98/2005

Raport Badawczy

Research Report

RB/47/2005

Teoria rynkowej konkurencji przemysłowej

S. Piasecki

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk

Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences

POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 8373578

fax: (+48) (22) 8372772

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:
Dr inż. Jan Wojciech Owsiński

Warszawa 2005

Stanisław Piasecki

Teoria rynkowej konkurencji przemysłowej

Instytut Badań Systemowych PAN
Warszawa 2005

Spis treści

Wstęp

Zakłada się, że proces konkurencji dotoczy wielu firm produkującymi ten sam wyrób (lub podobne wyroby, nie różniące się istotnie - z punktu widzenia nabywców) sprzedawany na tym samym rynku.

Popyt rynkowy, na rozpatrywany wyrób jest ograniczony i rośnie wraz z maleniem ceny rynkowej wyrobu.

Cena rynkowa wyrobu zależy od różnicy popytu i podaży. Podaż danego wyrobu jest sumą produkcji wyrobu wszystkich firm działających na rynku. Popyt jest indywidualną charakterystyką danego rynku.

Poszczególne firmy, ustalając wielkość swojej produkcji, kierują się zasadą maksymalizacji własnego zysku. Zakłada się, że zysk jest różnicą przychodów ze sprzedaży i kosztów wytworzenia wyrobów.

Przyjmuje się także, iż wszystkie firmy dysponują podobną technologią produkcji, transportu i sprzedaży, o identycznych kosztach. W przedstawionych w pracy wynikach nie jest więc uwzględniony czynnik postępu technicznego mogącego dawać istotną przewagę jednych przedsiębiorstw nad innymi.

W pracy głównie zwrócono uwagę na czynnik „skali produkcji" wpływający na zmniejszenie jednostkowych kosztów produkcji, umożliwiający konkurencję cenową na wspólnym rynku, przez wielkie organizacje przemysłowe.

W pracy analizuje się sytuacje które następują po dostatecznie dlugim czasie, to znaczy, gdy się stwierdza: „na rynku pozostanie ostatecznie jeden producent"- rozumie się przez to ,że mniejsze firmy, po pewnym czasie, nieuchronnie będą musiały zbankrutować. W szczególności rozważa się także „próg wejścia" firmy na rynek, na którym dominuje jeden producent.

Rozdział IV
Optymalizacja działalności firmy globalnej

A. Modele firmy przy stałej gęstości powierzchniowej potencjalnych klientów

Firma sprzedaje swoje wyroby w pewnej strefie w cenie C [zł/szt.]. Niech R [km] jest promieniem tej strefy a **g** [klientów/km^2] jest przeciętną gęstością potencjalnych klientów, wtedy liczba klientów, nabywających wyroby Firmy będzie określona formułą:

$$\beta = g\pi R^2 \quad [klientów]$$

Założymy, że roczne zapotrzebowanie na wyroby sprzedawane przez Firmę, zależy od ceny wyrobu C w sposób następujący:

$$\lambda = \lambda_{\max} - aC = a(C_{\max} - C) \quad [\frac{szt.}{klienta \quad rok}]$$

gdzie: λ_{max} zapotrzebowanie maksymalne przy $C \to 0$

C_{max} cena przy której zapotrzebowanie zmierza do zera: $\lambda \to 0$,

przy tym: $a = \dfrac{\lambda_{\max}}{C_{\max}}$

W rezultacie, popyt na wyroby Firmy sprzedawane w strefie możemy określić funkcją:

$$\Lambda = \beta \cdot \lambda = g\pi a R^2 (C_{\max} - C) \quad [\frac{szt.}{rok}]$$

Założymy następnie, bez zmniejszenia ogólności rozważań, że dostawa zakupionego w Firmie wyrobu przez klienta odbywa się na koszt Firmy (jeżeli koszt dostawy miałby obciążać klienta, przeciętną to odczuwałby ten fakt jako powiększenie ceny wyrobu o koszt transportu). Przyjmiemy, że koszt transportu wyrobu zmienia się proporcjonalnie do odległości **r** transportu. Jeżeli klienci są rozłożeni równomiernie (w przybliżeniu) na całej powierzchni strefy to **r** będzie się zmieniało w granicach od 0 do R. W rezultacie, przeciętny koszt transportu wyrobu do klienta będzie równy:

$$K_T = \frac{2}{3} R k_T \quad [\frac{zl}{szt.}]$$

$$gdzie \quad k_T \quad [\frac{zl}{szt.km}] \quad taryfa \quad przewozowa \quad wyrobu$$

Załóżmy następnie, że koszt wyprodukowania wyrobu jest określony następującą funkcją, uwzględniającą „efekt skali":

$$\kappa = \frac{E}{\mu} + b \quad [\frac{zl}{szt.}]$$

gdzie:

$$\mu \quad \left[\frac{szt.}{rok}\right] \quad jest \quad skalą \quad produkcji$$

$$Q \quad \left[\frac{zl}{rok}\right] \quad stale \quad koszty \quad produkcji$$

$$b \quad \left[\frac{zl}{szt.}\right] \quad bezporednie \quad koszty \quad produkcji$$

Przy tym skala produkcji μ może zmieniać się, co najwyżej do wartości μ_{max} na którą to wartość, linia produkcyjna została zaprojektowana. Do stałych kosztów utrzymania linii produkcyjnej (niezależnych od wartości μ) należą : koszty (odpisy) amortyzacji linii, koszty eksploatacji technicznej linii i koszt utrzymania personelu technicznego, koszty ogrzewania i oświetlenia, koszty utrzymania budynków i podatku od kubatury budynków, koszt podatku od gruntu, itp. Do bezpośrednich kosztów produkcji (zależnych od wartości μ) należą: bezpośrednie koszty siły roboczej-„robocizny" oraz koszty zużytych materiałów do wytworzenia wyrobu. Koszty bezpośrednie, są normowane i wynikają z fabrycznych norm zużycia materiałów i czasu pracy operatorskiej obsługi maszyn oraz aktualnych cen materiałów i stawek zaszeregowania pracowników.

Wykorzystując wprowadzone oznaczenia otrzymamy następujące wyrażenie na wartość zysku Firmy:

$$Z(C,R,\mu) = C\Lambda - \mu \cdot \kappa(\mu) - K_T\Lambda - Q \quad \left[\frac{zl}{rok}\right]$$

Przyjmując oczywiste założenie o równości: $\mu = \Lambda$ otrzymamy:

$$Z(C,R) = (C - b - K_T)\Lambda - Q$$

Firma dążąc do maksymalizacji swojego zysku, jak wiemy (patrz str. 37), będzie sprzedawać wyroby po cenie optymalnej:

$$C^* = \frac{1}{2}(C_{max} + b + \frac{2}{3}k_T \cdot R^*) \quad \left[\frac{zl}{szt.}\right]$$

zapewniając dowóz wyrobów do wszystkich klientów znajdujących się w strefie o promieniu optymalnym:

$$R^* = \frac{3}{4k_T}(C_{max} - b) \quad [km]$$

Dalsze rozszerzenie strefy sprzedaży, poza wartość R^* będzie powodowało zmniejszenie zysku Firmy. Zauważmy, że promień strefy sprzedaży jest tym większy im mniejsza jest wartość taryfy przewozowej. Wskutek tego promień strefy sprzedaży może obejmować całą kulę ziemską, gdy transport takich wyrobów jest mało kosztowny w stosunku do ceny wyrobu.

Zauważmy dalej, że wraz z maleniem kosztów transportu (spowodowanych postępem technicznym w budowie środków transportu i doskonaleniem szlaków komunikacyjnych), będzie sukcesywnie malała liczba firm produkujących dane wyroby. Zjawiska te wyznaczają tempo rozszerzania się procesów globalizacji gospodarki.

Wyznaczona wartość R^* nie jest jednak ostatecznym ograniczeniem strefy sprzedaży. Mianowicie, istnieje organizacyjna możliwość dalszego obniżenia kosztów transportu gdyż także w transporcie istnieje „efekt skali".

Możliwość ta polega ona na tym, aby tworzyć w terenie odległe punkty sprzedaży wyrobów, które będą zaopatrywały pobliskich klientów we własnych strefach o promieniu Ri, gdzie i jest numerem (nazwą) strefy. Te odległe punkty sprzedaży noszą różne nazwy np.: hurtowni, centrów logistycznych, filii, itp. Jednak cena wyrobu sprzedawanego w Filii Firmy (Ci) musi uwzględniać koszt transportu wyrobu z Firmy do odległej o $\mathbf{d_i}$ [km] Filii. Koszt ten może być o wiele mniejszy od wartości $\mathbf{d_i.k_T}$ gdyż przy dostawach do Filii wyroby możemy transportować partiami o liczności Li >>1 [szt], przy pomocy odpowiednio pojemnych środków transportu takich jak statki, samoloty, wagony kolejowe czy wielkie TIRy, w kontenerach wielkich, małych lub lotniczych.

Przy dużych pojemnościach środków transportu, mogących przewieźć jednorazowo wiele sztuk wyrobów koszt wynajęcia środka transportu lub kontenera zależy wyłącznie od relacji przewozowej (miejsca załadunku i rozładunku) i nie zawsze zależy wprost od odległości. Ponadto, zwykle w tym przypadku, koszt nie zależy od stopnia załadowania środka transportu lub kontenera. Przedsiębiorstwo transportowe kalkuluje koszt wynajęcia biorąc pod uwagę przebieg trasy, po której będzie przewozić ładunek (często nie jest to trasa najkrótsza), a także a nawet przede wszystkim, uwzględniając czas zajętości środka zakładając, że firma zlecająca przewóz w pełni wykorzysta pojemność ładowni.

Upraszczając kalkulacje kosztów transportu założymy, że koszt ten składa się z:

- kosztu stałego K_M [zł] oraz
- kosztu proporcjonalnego do odległości przewozu w wysokości k_M [zł/km]

W rezultacie, koszt przewozu pojedyńczego wyrobu do filii nr **i**, będzie równy:

$$K_i = \frac{K_M + k_M d_i}{V_M} \quad \left[\frac{zl}{szt.}\right]$$

gdzie V_M jest wielkością ładunku a u nas pojemnością ładowni środka przewozowego, wyrażoną w [szt].

Oczywiście winna zachodzić nierówność:

$$K_i < d_i \cdot k_T \qquad \text{lub} \qquad \frac{K_M + k_M \cdot d_i}{V_M} < k_T \cdot d_i$$

która jest spełniona gdy:

$$d_i > \frac{K_M}{k_T \cdot V_M - k_M}$$

gdzie k_T jest, jak dotychczas, taryfą przewozową jednego wyrobu z firmy (lub filii)do klienta.

Wykorzystanie ciężkich środków transportu do przewozów masowych jest więc korzystne przy dostatecznie dużych ładunkach i odległościach przewozu. W transporcie powtarza się więc znany nam „efekt skali"- koszt transportu jednej sztuki wyrobu, na tę samą odległość, jest mniejszy jeżeli jest przewożony w dużych partiach.

Dalej zawsze będziemy zakładali, że transport wyrobów do odległych filii odbywa się przy pomocy środków masowego transportu, natomiast dla dowozu zakupionego w filii wyrobu wykorzystuje się środki transportu drobnicy o ustalonej taryfie przewozowej k_T.

Model firmy globalnej ze zmienną ceną sprzedaży w odległych Filiach

W tym przypadku kosztami K_i transportu każdego wyrobu, partiami o wielkości V_M, od producenta do Filii, obciążeni są klienci

W rezultacie, cena C_i wyrobu sprzedawanego w Filii nr i musi być powiększona o wartość K_i:

$$C_i = C + K_i$$

Jednocześnie Firma musi zapewnić klientowi dowóz nabytego wyrobu w całej strefie o promieniu R_i, którą obsługuje Filia. Obciąży to Firmę średnim kosztem dowiezienia wyrobu:

$$K_{iT} = \frac{2}{3} R_i \cdot k_T$$

Założymy, że cena wyrobu „loco magazyn" producenta winna być tak dobrana, aby zapewnić maksymalny zysk. Jeżeli właścicielem sieci sprzedaży jest producent to wartość C winna maksymalizować globalny zysk firmy. Jeżeli producent nie jest właścicielem sieci sprzedaży to cena sprzedaży ma maksymalizować zysk sieci, przy założeniu, że producent odstępuje swoje wyroby po cenie:

$$C' = \frac{Q}{\Lambda} + b' \quad gdzie \quad b' > b$$

Dalej będziemy używali wyłącznie symbolu b rozumiejąc, że jeśli producent nie jest właścicielem sieci to w miejsce b należy podstawić b'.

Wyznaczmy następnie globalny zysk Firmy sprzedającej produkowane wyroby w strefie „fabrycznej" o numerze i=0 oraz w odległej filii o numerze i=1. Mianowicie otrzymamy:

$$Z = (C - \kappa - K_{0T}) \cdot \Lambda_0 + (C_i - \kappa - K_i - K_{iT}) \cdot \Lambda_i$$

Następnie uwzględniając, że:

$$\kappa = \frac{Q}{\Lambda_0 + \Lambda_i} + b$$

$$\Lambda_0 = A_0 \cdot (C_{mx} - C) \quad ; \quad \Lambda_i = A_i \cdot (C^i_{mx} - C)$$

$$gdzie \quad C^1_{mx} = C_{mx} - k_1; \quad A_0 = \pi R_0^2 ga; \quad A_i = \pi R_i^2 ga$$

oraz oznaczając:

$$D_0 = \frac{2}{3} \cdot k_T \cdot R_0 \cdot A_0 \qquad D_1 = \frac{2}{3} \cdot k_T \cdot R_1 \cdot A_1$$

otrzymamy:

$$Z(C, R_0, R_i) = (C - b) \cdot \left[A_0 \cdot (C_{mx} - C) + A_i \cdot (C^i_{mx} - C)\right] - \left[D_0 \cdot (C_{mx} - C) + D_i \cdot (C^i_{mx} - C)\right] - Q$$

Jeżeli wyznaczymy pochodną funkcji Z względem C i następnie przyrównamy ją do zera to otrzymamy:

$$-2 \cdot (A_0 + A_1) \cdot C + (A_0 + A_1) \cdot (b + C_{mx}) - A_0 \cdot K_0 + D_0 + D_1 = 0$$

Stąd ,ostatecznie, wzór na optymalną wartość ceny sprzedaży będzie miał kształt:

$$C^* = \frac{1}{2} \cdot \left[C_{mx} + b + \frac{2}{3} \cdot k_T \cdot \frac{R_0^3 + R_i^3}{R_0^2 + R_i^2} - \frac{K_M + d_i \cdot k_M}{V_M} \cdot \frac{R_0^2}{R_0^2 + R_i^2}\right]$$

oraz

$$C_i^* = C^* + \frac{K_M + d_i \cdot k_M}{V_M}$$

Jeżeli następnie podstawimy te wartości do funkcji zysku Z to otrzymamy:

$$Z(C^*, R_0, R_1) = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot g \cdot a \cdot \frac{\left[(C_{mx} - b - K_1) \cdot R_0^2 + (C_{mx} - b - K_0 - K_1) \cdot R_1^2\right]^2}{R_0^2 + R_1^2} - Q$$

Jeżeli wykorzystalibyśmy poprzednie wzory na optymalny promień pojedyńczej strefy to otrzymalibyśmy:

$$R_0^* = \frac{3}{4 \cdot k_T}(C_{mx} - C) \quad oraz \quad R_i^* = \frac{3}{4 \cdot k_T}(C_{mx} - K_i - C)$$

gdzie $C=C^*$.

Ogólnie, firma globalna może więc mieć wiele Filii rozmieszczonych w różnych rejonach świata, oczywiście tak aby ich strefy działania nie przecinały się , dla wszystkich **i=1,2,3,...** Oczywiście im bardziej odległy rejon (większe Ki), tym mniejsze wartości **R_i.**

W ten sposób wokół producenta wytwarzającego rozpatrywane wyroby powstaje sieć logistyczna filii (faktorii), sprzedających wyroby danego producenta. W ten sposób zorganizowany jest, jak dotychczas, przemysl samochodowy. W przypadku usamodzielnienia się sieci, co niewątpliwie się stanie, (gdyż jest to bardziej oplacalne- patrz S. Piasecki „Podstawy logistyki", Tom II -w przygotowaniu) jedna sieć będzie sprzedawać samochody wielu producentów i ona będzie dyktować ceny samochodów.

Zagadnienie wyznaczania optymalnej sieci a w szczególności, wielkości i kształtu stref, komplikuje się jeszcze bardziej, gdy uwzględnimy zmienną gęstość zaludnienia i istniejącą strukturę komunikacyjną (drogową). Wtedy struktura „plastra miodu" o malejących, wraz z oddaleniem od producenta „oczkach”, zmienia się na skomplikowaną strukturę „palczastą”.

Model firmy sprzedającej swoje wyroby po stałej cenie ,w całej sieci, niezależnie od oddalenia Filii od centrum.

Utrzymując wszystkie poprzednie oznaczenia funkcja zysku przybierze teraz następującą postać:

$$Z = (C - \kappa - \mathrm{K}_{0T}) \cdot \Lambda_0 + (C - \kappa - \mathrm{K}_{iT} - \mathrm{K}_i) \cdot \Lambda_i \quad gdzie \quad \kappa = \frac{Q}{\Lambda_0 + \Lambda_i} + b$$

Po podstawieniu wartości κ otrzymamy:

$$Z = \left[(C - \kappa) \cdot A - K - B\right] \cdot (C_{mx} - C) - Q =$$

$$= \left[(C - b) \cdot A - K - b\right] \cdot (C_{mx} - C) - Q$$

$$gdzie \quad A = A_0 + A_i \quad , K = K_{0T} \cdot A_0 + K_{iT} \cdot A_i \quad , B = K_i \cdot A_i$$

Wyznaczając pochodną funkcji Z względem C i przyrównując ją do zera otrzymamy:

$$A \cdot (C_{mx} - 2 \cdot C + b) + K + B = 0$$

Stąd:

$$C^* = \frac{1}{2} \cdot (C_{mx} + b + \frac{K + B}{A})$$

Po podstawieniu wartości $C=C^*$ do funkcji zysku otrzymamy:

$$Z(C^*, R_0, R_1) = \frac{1}{2} \cdot E \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot (C_{mx}^2 - b^2) \cdot R^2 + (C_{mx} + b - \frac{G}{R^2}) \cdot (\frac{3}{2} \cdot G + \frac{2}{3} \cdot k_T \cdot R_0^3) - \frac{1}{2} \cdot (C_{mx} - b) \cdot G \right\}$$

gdzie $$E = \pi \cdot g \cdot a \quad , \quad G = \frac{2}{3} \cdot k_T \cdot R_i^3 + \frac{K_M + d_i \cdot k_M}{V_M} \cdot R_i^2 \quad , \quad R = R_0^2 + R_i^2$$

Zauważmy, że stała cena sprzedaży w całej sieci, jest równa średniej cenie sprzedaży w sieci o zmiennych cenach w zależności od oddalenia Filii od centrum.
Mianowicie, oznaczając:

$$C_\otimes = \frac{1}{2} \cdot \left[C_{mx} + b + \frac{2}{3} \cdot k_T \cdot \frac{R_0^3 + R_i^3}{R_0^2 + R_i^2} \right]$$

mamy:

$$C_{STAŁA}^* = C_\otimes + \frac{1}{2} \cdot K_{0T} \cdot \frac{R_0^2}{R_0^2 + R_i^2}$$

Zaś przy cenach zmiennych mamy:

$$C^* = C_\otimes - \frac{1}{2} \cdot K_0 \cdot \frac{R_0^2}{R_0^2 + R_1^2} \quad oraz$$

$$C_i^* = C^* + K_0 = C_\otimes + \frac{1}{2} \cdot K_{0T} \cdot \frac{R_0^2}{R_0^2 + R_i^2} + K_{iT} \cdot \frac{R_i^2}{R_0^2 + R_i^2}$$

Jak więc łatwo zauważyć, istotnie mamy:

$$C^{\bullet}_{STALA} = \frac{1}{2}\cdot(C^{\bullet}+C_1^{\bullet}) = C_{\otimes} + \frac{1}{2}\cdot K_{0T}\cdot\frac{R_1^2}{R_0^2+R_1^2}$$

Model podstawowy firmy globalnej ze zmienną gęstością klientów

W tym modelu uwzględnimy, że podobnie jak poprzednio, koszty transportu wyrobów obciążają dochód firmy ale założymy, że gęstość klientów na jednostkę powierzchni nie jest stała i maleje proporcjonalnie do odległości r od środka obszaru w którym znajduje się producent sprzedający wyroby.

Pozostałe założenia utrzymamy bez zmian, między innymi o wielkości potrzeb klientów na wyroby, liniowo malejących wraz ze wzrostem ceny wyrobu.

Zmiany więc dotyczą funkcji zysku Z, w której musimy uwzględnić dodatkowo koszty transportu, ponieważ są one pokrywane przez firmę, oraz wartości popytu Λ, którego wielkość zależy od promienia obszaru objętego sprzedażą wyrobu, a dokładniej - od liczby klientów na tym obszarze i od ilości zakupywanych wyrobów przez każdego klienta

Jeżeli symbolem λ_{mx} oznaczymy maksymalne, roczne zapotrzebowanie na wyrób pojedynczego klienta, przy cenie wyrobu $C \to 0$, to zapotrzebowanie, przy cenie C będzie równe:

$$\lambda = \lambda_{mx} - a\cdot C = \lambda_{mx}\left(1-\frac{C}{C_{mx}}\right) = a\cdot(C_{mx}-C)$$

Oznaczmy następnie symbolem g_{mx} maksymalną gęstość klientów, kupujących nasze wyroby, przy $r \to 0$, przypadających na jednostkę powierzchni obszaru objętego sprzedażą wyrobu.

Jeżeli $r > 0$, to gęstość klientów g , zainteresowanych zakupem, przebywających na jednostce powierzchni, w odległości r zmniejszy się, do wartości:

$$g_{mx} - q\cdot r \quad ; \quad 0 \le r \le R_{mx}\,[\mathrm{km}] \quad gdzie \quad q = \frac{g_{mx}}{R_{mx}}$$

Stąd:

$$g = g_{mx} - q\cdot r = g_{mx}(1-\frac{r}{R_{mx}}) = q\cdot(R_{mx}-r) \quad [\frac{klientów}{km^2}]$$

W rezultacie, przewidywana sprzedaż wyrobu na jednostkę powierzchni, odległej o $r\,[\mathrm{km}]$, w ciągu roku, osiągnie wartość:

$$\lambda(r) = (\lambda_{mx} - a\cdot C)(g_{mx} - q\cdot r) \quad \left[\frac{\mathrm{szt}}{\mathrm{rok}\cdot\mathrm{km}^2}\right]$$

Ponieważ powierzchnia obszaru objętego sprzedażą wyrobu jest równa ΠR^2, gdzie R jest promieniem okręgu, w środku którego znajduje się producent wyrobów, to całkowity popyt Λ na rozważany wyrób będzie:

$$\Lambda(R) = \int_{\Omega}\lambda(r)\cdot dS = \int_0^R \lambda(r)\cdot 2\Pi r\cdot dr = 2\cdot\Pi\cdot(\lambda_{mx}-a\cdot C)\cdot\left(\frac{1}{2}g_{mx} - \frac{1}{3}q\cdot R\right)\cdot R^2$$

Wyznaczmy następnie koszty transportu do wszystkich klientów odległych o r[km] km od producenta, gdzie $r = R$, *przy tym* $R \le R_{mx}$

$$K_T(R) = 2 \cdot \Pi \cdot k_T \int_0^R \lambda(r) \cdot r^2 \cdot dr = 2 \cdot \Pi \cdot k_T \cdot (\lambda_{mx} - a \cdot C) \cdot \left(\frac{1}{3} g_{mx} - \frac{1}{4} q \cdot R \right) \cdot R^3$$

W efekcie, koszty produkcji i rozwózki wyrobów do klientów, będą równe:

$$\Lambda \left(b + \frac{Q}{\Lambda} \right) + K_T = 2 \cdot \Pi \cdot (\lambda_{mx} - a \cdot C) \cdot \left[\left(\frac{1}{2} g_{mx} - \frac{1}{3} q \cdot R \right) R^2 \cdot b + \left(\frac{1}{3} g_{mx} - \frac{1}{4} q \cdot R \right) R^3 \cdot k_T \right] + Q$$

Ponieważ wartość sprzedaży wyrazi się wzorem

$$C \cdot 2\Pi \cdot (\lambda_{mx} - a \cdot C) \cdot \left(\frac{1}{2} g_{mx} - \frac{1}{3} q \cdot R \right) R^2$$

to funkcja zysku, przy założeniu stanu równowagi popytu i podaży, przyjmie postać:

$$Z = 2\Pi \cdot (\lambda_{mx} - a \cdot C) \cdot k_T \cdot q \cdot \left[\frac{C - b}{k_T} \left(\frac{1}{2} \frac{g_{mx}}{q} - \frac{1}{3} R \right) R^2 - \left(\frac{1}{3} \frac{g_{mx}}{q} - \frac{1}{4} R \right) R^3 \right] - Q$$

Zbadajmy następnie zachowanie się funkcji:

$$F = Z + Q = 2\Pi \cdot k_T \cdot q \cdot (\lambda_{mx} - a \cdot C) \left[\frac{C - b}{k_T} \left(\frac{1}{2} R_{\max} - \frac{1}{3} R \right) - \left(\frac{1}{3} R_{\max} - \frac{1}{4} R \right) R \right] R^2 =$$

gdyż $R_{mx} = \dfrac{g_{mx}}{q}$

$$= 2\pi A (D_{mx} - D) \left\{ \frac{1}{4} R^2 - \frac{1}{3} (D + R_{mx}) R + \frac{1}{2} D R_{mx} \right\} R^2$$

gdzie: $D = \dfrac{C - b}{k_T}$; $D_{mx} = \dfrac{C_{mx} - b}{k_T}$; $A = a \cdot q \cdot k_T^2$

Wtedy :

$$F(D, R) = 2\pi A \cdot (D_{mx} - D) \cdot f_0(R) \cdot R^2$$

ponieważ wyrażenie w nawiasie kwadratowym możemy zapisać w postaci:

$$f_0(R) = \frac{1}{4} R^2 - \frac{1}{3} (R_{mx} + D) \cdot R + \frac{1}{2} D \cdot R_{mx}$$

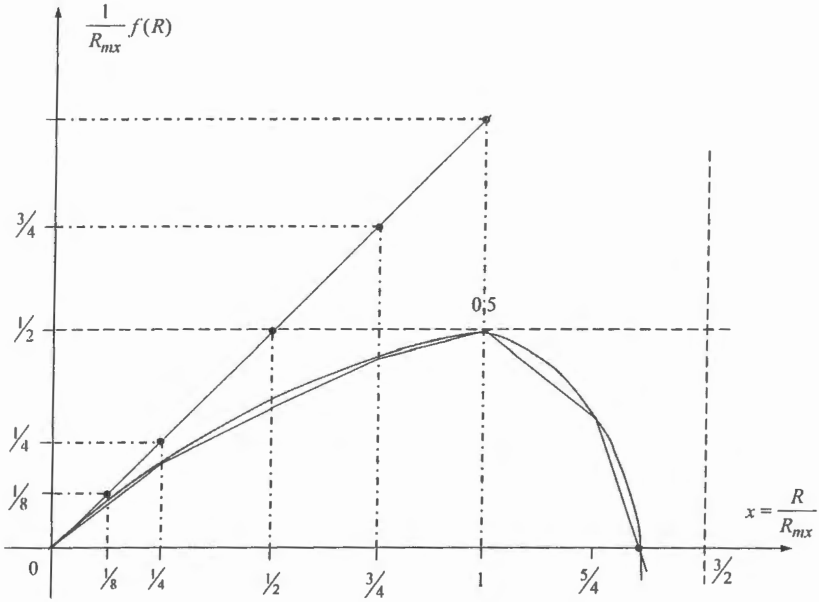
Zwróćmy uwagę, że wartość D wyraża największą odległość klienta, przy której suma kosztów bezpośrednich b i kosztów transportu zrównuje się z ceną sprzedaży C.

Celem ułatwienia analizy funkcji F(D,R), przedstawimy ją w innej postaci:

$$F(D,R) = 2\pi \cdot A \cdot (D_{mx} - D) \cdot [D - f(R)] \cdot \left(\frac{1}{2} R_{mx} - \frac{1}{3} R \right) \cdot R^2$$

$$\text{gdzie} \quad f(R) = \frac{\frac{1}{3} R_{mx} - \frac{1}{4} R}{\frac{1}{2} R_{mx} - \frac{1}{3} R} \cdot R$$

Przebieg funkcji f(R) jest pokazany na rysunku 11, w którym przyjęto oznaczenie: $X=R/R_{mx}$.



Rys. 11

Wyznaczenie wartości D^* ,R^*, zaczniemy od określenia wartości D^*, dla ustalonej wartości R=const., oznaczając:

$$\max_{D} F(D,R) = F(D^*, R) = F^*(R)$$

Jak to wynika z postaci funkcji F(D,R) mamy natychmiast:

$$D^* = \frac{1}{2}[D_{mx} + f(R)]$$

Stąd otrzymany następnie:

$$C^* = \frac{1}{2}[C_{mx} + k_T \cdot f(R) + b]$$

optymalną cenę sprzedaży wyrobu w strefie o promieniu R.

Podstawiając następnie D=D* do funkcji F(D,R) otrzymamy:

$$F^{*}(R)=\frac{1}{6}\pi A\cdot(\frac{3}{2}R_{mx}-R)\cdot[D_{mx}-f(R)]^{2}\cdot R^{2}=$$

$$=\frac{3}{2}\pi A\cdot\frac{\left[\frac{1}{4}R^{2}-\frac{1}{3}\left(D_{mx}+R_{mx}\right)\cdot R+D_{mx}\cdot R_{mx}\right]^{2}}{\frac{3}{2}R_{mx}-R}\cdot R^{2}$$

Zwróćmy uwagę, że zarówno mianownik, jak i kwadrat odległości (R^2) są nieujemne gdyż $R\le R_{mx}$. W szczególności wartość ilorazu:

$$\frac{R^{2}}{\frac{3}{2}R_{mx}-R}$$

jest silnie rosnąca wraz ze wzrostem R .Pozostaje za tym sprawdzić, czy wielomian drugiego stopnia w drugiej potędze, w liczniku, posiada pierwiastki. Mianowicie mamy:

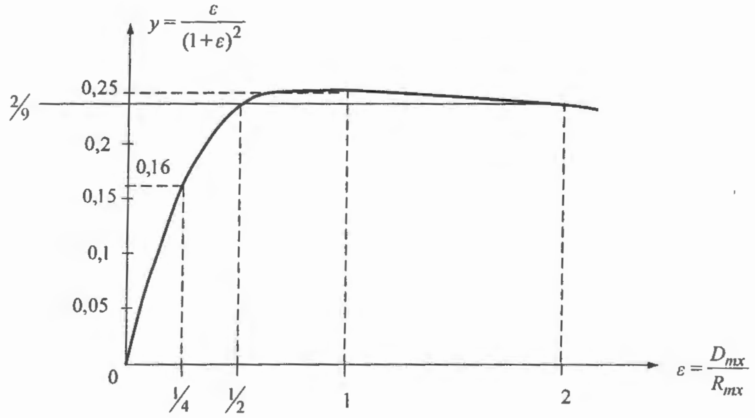
$$R_{1,2}=\frac{2}{3}\left(D_{mx}+R_{mx}\right)\cdot\left\{1\pm\sqrt{1-\frac{9}{2}\cdot\frac{D_{mx}\cdot R_{mx}}{\left(D_{mx}+R_{mx}\right)^{2}}}\right\}$$

Pierwiastki są rzeczywiste gdy spełniona jest nierówność:

$$1>\frac{9}{2}\cdot\frac{R_{\max}\cdot D_{mx}}{(R_{\max}+D_{mx})^{2}}$$

Nierówność tę, możemy zapisać w postaci:

$$\frac{2}{9}>\frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)^{2}}\qquad \text{gdzie}\quad \varepsilon=\frac{D_{mx}}{R_{mx}}>0$$



Rys. 12

Wykres funkcji:

$$y=\frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)^{2}}$$

jest pokazany na rysunku 12. Jak to jest widoczne na rysunku, nierówność: $y(\varepsilon) < \frac{2}{9}$ **nie** będzie spełniona (dla $x > 0$), w zakresie wartości:

$$\varepsilon_1 < \varepsilon < \varepsilon_2$$

gdzie $\varepsilon_1 = \frac{1}{2}$, $\varepsilon_2 = 2$. Funkcja $f_0(R)$ **nie** będzie więc miała pierwiastków rzeczywistych, jeżeli spełniona jest nierówność:

$$\frac{R_{max}}{2} < D < 2R_{max}$$

w przeciwnym przypadku – gdy $D_{mx} / R_{mx} \leq 1/2$ - funkcja F przyjmie postać:

$$F^*(R) = \frac{3}{2}\pi A \cdot \frac{(R-R_1)^2 \cdot (R-R_2)^2}{\frac{3}{2}R_{mx} - R} \cdot R^2$$

Rozpatrzmy ten przypadek. Jeżeli wprowadzimy oznaczenie:

$$x = \frac{R}{R_{mx}} \quad ; \quad x_1 = \frac{R_1}{R_{mx}} \quad ; \quad x_2 = \frac{R_2}{R_{mx}}$$

to wyrażenie $F^*(R)$ dla $D_{mx}/R_{mx}<1/2$ możemy zapisać następująco:

$$F^*(x) = B\frac{(x-x_1)^2 \cdot (x-x_2)^2}{\frac{3}{2} - x} \cdot x^2 \qquad \text{gdzie } B = \frac{3}{2}\pi A R_{mx}^5$$

Ponieważ mamy $\varepsilon = \frac{D_{mx}}{R_{mx}}$ to obszar określoności funkcji F^* na argumencie x jest wyznaczony nierównościami:

$$0 \leq x \leq \varepsilon \leq \frac{1}{2}$$

Przykładowo, wartościami pierwiastków są następujące liczby.

Dla $\varepsilon \to 0$ mamy $x_1 \to 0$; $x_2 \to 4/3$

$\varepsilon = 1/4$ $\quad x_1 = 1/6(5-\sqrt{7})$; $x_2 = 1/6 \cdot (5+\sqrt{7})$

$\varepsilon = 1/2$ $\quad x_1 = 1$; $x_2 = 1$

Wartość $\varepsilon = 0$ odpowiada sytuacji gdy $k_T \to 0$ lub gdy $C_{mx} - b = 0$. Jak wynika z wartości x_1 oraz x_2 ,pierwiastki te leżą poza zakresem określoności $0 < x \leq \varepsilon \leq 1/2$

Na rysunkach 13, 14 i 15 widoczne są zmieniające się kształty funkcji F(D,R); w której unormowano zmienne: F(x,y), gdzie:

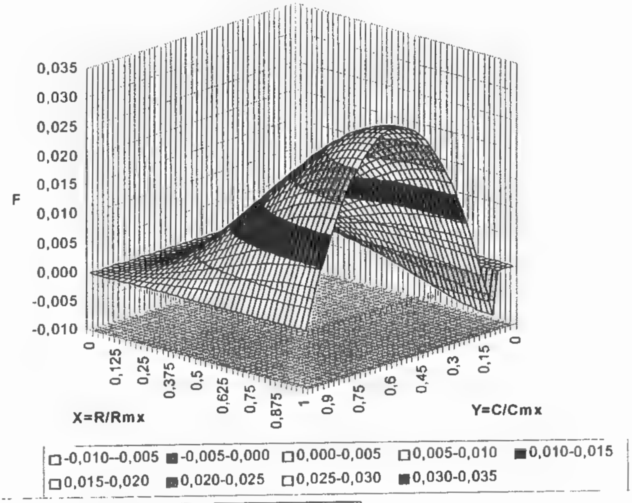
$$x = \frac{R}{R_{mx}} \quad , \quad y = \frac{C}{C_{mx}}$$

dla różnych wartości b oraz k_T . Wartości A nie wpływające na kształt funkcji, były dobierane ze względu na polepszenie plastyczności ilustracji.

I tak, wpływ wartości k_T na kształt funkcji, przy stałej wartości b=0,1 jest widoczny na rysunkach: 13a - dla k_T=0,1; 15a - dla k_T=0,5; 15b - dla k_T=1,0; 13b - dla k_t=2,0.

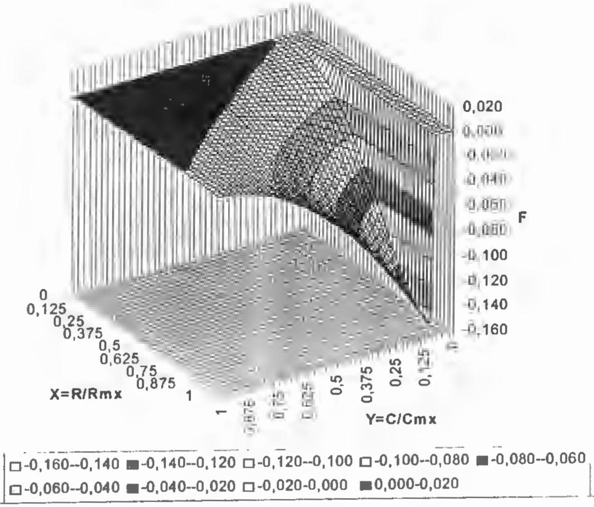
Wpływ wartości b na kształt funkcji przy stałej wartości k_T=0,1 jest widoczny na rysunkach: 13a - dla b=0,1 oraz 14a dla b=0,5. Natomiast przy stałej wartości k_T=2,0 wpływ wartości b jest widoczny na rysunkach: 13b - dla b=0,1 oraz 14b - dla b=0,5.

a)



Ymin = b = 0,1	k1 = 0,1	A = 0,1
Fmax = 0,0301	Xopt = 1	Yopt = 0,575

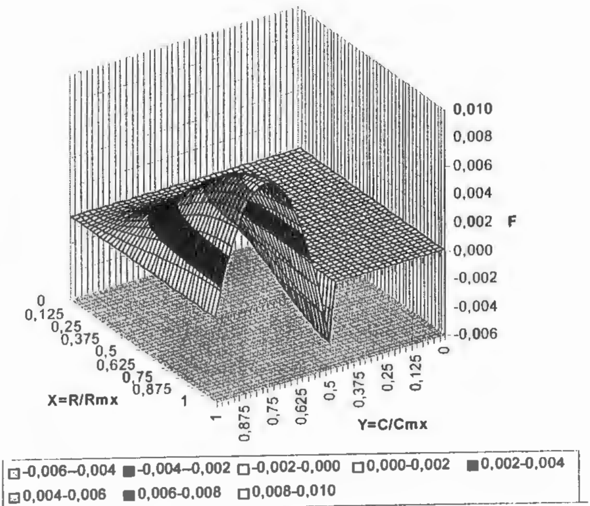
b)



Ymin = b = 0,1	k1 = 2	A = 2
Fmax = 0,0024	Xopt = 0,3316	Yopt = 0,7632

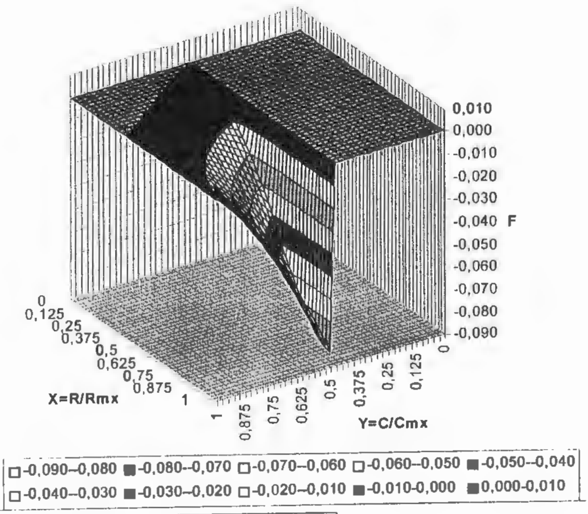
Rys. 13

a)



Ymin = b = 0,5	k1 = 0,1	A 0,1
Fmax = 0,0084	Xopt = 1	Yopt = 0,775

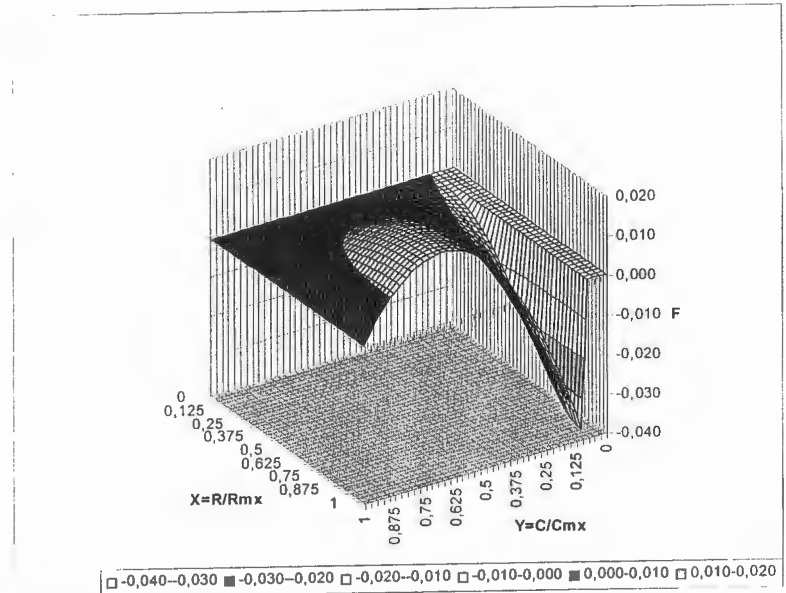
b)



Ymin = b = 0,5	k1 = 2	A = 2
Fmax = 0,0002	Xopt = 0,1859	Yopt = 0,8717

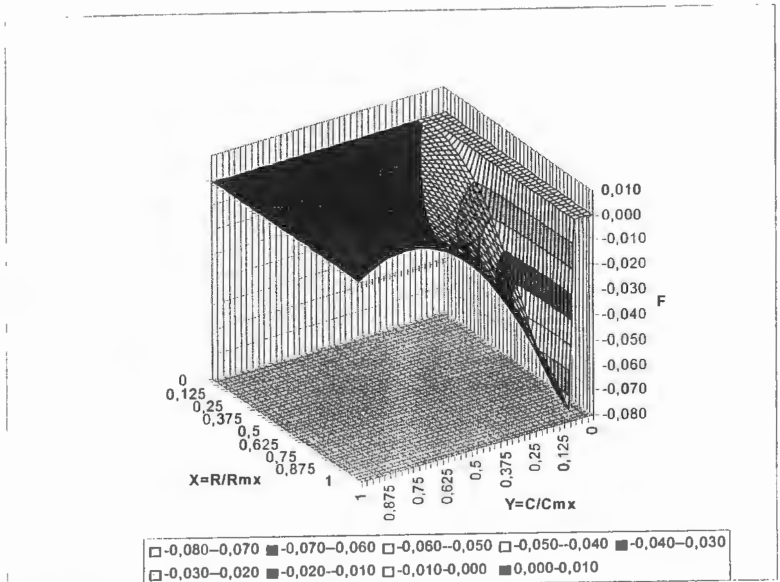
Rys. 14

a)



Ymin = b = 0,1	k1 = 0,5	A = 0,5
Fmax = 0,0176	Xopt = 1	Yopt = 0,675

b)



Ymin = b = 0,1	k1 = 1	A = 1
Fmax = 0,0077	Xopt = 0,6446	Yopt = 0,7446

Rys. 15

Po podstawieniu wyrażenia D^* (R) do pierwotnej postaci funkcji F(D,R), otrzymaliśmy zależność $F^*(R)$:

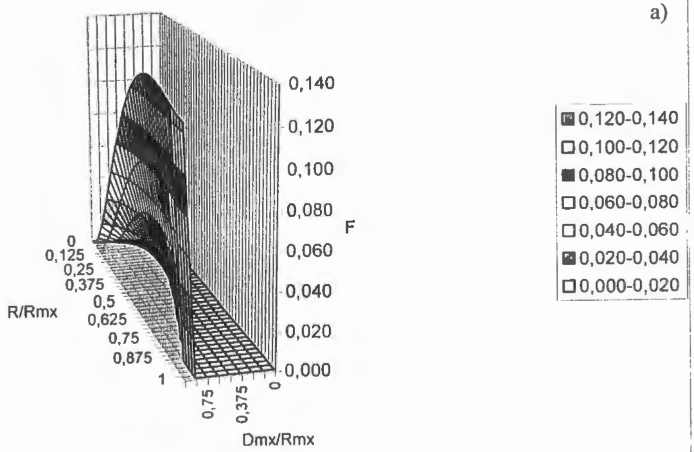
$$F^*(R) = 6\pi A\left[\frac{1}{4}R^2 - \frac{1}{3}(D_{mx} + R_{mx})\cdot R + \frac{1}{2}D_{mx}\cdot R_{mx}\right]^2 \cdot \frac{R^2}{\frac{3}{2}R_{mx} - R}$$

a następnie po podstawieniu: $X=R/R_{mx}$ - zależność o postaci:

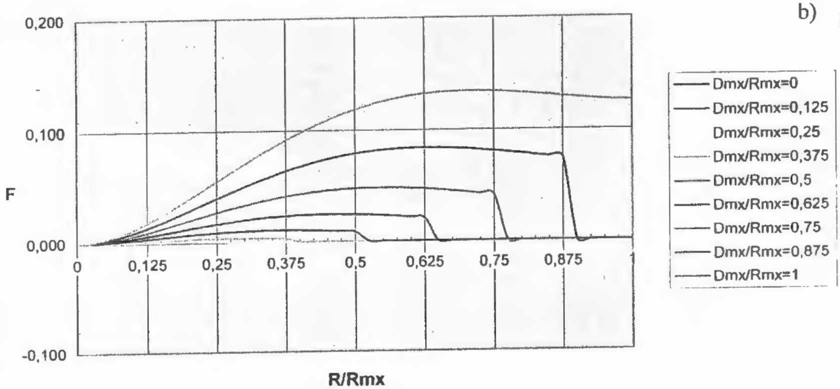
$$F^*(x) = \frac{3}{8}\pi A\left[x^2 - \frac{4}{3}(\varepsilon+1)\cdot x + 2\varepsilon\right]^2 \cdot \frac{x^2}{\frac{3}{2} - x}$$

dla $0 \le x \le \min\{\varepsilon, 1\}$

a)



b)



Rys. 16

Pełny obraz funkcji $F^*(x)$, gdzie $x = R/R_{mx}$ w przestrzeni trójwymiarowej, jest widoczny na rysunku 16a w postaci płaskiego wykresu, na rysunku 16b dla szeregu wartości $\varepsilon = D_{mx}/R_{mx}$. Ten ostatni rysunek uwidacznia zależność optymalnego promienia strefy R^* od wartości ε.

Wielomian (w kwadracie) posiada dwa rzeczywiste pierwiastki :X_1, X_2 nie ujemne tylko dla $\varepsilon \le \frac{1}{2}$.

Jak łatwo można sprawdzić, są większe od wartości ε (za wyjątkiem $\varepsilon = 0$) a więc poza interesującym nas zakresem wartości X.

Ponieważ wartość minimalną ten wielomian osiąga przy wartości

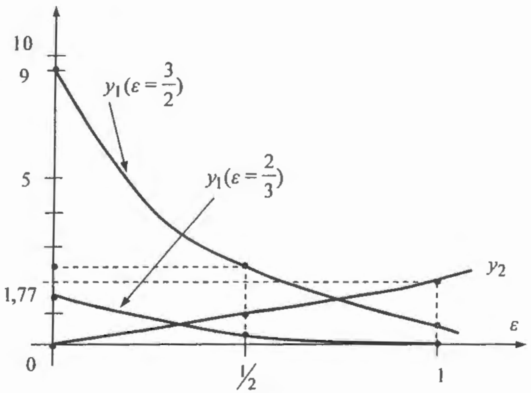
$$x_{min} = \frac{2}{3}(1+\varepsilon)$$

więc również poza interesującym nas zakresem wartości X (także dla $x \ge \frac{1}{2}$).

W rezultacie funkcję $F^*(x)$ możemy przedstawić jako iloczyn dwóch funkcji:

- malejącej $y_1 = \left[x^2 - \frac{4}{3}(\varepsilon+1)\cdot x + 2\varepsilon\right]^2$ oraz
- rosnącej $y_2 = \dfrac{x^2}{\frac{3}{2} - x}$.

Obrazy tych funkcji są przedstawione na rysunku 17.



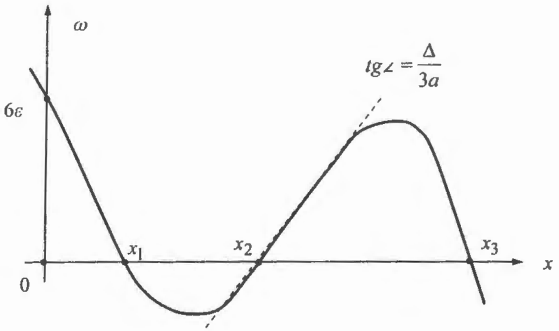
Rys. 17

Różniczkując funkcję F^* R), otrzymamy:

$$\frac{d}{dx}F^*(x) = \frac{x^2 - \frac{4}{3}(\varepsilon+1)\cdot x + 2\varepsilon}{(\frac{3}{2}-x)^2}\cdot\left\{-5x^3 + 4(\varepsilon+1)\cdot x^2 - (10\varepsilon+8)\cdot x + 6\varepsilon\right\}\cdot x$$

Wrażenia poza nawiasem figurowym, jak to wcześniej udowodniliśmy, nie zerują się w interesującym nas zakresie, więc tylko wielomian trzeciego stopnia (w nawiasach figurowych) może zawierać pierwiastki, z których jeden będzie wyznaczał poszukiwaną wartość X^*, przy której funkcja F^* (R) osiąga wartość największą.

Ogólny przebieg tej funkcji pokazany jest na rysunku 18.



Rys. 18

Wynika on z faktu, że współczynniki funkcji trzeciego stopnia:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d$$

przyjmują następujące wartości:

$$a = -5 < 0;$$
$$\Delta = 3ac - b^2 = -16\varepsilon^2 + 46\varepsilon - 49 < 0$$

Ponieważ analityczne wzory na wyznaczanie wartości pierwiastków wielomianu trzeciego stopnia są bardzo skomplikowane, to o wiele łatwiej obliczyć wartości wielomianu dla ciągu wartości X i wybrać tę, dla której wielomian osiąga wartość największą.

Innym sposobem jest zróżniczkowanie wielomianu trzeciego stopnia, dzięki czemu otrzymamy wielomian drugiego stopnia o postaci:

$$-15x^2 + (8\varepsilon + 26)x - (10\varepsilon + 8)$$

Po przyrównaniu wielomianu do zera, otrzymamy:

$$x_{1,2} = \frac{1}{30}(8\varepsilon + 26)\cdot\left\{1 \pm \sqrt{1 - 60\frac{10\varepsilon + 8}{(8\varepsilon + 26)^2}}\right\}$$

Jak latwo sprawdzić wartości X_1 oraz X_2, w zakresie $0{,}1 \le \varepsilon \le 1$, zmieniają się w granicach:

$$0{,}448 \le x_1 \le 0{,}842$$
$$1{,}337 \le x_2 \le 1{,}424$$

Ponieważ minimum wielomianu przypada w punkcie: $x_{min} = \frac{1}{30}(8\varepsilon + 26)$, to tablicowanie funkcji $F^*(x)$ możemy ograniczyć do zakresu $0<X<x_{min}$.

W tej sytuacji najlepszym rozwiązaniem problemu wyznaczania wartości X^* (oraz R^*) jest określenie wzoru przybliżonego na wartość X^*. Jest to wygodne, szczególnie w przypadku, gdy maksimum funkcji jest „płaskie", tak jak to jest w naszym przypadku. Wtedy nawet znaczące odchylenia wartości przybliżonej X^* w nie dużym stopniu wpływają na wartość maksymalną.

Zakładając, że dla celów praktycznych wystarczająca jest dokładność $\pm 0,01$, wzorem na przybliżoną wartość X^* jest wyrażenie:

$$x^* \approx \left\{ \begin{array}{l} 0,74\varepsilon + 0,002 \quad dla \quad \varepsilon \le 0,5 \\ \hline 0,686\varepsilon + 0,024 \quad dla \quad \varepsilon \ge 0,5 \end{array} \right\}$$

Ostatecznie mamy więc :

$$R^* = R_{mx} \cdot x^* \qquad \text{oraz}$$

$$C^* = \frac{1}{2}\left[C_{mx} + k_T \cdot f(R^*) + b\right]$$

gdzie $$f(R^*) = \frac{\frac{1}{3}R_{mx} - \frac{1}{4}R^*}{\frac{1}{2}R_{mx} - \frac{1}{3}R^*} \cdot R^* = R_{mx} \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}x^*}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}x^*} \cdot x^*$$

Jeżeli przyjmiemy następujące, „grube" przybliżenie:

$$x^* \approx \frac{3}{4}\varepsilon \qquad dla \quad \varepsilon \le \frac{1}{2}$$

to po podstawieniu tej wartości do powyższych wyrażeń, ostatecznie otrzymamy:

$$C^* = \frac{1}{2}\left[C_{mx} + b + R_{mx} \cdot k_T \cdot \frac{1 - \frac{9}{16}\varepsilon}{2 - \varepsilon} \cdot \varepsilon\right] \qquad \left[\frac{zl}{szt}\right]$$

$$R^* = \frac{3}{4}R_{mx} \qquad [km]$$

$$F^* = \frac{9}{32}\pi \cdot A \cdot R_{mx}^5 \cdot \left(1 - \frac{7}{16}\varepsilon\right)^2 \cdot (2 - \varepsilon)^{-1} \cdot \varepsilon \qquad \left[\frac{zl}{rok}\right]$$

Wzory powyższe, określające w sposób przybliżony, optymalne wartości tych wielkości są oczywiście ważne dla $\varepsilon<0,5$. W podobny sposób można wyznaczyć wzory na wartości przybliżone C^*, R^* oraz F^* dla $\varepsilon > 0,5$.

Zauważmy następnie, że przedsięwzięcie będzie opłacalne – zysk dodatni – gdy będzie spełniona nierówność: $F^* > Q$ lub po podstawieniu, nierówność:

$$\frac{9}{32} \cdot \frac{\pi \cdot a \cdot q \cdot k_T^2 R_{mx}^5}{Q} > \frac{2 - \varepsilon}{\left(1 - \frac{7}{16}\varepsilon\right)^2 \cdot \varepsilon}$$

Ostatecznie mamy więc :

$$Z^* = F^* - Q$$

Jeżeli największa wartość zysku operacyjnego, po odjęciu kosztów stałych, jest dodatnia to nasze przedsięwzięcie będzie przynosiło korzyść.

C. Optymalizacja sieciowa firmy globalnej, działającej na wielu rynkach.

Rozpatrzmy dowolną strefę zbytu (filię firmy globalnej), np. nr. i , odległej o d_i [km] od miejsca w którym jest wytwarzany nasz wyrób. Przyjmiemy, że punkt sprzedaży (filia nr i) znajduje się w miejscu największego zagęszczenia $g_{mx,i}$ potencjalnych klientów, które zmniejsza się liniowo wraz z odległością r od filii.

Należy określić optymalną cenę sprzedaży C_i wyrobu oraz określić promień R_i strefy wewnątrz której przebywający klienci mają zapewniony dowóz, na koszt firmy, zakupionego wyrobu,

Jak wiemy (patrz....), największa wartość zysku operacyjnego będzie równa:

$$F^* = F(R^*) = 6\pi A \cdot \left[\frac{1}{4}R^{*2} - \frac{1}{3}(D_{mx} + R_{mx}) \cdot R^* + \frac{1}{2}D_{mx} \cdot R_{mx}\right]^2 \frac{R^{*2}}{\frac{3}{2}R_{mx} - R^*}$$

gdzie

$$C^*(R^*) = \frac{1}{2}\left[C_{mx} + k_T \cdot f(R^*) + b'\right]$$

$$R^* = R_{mx} \cdot x^* \quad ; \quad f(R^*) = \frac{\frac{1}{3}R_{mx} - \frac{1}{4}R^*}{\frac{1}{2}R_{mx} - \frac{1}{3}R^*} \cdot R^*$$

$$x^* = 0,74 \cdot \varepsilon + 0,002 \quad \text{dla } \varepsilon \leq 0,5$$
$$0,686 \cdot \varepsilon + 0,024 \quad \text{dla } \varepsilon \geq 0,5$$

W powyższych wzorach, wszędzie opuszczono indeksy „ i „ w celu zmniejszenia ich liczby.

Jak łatwo zauważyć, wartość F^*_i zależy wyłącznie od parametrów funkcji F^*_i :

$$\lambda_{mx,i} \; ; \; C_{mx,i} \; ; \; g_{mx,i} \; ; \; R_{mx,i} \; ; \; k_{T,i} \; ; \; b_i'$$

przy tym $b_i' = b + k_i$

gdzie k_i jest kosztem transportu wyrobu z miejsca wytwarzania na miejsce w którym znajduje się filia nr. i . Koszt ten odnosi się do przewozów masowych, który jest określony funkcją:

$$k_i = k(\Lambda^*_i, d_i)$$

Przy tym

$$\Lambda^*_i(R^*_i, C^*_i) = 2\pi\left(\lambda_{mx,i} - a_i \cdot C^*_i\right) \cdot \left(\frac{1}{2}g_{mx,i} - \frac{1}{3}q_i \cdot R^*_i\right) \cdot R_i^{*2}$$

gdzie $a_i = \dfrac{\lambda_{mx,i}}{C_{mx,i}} \quad ; \quad q_i = \dfrac{g_{mx,i}}{R_{mx,i}}$

W ten sposób jesteśmy w stanie określić wartości F^*_i dla wszystkich filji (dilerów) w miejscowościach i=0,1,2,....I gdzie numerem i=0 oznaczono strefę sprzedaży w miejscu produkcji wyrobów, dla której zachodzi równość $k_0=0$ oraz $b'_i=b$.

Znając wartości F_i^* możemy określić sumaryczny zysk firmy globalnej :

$$F^* = \sum_{i=0}^{I} F_i^*$$

oraz sumaryczną sprzedaż:

$$\Lambda = \sum_{i \in I} \Lambda_i^* = \mu$$

gdzie $I = \{0,1,2,....i....\}$ zbiór numerów (nazw) filii globalnej firmy.

Z linią produkcyjną o powyższej możliwości produkcyjnej μ, związane są stałe koszty jej utrzymania Q . W związku z powyższym musi zachodzić nierówność:

$$F > Q$$

W przeciwnym przypadku cała działalność jest nieopłacalna. Jeżeli jest opłacalna to w następnym kroku obliczeniowym wyznaczamy wartości:

$$Q_i = \frac{\Lambda_i^*}{\Lambda} \cdot Q$$

oraz określamy koszt stały $K_{0,\,i}$, w [zł/rok], utrzymania filii nr i sprzedającej Λ_i^* [szt/rok] wyrobów celem sprawdzenia czy spełniona jest nierówność:

$$F_i^* > Q_i + K_{0,\,i}$$

Jeżeli dla niektórych nr i nie jest ona spełniona to te filie należy usunąć -ich numery usunąć ze zbioru I. W rezultacie takiego przeglądu opłacalności poszczególnych filii, otrzymany nowy zbiór $I^{(1)}$.

Ponownie dla nowego zbioru filii, obliczamy wartości:

$$\Lambda^{(1)} = \sum_{i \in I^{(1)}} \Lambda_i^* \quad ; \quad F^{*(1)} = \sum_{i \in I^{(1)}} F_i^*$$

Następnie dla nowo wyznaczonej wartości $\mu = \Lambda^{(1)}$ określamy wartość $Q^{(1)}$ i obliczamy wartości:

$$Q_i^{(1)} = \frac{\Lambda_i^*}{\Lambda} \cdot Q^{(1)}$$

oraz sprawdzamy czy zachodzi nierówność:

$$F_i^* > Q_i^{(1)} + K_{0,\,i}$$

Jeżeli dla któregokolwiek $i \in I^{(1)}$ nierówność nie jest spełniona to filię o tym numerze eliminujemy ze zbioru i w ten sposób otrzymujemy nowy zbiór $I^{(2)}$.

Jeżeli są to różne zbiory, to ponownie wykonujemy całą procedurę obliczeniowa, wyznaczając odpowiednio:

$$\Lambda^{(2)} = \sum_{i \in I^{(2)}} \Lambda_i^* \quad ; \quad F^{(2)} = \sum_{i \in I^{(2)}} F_i^*$$

oraz określając nowe wartości

$$Q^{(2)} \text{ dla } \mu^{(2)} = \Lambda^{(2)} \text{ oraz } Q_i^{(2)} = \frac{\Lambda_i^*}{\Lambda^{(2)}} Q^{(2)}$$

oraz sprawdzając czy spełnione są nierówności:

$$F_i^* > Q_i^{(2)} + K_{0,\,i}$$

Następnie wyznaczamy nowy zbiór $I^{(3)}$(jeżeli różni on się od zbioru $I^{(2)}$) i ponownie wykonujemy te samą procedurę, aż do chwili gdy dwa kolejne zbiory będą identyczne. Wtedy ostatnie, obliczone wartości stają się optymalnymi:

Λ_i^* oraz C_i^* , R_i^* , $K_{0,\,i}^*$; $\Lambda^* = \mu^*$, Q^* , I^*

dla zadanych charakterystyk

- popytu : $C_{mx,i}$, $\lambda_{mx,i}$
- gęstosci klientów : $g_{mx,i}$, $R_{mx,i}$
- transportu : K_i , $k_{T,i}$
- rozmieszczenia filii : d_i
- produkcji : b

Tak określone wielkości gwarantują nam, dodatni zysk dla całości przedsięwzięcia oraz dla każdej filii - największy, jaki można osiągnąć.

Jednak nie każdy zysk zapewnia nam opłacalność przedsięwzięcia. Mianowicie zależy to od wielkości zaangażowanego w przedsięwzięcie kapitału. I tak, jeżeli koszty zakupu i instalacji linii produkcyjnej oraz budowy wszystkich filii ocenimy sumą: KAP -to przedsięwzięcie będzie opłacalne gdy będzie spełniona nierówność:

$$F^* - Q^* - \sum_{i \in I^*} K_{0,\,i} > \rho \cdot KAP$$

gdzie ρ jest oprocentowaniem bankowych wkladów (np. dla 5%mamy 0,05)

Konkurencja rynkowa dla modelu podstawowego przy nierównomiernej gęstości klientów, z uwzględnieniem kosztu dostaw

Przeanalizujmy funkcję opłacalności produkcji dla jednej strefy:

$$\varepsilon(\mu) = \frac{\text{Przychody-Koszty}}{\text{Koszty}} = \frac{C}{b + k_T \cdot f(R)} - 1$$

której koszty działalności zmniejszono o wartość odpowiedniej części kosztów stałych Q, w związku z tym, ε jest funkcją **operacyjnej** opłacalności produkcji

Przy optymalnych wartościach: C, R, oraz μ wartość operacyjnej funkcji opłacalności ε zależy wyłącznie od danych parametrów modelu, -jest więc jednakowa dla wszystkich konkurentów.

Mianowicie, ponieważ mamy:

$$C^* = \frac{1}{2}\left(C_{mx} + b + k_T \cdot f(R)\right)$$

więc funkcja opłacalności operacyjnej przyjmie teraz postać:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\left(\frac{C_{mx}}{b + k_T \cdot f(R^*)} - 1\right)$$

przy tym R^* jest optymalną wartością zmiennej R. Jak wiemy R^* jest funkcją ε, to jest stosunku :

$$\frac{D_{mx}}{R_{mx}} = \frac{C_{mx} - b}{k_T \cdot R_{mx}}$$

Widzimy więc, że konkurent aby wyprzeć, w danym sektorze, istniejącego producenta wyrobów, musi zmniejszyć cenę wyrobu, poniżej wartości optymalnej, wkraczając na rynek z większą intensywnością produkcji, i obsługując obszar o większym promieniu. Wszystkie te przedsięwzięcia zagwarantują jednak konkurentowi mniejszy zysk aniżeli dotychczasowemu producentowi, i mniejszą opłacalność Wynika stąd, że musi on dysponować odpowiednio dużymi rezerwami finansowymi, aby mógł on wyprzeć dotychczas zasiedziałą na rynku firmę, oczywiście jeżeli działa ona optymalnie. W przeciwnym przypadku, gdy działa ona nie optymalnie, konkurent wchodząc na rynek z optymalnymi cenami, jeżeli są one niższe od aktualnie istniejących, może wyprzeć z rynku zasiedziałą firmę uzyskując niekiedy także wyższy zysk. Jeżeli zasiedziała na rynku firma działa optymalnie to można ją wyprzeć ponosząc olbrzymie " koszty wejścia".

Uwzględniając, że zasiedziała firma globalna może również obniżyć swoje ceny w tej strefie, spowoduje to walkę ogólną , we wszystkich strefach.

Aby uniknąć takich wyniszczających obie firmy zmagań, często dochodzi do porozumienia przez podział rynku światowego na dwa rozłączne obszary.

Takim, klasycznym przykładem są dwie znane firmy COCA-COLA i PEPSI-COLA które rynek światowy podzieliły między siebie.

Wnioski końcowe

Jeżeli przedsiębiorstwa, konkurując na wspólnym, swobodnym rynku, w produkcji takiego samego (lub bardzo podobnego) wyrobu przy nie różniących się kosztach produkcji i transportu, posiadają strukturę kosztów wytworzenia jednostki produktu typu:

$$\kappa(\mu)=\frac{Q}{\mu}+b$$

a popyt spada wraz ze wzrostem ceny wyrobu

to chociaż istnieje teoretyczna możliwość utrzymania się na rynku (w stanie równowagi chwiejnej) wielu producentów przy równych wartościach sprzedaży

to ostatecznym rezultatem konkurencji jest opanowanie swobodnego rynku przez jednego producenta-monopolistę, (na określonym obszarze, którego powierzchnia jest tym większa im mniejsze są jednostkowe koszty produkcji i transportu).

Wyparcie z rynku istniejącego producenta o działającego optymalnie jest niezmiernie trudne (przy dysponowaniu taką samą technologią) gdyż wymaga raptownego wejścia konkurenta na rynek z produkcją wyższą od optymalnej i niższą ceną, co zmniejsza jego zyski względem firmy zasiedziałej na rynku a niekiedy naraża na straty. W tym ostatnim przypadku wejście na rynek jest właściwie niemożliwe.

Jedynie w przypadku, gdy koszt wytworzenia jednostki wyrobu rośnie wraz ze wzrostem wielkości produkcji (a więc gdy nie występuje „efekt skali produkcji) konkurencja prowadzi do maksymalnego zaspokojenia popytu (przy minimalnych cenach) i maksymalnej liczbie producentów.

Dotychczasowy rozwój technologii wytwórczych wskazuje na konieczność coraz kosztowniejszego inwestowania w coraz bardziej skomplikowane urządzenia wytwórcze oszczędzające ludzką pracę i minimalizującą koszty bezpośrednie b. Skutkiem tego „efekt skali „ będzie coraz silniej oddziaływał na procesy integracji firm.

W przypadku takiej zależności kosztów od natężenia produkcji i istnieniu „efektu skali produkcji" nieuchronnie doprowadzi to do monopolizacji rynków. Ten właśnie efekt był (i jest) przyczyną powstania narodowych Ustaw Antymonopolowych mających na celu obronę konsumentów przed dyktatem cenowym nieuchronnie powstających monopoli.

Jak więc widzimy całkowita „wolność gospodarcza" przy „wilczej konkurencji" firm prowadzi nieuchronnie do wynaturzonego rozwoju gospodarczego i zaostrzania antagonizmów między konsumentami sprzedającymi swoją pracę a bogatymi producentami-monopolistami panującymi na rynkach i dyktującymi ceny sprzedawanych wyrobów.

Aby uniknąć takiej sytuacji musi powstać międzynarodowa organizacja, na wzór narodowych instytucji antymonopolowych, uniemożliwiająca powstawanie monopoli w skali światowej. Dopuszczenie do żywiołowego rozwoju procesów globalizacji, w myśl zasady„wolny rynek wszystko załatwi", doprowadzi świat do katastrofy.

skali światowej. Dopuszczenie do żywiolowego rozwoju procesów globalizacji, w myśl zasady„wolny rynek wszystko załatwi", doprowadzi świat do katastrofy.

Nie jest to, niestety, najlepszy sposób uniknięcia katastrofy-znacznie lepszym sposobem byłoby dopuszczenie do wykorzystywania środków ochrony celnej przez słabsze gospodarki i możliwości blokady napływu siły roboczej przez silniejsze gospodarki. Utrzymywanie dotychczasowego stanu asymetrii, gdy przyzwala się na stosowanie blokady przepływu siły roboczej, prowadzi do wynaturzenia systemu kapitalistycznego. Jednak najlepszym sposobem byłaby światowa koordynacja procesów rozwoju światowej gospodarki [9].

Literatura

[1] Salvatore D. (1995) *Internatinal Economics*. Prenteice Hall Iternational, Inc., New York.

[2] Jehle G.A., Reny P.J. (1998) *Advanced Microeconomics Theory*. Longman, Inc., London.

[3] Łyszkiwicz W. (1999) *Industrial Organization*. WSHiFM, Warszawa.

[4] Piasecki S. (2000) *Sieciowe modele symulacyjne do wyznaczania strategii rozwoju przedsiębiorstw*. Instytut Interfacji (IBS PAN), Warszawa.

[5] Piasecki S. (1986) Wielokryterialne projektowanie linii technologicznych na przykładzie procesów obróbki. w: *Materiały V Konferencji - Polioptymalizacja w projektowaniu.* Politechnika Koszalińska, Mielno.

[6] Malawski M., Wieczorek A., Sosnowska H. *Konkurencja i kooperacja.* PWN, Warszawa 2004.

[7] Tinberger J. *International Economic Integration.* N. York 1965.

[8] Ruth M., Hannon B. *Modeling Dynamic Economic System.* Springer-Verlag N. York, Berlin, Heidelberg 1997.

[9] Piascki S. *Teoria kooperacji gospodarczej i międzynarodowej wymiany handlowej.* WSZiP im.B. Jańskiego. Warszawa 1999.

[10] Piasecki S. *Teoria rynkowej konkurencji przemyslowej.* Raporty Badawcze: RB/74/2002, RB/19/2003, RB/9/2004. IBS PAN.

[11] Piasecki S. *Optymalizacja logistycznego systemu dostaw.* Materiały VII Międzynarodowej Konferencji 24-25 XI 2005 AGH Kraków.