

68/2002

Raport Badawczy

RB/68/2002

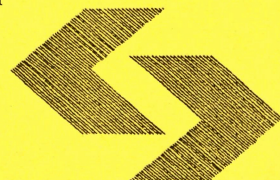
Research Report

**Modele matematyczne
elementów systemu
gospodarki wodno-ściekowej
miasta**

J. Studziński, L. Bogdan

**Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk**

**Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences**



POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 8373578

fax: (+48) (22) 8372772

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:
Prof. dr hab. inż. Zbigniew Nahorski

Warszawa 2002

Instytut Badań Systemowych PAN

Raport

**Modele matematyczne elementów systemu gospodarki wodno-
ściekowej miasta**

Pod redakcją Jana Studzińskiego i Lucyny Bogdan

Warszawa 2002

*Raport składa się z dwóch części: W Części I opisano realizowane i planowane do realizacji w przyszłości zagadnienia dotyczące zarządzania miejską gospodarką wodno-ściekową na podstawie modeli matematycznych obiektów wodociągowo-kanalizacyjnych. W Części II zamieszczono 2 nieopublikowane artykuły, zawierające częściowe wyniki badań opisanych w Części I i dotyczących modelowania mechaniczno-biologicznej oczyszczalni ścieków. Artykuły te, które mają się ukazać w książce pt. *Theorie und Modellierung von Oekosystemen*, w serii *Umweltinformatik*, publikowanej przez Shaker-Verlag w Aachen pod redakcją A. Gnaucka, są następujące:*

1. *Von der Modellierung dynamischer Prozesse in Kläranlagen* (autorstwa J. Studzińskiego, L. Bogdan i Z. Nahorskiego, oraz
2. *Entwicklung eines Computersystems zur Modellierung, Simulation und Optimierung von Kläerprozessen in Kläranlagen* (autorstwa J. Studzińskiego, J. Łomotowskiego, L. Bogdan, Z. Nahorskiego i R. Szeteli).

Spis treści

Część I:

Zarządzanie miejską gospodarką wodno-ściekową na podstawie modeli matematycznych obiektów wodociągowo-kanalizacyjnych.....	4
--	---

Część II:

Artykuły:

1. Von der Modellierung dynamischer Prozesse in Kläranlagen (<i>J. Studziński, L. Bogdan, Z. Nahorski</i>).....	15
2. Entwicklung eines Computersystems zur Modellierung, Simulation und Optimierung von Kläerprozessen in Kläranlagen (<i>J. Studziński, J. Łomotowski, L. Bogdan, Z. Nahorski, R. Szetela</i>).....	29

Von der Modellierung dynamischer Prozesse in Kläranlagen

Lucyna Bogdan, Zbigniew Nahorski und Jan Studzinski¹, Janusz Lomotowski²

¹*Polnische Akademie der Wissenschaften, Institut für Systemforschung, Warszawa*

²*Landwirtschaftliche Akademie Wroclaw, Institut für Engineering in Landwirtschaft*

Zusammenfassung In der Arbeit sind Probleme besprochen, die bei der Anwendung wissenschaftlicher Methoden zur Lösung praktischer Aufgaben auftauchen können und von den Forschern zu überwinden sind. Es sind damit die Unstimmigkeiten gemeint, die üblicherweise zwischen den theoretischen Erwartungen bzw. Planungen und den praktischen Möglichkeiten bzw. Ergebnissen zur Erscheinung kommen. Die Darstellung erfolgt am Beispiel der Erfahrungen, die bei einer an einer kommunalen Kläranlage durchgeführten Untersuchung gewonnen wurden. Es sind der Reihe nach die Probleme besprochen, die bei der Planung und Durchführung von Meßexperimenten, der Bearbeitung von Meßdaten und der Anwendung der zur mathematischen Modellierung der Kläranlage angewandten Rechenmethoden zu lösen waren.

Einleitung

Im Folgenden sind einige der aus der Sicht der angewandten Forschung interessanten Probleme besprochen, die bei der Erstellung eines Computersystems zur Steuerung einer kommunalen mechanisch-biologischen Kläranlage aufgetaucht haben und schnell und effektiv zu lösen waren, damit der Zeitplan der im Rahmen eines Forschungsprojektes geführten Arbeiten gehalten sein konnte. Die bei der Erstellung des Computersystems zu lösenden Hauptaufgaben waren:

- Ausrüstung der Kläranlage mit den Geräten zur automatischen Messung der Flußwerte der durch die Anlage durchströmenden Flüssigkeiten (Rohabwasser, Rohschlamm, mechanisch bzw. biologisch geklärtes Abwasser, rezirkulierter Belebtschlamm usw.) und der den technologischen Klärprozess kennzeichnenden Parameter (pH, REDOX, Leitfähigkeit des Abwassers)
- Einführung eines Computersystems zur Registrierung und Archivierung der automatisch gewonnenen Meßwerte und zur Visualisierung des technologischen Prozesses auf dem Computerbildschirm
- Entwicklung eines mathematischen Modells zur Computersimulation des in der Kläranlage realisierten Klärprozesses
- Entwicklung von computergestützten Algorithmen zur Steuerung der Systeme zur Belüftung des Abwassers in den Belebungsbecken und zur Rückführung des Belebtschlammes aus den Nachklärbecken in die Belebungsbecken (vgl. Abb. 1).

Es hat sich bei der Durchführung des Projektes herausgestellt, daß eine Diskrepanz zwischen der Theorie und der Praxis eine Quelle von vielen Schwierigkeiten sein kann, wenn man versucht, ausgeklügelte theoretische Methoden zur Lösung praktischer Aufgaben anzuwenden. Eine generelle, aus der gewonnenen Erfahrung resultierende Schlußfolgerung ist, daß die hochentwickeltesten theoretischen Methoden bzw. Modelle sehr oft in der Praxis keine Anwendung finden können, weil sie zu kompliziert sind und zu strenge und nicht praktisch zu erfüllende Bedingungen an die untersuchten Objekte bzw. an das am Objekt beschäftigte Personal stellen.

In dieser Arbeit ist die obige Schlußfolgerung am Beispiel der Lösung einer Aufgabe illustriert, die bei der Modellierung der Kläranlage entstanden ist. Die Aufgabe betrifft die Bestimmung der aktiven Volumina der durch das Abwasser durchgeströmten Becken der Kläranlage (Vorklärbecken, Belebungsbecken, Nachklärbecken). Diese Volumenwerte sind anschließend in das dann zur Computersimulation der Kläranlage entwickeltes mathematisches Modell des technologischen Prozesses als feste Parameter einzusetzen [1]. Die mit dem Auseinanderlaufen der theoretischen Erwartungen und der praktischen Realisierungsmöglichkeiten verbundenen Probleme sehr häufig auch bei der Durchführung anderer anwendungsorientierter Forschungsarbeiten auftauchen und dies gilt insbesondere für die das Gebiet Ökologie und Umweltschutz betreffenden Aufgaben, weil die dort stattfindenden mechanisch-biologischen Prozesse sehr kompliziert sind und deren komplexe Modellierung noch nicht genau erforscht ist.

Formulierung mathematischer Modelle

Die untersuchte mechanisch-biologische Kläranlage ist in Abb. 1 dargestellt. Die technologische Kette des Klärprozesses besteht aus den Sand-, Vorklär-, Belebungs- und Nachklärbecken und aus den Fermentationskammern. In den Sand-, Vorklär- und Nachklärbecken erfolgt die mechanische Klärung des Abwassers und dessen biologische Klärung erfolgt unter dem Einfluß der Belüftung und der den Belebtschlamm bildenden Bakterien in den Belebungsbecken [1]. In den Fermentationskammern erfolgt die Verarbeitung des infolge des Klärprozesses produzierten Schlammes.

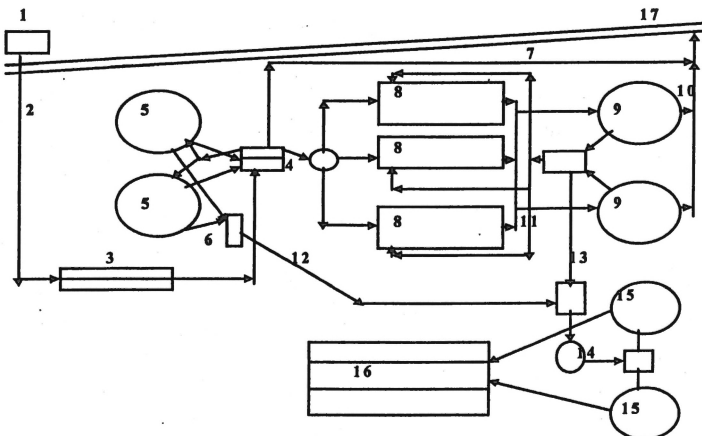


Abb. 1. Schema der Kläranlage; 1 - Pumpenwerk, 2 - Rohabwasser, 3 - Sandbecken, 4 - Verteilungskammer, 5 - Vorklärbecken, 6 - Sammelkammer, 7 - Notabfluß, 8 - Belebungsbecken, 9 - Nachklärbecken, 10 - geklärtes Abwasser, 11 - rezirkulierter Belebtschlamm, 12 - Rohschlamm, 13 - Überbelebtschlamm, 14 - Schlammmeindicker, 15 - Fermentationskammern, 16 - Schlammfelder, 17 - der Fluß

In dem mathematischen Modell des Klärprozesses wurden nur die wichtigsten Objekte der Kläranlage, d.h. die Vorklär-, Belebungs- und Nachklärbecken berücksichtigt. Dies hatte zur Folge, daß die aktiven Volumina nur für diese Objekte zu bestimmen waren. Ein Vorklär- bzw. Belebungs- bzw. Nachklärbecken kann in Form eines Behälters dargestellt werden, in dem eine ideale Mischung der durchströmenden Flüssigkeit stattfindet. Das aktive Volumen eines untersuchten Beckens bedeutet dessen Rauminhalt, der an der Mischung wirklich teilnimmt und der normalerweise kleiner als das geometrische Volumen des Beckens ist. Die Genauigkeit der Bestimmung der aktiven Volumenelemente entscheidet dann von der Genauigkeit der Modellierung des ganzen Klärprozesses. Die Dynamik des Mischprozesses des aus vielen Substanzen bestehenden Abwassers in einem Becken beschreibt die Gleichung [2]:

$$V \frac{dc(t)}{dt} = q_{in}(t-\rho)r(t-\rho) - q_{aus}(t)c(t) \quad (1)$$

wobei: V - aktives Beckenvolumen, c - Konzentration einer im Abwasser enthaltenen Substanz, t - Zeit, q_{in} und q_{aus} - Abwasserzufluß und -abfluß, r - Substanzkonzentration in dem Zufluß, ρ - Verzögerung zwischen der Meßzeit der Substanzkonzentration im Zufluß und der Eingangszeit des Abwassers in das Becken, bedeuten. Unter der Annahme der Bedingung:

$$q_{in}(t) = q_{aus}(t) \quad (2)$$

kann (1) in der folgenden Form:

$$\frac{dc(t)}{dt} = \frac{q_{in}(t-\rho)}{V} \{r(t-\rho) - c(t)\} \quad (3)$$

dargestellt werden, die eine lineare gewöhnliche Differentialgleichung mit variablen Parametern (in Bezug auf q_{in}) bedeutet.

Es gibt viele Methoden zur Identifikation dynamischer Modelle mit festen Parametern und kaum die Methoden für die Modelle mit variablen Parametern. Es ist also sinnvoll, Gleichung (3) in eine neue Form mit festen Parametern zu überführen. Dafür wird eine Bezeichnung:

$$p_d = \int_{t-\rho}^t q_{in}(\tau) d\tau \quad (4)$$

und eine Ersatzfunktion:

$$\zeta(t) = \int_{t_0}^t q_{in}(\tau - \rho) d\tau \quad (5)$$

eingeführt, zu der eine Umkehrfunktion:

$$t = g(\zeta) = \int_0^{\zeta} \frac{1}{q_{in}(\mu - \rho)} d\mu \quad (6)$$

existiert. Nachdem (6) in (3) eingesetzt ist, entsteht eine neue Gleichung:

$$V \frac{dc(g(\zeta))}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dt} = q_{in}(g(\zeta) - p_d) \{r(g(\zeta) - p_d) - c(g(\zeta))\} \quad (7)$$

aus der aufgrund (5) die folgende lineare Differentialgleichung mit festen Parametern:

$$V \frac{dc(\xi)}{d\xi} = r(\xi - p_d) - c(\xi) \quad (8)$$

hervorgeht. In dieser Gleichung ist die unabhängige Variable nicht die Zeit t , sondern das Integral von dem Abwasserzufluß ζ , das jeweils für den Zeitbereich von t_0 bis t zu berechnen ist. Auch die Verzögerung p_d ist mit dieser neuen Maßeinheit ausgedrückt. Die obigen Ausführungen sind rein theoretisch, hier konnten also noch keine praktischbedingten Schwierigkeiten auftreten.

Planung und Durchführung eines aktiven Meßexperimentes

Die mathematische Modellierung eines Objektes bedeutet die Erstellung einer formalen Beschreibung des Objektes und derer Anpaßung an das Objekt, damit der simulierte Ausgang des Modells und der gemessene Ausgang des Objektes übereinstimmen. Diese Anpaßung (d.h. Identifikation) wird anhand der an dem Objekt gemessenen Daten durchgeführt und sie besteht grundsätzlich aus einer Einschätzung der in der Beschreibung aufgetretenen Parameter. Bei der Identifikation dynamischer Modelle ist es von größter Bedeutung, daß die Meßdaten die Dynamik des untersuchten Objektes genau abbilden. Wenn ein Objekt in einem stabilen Arbeitszustand arbeitet, dann sind die dann ausgeführten Messungen meistens unzureichend für eine richtige Identifikation. Es empfiehlt sich dann also, ein aktives Experiment an dem Objekt durchzuführen, d.h. ein untypisches Eingangssignal an das Objekt einzugeben und die Ausgangswerte des in seinem Betrieb gestörten Objektes zu messen, die dann mehr Informationen von den dynamischen Eigenschaften des Objektes vermitteln. Hier muß aber das Eingangssignal so gewählt werden, daß die verursachte Störung keine gefährlichen und dauerhaften Folgen für den im Objekt realisierten Prozess haben wird. Die Auswahl des Signals gehört zur Planung eines aktiven Experimentes.

Die Experimentenplanung besteht in der Festlegung der folgenden Signal-eigenschaften:

- Amplitude und Gestalt,
- und der mit der Angabe und Messung des Signals verbundenen Elemente:
 - Dauer der Eingangssignaleingabe
 - Dauer der Ausgangssignalmessung
 - Länge des Meßschrittes.

Dazu kommen noch:

- Auswahl einer Stelle am Objekt, wo das Eingangssignal einzuführen ist
- Auswahl einer Stelle, wo das Ausgangssignal des Objektes zu messen ist
- Bestimmung der Art des anzuwendenden Signals, das die Rolle eines Markierungselementes (eines Tracers) spielen wird.

Der beste Eingangssignal zur Anregung eines Objektes ist in Form der *Diracschen* Funktion. Infolge der Anregung wird dann eine Impuls-Antwort des Objektes herauskommen, die als die Datenbasis für viele bekannte Identifikationsmethoden (aus der Gruppe der *time-series*-Methoden) dient. Eine *Dirac*-Funktion in einer Kläranlage zu generieren ist aber aus den

praktischen Gründen unmöglich. Als ein Markierungselement sollte dann ein Radioisotop angewandt werden, dafür würde man aber keine Erlaubnis seitens der zuständigen Sanitätsaufsicht bekommen. Es kommt daraus, daß die Bestimmung der Art des anzuwendenden Eingangssignal als die erste Aufgabe bei der Experimentenplanung zu lösen ist, nach der erst die anderen Entscheidungen folgen können. Es wurden hier zwei Substanzen als potentielle Markierungselemente in Betracht genommen: Salz und Farbstofftracers. Die Farbstoffe scheinen zur Markierung sehr geeignet zu sein: sie sind einfach zu messen, sie beeinflussen den Klärprozess nicht und es würde eine kleine Substanzmenge zur Durchführung der Messungen ausreichen. Eine Untersuchung hat aber gezeigt, daß die Farbstoffe durch den Belebtschlamm stark absorbiert werden, was die Genauigkeit der Messungen sehr beeinflussen würde. Dies hatte zur Folge, daß nur das Kochsalz zur Herstellung des Eingangssignals in Frage kommen konnte, womit aber keine *Dirac*-ähnliche Funktion erzeugen kann. Eine andere brauchbare Form des Eingangssignals ist eine Sinusoide bzw. eine streckenweise konstante Funktion (eine Sägefunktion), die als eine Approximation der Sinusoide gelten darf. Eine korrekte sinusoidale Eingangsfunktion mit der Anwendung des Kochsalzes herzustellen war aber aus der technischen Sicht in der untersuchten Kläranlage auch nicht möglich. Dann wurde also angenommen, daß eine Sägefunktion zur Anregung des Objektes anzuwenden ist.

Anschließend sollten die Amplitude, die Periode und die Dauer der Eingangsfunktion bestimmt werden. Die erstere hängt dabei von dem Niveau des Meßhintergrundes, d.h. von der im Rohabwasser üblicherweise enthaltenen Menge der Natriumchloride ab, wobei die letzteren von den Zeitkonstanten der untersuchten Behälter abhängig sind. In der untersuchten Kläranlage beträgt das übliche Chloridenniveau im Rohabwasser ca. 0,01%, d.h. 100 gCl/m³ Flüssigkeit. Der durchschnittliche Abwasserzufluß beträgt ca. 1.800 m³/h was bedeutet, daß 180 kg Cl in jeder Stunde zur Kläranlage ankommen. Bei einer Sägefunktion als der Objektanregung soll die Funktionsamplitude ein Vielfaches des Meßhintergrundniveaus sein, d.h. sie soll am wenigstens 180 kg Cl/h bzw. 300 kg Salz/h (1 kg Kochsalz enthält 60 % Cl) betragen. Bei der Auswahl der Funktionsperiode gilt die Regel, daß die Dauer der Anregung etwa der Größe der Zeitkonstante des untersuchten Behälters gleichen soll. In der Kläranlage hat man mit drei folgenden Behältergruppen zu tun: Vorklärbecken, Belebungsbecken und Nachklärbecken, wobei deren geometrische Gesamtvolumina jeweils für eine Gruppe die Werte von 7.820, 13.500 und 11.060 m³ haben (vgl. Abb. 1 und Tab. 1). Als die Zeitkonstante einer Behältergruppe ist die Verweilzeit des Abwassers in der gesamten Behältergruppe zu verstehen. Zur Errechnung einer Verweilzeit ist das aktive Gesamtvolumen der gewählten Behältergruppe durch den Mittelwert des zufließenden Abwassers zu teilen, wobei das aktive Volumen durch das entsprechende geometrische Volumen von oben abzuschätzen ist. Unter der Berücksichtigung des größten geometrischen Volumens von 13.500 m³ (für die Belebungsbecken) und des durchschnittlichen Abwasserzuflusses von 1.800 m³/h kann die gesuchte Funktionsperiode (bzw. die Anregungsdauer) im Wert von 7,5 h errechnet werden. Dies bedeutet, daß 2.250 kg Kochsalz in 7,5 Stunden zu dem Rohabwasser beigelegt sein sollten. Ein solches Unternehmen wurde aber durch den Technologen der Kläranlage wegen möglicher Störung des Klärprozesses durch die Vergiftung der Belebtschlamm Bakterien untersagt. Man mußte also die Amplitude der geplanten Anregung verkleinern und ihre Periode (bzw. ihre Dauer) entsprechend verlängern. Letzten Endes wurden die folgenden Daten des Eingangssignals festgelegt: es soll die Form einer Sägefunktion mit der Amplitude von 60 kg Cl/h und mit der Eingabedauer von 20 Stunden haben. Bei der Durchführung des Experimentes wurden 100 kg Salz jede 60 Minuten in dem Zeitbereich von 20 Stunden in das Rohabwasser eingeworfen. Die Einführung einer 100-kg-Salzmenge dauerte jeweils einige Minuten. Dieses Eingangssignal

entspricht zwar nicht ganz genau den theoretischen Anforderungen, es ist aber technisch ausführbar und harmlos für den Klärprozess und es sichert auch, daß eine zur Messung ausreichende Menge der Markierungssubstanz in das Objekt eingeführt wird.

Tabelle 1. Geometrische Volumen der Behälter in der Rzeszower Kläranlage

1 Vorklärbecken	3.910 m ³
1 Außenbelebungsbecken	5.400 m ³
1 Innenbelebungsbecken	2.700 m ³
1 Nachklärbecken	5.530 m ³

Ein aktives Experiment besteht aus der Eingangssignaleingabe und der Ausgangssignalmessung, wobei diese zweite Etappe insoweit lang dauern soll, bis sich der Arbeitszustand des Objektes nach der Anregungseingabe stabilisiert, d.h. bis die Wirkung der Anregung praktisch verschwindet. Es gilt hier eine Regel die sagt, daß die Stabilisierungszeit etwa den Wert von 6 Zeitkonstanten des Objektes hat. Es kommt daraus, daß die Dauer der Ausgangssignalmessung nach der Berücksichtigung der größten Zeitkonstante der untersuchten Behälter (7,5 h) den Wert von 45 Stunden haben soll. Die Gesamtzeit des Experimentes soll also mindestens 65 Stunden betragen und sie wurde letzten Endes auf 3 volle Tage, d.h. 72 Stunden festgelegt.

Der Meßschritt eines Experimentes (d.h. der Zeitabstand zwischen den aufeinanderfolgenden Momenten der Messung) soll möglichst kurz sein, damit auch solche durch das Objekt generierten Signale registriert werden, die sehr schnell verschwinden (d.h. eine schnelle Dynamik des Objektes abbilden). Der Meßschritt soll also einige Male kürzer von der kleinsten Zeitkonstante des Objektes (d.h. von der kürzersten Verweilzeit des Abwassers in den untersuchten Behältergruppen) sein. Unter der Berücksichtigung des kleinsten geometrischen Volumens von 7.820 m³ (für die Vorklärbecken) und des durchschnittlichen Abwasserzuflusses von 1.800 m³/h hat man die kleinste Zeitkonstante des Objektes im Wert von ca. 4 h erhalten. Infolge dessen wurde die Meßschrittweite von 1 h angenommen. Die Festlegung eines kürzeren Meßschrittes war aus den technischen Gründen nicht möglich.

Ein Markierungselement soll in Form einer Anregungsfunktion an den Eingang des Objektes eingegeben werden. Als der Eingang der Kläranlage konnte also eine Stelle im Zuflußkanal vor dem Sand- bzw. Vorklärbecken gelten (vgl. Abb. 1). Das Einwerfen des Kochsalzes in das Abwasser an diesen Stellen wäre aber unrichtig, weil das Salz sich im Abwasser auf dem sehr kurzen Weg zwischen dem Sand- und Vorklärbecken nicht auflösen würde. Man könnte zwar früher eine Kochsalzlösung mit der Beigabe des Wassers im Verhältnis 1:1 vorbereiten und erst diese ins Abwasser eingießen, es wurde aber gleich festgestellt, daß es aus den technischen Gründen nicht möglich wäre, eine Lösungsmenge von 4.000 kg in nur 20 Stunden zu verarbeiten. Nach einer Überlegung wurde das einige hundert Meter von der Kläranlage entfernte Pumpenwerk zur Salzeingabe ausgewählt. Das dort eingeworfene Salz löst sich im Rohabwasser völlig auf und konnte deshalb im festen Zustand und nicht in Form der Kochsalzlösung ins Abwasser eingeführt werden.

Bei der Auswahl der Stellen zur Messung der Chloridenkonzentration im Abwasser wurde daran gedacht, daß die gesammelten Daten zur Erstellung mathematischer Modelle einzelner Behälter der Kläranlage taugen sollen [3]. Es wurden 5 folgende Meßstellen bestimmt (vgl. Abb.2):

1. vor den Vorklärbecken (zur Untersuchung des Rohabwassers)
2. nach den Vorklärbecken (zur Untersuchung des mechanisch geklärten Abwassers)
3. nach den Belebungsbecken
4. nach den Nachklärbecken (zur Untersuchung des biologisch geklärten Abwassers)
5. an der Leitung mit dem rezirkulierten Belebtschlamm.

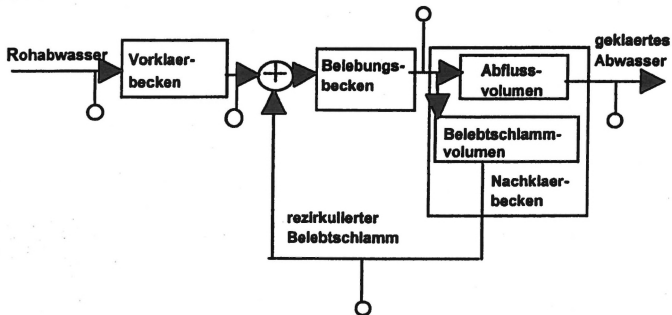


Abb. 2. Schaltbild der Hauptbehälter der Kläranlage. Mit den Kreiszeichen sind die ausgewählten Meßstellen bezeichnet (Abfluss- bzw. Belebtschlammvolumen bedeutet Klär- bzw. Sedimentationszone der Nachklärbecken)

Alle bei der Planung des aktiven Experimentes ausgemachten Bestimmungen sind zusammengefaßt wie folgt:

- das Markierungselement ist das Kochsalz, das im Pumpenwerk im festen Zustand ins Rohabwasser eingeführt wird
- das Eingangssignal ist in Form einer streckenweise konstanten Sägefunktion
- das Kochsalz wird jede Stunde in der Zeitperiode von 20 Stunden ins Abwasser eingeworfen, wobei die Zeit jeder einmaligen Eingabe einige Minuten dauert
- jede einmalige Eingabe beträgt 100 kg Salz
- die Gesamtdauer des Experimentes beträgt 72 Stunden und die Meßschrittlänge beträgt 1 Stunde
- die Messungen der Chloridenkonzentration im Abwasser werden in 5 Meßstellen in der Kläranlage durchgeführt.

Die Schlußbestimmungen des Experimentes stimmten zwar mit den theoretischen Anforderungen nicht überein, sie mußten aber an die technischen Möglichkeiten der untersuchten Kläranlage angepaßt werden.

Identifikation der Modelle

Die Dynamik des durch die aufeinanderfolgenden Behälter der Kläranlage strömenden Abwassers ist mit der linearen Differentialgleichung (8) mit einem unbekanntem Parameter V beschrieben. Zur Einschätzung dieses Parameters (d.h zur Durchführung der Identifikation) ist Gleichung (8) zu diskretisieren. Die analytische Lösung der Differentialgleichung hat die Form:

$$c(\zeta) = C e^{\frac{-\zeta}{V}} + \frac{1}{V} \int_{\zeta_0}^{\zeta} e^{-\frac{\zeta-\tau}{V}} r(\tau - p_d) d\tau \quad (9)$$

wobei C die Anfangsbedingungen der Gleichung bedeutet. Unter der Annahme, daß der Konzentrationswert $r(\zeta)$ zwischen den aufeinanderfolgenden Meßzeitpunkten konstant bleibt, kann (8) folgenderweise umgewandelt werden:

$$\begin{aligned} c(\zeta) &= C e^{\frac{-\zeta_n}{V}} + \frac{1}{V} \int_{\zeta_0}^{\zeta_n} e^{-\frac{\zeta_n-\tau}{V}} r(\tau - p_d) d\tau = \\ &= C e^{-\frac{\zeta_n - \zeta_{n-1}}{V}} e^{-\frac{\zeta_{n-1}}{V}} + \\ &\quad + \frac{1}{V} \int_{\zeta_0}^{\zeta_n} e^{-\frac{\zeta_n - \zeta_{n-1}}{V}} e^{-\frac{\zeta_{n-1} - \tau}{V}} r(\tau - p_d) d\tau = \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} &= e^{-\frac{\Delta}{V}} \left[C e^{-\frac{\zeta_{n-1}}{V}} + \frac{1}{V} \int_{\zeta_0}^{\zeta_{n-1}} e^{-\frac{\zeta_{n-1} - \tau}{V}} r(\tau - p_d) d\tau \right] + \\ &+ \frac{1}{V} \int_{\zeta_{n-1}}^{\zeta_n} e^{-\frac{\zeta_n - \tau}{V}} d\tau r(\zeta_{n-k}) = e^{-\frac{\Delta}{V}} c(\zeta_{n-1}) + (1 - e^{-\frac{\Delta}{V}}) r(\zeta_{n-k}) \end{aligned}$$

mit $k = p/\Delta + 1$ und $\Delta = \zeta_n - \zeta_{n-1}$ für $n=1, 2, \dots, N$, wobei N die Gesamtanzahl der Meßwerte bedeutet. Beziehung (9) kann in der folgenden Differenzform:

$$c_n = a c_{n-1} + b r_n \quad (11)$$

geschrieben werden, wobei $c_n = c(\zeta_n)$, $c_{n-1} = c(\zeta_{n-1})$, $a = e^{-\frac{\Delta}{V}}$, $b = 1 - e^{-\frac{\Delta}{V}} = 1 - a$ und $r_{n-k} = r(\zeta_{n-k})$, bedeuten. Anhand der Parameter a und b werden dann die folgenden alternativen Formeln:

$$V_a = -\frac{\Delta}{\ln a} \quad \text{bzw.} \quad V_b = -\frac{\Delta}{\ln(1-b)} \quad (12)$$

zur Berechnung des aktiven Volumens V ausgeführt.

Differenzgleichung (11) ist die gesuchte diskrete Form der deterministischen Differentialgleichung (8). Gleichung (11) kann in eine stochastische Form umgewandelt werden. Es geschieht unter der Annahme, daß die Chloridenkonzentrationswerte in der Kläranlage mit einem stochastischen Fehler ε_n gemessen werden, d.h.

$$y_n = c_n + \varepsilon_n \quad (13)$$

Aus (11) und (13) ergibt sich nun die stochastische Differenzgleichung:

$$y_n = ay_{n-1} + br_{n-k} + \varepsilon_n - a\varepsilon_{n-1} \quad (14)$$

Nach der Einführung des Differenzoperators z^{-1} kann Gleichung (14) weiter in die folgende Operatorform:

$$(1 - az^{-1})y_n = br_{n-k} + (1 - az^{-1})\varepsilon_n \quad (15)$$

transformiert werden, wobei $z^{-1}y_n = y_{n-1}$ und $z^{-1}\varepsilon_n = \varepsilon_{n-1}$ bedeuten.

Gleichung (15) hat die gut bekannte Form eines stochastischen Modells aus der Familie der ARMA- bzw. ARIMA-Modelle. Zur Einschätzung der Parameter in solchen Modellen werden üblicherweise die Methoden stochastischer Identifikation (*time series methods*) benutzt. Auch die Methoden dieser Art wurden also zur Einschätzung der Parameter a und b in Gleichung (14) angewandt. Man hat die Identifikation mit 3 folgenden Methoden:

- Methode kleinster Quadrate (KQ) (*least squares method*)
- Methode verallgemeinerter kleinster Quadrate (VKQ) (*generalized least squares method* bzw. *Clarke's method*)
- Methode größter Glaubwürdigkeit (GG) (*maximum likelihood method*)

durchgeführt, damit man eine Möglichkeit bekommen hat, die Resultate der Identifikation durch deren Vergleich zu verifizieren.

Vor dem Beginn der Identifikationsrechnung mußte eine Verarbeitung der Meßdaten gemacht werden. Sie bestand aus den folgenden Schritten:

1. Veränderung der Meßeinheit auf der X-Achse in Bezug auf die gemessenen Konzentrationswerte
2. Ausglätten der Daten,
3. Datenkalibrierung.

Die Konzentrationswerte der Chloride waren in den konstanten Zeitabständen gemessen. Laut Gleichung (8) mußten sie aber in den konstanten Flußabständen dargestellt, d.h. in Bezug auf die konstanten Zuwachswerte des Abwasserflusses umgerechnet werden. Das Ausglätten der Daten dient der Entfernung der Meßstörungen, die bei der Durchführung eines aktiven Meßexperimentes in einer Kläranlage nie zu vermeiden sind. Hier wurden die Algorithmen des beweglichen Mittelwertes (*moving average algorithms*) angewandt. Die Datenkalibrierung bedeutet eine solche Umformung der gesammelten Meßwerte, daß sie vom Nullwert beginnen. In den oben erwähnten Identifikationsmethoden sind die Anfangswerte gleich Null einzusetzen, wenn die entsprechenden numerischen Algorithmen ausgeführt werden. Wenn andere Anfangswerte bei der Anwendung der Methoden eingesetzt werden, kann dies zur wesentlichen Störung der Identifikation führen. Diese Störung kann die Inkongruenz der Methoden bzw. die Erhaltung unrichtiger Werte für die gesuchten Parameter bedeuten.

Die gefundenen Werte der a - und b -Parameter sind in Tabellen 2, 3, 4 und 5 aufgelistet. In Abbildungen 3 und 4 sind als Beispiele die Resultate der mit der Methode größter

Glaubwürdigkeit anhand der entstörten und kalibrierten Daten durchgeführten Identifikation für die Vor- und Nachklärbecken gezeigt.

Tabelle 2. Resultate der Identifikation für die Vorklärbecken (σ_a und σ_b bedeuten Dispersionswerte entsprechender Parameter; V_g - geometrisches Volumen beider Vorklärbecken)

Methode	a- und b- Einschätzung					a- Einschätzung		V_g
	\hat{a}/σ_a	\hat{b}/σ_b	$\hat{a} + \hat{b}$	\hat{V}_a	\hat{V}_b	\hat{a}/σ_a	\hat{V}	
KQ	0,73 (±0,04)	0,24 (±0,03)	0,97	4.675	5.427	0,77 (±0,03)	5.676	7.820
VKQ	0,80 (±0,04)	0,16 (±0,03)	0,96	6.701	8.444	$\hat{V} = 72 \quad \% V_g$		
GG	0,76 (±0,04)	0,22 (±0,04)	0,97	5.327	6.049			

Tabelle 3. Resultate der Identifikation für die Belebungsbecken (V_g - geometrisches Volumen dreier Belebungsbecken)

Methode	a- und b- Einschätzung					a- Einschätzung		V_g
	\hat{a}/σ_a	\hat{b}/σ_b	$\hat{a} + \hat{b}$	\hat{V}_a	\hat{V}_b	\hat{a}/σ_a	\hat{V}	
KQ	0,98 (±0,02)	0,04 (±0,02)	1,02	182.790	96.673	0,72 (±0,04)	11.246	13.500
VKQ	0,55 (±0,08)	0,34 (±0,07)	0,89	6.164	8.378	$\hat{V} = 83 \quad \% V_g$		
GG	0,97	0,04	1,02	131.005	82.725			

Tabelle 4. Resultate der Identifikation für die Sedimentationszone der Nachklärbecken (V_g - geometrisches Volumen beider Nachklärbecken)

Methode	a- und b- Einschätzung					a- Einschätzung		V_g
	\hat{a}/σ_a	\hat{b}/σ_b	$\hat{a} + \hat{b}$	\hat{V}_a	\hat{V}_b	\hat{a}/σ_a	\hat{V}	
KQ	0,80 (±0,02)	0,20 (±0,02)	1,00	10.217	10.036	0,61 (±0,05)	4.723	11.060
VKQ	0,70 (±0,06)	0,28 (±0,06)	0,98	6.381	6.948	$\hat{V} = 42 \quad \% V_g$		
GG	0,79 (±0,03)	0,21 (±0,03)	1,00	9.812	9.722			

Tabelle 5. Resultate der Identifikation für die Klärzone der Nachklärbecken (V_g - geometrisches Volumen beider Nachklärbecken)

Methode	a - und b - Einschätzung					a - Einschätzung		V_g
	\hat{a}/σ_a	\hat{b}/σ_b	$\hat{a} + \hat{b}$	\hat{V}_a	\hat{V}_b	\hat{a}/σ_a	\hat{V}	
KQ	0,76 ($\pm 0,02$)	0,22 ($\pm 0,01$)	0,98	5.087	5.491	0,80 ($\pm 0,03$)	6.303	11.060
VKQ	0,76 ($\pm 0,03$)	0,22 ($\pm 0,03$)	0,98	5.048	5.500	$\hat{V} = 57 \quad \% V_g$		
GG	0,76 ($\pm 0,02$)	0,22 ($\pm 0,02$)	0,98	5.071	5.494			

Die Beurteilung der erhaltenen Resultate ist schwierig, weil die Zielwerte der gesuchten a - und b -Parameter und die daraus resultierenden Zielwerte der aktiven Volumen der einzelnen Behälter im voraus nicht bekannt sind. Aus der numerischen Sicht gesehen, d.h. nach der qualitativen Einschätzung der Diagramme mit den Ausgangskurven für die Objekte und Modelle (vgl. Abbildungen 3 und 4), wie auch nach der quantitativen Einschätzung der das Identifikationsverfahren gekennzeichneten Daten (die Konvergenz der angewandten Methoden, die Dispersionwerte der erzielten Parameter), scheinen die Resultate richtig zu sein unabhängig davon, mit welcher der Methoden sie erhalten worden sind. Die Resultate sind aber verschieden für verschiedene Methoden was bedeutet, daß sie doch nicht richtig sein können. Man versuchte sie also auch aus der physikalischen Sicht zu beurteilen. Hier wurden zwei Beurteilungskriterien benutzt:

- die anhand der a - und b -Werte umgerechneten V_a - und V_b -Werte sollen gleich sein, wenn sie einen bestimmten Behälter betreffen
- die V_a - und V_b -Werte sollen immer kleiner von bzw. gleich mit dem entsprechenden V_g -Wert des untersuchten Behälters sein.

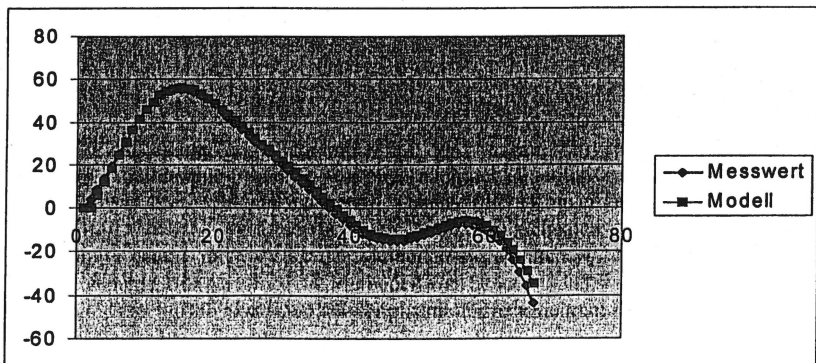


Abb. 3. Meß- und Rechenwerte für die Vorklärbecken; a - und b -Einschätzung

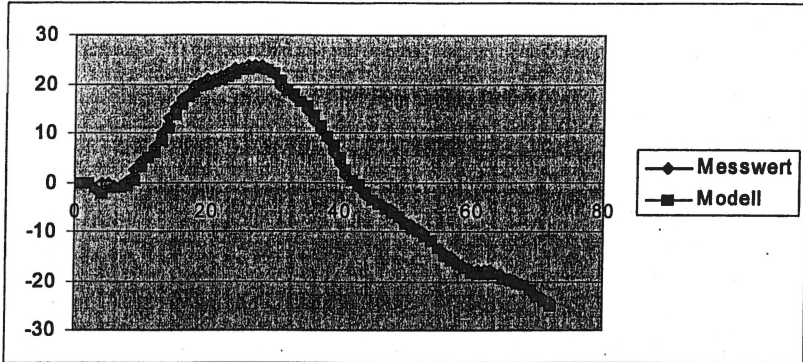


Abb. 4. Meß- und Rechenwerte für die Sedimentationszone der Nachklärbecken; a- und b-Einschätzung

Auch diese Beurteilung bereitete aber Schwierigkeiten und sie zeigte noch, daß unterschiedliche Methoden bei der Identifikation unterschiedlicher Behälter sich auch sehr unterschiedlich bewährten. Im Fall der Vorklärbecken waren die Resultate der KQ- und GG-Methoden grundsätzlich richtig und diese der VKG-Methode falsch ($V_b > V_g$). Im Fall der Belebungsbecken war aber die Situation genau umgekehrt ($V_a > V_g$ und $V_b > V_g$ für KQ- und GG-Methoden). Auch für die Nachklärbecken scheinen die Resultate der VKG-Methode korrekt zu sein und sind die Resultate anderer Methoden ersichtlich falsch (aus der Summe aktiver Volumen für die Sedimentations- und Klärzone der Nachklärbecken ergibt sich jeweils der Wert, der größer als V_g ist).

Eine generelle, aus der durchgeführten Beurteilung resultierende Folgerung war, daß noch eine zusätzliche Identifikation notwendig wird, um die gesuchten Volumenwerte eindeutiger einschätzen zu können. Hier wurde die gemeinsame Abhängigkeit der a- und b-Parameter ($a+b=1$) behilflich. Unter Berücksichtigung dieser Abhängigkeit ergibt sich die Formel:

$$b = 1 - e^{-\frac{\Delta}{V}} = 1 - a \quad (16)$$

Anhand (16) und nach der Einführung der Substitution $v_n = \epsilon_n - a\epsilon_{n-1}$ folgt aus (14):

$$y_n - r_{n-k} = a(y_{n-1} - r_{n-k}) = v_n \quad (17)$$

Eine Annahme in (17) der folgenden Bezeichnungen: $y_n - r_{n-k} = z_n$ und $y_{n-1} - r_{n-k} = u_n$ führt zu einer neuen linearen Differenzgleichung:

$$z_n = au_n + v_n \quad (18)$$

die nur einen Parameter a besitzt. Zur Einschätzung dieses Parameters konnte nun die gut bekannte Methode linearer Regression angewandt werden.

Die Resultate der Einschätzung sind auch in Tabellen 2, 3, 4 und 5 an deren rechten Seite angetragen. In Abbildungen 5 und 6 sind die beispielhaften, für die Vor- und Nachklärbecken erhaltenen Diagramme der Objekt- und Modellausgänge dargestellt.

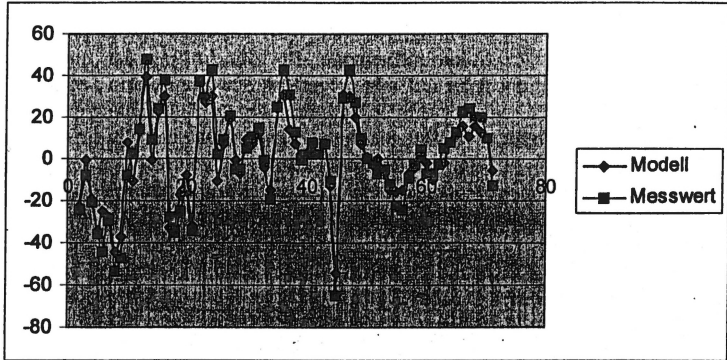


Abb. 5. Meß- und Rechenwerte für die Vorklärbecken; a -Einschätzung

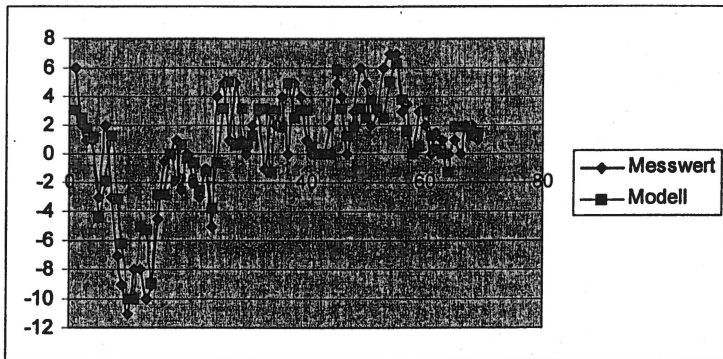


Abb. 6. Meß- und Rechenwerte für die Sedimentationszone der Nachklärbecken; a -Einschätzung

Aus den Tabellen geht hervor, daß die besten Resultate mit der einfachsten Methode linearer Regression erzielt worden sind. Sie ähneln den Resultaten, die mit den KQ- und GG-Methoden für die Vorklärbecken errechnet wurden, sie unterscheiden sich aber sehr für die anderen Behälter. Sie sind immer korrekt sowohl aus der numerischen, wie auch der physikalischen Sicht. Die gefundenen Volumenwerte sind auch aus der technologischen Sicht sehr interessant, weil sie von der hydraulischen Leistungsfähigkeit einzelner Objekte der Kläranlage Bescheid geben. Diese Leistung ist verhältnismäßig niedrig im Fall der Vorklär-

und Belebungsbecken (72 % und 83 %) und sehr hoch im Fall der kompletten Nachklärbecken ($42+57 = 99\%$).

Schlußfolgerungen

Das Ziel dieser Arbeit war, eine möglich vollständige Beschreibung eines Modellierungsverfahrens darzustellen und die Probleme zu verdeutlichen, mit denen dann üblicherweise ein Modellierer zu tun hat. Die Hauptetappen einer Modellierung sind: Datengewinnung und Datenverarbeitung, Auswahl einer passenden Modellbeschreibung und Auswahl einer richtigen Identifikationsmethode. Bei der Lösung der hier besprochenen Identifikationsaufgaben mußte man mit den folgenden Schwierigkeiten fertig werden: eine vorschrittmäßige Durchführung des aktiven Experimentes zur Gewinnung der Meßdaten war aus den technischen Gründen nicht möglich; die zuerst ausgeführte Gleichung zur Modellbeschreibung war zu kompliziert und mußte vereinfacht werden; die zuerst ausgewählten Identifikationsmethoden paßten nicht zur Lösung der gestellten Aufgabe und mußten im Laufe des Modellierungsverfahrens ausgewechselt werden.

Es ist zum Schluß dieser Darlegung zu bemerken, daß eine Modellierung in der Regel eine Verbindung zwischen Kunst und Wissenschaft bedeutet und sie sich gewöhnlich auf einer langjährigen Erfahrung der Modellierer stützen muß.

Literatur

1. Bogdan L., Nahorski Z., Łomotowski J., Studzinski J., Szetela R. (2000) Modelling and calibration of a municipal wastewater treatment process model. System Science, Vol. 26, No. 2, pp. 125-144.
2. Bogdan L., Łomotowski J., Nahorski Z., Studzinski J., Szetela R. (2000) Mathematical and neural network modelling of a wastewater treatment plant. Archives of Control Sciences, Vol. 10, No. 1-2, pp. 89-118.
3. Studzinski, J., Skaskiewicz, A. (1996): Von dem Computersystem zur Visualisierung der Meßdaten und von der Durchführung der Messungen in der Kläranlage Rzeszow. Report 15/5/S-9/96, IBS PAN, Warszawa (in Polnisch).

