

28/2004

Raport Badawczy

RB/33/2004

Research Report

**Modelowanie matematyczne
w inżynierii i ochronie
środowiska**

L. Bogdan, J. Studziński

**Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk**

**Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences**



POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 8373578

fax: (+48) (22) 8372772

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:
Prof. dr hab. inż. Zbigniew Nahorski

Warszawa 2004

**Polska Akademia Nauk
Instytut Badań Systemowych**

Raport /2004

Lucyna Bogdan, Jan Studziński

Modelowanie matematyczne w inżynierii i ochronie środowiska

Redakcja:
Jan Studziński

Warszawa 2004

Lucyna Bogdan, Jan Studziński

Modelowanie matematyczne w inżynierii i ochronie środowiska

Spis treści

Wstęp

1. Temperaturmodellierung im Boden anhand der Messungen aus dem meteorologische Monitoring (*Lucyna Bogdan, Jan Studzinski*)
2. Zastosowanie analizy harmoniczej w modelu temperatury gleby (*Lucyna Bogdan*)
3. Wspomaganie zarządzania miejską siecią wodociagową za pomocą modeli matematycznych (*Jan Studzinski*)

Wstęp

W raporcie zamieszczono trzy artykuły dotyczące modelowania matematycznego w zastosowaniu do problemów inżynierii i ochrony środowiska. Dwa artykuły omawiają problemy związane z modelowaniem zmiennych meteorologicznych, w tym przypadku z modelowaniem temperatury w glebie na podstawie pomiarów temperatury powietrza (L. Bogdan i J. Studzinski: *Temperaturmodellierung im Boden anhand der Messungen aus dem meteorologischechen Monitoring*, oraz L. Bogdan: *Zastosowanie analizy harmonicznej w modelu temperatury gleby*). Jest to rzeczywiste zagadnienie istotne w meteorologii i wynikające z faktu, że pomiary temperatury powietrza są stosunkowo łatwe do wykonywania, podczas gdy pomiary temperatury w glebie są uciążliwe i jednocześnie bardzo użyteczne w ogrodnictwie i rolnictwie. Trzeci artykuł dotyczy modelowania procesów związanych z eksploatacją sieci wodociągowej (J. Studzinski: *Wspomaganie zarządzania miejską siecią wodociagową za pomocą modeli matematycznych*) i omawia zagadnienia związane z tworzeniem systemu informatycznego do zarządzania przedsiębiorstwem wodociagowym przy użyciu modeli matematycznych.

Jan Studzinski

Wspomaganie zarządzania miejską siecią wodociagową za pomocą modeli matematycznych*

*(artykuł publikowany w wydawnictwie IBS PAN w serii **Badania Systemowe**, t. 37,*

*pt. **Wspomaganie informatyczne rozwoju społeczno-gospodarczego i ochrony środowiska**)*

Wspomaganie zarządzania miejską siecią wodociagową za pomocą modeli matematycznych*

Jan Studzinski
Instytut Badań Systemowych, Polska Akademia Nauk
studzins@ibspan.waw.pl

In the paper some mathematical models and algorithms supporting the management of a big communal water network are discussed. These models and algorithms are the key elements of a decision support computer system worked out for the operator of the water network as well as for the planners and managers of the waterworks enterprise. The goal of the system is to improve and make more efficient the waterworks management and the role of the models is to generate the relevant decisions faster, more exact and reliable as it usually occurs without using the information tools.

Keywords: Decisions Support Systems, mathematical modelling, water networks.

Wstęp

Rozwój technik i technologii komputerowych w ostatnich kilkunastu latach spowodował wprowadzanie na większą skalę informatyzacji w przedsiębiorstwach wodociagowych, tak na świecie, jak również w kraju. Informatyzacja polegała początkowo na komputeryzacji wybranych zadań realizowanych w wodociagach, na przykład wizualizacji sieci wodociagowej za pomocą specjalizowanych systemów informacji geograficznej (GIS), instalowaniu komputerowych systemów monitoringu w oczyszczalniach ścieków i sieciach wodociagowych, czy tworzeniu modeli matematycznych do symulacji komputerowej procesów technicznych i technologicznych realizowanych w przedsiębiorstwie (Denczew, 2002).

Zaletą takich działań było usprawnienie i przyspieszenie pewnych czynności wykonywanych w przedsiębiorstwie wodociagowym poprzednio w sposób ręczny, na przykład wykonywania pomiarów określonych zmiennych procesowych, natomiast wadą było traktowanie komputeryzowanych zadań w sposób autonomiczny i izolowany, chociaż w rzeczywistości tworzą one na ogół kompleks czynności mniej lub bardziej ze sobą powiązanych. Prowadziło to również do tworzenia w przedsiębiorstwie wielu niezależnych od siebie baz danych związanych z wdrażanymi niezależnie programami i w rezultacie do dublowania

* Praca wykonana w ramach projektu badawczego KBN nr 3 T11A 010 26.

tych samych danych w różnych bazach. To z kolei było źródłem wielu błędów popełnianych przy wprowadzaniu tych samych wartości do różnych baz danych.

Dlatego ostatnie kilka lat, to modyfikacja takiego postępowania polegająca na wdrażaniu kompleksowych systemów informatycznych w przedsiębiorstwach wodociągowych, integrujących realizację różnych i jednocześnie zależnych od siebie zadań. Takie systemy mają na ogół budowę modułową, przy czym poszczególne moduły wykonują różne uzupełniające się zadania korzystając przy tym już z jednej branżowej bazy danych tworzonej dla sieci wodociągowej, sieci kanalizacyjnej lub oczyszczalni ścieków. Wymienione obiekty wchodziły zwykle w skład typowego przedsiębiorstwa wodociągowego, stanowiąc podsystemy złożonego miejskiego systemu wodno-ściekowego. Podstawowe moduły współcześnie tworzonych systemów informatycznych, to mapa numeryczna do wizualizacji obiektu, system monitoringu do zbierania i archiwizacji pomiarów oraz model matematyczny do symulacji badanego procesu. Branżowa baza danych wchodząca także w skład systemu informatycznego jest źródłem danych obliczeniowych dla wszystkich wymienionych modułów.

Początkowo systemy informatyczne w przedsiębiorstwach wodociągowych realizowały przede wszystkim funkcje informacyjne (*pasywne*) polegające na informowaniu operatorów danego procesu o jego stanie, na przykład operatora sieci wodociągowej o przepływach i ciśnieniach wody w sieci. Ostatnio jednak funkcje systemów informatycznych są rozbudowywane o zadania optymalizacji i sterowania powodując, że funkcjonowanie systemu wpływa *aktywnie* na zarządzanie przedsiębiorstwem. Z jednej strony jest to możliwe dzięki istnieniu już zwykle modelu matematycznego procesu w strukturze systemu, z drugiej strony wymaga to jednak dołączenia dodatkowych modeli i algorytmów obliczeniowych do systemu, zwykle w postaci oddzielnych modułów wykonujących dodatkowe zadania. Takie systemy względnie koncepcje systemów zostały opracowane względnie już wdrożone i są testowane w kilku krajowych przedsiębiorstwach wodociągowych (Bogdan i Studzinski, 1994; Studzinski i Bogdan, 2000; Brdyś i in., 2002; Brdyś, 2004; Konarczak, 2004) i są również opracowywane i wdrażane zagranicą (Straubel i Holznel, 1998; Wedel, 1998; Straubel i Studzinski, 2000).

Realizacja koncepcji *aktywnie* działających systemów informatycznych wymaga, jak wspomniano, włączenia do systemu licznych modeli procesowych realizujących różne funkcje, a więc nie tylko symulacji procesu jak w przypadku wcześniejszych systemów, ale również prognozowania, optymalizacji i sterowania. Jest to koncepcja komputeryzacji przedsiębiorstwa wodociągowego, której celem jest *zarządzanie przedsiębiorstwem za pomocą specjalizowanych modeli matematycznych*.

Przy tym wspomniano już, że obecnie opracowywane systemy informatyczne dotyczą jedynie wybranych podsystemów miejskiego systemu wodno-ściekowego, a więc sieci wodociągowej, oczyszczalni ścieków i rzadziej sieci kanalizacyjnej. Wydaje się, że przyszły rozwój systemów informatycznych dla potrzeb przedsiębiorstw wodociągowych powinien iść w kierunku tworzenia systemów kompleksowych, obejmujących swym działaniem cały złożony system wodno-ściekowy w mieście. W takim systemie informatycznym poszczególne

podsystemy miejskiego systemu wodno-ściekowego stanowiłyby szeregowo połączone elementy całego ciągu technologicznego poboru, uzdatniania i dystrybucji wody pitnej oraz transportu i oczyszczania ścieków a także związane z tym utylizacji i gospodarki osadów pościekowych.

Modele i algorytmy w systemie informatycznym dla sieci wodociągowej

W dalszym ciągu omówimy modele matematyczne i również pewne algorytmy numeryczne niezbędne do opracowania systemu informatycznego wspomagającego zarządzanie miejską siecią wodociagową. Jednocześnie wskażemy na trudności związane z praktyczną realizacją algorytmów i wykonywaniem obliczeń komputerowych.

Model hydrauliczny sieci wodociągowej

Podstawowym modelem w systemie zarządzania siecią wodociagową jest model hydrauliczny do obliczania przepływów i ciśnień wody w sieci. Model ten jest opisany liniowymi i nieliniowymi równaniami algebraicznymi, podobnymi do równań opisujących bilanse natężeń i napięć prądów w sieciach elektrycznych i wynikających z I i II *prawa Kirchhoffa*. Dla sformułowania równań modelu należy zadać strukturę sieci wodociagowej oraz charakterystyki obiektów aparaturowych znajdujących się w sieci. Sieć składa się z węzłów i odcinków, czyli zadanie jej struktury polega na podaniu współrzędnych przestrzennych węzłów, ich typów oraz długości i średnic odcinków. Podstawowe typy węzłów, to węzły zasilające sieć, węzły odbiorcze oraz węzły montażowe. Z kolei podstawowe obiekty aparaturowe sieci wodociagowej, to zasuwki, zawory zwrotne, reduktory ciśnienia, zbiorniki wyrównawcze, układy pompowe w węzłach zasilających na wejściu sieci i w hydroforniach umieszczonych wewnątrz sieci. Dodatkowe niezbędne dane, to wartości rozbiorów wody w węzłach odbiorczych na wyjściu sieci.

Poglądowy przykład sieci wodociagowej jest pokazany na rys. 1. Składa się ona z $K = 7$ węzłów, $R = 9$ odcinków i $S = 3$ pierścieni. Przy tym węzeł 1 jest zasilający, węzły 3, 4, 5, 6 są odbiorcze i węzły 2, 7 są montażowe. Q_1 oznacza dopływ wody do sieci, natomiast Q_3 do Q_6 oznaczają zadane rozbiory wody. Na rysunku zaznaczono także sugerowane kierunki przepływu wody w odcinkach sieci oraz szukane przepływy q_i , $i = 1, \dots, 9$. Zadaniem modelu jest obliczenie wartości przepływów w R odcinkach sieci i ciśnień wody w K węzłach.

Znając liczbę węzłów, odcinków i pierścieni sieci można wyznaczyć liczbę szukanych niewiadomych modelu

$$N = K + R - 2K + S - 1 = 16$$

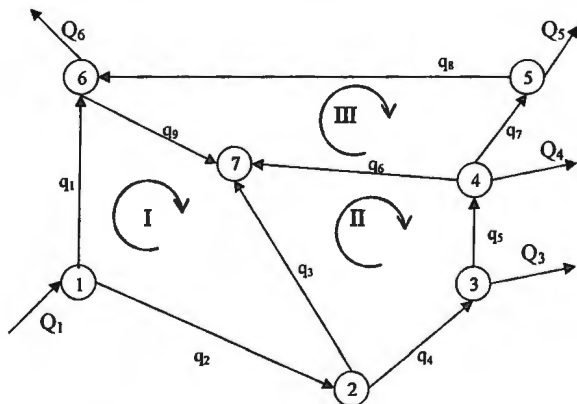
gdzie

$$R = K + S - 1$$

W tym celu należy ułożyć odpowiedni układ N równań modelu. Na podstawie I *prawa Kirchhoffa* formułuje się dla K węzłów K liniowych równań algebraicznych do obliczania przepływów wody z ich bilansów węzłowych. Z kolei na podstawie II *prawa Kirchhoffa* formułuje się dla S pierścieni S nieliniowych równań algebraicznych do obliczania przepływów wody w odcinkach pierścieni z bilansów ciśnień w pierścieniach. Brakujące $(K - 1)$ równań formułuje się na podstawie znanego z mechaniki płynów *równania Bernoulliego*. Są to liniowe równania algebraiczne do obliczania ciśnień w $(K - 1)$ węzłach sieci. Ostatecznie liczba sformułowanych równań modelu wynosi

$$K + S + K - 1 = N$$

co umożliwia obliczenie N szukanych niewiadomych.



Rys. 1. Przykładowy schemat sieci wodociągowej.

Wspomniane równania modelu dla schematu sieci z rys. 1 są następujące:

K równań z I *prawa Kirchhoffa*:

Węzeł 1:	$Q_1 - q_1 - q_2 = 0$	
Węzeł 2:	$q_1 - q_3 - q_4 = 0$	
Węzeł 3:	$q_4 - q_5 - Q_3 = 0$	
Węzeł 4:	$q_5 - q_6 - q_7 - Q_4 = 0$	(1)
Węzeł 5:	$q_7 - q_8 - Q_5 = 0$	

$$\text{Węzeł 6:} \quad q_1 + q_8 - q_9 - Q_6 = 0$$

$$\text{Węzeł 7:} \quad q_3 + q_6 + q_9 = 0$$

S równań z II prawa Kirchhoffa:

$$\text{Pierścień 1:} \quad h_{11} + h_{10} - h_{13} - h_{12} = 0$$

$$\text{Pierścień 2:} \quad h_{13} - h_{16} - h_{15} - h_{14} = 0 \quad (2)$$

$$\text{Pierścień 3:} \quad h_{16} - h_{19} - h_{18} - h_{17} = 0$$

gdzie h_i oznacza spadek ciśnienia wody wzdłuż odcinka i w danym pierścieniu. Przy tym istnieje w mechanice płynów następujący wzór *Darcy-Weisbacha* do obliczania spadku ciśnienia wody płynącej w rurze (odcinku sieci)

$$h_t = \frac{\lambda v^2}{2gD} \quad (3)$$

gdzie: λ - współczynnik tarcia, q - natężenie przepływu, g - przyspieszenie ziemskie, l - długość rury i D - jej średnica. Natężenie przepływu zastępuje się zwykle prędkością wody według wzoru

$$v = \frac{4q}{\pi D^2} \quad (4)$$

Postać *równania Bernoulliego* wiążącego przepływ wody z ciśnieniem w określonym punkcie rury jest następująca

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + H = \text{const} \quad (5)$$

gdzie p oznacza ciśnienie statyczne wody i H jest wysokością punktu, w którym mierzy się przepływ i ciśnienie. Dla dwóch połączonych rurą węzłów sieci i oraz $(i + 1)$ znajdujących się na różnych wysokościach, przy czym $v_i = v_{i+1}$, zachodzą na podstawie (5) zależności

$$p_{i+1} + H_{i+1} \gamma = p_i + H_i \gamma \quad (6)$$

$$p_{i+1} = p_i + (H_i - H_{i+1}) \gamma \quad (7)$$

Równanie (7) obowiązuje w przypadku idealnym, gdy w rurze nie występują straty (spadek) ciśnienia h_t w wyniku tarcia wody o ścianki rury. W przypadku

występowania takiego spadku ciśnienia określonego wzorem (3) równanie (7) przybierze postać

$$p_{i+1} = p_i + (H_i - H_{i+1}) \gamma - h_{di} \quad (8)$$

Zastępując w (8) ciśnienie statyczne p_i ciśnieniem całkowitym

$$P_i = p_i + H_i \gamma \quad (9)$$

otrzymujemy ostatecznie z (8)

$$P_{i+1} = P_i - h_{di} \quad (10)$$

Na podstawie (10) można napisać $(K - 1)$ brakujących równań modelu sieci:

(K - 1) równań z równania Bernoulliego:

$$\text{Wzłozel } i \ (i = 2, \dots, 7): \quad P_i = P_{i-1} - h_{di} \quad (11)$$

Problemy obliczeniowe modelu hydraulicznego

Przy rozwiązywaniu równań modelu hydraulicznego napotyka się na dwa problemy obliczeniowe: pierwszy związany z *wyborem kombinacji pierścieni* w sieci do formułowania równań (2) oraz drugi związany z *wyborem algorytmu rozwiązywania układu równań* (1), (2), (11).

Podczas wstępnych obliczeń zauważono, że *wybór kombinacji pierścieni* do obliczeń istotnie wpływa na otrzymywane wyniki, przy czym liczba możliwych kombinacji rośnie wykładniczo z liczbą pierścieni (*liczba kombinacji* = $f(n^n)$ dla n oznaczającego liczbę pierścieni). Jedną z możliwości uniknięcia tych błędów obliczeniowych jest formułowanie układu równań modelu uwzględniającego wszystkie kombinacje pierścieni, jednak jest to sposób ogromnie wydłużający czas obliczeń. Jednocześnie można sądzić, że wspomniane błędy obliczeniowe są wynikiem quasi-osobliwości macierzy tworzonej w formułowanym układzie równań. Oznaczałoby to, że część kolumn tej macierzy jest bliska liniowej zależności. Wydaje się, że byłoby możliwe uniknięcie tej sytuacji poprzez wybór takiej kombinacji pierścieni przy formułowaniu układu równań, która minimalizuje liczbę składników w równaniach (3). Dla przykładu sieci z rys. 1 taką minimalną kombinację tworzą pierścienie (I, II, III), natomiast nie spełniają tego warunku na przykład kombinacje (I, II, II-III), (II, III, I-II), (I, III, I-II-III) itp. Potwierdzenie tej hipotezy wymaga jednak dalszych badań.

Odnosnie *wyboru algorytmu rozwiązywania układu równań modelu* najprostszym sposobem jest jednoczesne rozwiązywanie wszystkich równań (1), (2),

(11) traktowanych jako układ algebraicznych równań nieliniowych. Można do tego celu użyć na przykład metody *Newtona-Raphsona*. Ten sposób nie jest jednak korzystny ze względu na długie czasy obliczeń dla dużych sieci wodociagowych.

Dlatego innym sposobem może być rozdzielenie równań przepływu (1), (2) od równań ciśnień (11) i niezależne obliczanie obu niewiadomych z dwóch niezależnych układów równań. Przy tym układ (1)–(2) jest nieliniowy względem przepływów a układ (11) jest liniowy względem ciśnień. W rezultacie otrzymuje się dwa mniejsze zadania obliczeniowe zamiast jednego dużego a do rozwiązania układu (1)–(2) można ponownie użyć metody *Newtona-Raphsona*. Modyfikacją tego sposobu postępowania jest rozbitcie układu równań (1)–(2) na dwa oddzielne układy: liniowy (1) i nieliniowy (2), i rozwiązywanie ich w sposób relaksacyjny, to znaczy naprzemienne rozwiązywanie każdego układu przy ustalonych wartościach zmiennych z drugiego układu. Do rozwiązywania równań liniowych można stosować algorytmy *Gaussa* lub *Cholesky'ego*, natomiast równania nieliniowe można ponownie rozwiązywać algorytmem *Newtona-Raphsona*. Wadą tego sposobu postępowania i również jego modyfikacji są w dalszym ciągu długie czasy obliczeń algorytmu *Newtona-Raphsona* i również wolna zbieżność algorytmu relaksacji.

Dlatego do obliczania sieci wodociagowych można stosować także algorytmy specjalizowane oparte na pomysłach rozdzielenia odcinków sieci (rur) na dwie grupy: należące do pierścieni oraz znajdujące się poza pierścieniami. Wtedy wszystkie przepływy w odcinkach pozapierścieniowych oblicza się z układu równań liniowych (1), natomiast przepływy pierścieniowe oblicza się z układu równań nieliniowych (2). W ten sposób obie grupy przepływów oblicza się oddzielnie mając każdorazowo do czynienia ze stosunkowo małymi i prostymi zadaniami obliczeniowymi. Po obliczeniu przepływów wyznacza się ciśnienia w węzłach sieci rozwiązując pojedynczo równania liniowe (11). Do rozwiązywania równań liniowych (1) można stosować wspomniane algorytmy *Gaussa* lub *Cholesky'ego*, natomiast do rozwiązania równań nieliniowych (2) stosuje się specjalne algorytmy iteracyjne, na przykład algorytm *Crossa*, charakteryzujący się dobrą zbieżnością i dużą szybkością. Zaletą tego sposobu postępowania jest podział dużego zadania początkowego na trzy mniejsze zadania rozwiązywane niezależnie, co znacznie upraszcza i przyspiesza obliczenia.

Reasumując, można wyróżnić następujące sposoby rozwiązywania modelu hydraulicznego sieci wodociagowej:

- Jednoczesne rozwiązywanie całego układu równań modelu traktowanego jako układ nieliniowych równań algebraicznych.
- Oddzielne obliczanie przepływów i ciśnień w sieci, przy czym wszystkie przepływy oblicza się z jednego układu nieliniowych równań algebraicznych.
- Oddzielne obliczanie przepływów i ciśnień w sieci, przy czym przepływy oblicza się relaksacyjni z dwóch układów równań algebraicznych, liniowego i nieliniowego.

- Oddzielne obliczanie przepływów i ciśnień w sieci, przy czym przepływy oblicza się z dwóch rozwiązywanych niezależnie układów równań algebraicznych, liniowego i nieliniowego.

Algorytm numeryczny Crossa obliczania modelu hydraulicznego

Algorytm Crossa jest elementem algorytmu obliczania modelu sieci wodociągowej, w którym wyjściowy układ równań dzieli się na trzy podukłady rozwiązywane niezależnie, przy czym w sposób specjalny rozwiązuje się układ równań nieliniowych względem przepływów (2). Na podstawie wzorów (3), (4) można spadek ciśnienia wody wzdłuż rury zapisać w postaci

$$h_i = \frac{8\lambda l}{\pi g D^5} q^2 = s q^2 \quad (12)$$

gdzie prędkość wody v zastąpiono przepływem q natomiast pozostałe parametry zastąpiono funkcją pomocniczą s . Jeżeli przepływy wody w odcinkach pierścieniowych są określone poprawnie, to wtedy warunki (2) są spełnione, w przeciwnym przypadku należy zmienić wartości przepływów w każdym pierścieniu o pewną wartość Δq_i , gdzie $i = 1, 2, 3$ dla przykładu sieci z rys. 1. Wtedy mamy z (12)

$$h_{ij} = s_{ij}(q_{ij}^2 + 2q_{ij} \Delta q_i + \Delta q_i^2) \quad (12)$$

przy czym składnik Δq_i^2 we wzorze zwykle się pomija jako nieistotny. Równania (11) dla każdego pierścienia można obecnie zapisać w postaci:

$$\sum_{j=1}^{R_i} h_{tj} = \sum_{j=1}^{R_i} s_{ij}(q_{ij}^2 + 2q_{ij}\Delta q_i) = 0 \quad (13)$$

gdzie R_i oznacza liczbę rur w pierścieniu i . Z (13) wynikają następujące zależności do obliczania korekty przepływu Δq_i w każdym pierścieniu sieci

$$\Delta q_i = - \frac{\sum_j s_{ij} q_{ij}^2}{2 \sum_j s_{ij} q_{ij}} = - \frac{\sum_j h_{tj}}{2 \sum_j h_{tj} / q_{ij}} \quad (14)$$

Korekty przepływów według wzoru (14) oblicza się w algorytmie Crossa do momentu, aż zmiany przepływów w rurach staną się mniejsze od założonej dokładności obliczeń, przy czym algorytm zbiega zwykle do rozwiązania przy małej liczbie (kilku) iteracji.

Algorytmy optymalizacji sieci wodociągowej

Model matematyczny (hydrauliczny) sieci wodociągowej służy przede wszystkim do symulacji bieżącego stanu sieci, ale jest również podstawowym narzędziem przy optymalizacji sieci. Prawdopodobnie pracująca sieć wodociągowa zapewnia dostarczenie użytkownikom sieci żądanych ilości wody pod odpowiednim ciśnieniem. Główną wadą sieci źle zaprojektowanej jest uzyskiwanie zbyt niskiego ciśnienia wody w niektórych węzłach odbiorczych znacznie oddalonych od źródła (węzła zasilającego). W takim przypadku należy przeprojektować sieć, zmieniając jej niektóre parametry. Do tego celu używa się metod optymalizacji statycznej. Rozwiązanie zadania optymalizacji polega na sformułowaniu odpowiedniej funkcji celu (kryterium jakości) i zastosowaniu odpowiedniego algorytmu minimalizacji względnie maksymalizacji tej funkcji. Istnieją zasadniczo trzy sposoby formułowania zadania optymalizacji: z jedną funkcją celu (*optymalizacja jednokryterialna*), z kilkoma funkcjami celu sprowadzonymi do pojedynczego kryterium jakości z odpowiednimi wagami przy poszczególnych składnikach odpowiadających różnym funkcjom celu (w dalszym ciągu *optymalizacja jednokryterialna*), z kilkoma różnymi funkcjami celu (*optymalizacja wielokryterialna*).

W przypadku *optymalizacji jednokryterialnej* z jedną funkcją celu, definiuje się tę funkcję zwykle jako sumę kwadratów różnic między zadanymi i rzeczywistymi (obliczonymi z symulacji) ciśnieniami w węzłach odbiorczych i następnie minimalizuje się tę funkcję zmieniając średnice rur w sieci. Zwiększenie średnicy rury zmniejsza spadek ciśnienia wzdłuż tej rury a więc zwiększa ciśnienie wody na jej końcu. Jest to optymalizacja sieci ze względu na pojedyncze kryterium techniczne. Jednak przy projektowaniu sieci należy uwzględnić również inne kryteria techniczne a także kryteria ekonomiczne, co powoduje, że optymalizacja jednokryterialna z jedną funkcją celu jest mało użyteczna w praktyce.

Pożądaną kryteria optymalizacyjne są zwykle następujące (Straubel i Holznel, 1998):

- Maksymalny uchyb między zadanym i policzonym ciśnieniem w węźle odbiorczym (funkcja minimalizowana).
- Suma spadków ciśnień we wszystkich odcinkach sieci wodociągowej (funkcja minimalizowana).
- Maksymalne ciśnienie tłoczenia wody w pompie układu pompowego węzła zasilającego lub hydroformi (funkcja minimalizowana).
- Minimalna prędkość wody w odcinku sieci wodociągowej (funkcja maksymalizowana).
- Łączne koszty inwestycyjne i eksploatacyjne wynikające z optymalizacji wcześniejszych kryteriów (funkcja minimalizowana).

Dlatego najbardziej wskazane jest użycie algorytmów *optymalizacji wielokryterialnej* do optymalizacji sieci wodociągowej. W wyniku otrzymuje się zbiór rozwiązań *Pareto-optymalnych*, z których każde jest wektorem o liczbie

elementów równej liczbie uwzględnianych w obliczeniach funkcji celu. Wybór najbardziej korzystnego rozwiązania należy do projektanta sieci wodociągowej. Wadą *optymalizacji wielokryterialnej* jest duża czasochłonność obliczeń. Dlatego środkiem zaradczym jest tworzenie pojedynczego kryterium jakości w postaci sumy kilku funkcji celu z dołączonymi współczynnikami wagowymi. W ten sposób zadanie *optymalizacji wielokryterialnej* zostaje sprowadzone do *optymalizacji jednokryterialnej*. Zaletą tego sposobu jest znaczne przyspieszenie obliczeń i otrzymywanie jednego rozwiązania zamiast zbioru rozwiązań, natomiast wadą jest zależność znajdującego rozwiązania od przyjętych wartości współczynników wagowych, ustalanych zwykle w sposób arbitralny. Znalezione rozwiązanie jest jedynie jednym punktem ze zbioru rozwiązań *Pareto-optymalnych* otrzymywanych z *optymalizacji wielokryterialnej*, co istotnie ogranicza wcześniejszą możliwość dokonania najbardziej korzystnego wyboru spośród wielu propozycji.

Z powyższej dyskusji wynika, że najbardziej wskazana metoda *optymalizacji wielokryterialnej* generuje duże problemy obliczeniowe, natomiast stosowanie metody *optymalizacji jednokryterialnej* z pojedynczą funkcją celu względnie kilkoma funkcjami celu i współczynnikami wagowymi bardzo ogranicza praktyczną użyteczność optymalizacji. Aby obejść te niedogodności można próbować stosować metodę *optymalizacji jednokryterialnej* w kilku kolejnych krokach uwzględniających różne kryteria jakości, przybliżając w taki pośredni sposób zastosowanie *optymalizacji wielokryterialnej*.

Propozycję takiego specjalizowanego algorytmu optymalizacji przedstawiono poniżej. Składa on się z następujących kroków:

- Krok 1:** Lokalizacja węzłów odbiorczych z nieprawidłowym ciśnieniem wody na podstawie obliczeń symulacyjnych modelu hydraulicznego sieci wodociągowej.
- Krok 2:** Wyznaczenie ściezek z największymi spadkami ciśnienia (największej oporności) między zlokalizowanym węzłami i węzłami zasilającymi (źródłami).
- Krok 3:** Zmniejszanie wartości współczynników tarcia λ do wartości nominalnej w rurach znajdujących się na wyznaczonych ściezkach.
Powtórzenie kroków 1 i 2
- Krok 4:** Wymiana rur znajdujących się na wyznaczonych ściezkach na rury o większej średnicy.

Koncepcja tego algorytmu jest następująca: Redukcja współczynnika tarcia w rurach w kroku 3 odpowiada stosowanemu w praktyce czyszczeniu przewodów wodociagowych. Z kolei wymiana rur realizowana w kroku 4 oznacza modernizację sieci wodociągowej. Obie te czynności są związane z różnymi kosztami, przy czym wymiana rur na większe kosztuje znacznie więcej, niż ich czyszczenie. W ten sposób w algorytmie uwzględnia się pośrednio także koszty optymalizacji i w rezultacie stosowana tutaj dwuetapowa *optymalizacja jednokryterialna* (etap 1 z krokami 1, 2, 3 oraz etap 2 z krokami 1, 2, 4) odpowiada *optymalizacji wielokryterialnej* z dwoma funkcjami celu.

Algorytm lokalizacji punktów pomiarowych systemu monitoringu

Ważnym zadaniem operatora sieci wodociągowej jest szybka lokalizacja awarii sieci, w wyniku której następują straty wody. Szczególnie dotyczy to awarii mniej spektakularnych, kiedy występujący wyciek wody nie jest od razu widoczny na powierzchni gruntu. Jednocześnie taka awaria zmieniając obciążenie sieci wpływa na zmianę rozkładu ciśnień w węzłach. Stąd powstała koncepcja, aby do lokalizacji miejsc awarii wykorzystać system monitoringu zainstalowany na sieci wodociągowej. W tym celu należy punkty pomiarowe monitoringu zlokalizować w ten sposób, aby rejestrowane w tych punktach pomiary dostarczały informacji o zmianach stanu pracy sieci w możliwie dużych obszarach sąsiadujących. Jednocześnie wiadomo, że z przyczyn kosztowych liczba punktów pomiarowych musi być ograniczona. Stąd powstaje zadanie doboru możliwie małej liczby punktów pomiarowych zlokalizowanych w najbardziej charakterystycznych (wrażliwych) miejscach sieci wodociągowej.

Rozwiązanie tego zadania z użyciem modelu hydraulicznego może przebiegać według następującego algorytmu (Straubel i Holznagel, 1998):

- Obliczenie rozkładu ciśnień dla sieci wodociągowej za pomocą modelu hydraulicznego, przy zadanych standardowych obciążeniach węzłów odbiorczych.
- Podział obszaru sieci wodociągowej na podobszary odpowiadające różnym strefom ciśnieniowym (może to dotyczyć na przykład dzielnic miasta).
- Obliczenie ponownie za pomocą modelu hydraulicznego rozkładów ciśnień dla ustalonych podobszarów sieci, przy przyjmowaniu kolejno różnych węzłów montażowych sieci w badanym podobszarze jako węzłów pomiarowych P_m oraz wprowadzaniu kolejno w innych węzłach montażowych dodatkowego rozbioru wody odpowiadającego wyciekowi awaryjnemu.
- Obliczenie wrażliwości badanych punktów pomiarowych na zmiany ciśnienia w sieci spowodowane awarią według wzoru

$$S_{pm} = \frac{\sum_{k \neq m} (\Delta p_m / p_m) L_{km}}{\sum_{k \neq m} L_{km}} \quad (15)$$

gdzie: m – punkt pomiarowy, k – punkt wystąpienia awarii, p – ciśnienie wody w punkcie (węzle) pomiarowym, L – najkrótsza odległość między zadaniem punktem pomiarowym i zadaniem punktem wystąpienia awarii.

- Ustalenie punktów pomiarowych w sieci w węzłach, dla których uzyskano największą wartość wrażliwości S_{pm} .

Przedstawiony algorytm jest propozycją, która wymaga dalszych badań symulacyjnych.

Zakończenie

Przedstawiono modele i algorytmy numeryczne stanowiące podstawowe elementy systemu informatycznego wspomagającego zarządzanie miejską siecią wodociagową. Przedstawiono również trudności związane z obliczeniami numerycznymi i także doбором odpowiednich algorytmów obliczeniowych. Trudności te dotyczą przede wszystkim obliczania modelu hydraulicznego i doboru najbardziej korzystnego algorytmu optymalizacji sieci wodociagowej.

Jednocześnie nie są to wszystkie modele i algorytmy, które wydają się konieczne do zaimplementowania w systemie informatycznym. Do takich nieopisanych tutaj modeli i algorytmów należą przede wszystkim modele do prognozowania obciążenia sieci wodociagowej, algorytmy do obsługi stanów awaryjnych, jeżeli takie wystąpią i zostaną zlokalizowane, oraz algorytmy do operacyjnego sterowania siecią wodociagową, uwzględniające harmonogramy napełniania i opróżniania zbiorników wyrównawczych oraz harmonogramy pracy pomp w pompowniach węzłów zasilających i w przepompowniach (hydroformiach).

Literatura

Bogdan L., Studzinski J. (1994) *Modelowanie matematyczne i optymalizacja sieci wodociagowych jako narzędzia wspomagania decyzji w procesie projektowania*. IBS PAN, Warszawa.

Straubel R., Holznagel B. (1998) *Mehrkriteriale Optimierungen fuer Planung und Steuerung von Trink- und Abwasser-Verbundsystemen*. W: Problemy monitoringu i automatyzacji oczyszczalni ścieków bytowo-gospodarczych. PZLiTS, Oddział w Poznaniu, Ustronie Morskie, 30-42.

Wedel K. (1998) *Zur mehrkriterialen Optimierung fuer die Planung von Abwassernetzen*. W: Problemy monitoringu i automatyzacji oczyszczalni ścieków bytowo-gospodarczych. PZLiTS, Oddział w Poznaniu, Ustronie Morskie, 43-58.

Studzinski J., Bogdan L. (2000): *Computer aided modelling, optimisation and control of the large municipal water net*. In: Simulation and Modelling: Enablers for better Quality of Life. Proceedings of 14th European Simulation Multiconference ESM'2000, Ed. R. v. Landeghem, Ghent, 586-588.

Straubel R., Studzinski J. (2000): *Computer aided planing and operating of the water networks in Koenigs-Wusterhausen and Rzeszów*. Proceedings of 4th International Conference in Water Supply and Quality, Ed. M.M. Sozański, Kraków, 43-54.

Brdyś M., Duzinkiewicz K., Chang T., Polycarpou M., Wang Z., Ubek J., Propato (2002) *Hierarchical control of integrated quality and quantity in drinking water distribution systems*. In: Technology, Automation and Control of Wastewater and Drinking Water Systems (TiASWIK'02), Gdańsk-Sobieszewo, 41-60.

Denczew S. (2002) *Realization of the monitoring of water distribution systems – an important condition for a correct supervision of its functioning*. In: *Technology, Automation and Control of Wastewater and Drinking Water Systems (TIASWIK'02)*, Gdańsk-Sobieszewo, 99-103.

Brdyś M. (2004) *Sterowanie systemami ściekowymi*. *Wodociągi-Kanalizacja: Teoria-Praktyka-Zarządzanie*, 6(9), 9-11.

Konarczak K. (2004) *Modelowanie i estymacja dla celów predykcyjnego optymalizującego sterowania biologiczną oczyszczalnią ścieków*. *Rozprawa doktorska*. Katedra Automatyki PG.

