w stosunku 20:1 węglanów wapnia czystego i technicz- nego (ton)	0,333	k=5,22.10 <sup>-13</sup> (0;1at< <b>D</b> <0,43 at) k=4,38( <b>D</b> P) <sup>-0,22</sup> ?10 <sup>-13</sup> (0,43at< <b>D</b> <0,9at) at	2700
2	Przyspieszacz wulkanizacji M (merkaptoben- zotiazol)	Wodę z dodatkiem (1.25cm <sup>3</sup> /1dm <sup>3</sup> zawie- siny)koagulatora o naz- wie rokafenol N8P14 dodano do przyspie- szacza M	0,116	$k=8,90(\Delta P)^{-0,631}.10^{-14}$	1420
3	Tlenek cynku	Zmieszano tlenek cynku z wodą	0,182	$k=2,11(\Delta P)^{-0,630}.10^{-14}$	5610
4	Żółcień cynkowa (addycyjny zwią zek tlenku cyn- ku i dwuchro- mienu potasu)	Mieszaninę otrzymy- waną w procesie technologicznym rozoieńczono wodą (1+1)	0,300	$k=1,33(\Delta P)^{-0,592}.10^{-14}$	3520
5	Litopon (mieszenine siarczenu bero- wego i siarcz- ku sodowego)	Mieszarinę otrzymy- waną w procesie technologicznym roz- cieńczono wodą (1+3)	0,102	$k=7,00(\Delta P) = -0,652.10^{-15}$	4290

Krzywa na rys. 5 ÷ 9	R [m]	ω[s <sup>-1</sup> ]	$Fr = \frac{\omega^2 R}{g}$	ωR [m∕s]	Nr kolejny zawi e- siny	$\left[\frac{v_z \cdot 10^6}{\left[\frac{m^3}{s}\right]}\right]$	Q <sub>2</sub> .10 <sup>6</sup> [m <sup>3</sup> ]	$\frac{V_{z}}{LR} \begin{bmatrix} m\\ s \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} v_{\underline{z}} & 10^4 \\ \overline{L} & \left[ \frac{m^2}{s} \right] \end{bmatrix}$	h•10 <sup>3</sup> [m]
					1	200	4000	0,020	20	22,0
				18,5	2	100	3560	Q <b>,</b> 010	10	11,0
1	0,10	185	348		3	70	2800	0,007	7	10,0
					4	60	2400	0,006	6	12,0
					5	70	2400	0,007	7	6,0
					1	100	1000	0,020		
		261	348		2	50	890	0,010		
2	C,05				3	35	700	0,007		
					4	30	600	0,006		
					5	35	600	0,007		
					1	200	1000		20	
		369			2	100	890		10	
3	0,05			18,5	3	70	700		7	
					4	60	600		6	
					5	70	600		7	

T a b e l a 2. Parametry powiększania skali w pierwszym etapie badań ( $k_r = 2$ )

http://rcin.org.pl

1 52

1

T a b e l a 3. Parametry powiększania skali w drugim etapie badań  $(k_r = 5)$ 

Krzywa na rys. 10	R [m]	ω [s <sup>-1</sup> ]	$Fr = \frac{\omega^2 R}{g}$	ωR[m/s]	$v_z \cdot 10^6$ $\left[\frac{m^3}{s}\right]$	Q <sub>g</sub> •10 <sup>6</sup> [m <sup>3</sup> ]	$\frac{V_{z}}{LR} \left[ \frac{m}{s} \right]$	$\frac{\frac{V_{z}}{L} \cdot 10^{4}}{\left[\frac{m^{2}}{s}\right]}$	h•10 <sup>3</sup> [m]
1	0,25	85,9	188	21,5	500	24950	0,0077	19,2	15,0
2	0,05	192	188		38,5	384	0,0077		
3	0,05	429		21,5	192	384		19,2	

- 53

1

# RYSUNKI



	Schemat aparatury doświadczalnei		RUS. 10		
IN	STYTUT CHEMII FIZYCZNEJ PAN		skala 1:10		
Poz.	Wyszczególnienie	Szt.	Materiat	Uwagi	
1	Wirówka filtracyjna	1			
2	Dozownik zawiesiny	1			
3	Odbieralnik filtratu	1			
4	ŁOŻysko	2			
5	Hamulec	1			
6	Magnes pierscientowy z nablegunnikam	1			
7	Czujnik indukcyjny	1			
8	Koto pasowe	1			
9	Koto pasowe	12			
10	Silnik 2,2 kW, 2870 obr./min.	1			
11	Sprzęgło elektromagnetyczne VBA 5	1	-		
12	Koto pasowe	4			
13	Silnik 0,6 kW, 690 obr./min.	1			
14	Czujnik manometryczny	1			
15	Termostat	1			
16	Reduktor wstępny R 102	4			
17	ΖαψόΓ	1			
18	Mieszadto	1			
19	Uktad napędowy mieszadta	1			
20	Manometr	1		•	





**Rys. 2** a

11	Króciec	1	1H18N9T	
10	Pokrywa bębna	1	Metaplex	
9	Podnośnik skrobaka	1	St. węglowa Mosiądz	
8	Rynna	1	Metaplex	
7	Skrobak	1	1H 18N9T	
6	Króciec odpływowy filtratu	1	1H18N9T	
5	Przewód dopływowy zawiesiny	1	1H <b>1</b> 8N <b>9</b> 1	
4	Ptyta czotowa	1	Metap/ex	
3	Obudowa	1	1H48N91	
2	Wat napędowy tożyskowany	1	St. weglowa	
1	Beben	1	IHIBN9T	
Poz.	Wyszczegolnienie	szt.	Material	Unagi
IN Za	<b>ISTYTUT CHEMII FIZYCZNEJ PAN</b> ktad Podstaw Inżynierii Chemicznej	Skala (:	2	
W	irowka filtracyjna	Rys. 2	6.	



Przekrój A-A

Widok "W"



.. W



	4	Zawor	1	Mosiadz	
"	3	Czujnik manometryczny	7	Szkło	
-	2	Falochron	1	Metaplex	
	1	Zbiornik	1	Metaplex	
	Poz.	Wyszczególnienie	szt.	Materiat	Uwagi
	INS Zak	STYTUT CHEMII FIZYCZNEJ PAI Itad Podstaw Inżynierii Chemicznej	V	Skala 🚺	:5
		Odbieralnik filtratu	Rys.3a	2	




















http://rcin.org.pl



http://rcin.org.pl

OZNACZENIA

. .

•

.4

	C -	współczynnik zdefiniowany równaniem (10) m <sup>2</sup> /s
	c -	ułamek masowy ciała stałego w zawiesinie
	dz -	średnica zastępcza cząstek osadu m
	e -	wskaźnik porowatości
	ec -	wskaźnik porowatości osadu na granicy z zawiesiną
` .	ezew -	wskaźnik porowatości zawiesiny
	g -	przyspieszenie ziemskie m/s <sup>2</sup>
	H -	poziom filtratu w odbieralniku 🛛 m
	h -	grubość warstwy osadu m
	<b>k</b> -	współczynnik przepuszczalności m <sup>2</sup>
<b>i</b> -	k	stała podobieństwa
	L -	szerokość wewnętrzna wirnika m
	ΔP -	różnica ciśnień na powierzchni zawiesiny i pod przegrodą
	••••	filtracyjną kg/(ms <sup>2</sup> )
· · ·	p -	ciśnienie statyczne kg/(ms <sup>2</sup> )
•••	P <sub>f</sub> -	strata ciśnienia wywołana przez tarcie kg/(ms <sup>2</sup> )
	P	ciśnienie zgniatające w osadzie kg/(ms <sup>2</sup> )
	Qr -	objętość filtratu m <sup>3</sup>
	Q <sub>osad</sub> -	objętość osadu m <sup>3</sup>
•	Qz -	objętość zawiesiny podanej do wirówki m <sup>3</sup>
	r -	promień m
	r <sub>c</sub> -	promień wewnętrzny warstwy osadu m
	rc max	największy promień wewnętrzny warstwy osadu
		przy nierównomiernym jego rozłożeniu m
•	ro -	promień wewnętrznej warstwy zawiesiny lub cieczy m
*1 *	R -	promień wewnętrzny wirnika m
	s -	współczynnik ściśliwości osadu

<sup>U</sup>c.s - pozorna prędkość cieczy, ciała stałego m/s u<sub>c.s</sub> - rzeczywista prędkość cieczy, ciała stałego m/s rzecz <sup>u</sup>s<sub>c</sub> - pozorna prędkość ciała stałego w osadzie na granicy z zawiesiną m/s - pozorna prędkość ciała stałego w zawiesinie us m/s ZOW u - pozorna prędkość cieczy względem ciała stałego m/s V<sub>c.s</sub> - strumień objętości cieczy, ciała stałego m<sup>3</sup>/s - strumień objętości filtratu m<sup>3</sup>/s VR V<sub>R</sub> - średni strumień objętości filtratu m<sup>3</sup>/s przy nierównomiernym rozłożeniu osadu v<sub>sro</sub> - strumień objętości ciała stałego na wewnętrznej powierzchni warstwy zawiesiny m<sup>3</sup>/s - strumień objętości ciała stałego na wewnętrznej powierzchni warstwy osadu w zawiesinie, zaw.osad w osadzie m<sup>3</sup>/s - strumień objętości surówki m<sup>3</sup>/s V. - współrzędna Lagrange'a definiowana równaniem (9) W m wc - współrzędna Lagrange'a dla powierzchni osadu graniczącej z zawiesiną m - odległość od przegrody filtracyjnej m X - osiowa współrzędna cylindryczna z m - bład wielkości i [i] Δj - porowatość osadu lub ułamek objętościowy cieczy ε w zawiesinie ε\* - ułamek objętościowy cieczy w zawiesinie na granicy z osadem - porowatość osadu na granicy z zewiesiną Ec Eo - ułamek objętościowy cieczy na wewnętrznej powierzchni warstwy zawiesiny

http://rcin.org.pl

 $\epsilon_{zaw}$  - ułamek objętościowy cieczy w surówce  $\mu$  - lepkość cieczy kg/(ms)  $\beta_{c,s}$  - gęstość cieczy, ciała stałego kg/m<sup>3</sup>  $\tau$  - czas s  $\tau_z$  - czas zasilania wirówki s  $\omega$  - prędkość kątowa s<sup>-1</sup>

## PISMIENNICTWO CYTOWANE.

- [1] J.Wieczorek, K.Bednarczyk, Przem. Chem., 53, 734 (1974).
- [2] J.Karpiński, Przem. Chem., <u>48</u>, 7 (1969).
- [3] T.W.Lambe, R.V.Whitman, Mechanika gruntów, t.I, Arkady, Warszawa 1977.
- [4] W.A.Żużikow, Filtrowanie. Teoria i praktika razdielenia suspenzji, Chimia, Moskwa 1971.
- [.5] N.Tsytovich, Soil Mechanics, Mir Publishers, Moscow 1976.
- [6] F.M.Tiller, H.R.Cooper, A.I.Ch.E.Journal, 6, 595 (1960).
- [7] F.M.Tiller, M.Shirato, A.I.Ch.E.Journal, 10, 61 (1964).
- [8] D.Zaslavsky, Soil Sci., 98, 317 (1964).
- [9] J.R.Philip, Aust. J. Soil. Res., 6, 249 (1968).
- [10] D.E.Smiles, M.J.Rosenthal, Aust.J.Soil.Res., 6, 237 (1968).
- [11] M.Shirato, M.Sambuichi, H.Kato, Z.Aragaki, A.I.Ch.F.Journal, <u>15</u>,405(1969).
- [12] K.J.Ives(Editor), The Scientific Basis of Filtration, Noordhoff - Leyden 1975.
- [13] K.Atsumi, T.Akiyama, J.Chem.Eng.Japan, 8, 487 (1975).
- [14] J.C.Muehlbauer, J.E.Sunderland, Appl.Mech.Revs., 18, 951 1965 .
- [15] A.Friedman, Partial Differential Equations of Parabolic Type, Prentice Hall, Inc.Englewood Cliffs, New Jersey 1964.
- [16] J.Crank, The Mathematics of Diffusion, Oxford Univ. Press 1975.
- [17] J.R.Ockendon, W.R.Hodgkins (Editors), Moving Boundary Problems in Heat Flow and Diffusion, Clarendon Press, Oxford 1975.
- [18] S.Okamura, M.Shirato, pozycja spisu literatury [13].
- [19] M.Shirato, H.Kato, K.Kobayashi, H.Sakazaki, J.Chem.Eng.Japan, 3,98 (1970).
- [20] D.E.Smiles, Sep.Sci., 11, 1 (1976).

- [21] D.E.Smiles, Chem. Eng. Sci., 31, 273 (1976).
- [22] N.Burak, J.Storrow, J.Soc. Chem. Ind., <u>69</u>, 8 (1950).
- [23] H.P.Grace, Chem. Eng. Prog., 49, 427 (1953).
- [24] W.W.Szestopałow, N.G.Iwanowa, Chim.prom., Nº 8,58 (1964).
- [25] J.Zustrow, Mitteilungen Institute für Chemicanlagen,
  9,36(1969), na podstawie streszczenia w Ref. Zurn.
- [26] M.M.Wasiliew, Trudy N.I.I.Chim.Masza, wyp.29,66 (1959).
- [27] J.I.Szarecki, Chim.neft.masz., Nº 2, 32(1964).
- [28] F.A.Records, Chem. Proc. Eng., 52, 47 (1971).
- [29] D.E.Szkoropad, Centrifugi dla chimiczeskich proizwodstw, Maszinostrojenie, Moskwa 1975.
- [30] G.Joó, P.Léderer, Magyar Kem. Lapja, 29, 132 (1974).
- [31] W.I.Sokołow, Sowremienny je promyszlenny je centrifugi, Maszinostrojenie, Moskwa 1967.
- [32] V.V.Valleroy, J.O.Maloney, A.I.Ch.E.Journal, 6, 382 (1960).
- [33] C.O.Bennett, J.E.Myers, Przenoszenie pędu ciepła i masy., WNT, Warszawa 1967.
- [34] F.L.Rawling, D.R.Boylan, M.T.David, Ind.Eng.Chem.Process Des.Develop., 9, 161 (1970).
- [35] F.M.Tiller, S.Haynes, W.M.Lu, A.I.Ch.E. Journal, 18, 13(1972).
- [36] F.M.Tiller, W.M.Lu, A.I.Ch.E.Journal, 18, 569 (1972).
- [37] Z.B.Kristell, I.W.Danilenko, Chim-farm. zurn., 2, 34 (1968),
- [38] Z.B.Kristałł, Chim-farm. zurn., 5, 41 (1971).
- [39] M.M.Wasiliew, Trudy N.I.I.Chim.Masza, wyp.29, 34 (1959).
- [40] N.A.Ursow, Trudy Ukr.N.I.I.Solianoj Promyszlennosti, wyp.8(10), 105 (1959).
- [41] C.M.Ambler, Ind.Eng.Chem., 53, 430 (1961).
- [42] N.A.Ursow, Trudy Ukr.N.I.I.Solianoj Promyszlennosti, wyp.3(11),93(1960).

- [43] T.A.Malinowska, Razdielenie suspenzji w promyszlennosti organiczeskowo sinteza, Chimia, Moskwa 1971.
- [44] I.A.Kobrinski, T.A.Malinowska, Chem. Techn., 24, 689(1972).
- [45] L.Gmachowski, Inż. Chem. (przesłane do druku)
- [46] W.T.Kyner, J.Math.Mech., 8, 483 (1959).
- [47] L.I.Rubinstein, Problema Stefana, Zwajgznie, Riga 1967.
- [48] B.A.Boley, Quart. Appl. Math., 27, 481 (1970).
- [49] S.Bretsznajder, W.Kawecki, J.Leyko, R.Marcinkowski, Podstawy ogólne technologii chemicznej, WNT, Warszawa 1973.
- [50] W.M.Łukjanienko, A.W.Taraniec, Promyszlennyje centrifugi, Chimia, Moskwa 1974.
- [51] Wirówki filtracyjne okresowe, PN-66/M-71052.
- [52] Three-Column Basket Centrifuges, prospekt firmy ALFA-LAVAL.

201/80



-