

857

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.
CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

N° 10.

Décembre

1905.

-
- Sommaire:** 58. M. ED. JANCZEWSKI. Species generis Ribes L. I Subgenus Parilla.
59. M. M. RACIBORSKI. Sur les chimiomorphoses de l'*Aspergillus niger*.
60. M. JOSEPH NUSBAUM et Mme CAROLINE REIS. Contribution à l'anatomie et à la physiologie de l'"oval" dans la vessie natatoire des poissons.
61. MM. W. KULCZYCKI et J. NUSBAUM. Contribution à l'étude des glandes unicellulaires chez les Téléostéens.
62. M. XAVIER LEWKOWICZ. Les cultures pures du bacille fusiforme.
63. M. EUGENE ROMER. Époque glaciaire dans les monts Świdowiec, Carpathes d'est.
64. M. J. HIRSCHLER. Recherches embryologiques sur *Catocala nupta* L. (Lepidoptera).
65. M. L. DZIEWULSKI. Perturbations séculaires du Mars dans le mouvement d'Eros.
-

Séance du lundi 4 Décembre 1905.

PRÉSIDENCE DE M. N. CYBULSKI.

58. M. ED. JANCZEWSKI m. t. **Gatunki rodzaj Ribes. I. Podrodzaj Parilla. (Species generis Ribes L. I Subgenus Parilla).**

Travaillant depuis quelques années à la monographie des groseillers, nous nous sommes trop souvent heurtés à l'insuffisance des matériaux d'herbier pour ne pas tâcher de compléter leur connaissance par la culture et l'étude des plantes vivantes. Pour cette raison, nous avons réuni une collection importante, composée dans ce moment de 72 espèces, grâce aux envois des jardins botaniques, des arboretums privés et des botanistes qui récoltaient pour nous des graines et des arbrisseaux entiers.

Une bonne partie de nos plantes étant trop jeunes pour fleurir, même à peine germées ou greffées, leur étude ne peut pas être de sitôt achevée et la monographie entière déjà mûre à la publication. Cependant, puisque la comparaison des espèces, quelquefois aussi l'étude sur le vivant, nous a révélé plus clairement qu'autrefois ¹⁾ leurs

¹⁾ Janczewski, Essai d'une disposition des espèces des Ribes. Bull. Acad. Cracovie 1903, p. 232.

affinités naturelles, et permis de caractériser tant bien que mal un certain nombre d'espèces nouvelles, nous n'hésitons plus de donner, en attendant, leur liste accompagnée de courtes diagnoses des espèces inédites ou décrites d'une manière totalement insuffisante.

D'après nos observations, le genre *Ribes* peut être divisé en 6 sous-genres qui ne correspondent pas tout-à-fait à notre ancienne disposition, parce que nous avons jugé, comme plus naturel, d'incorporer les *Calobotrya* aux *Coreosma*, et de créer pour leurs espèces dioïques un sous-genre particulier: *Parilla*. Tous les sous-genres peuvent être succinctement caractérisés par la clef analytique suivante:

A. Fleurs bisexuées. Germination lente.

1. Bourgeons à fleurs uniquement axillaires. Arbrisseaux inermes, à glandes cristallines. Ecaillés scarieuses.

1. *Ribesia*.

2. Bourgeons à fleurs axillaires et terminaux.

a) Arbrisseaux inermes. Ecaillés herbacées. Glandes cristallines, visqueuses, ou huileuses.

2. *Coreosma*.

b) Arbrisseaux armés d'aiguillons. Ecaillés scarieuses. Glandes cristallines, rarement visqueuses.

* Grappe normale. Fleurs pédicellées, subpelviformes.

3. *Grossularioides*.

** Grappe pauciflore. Fleurs sans pédicelles, ovaire presque toujours pédonculé.

4. *Grossularia*.

B. Fleurs dioïques, les ♀ contenant toujours des anthères.

1. Ecaillés scarieuses (toujours?). Fleurs ♂ avec ovaire remplacé par un pédoncule. Anthères des fleurs ♀ vides. Arbrisseaux rarement armés d'aiguillons. Glandes cristallines ou visqueuses. Germination précoce.

5. *Berisia*.

2. Ecaillés herbacées. Fleurs ♂ avec ovaire distinct, ovules petits, avortés. Anthères des fleurs ♀ contenant du pollen avorté. Arbrisseaux inermes. Glandes cristallines, visqueuses ou huileuses. Germination lente.

6. *Parilla*.

Nous commençons notre liste par le sous-genre *Parilla*, bien que ce soit le contraire qui serait indiqué, parce que les matériaux d'herbier y sont les moins suffisants et le nombre des espèces que nous avons vues fleurir, relativement le moindre. Mais c'est celui qui contient le plus d'espèces nouvelles et donne le moins d'espoir que nos connaissances soient complétées d'une manière plus notable dans un avenir prochain.

Parilla nob.

Arbrisseaux dioïques, inermes, de dimensions très diverses, depuis 0.5 à 8.0 m. Leurs organes de végétation et de reproduction peuvent être glabres ou pubescents, presque dépourvus, plus souvent semés, de glandes ordinairement visqueuses (sessiles, subsessiles ou portées sur des soies, même longues), ou huileuses, rarement cristallines¹⁾. Bourgeons assez petits, ovoïdes, elliptiques ou pointus, couverts d'écaillés herbacées. Feuilles très variables comme forme, dimensions et pubescence, souvent coriaces et persistantes. Grappe pendante, pauciflore ou multiflore, longue de 0.2 à 30 cm., la mâle plus longue que la femelle; par atrophie du rachis, elle est quelquefois remplacée par une petite ombelle sessile, pauciflore (1—7). Fleur ♂ pelviforme, campanulée ou tubuleuse, rouge, jaune ou verdâtre. Calyce composé de sépales libres, quelquefois plus ou moins gamosépale. Pétales souvent conchiformes, quelquefois très petits et concrescents, par les onglets, avec le tube calycinal. Etamines insérées souvent plus bas que les pétales; anthères quelquefois surmontées d'une fossette nectarienne. Ovaire bien distinct; ovules peu nombreuses, petites, stériles, rarement bitegminées, ordinairement avec un tégument urcéolé, ou très petit, cupuliforme²⁾. Fleur ♀ toujours plus petite, quelquefois d'une forme différente, moins ouverte que la ♂; anthères plus petites, plus maigres, souvent subsessiles, ne contenant que du pollen stérile, réuni en languette compacte dans chacune des 4 loges. Fruit petit ou moyen, noir, rouge, écarlate ou vert(?), glabre ou pubescent, souvent glanduleux ou hispide; graines grandes ou moyennes. Germination lente, après quelques mois.

Patrie: Amérique méridionale, à l'exception de deux espèces, l'une européenne, l'autre asiatique. En tout 40 espèces connues.

¹⁾ Janczewski, Essai l. c. p. 235.

²⁾ Janczewski, Sexualité des Ribes, ibid. 1903, p. 790, fig. 3, 4.

Nous divisons le sous-genre *Parilla* en 3 sections plus ou moins naturelles:

I. *Hemibotrya*, dont l'inflorescence est anormale, fleurs tantôt en ombelle sessile, pauciflore, tantôt géminées ou subsolitaires;

II. *Andina*, fleurs en grappes, glandes visqueuses ou cristallines;

III. *Euparilla*, fleurs en grappes, glandes huileuses, jaunes, sessiles.

A ces sections correspondent les espèces suivantes.

I. *Hemibotrya* nob.

1. *R. fasciculatum*, Siebold & Zuccarini, 1843. — China septentr. Corea, Japonia — ♂, ♀, fr. — Plantae nostrae ♂, ♀; fructus mense Octobri maturescebant.

2. *R. sardoum*, Martelli, 1894. — Sardinia (Mons S'Ata e Bidda), alt. 1000 m. — ♀ — Planta nostra ♀ non floruit.

3. *R. nubigenum*, Philippi 1856. — Chile (Santiago) — fr. — Descriptio manca.

II. *Andina* nob.

4. *R. cucullatum*, Hooker & Arnott, 1833. — Chile (San José, Chillan, Valdivia), alt. 3000 m., Argentina (Lago Buenos Aires, Lago blanco, Lago de Lacar) — ♂, ♀, fr.

5. *R. densiflorum*, Philippi, 1856. — Chile (Chillan) — ♂, ♀.

6. *R. Weddelianum*, nob. Frutex parvissime glandulosus; ramulis puberulis; foliis minutis ovatis, obovatis, subcuneatis indivisis, v. rotundatis subtrilobis, basi cuneato-rotundatis; racemis ♂ brevibus (2½ cm.) paucifloris (14); floribus roseis, subsessilibus, parvis, subpelviformibus, petalis anguste conchaeformibus, staminibus longitudine petalorum, antheris rotundatis, stylo profunde bifido. — *R. parviflorum* Wedd. non Phil. — Ecuador (Andes Quitenses), alt. 4000 m. — (Weddell, in herb. Paris.; Jameson Nr. 525).

7. *R. Pentlandi*, Britton, 1893. Frutex valde glandulosus et aromaticus: foliis parvis, rotundatis v. subovatis, indivisis v. obscure subtrilobis, basi rotundatis v. subcuneiformibus, coriaceis, glabris, glandulis sessilibus conspersis; racemis ♂ brevibus (2 cm.), paucifloris (10); floribus parvulis, pelviformibus, subsessilibus; petalis conchaeformibus, staminibus petala aequantibus, antheris rotundatis, stylo bipartito, ovario valde glanduloso, ovulis abortivis, bitegminatis. — Bolivia (Illimani), alt. 3000 m. — (Pentland 1839, in herb. Paris.)

Britton flores non habuit, descriptio ejus imperfecta.

8. **R. brachybotrys** (Weddell.) nob. Frutex 2 metralis: ramulis hornotinis setuloso-glandulosus; foliis parvis lobatis, basi cordatis, supra setuloso-glandulosus; racemis ♂ brevibus (2 cm.), subpaucifloris (15); floribus parvis, subpelviformibus, subsessilibus, petalis conchaeformibus, staminibus petala aequantibus, antheris rotundatis, stylo bifido, ovario glanduloso; racemis fructiferis brevissimis, baccis pubescentibus, sparsim setuloso-glandulosus. — *R. viscosum* β *brachybotrys* Weddell. — Bolivia (Carangas), Peruvia australis (Copa Cabana), alt. 3900 m. — (Weddell 1847, in herb. Paris.)

9. **R. bogotanum**, nob. Frutex glandulosus: foliis parvulis, ovatis indivisis, v. rotundatis subtrilobis, basi truncatis, glandulosus; racemis ♂ mediocribus (6 cm.), laxifloris (20), setuloso-glandulosus; floribus subpelviformibus, pedicellatis, glandulosus; petalis conchaeformibus, parvis, staminibus paulo petala superantibus, stylo apice bifido, ovario glanduloso. — Colombia (Bogotá) — (Gondot 1844, in herb. Paris.)

Differt a praecedentibus racemis longioribus, laxifloris, floribus multo maioribus, pedicellatis.

10. **R. peruvianum**, nob. Frutex 2—3 metralis: foliis parvulis, rotundatis, subtrilobis v. subindivisis, basi truncatis v. subcordatis, supra glanduloso-verruculosus; racemis ♂ mediocribus (6 cm.), multifloris (30); floribus luteis, subpelviformibus, subglandulosus, subsessilibus, petalis conchaeformibus, staminibus petala subaequantibus, antheris rotundatis v. ellipsoideis, foveola nectariali terminatis, stylo bifido, ovario pubescenti et glanduloso; racemis fructiferis mediocribus (8 cm.); baccis rotundatis, pericarpio tenui, seminibus fuscis, maioribus. — Peruvia (prov. Huasi, Cajatambo, Huamalies), alt. 3300—3800 m. — (Matthews Nr. 832, in herb. Edinb.; Weberbauer Nr. 3723, 3777, 2851^a, in Berolin.)

Differt a praecedente racemis confertioribus, floribus minoribus, antheris nectariiferis.

11. **R. Dombeyanum**, Spach, 1835. — Peruvia (Tarma) — ♀ — (in herb. Paris.)

12. **R. bolivianum**, nob. Frutex 2 metralis: foliis mediocri magnitudine, ovato-rotundatis, apice acutiusculis, indivisis, rarius indistincte subtrilobis, basi cordatis, subtus valde pubescentibus; racemis ♂ elongatis (10 cm.), multifloris (50); floribus pelviformibus, parvis, pubescentibus, subsessilibus, petalis parvis, anguste conchae-

formibus, stamina aequantibus, antheris rotundatis, nectario terminali munitis, stylo bifido, ovario pubescenti; racemis ♀ paulo brevioribus (8 cm.), floribus minutis, subturbinatis, pubescentibus, petalis ac staminibus minutissimis, aequalibus; baccis glabris. — Bolivia (Sorata), Peruvia australis (Cuyoenyo), alt. 3100—3600 m. — (Mandon 1859, in herb. Paris., Vindob. etc.)

Species foliorum forma valde distincta.

13. **R. andicola**, nob. Frutex 2—3 metralis: foliis parvis, ovatis v. ovato-rotundatis, subtrilobis, lobo medio multo maiore, basi truncatis v. subcordatis, subtus glabris v. pubescentibus; racemis ♂ mediocribus (6 cm.), multifloris (40); floribus subpelviformibus, parvis, rubris v. rubescentibus, subsessilibus, petalis conchaeformibus stamina aequantibus, antheris rotundatis, nectario terminali munitis, stylo bifido, ovario glanduloso v. pubescenti; racemis ♀ aequae ac ♂ longis, floribus minutis, subturbinatis, petalis minoribus, staminibus minutissimis, quam petala multo brevioribus, antheris ovatis; baccis rotundatis, glabris v. glandulosis, annulo carnosio sub flore marcescente munitis. — Ecuador (Pichincha), Colombia (Bogotá, Paramo de Guanacos), Venezuela (Sierra Nevada, Andes de Truxillo), Brasilia (ubi?), alt. 2300—4800 m. — (Linden Nr. 1060; Spruce Nr. 5441, Jameson Nr. 69 etc., in herb.)

Differt a praecedente foliorum forma et magnitudine, floribus paulo maioribus, petalorum forma, ovario saepe glanduloso.

14. **R. leptostachyum**, Bentham, 1839. — Colombia (Paramo de Guanacos, Andes de Quindí) — ♂, ♀.

15. **R. ecuadorensis**, nob. Frutex robustus: foliis mediocribus, rotundatis, sublobatis, basi cordatis, glabriusculis; racemis ♂ longis (20 cm.), laxifloris (50); floribus parvis, subpelviformibus, breviter pedicellatis, petalis conchaeformibus, staminibus paulo quam petala longioribus, antheris rotundatis, stylo bifido, ovario puberulo; racemis ♀ paulo brevioribus (15 cm.), laxifloris (40); floribus minoribus, subpelviformibus, petalis minoribus, staminibus brevioribus, antheris minutis, subellipsoideis, ovario puberulo. — Ecuador (Mons Altar, Pichincha), alt. 2900—4000 m. — (Spruce Nr. 5310, Jameson Nr. 620 etc., in herb.)

Differt a praecedente foliis maioribus, petalorum forma et setularum glanduliferarum absentia.

16. **R. Lindeni**, nob. Frutex robustus, glaber: foliis mediocribus, tri- v. quinquelobis, basi cordatis, glabris; racemis ♀ longis (20 cm.),

laxifloris (40); bracteis linearibus, inferioribus apice latioribus et tridentatis; floribus mediocribus, rubris, subpelviformibus, pedicellatis; petalis conchaeformibus, stamina superantibus, filamentis bene evolutis, antheris minutis, subellipticis, ovario puberulo, stylo apice bifido. — Colombia (Quindiú los Volcanitos), alt. 3300 m. — (Linden Nr. 1107, in herb.)

Differt a praecedentibus florum ♀ forma et magnitudine, petalis multo maioribus.

17. **R. albigolium**, Ruiz et Pavon, 1802. — Peruvia australis (Muna, Marainioc) — ♂.

18. **R. hirtum**, Humboldt et Bonpland, 1819. — Ecuador (Antisana, Pichincha), Colombia (Laguna verde), alt. 3200—4600 m. — *R. frigidum*, Kunth in HB. — ♂, ♀, fr.

19. **R. cuneifolium**, Ruiz et Pavon, 1802. — Peruvia (Diermo) — ♀ — (in herb. Florent.).

20. **R. ovalifolium**, nob. Frutex 2 metralis, eglandulosus: foliis parvis, ovatis v. subellipsoideis, indivisis, rarissime subtrilobis, basi truncatis v. rotundatis, subglabris; racemis ♀ minutissimis (0.2—0.4 cm.), paucifloris (2—3); floribus sessilibus, minutis, fusco-rubris, subpelviformibus, petalis subcuneatis, angustis, parvis, staminibus paulo profundius insertis, duplo brevioribus, antheris ovato-rotundatis, minutis, polline abortivo, stylo bifido, ovario puberulo; bacca parva, rotundata, puberula. — Peruvia (prov. Cajatambo), alt. 3600 m. — (Weberbauer Nr. 2771, in herb. Berol.)

Species *R. cuneifolio* affinis, sed foliorum forma distinctissima.

21. **R. Palenae**, Philippi, 1881. Frutex probabiliter mediocris: foliis parvis, lobatis, basi subcordatis, subtus glandulosis; racemis ♂ mediocribus (4—7 cm.), multifloris (25—40), bracteis obovatis; floribus pedicellatis, parvis, subpelviformibus, luteis, setuloso-glandulosis, petalis rotundatis, subspatulatis, stamina aequantibus, antheris rotundatis quam filamenta maioribus, stylo bifido, ovario setuloso-glanduloso; racemis ♀ parvis (1.5—2 cm.); floribus minoribus, staminibus, quam petala duplo brevioribus; baccis nigris, parvis, rotundatis, glandulis subsessilibus et setulis glanduliferis conspersis. — Chile (ad fl. Palena), Argentina (ad fl. Corcovado, Carren-Leofú). — (Illin Nr. 179, Spegazzini 1901, in herb. nostro).

Philippi flores non habuit; diagnosis ejus omnino manca.

22. **R. elegans**, nob. Frutex 3 metralis, subpubescens: foliis minoribus, trilobis, lobis subacutis, basi subcordatis, subtus pubes-

centibus; racemis ♂ elongatis (6—13 cm.), multifloris (25—50); floribus pedicellatis, subtubulosis, extus coccineis, intus luteis, sepalis subacutis, basi connatis, petalis parvis, rotundatis, antheris ellipsoideis, petala superantibus, stylo bifido, ovario puberulo. — Peruvia (prov. Huamalies), alt. 3500—3700 m. — (Weberbauer Nr. 3306, in herb. Berolin.)

Differt a *R. albifolio* floris forma, staminibus brevioribus, ovario eglanduloso, sepalis minus connatis; a *R. hirto* foliorum forma, setularum glanduliferarum absentia, petalis minoribus rotundatis, ovario eglanduloso; ab utroque petalis planiusculis non conchaeformibus.

23. **R. Gayanum**, Spach, 1835. — Chile (Antuco, Chillan, Colchagua, Santiago) alt. 2000—3000 m. — *R. villosum* Gay — ♂, ♀, fr. — Plantae nostrae ♂, ♀; fructus mense Iulio maturescunt.

24. **R. glandulosum**, Ruiz et Pavon, 1802. — Bolivia (Illimani, Sorata, Songo), Argentina (Sierra Velasco), Chile (secundum Ruiz & Pav.), alt. 3500 m. — ♂, fr. (Pentland 1839, Mandon Nr. 600, in herb. Paris, M. Bang Nr. 865 etc.)

25. **R. incarnatum**, Weddell, 1857. — Peruvia (Cordillera Santa Ana) — ♂ — (Weddell 1847, in herb. Paris.)

26. **R. catamarcanum**, nob. Frutex: foliis parvis, lobatis v. sublobatis, basi subcordatis, subglabris; racemis ♂ brevibus (2—2.5 cm.), subconfertis, 10—15-floris; floribus subsessilibus, subcampanulatis?, petalis parvulis, obovato-rotundatis, staminibus brevibus, paulo profundius insertis, antheris rotundatis, quam filamenta maioribus, petala subaequantibus, stylo apice bifido, ovario puberulo et glanduloso; racemis ♀ et floribus minoribus, antheris angustis; baccis parvis, rotundatis, puberulis et glandulosis. — Argentina (prov. Catamarca). — (Schickendantz Nr. 40, in herb. Berol.)

Differt a *R. incarnato* petalis latioribus, staminibus brevioribus, ovario glanduloso, non setuloso; a *R. glanduloso* staminibus brevioribus, minus profunde insertis, antheris non nectariiferis; ab utroque floribus subsessilibus, non distincte campanulatis.

27. **R. bicolor**, Philippi, 1856. — Chile (Cordillera de Chillan). — ♂.

28. **R. viscosum**, Ruiz et Pavon, 1802. — Peruvia (Tarma), Bolivia (Larecaja) — ♀ — (Weddell 1851, in herb. Paris.)

29. **R. Lehmannii**, nob. Frutex metralis: ramulis saepe tortuosis; foliis minutis, obovato-cuneiformibus, indivisis, apice denticulatis, basi cuneiformibus, utrinque glandulosis, petiolo brevi, complanato; racemis ♂ mediocribus (5 cm.), basi nudis, 20-floris; floribus pedi-

cellatis, subtubulosis, coccineis, pubescentibus et glandulosis, sepalis basi connatis, petalis minutis subcuneiformibus, angustis, staminibus paulo inferius insertis, petala aequantibus, antheris rotundatis, stylo apice bifido, ovario pubescenti et glanduloso, ovulis abortivis bitegminatis; baccis oblongis. — Ecuador (Cuenca) alt. 3500—4000 m. — (Lehmann Nr. 7713, in herb. Berol.)

Differt ab omnibus speciebus affinibus habitu ac foliorum forma.

30. **R. Weberbaueri**, nob. Frutex metralis: ramulis hornotinis setuloso-glandulosis; foliis minutis, 3—5-fidis, profunde dentatis, basi subcordatis, setulosis; racemis ♀ mediocribus (4—5 cm.), laxiusculis, 8—10-floris, bracteis ovato-lanceolatis rubris, pedicellis brevibus, floribus tubulosis, rubris, setuloso-glandulosis, receptaculo brevi, calyce gamosepalo, tubuloso (sepalis ultra medium connatis), petalis angustis, subcuneiformibus, medio tubo insertis, fissuras calycis vix attingentibus, staminibus brevioribus et profundius insertis, antheris subsessilibus angustis, foveola nectariali munitis, stylo indiviso, stigmatibus duobus terminato, ovario hispidulo (setuloso-glanduloso); baccis rubris, hispidulis, seminibus fuscis. — Peruvia (Cajamarca), alt. 3700—3800 m. — (Weberbauer Nr. 4064, in herb. Berol.)

Differt a speciebus affinibus foliis dissectis, hispidulis, floris forma ac structura, aliisque notis.

31. **R. macrobotrys**, Ruiz et Pavon, 1802. — Peruvia (Huassa-Huasi), Chile (ubi?) — ♂, fr.

32. **R. nitidissimum**, Neger, 1899. — Chile (Valdivia) — ♂ (?) — (in herb. Monac.) — Descriptio manea.

III. *Euparilla* nob.

33. **R. parviflorum**, Philippi, 1856. — Chile (Linares, Valdivia) — ♂ — (in herb. Santiago).

34. **R. Spegazzinii**, nob. Frutex pubescens: foliis mediocribus, lobatis, basi cordatis, subtus puberulis et glandulis luteis, planis, sessilibus (ut in *R. nigro*) conspersis; racemis ♂ elongatis (10 cm.) laxiusculis, multifloris (40), bracteis viridibus, ovato-ellipsoideis, pubescentibus; floribus mediocribus, pedicellatis, subpelviformibus, rubris, pubescentibus, petalis parvis subspatulatis, staminibus quam petala brevioribus, filamentis brevissimis, antheris rotundatis, albis, stylo apice bifido, ovario puberulo, glanduloso. — Argentina (Lago blanco) — (Spegazzini 1900, in herb. nostro).

Differt a *R. magellanico* foliis maioribus, minus profunde incis, racemo longiore, floribus multo maioribus, pedicellatis.

35. **R. polyanthes**, Philippi, 1856. — Chile centr. et austr. — ♂, fr. — Planta nostra ♂.

36. **R. magellanicum**, Poiret, 1811. — Fueggia, Patagonia usque ad 41° lat. austr., Chile (Valdivia), — ♂, ♀, fr.

37. **R. parvifolium**, Philippi, 1864. — Chile (Santiago) — ♂ — (in herb. Santiago).

38. **R. valdivianum**, Philippi, 1856. — Chile (Valdivia) — ♂, fr. — Planta nostra ♂.

39. **R. punctatum**, Ruiz et Pavon, 1802. — Chile (Conception, Colchagua, Coquimbo), Argentina (Neuquien), Bolivia, alt. 620 m. — ♂, ♀, fr. — Planta nostra non floruit.

40. **R. integrifolium**, Philippi, 1881. — Chile (Arauco, Nuble) — ♂. — Planta nostra non floruit.

59. M. M. RACIBORSKI m c. **Chemomorfozy grzyba *Aspergillus niger*. (*Ei-nige Chemomorphosen des *Aspergillus niger**). (*Sur les chimiomorphoses de l'*Aspergillus niger**).**

Werden verschiedene chemische Verbindungen in genügend großer Menge dem Organismus dargereicht, so wirken sie tödend oder rufen eine akute Störung der Funktion hervor. Viele von ihnen haben, wenn man sie in kleineren Dosen, jedoch längere Zeit hindurch verabreicht, eine chronische Vergiftung zur Folge. Manche von solchen chronischen Vergiftungen sind ausgezeichnet nicht nur durch Störung der physiologischen Funktionen, sondern greifen tiefer in die morphogenetische Arbeit des Organismus ein, indem „pathologische“ Formen, also von der gewöhnlichen abweichende Formen der Zellen, Gewebearten oder Organe gebildet werden. Durch Einwirkung der chemischen Reize entstehende Bildungsabweichungen nennen wir dem Vorschlage I. Sachs' und C. Herbst's folgend Chemomorphosen.

Eine reiche Fülle von Chemomorphosen, welche durch Eingriffe der Tiere oder Pflanzen erzeugt werden, kennt die pathologische Anatomie unter dem Namen der Cecidien und der Infektions-Geschwülste; weniger bekannt sind die durch Verabreichen reiner, chemischer Körper entstandenen Formen, und deswegen habe ich

nach solchen bei *Aspergillus niger* gesucht. Dieser Pilz gehört in bezug auf die Ernährungsphysiologie wegen des ungemein üppigen Wachstums, sowie wegen der Fähigkeit, sehr verschiedene Kohlenstoff- und Stickstoffverbindungen zu verarbeiten, zu den best bekannten. Er zeichnet sich jedoch durch eine gewisse Starrheit der morphologischen Gliederung aus, und trotz dem vielfachen Variieren der Nährlösung gelingt es nicht leicht, eine Abänderung in seinem Wachstum hervorzubringen. Zu den zahlreichen, negativen Versuchen, welche aus der Literatur bekannt sind, möchte ich noch folgende hinzufügen.

Als Nährlösung wurde, wo nicht anders angegeben, eine 0.5‰ Dikaliumphosphat-, 0.5‰ Magnesiumsulphat-, 0.5‰ Kaliumchlorid-, 2‰ Sakcharose-, 1‰ Ammonsulfatlösung benützt. Werden dieser Nährlösung so starke Oxydationsmittel wie 1‰ Kaliumpersulfat oder 1‰ Ammoniumpersulfat zugesetzt, so entwickelt sich dennoch der *Aspergillus* ganz normal. An den Hyphen oder Sporenträgern war keine Anomalie zu bemerken, die Pilzdecken waren normal üppig, die reichliche Sporenbildung nicht verspätet. Während der Sporenbildung oxydierte die Flüssigkeit noch stark und sogar zwei Monate alte Kulturen oxydierten noch sehr intensiv Jodkali, was als Beweis dienen kann, daß die Persulfatlösung noch nicht zersetzt war. Ebenso ohne morphotische Wirkung blieb ein Zusatz von 1‰ Perchlorat, von 0.25‰ und 0.5‰ Borsäure, 1‰ und 2‰ Kaliumbromid (KBr). Freies Brom wird dabei nicht gebildet.

Kaliumbromat (KBrO_3) in 1‰-Lösung verhindert die Keimung der Sporen nicht, beeinflußt jedoch das Wachstum der Hyphen, weil keine starke Pilzdecke gebildet wird, die Sporenträger spärlich und klein, gewöhnlich 100—250 μ lang, 8—10 μ breit, häufig nur 50—80 μ lang sind. In sehr alten Kulturen ist in manchen Hyphen das Plasma gelb gefärbt und tot, obwohl sich in der Flüssigkeit freies Brom mit Fluoreszeinpapier nicht nachweisen läßt. Eine ähnliche Verzweigung (Nanismus) ist auch durch Zusatz von Dithiosulfatkalium in 1‰ Lösung zu erzielen, wobei weder Schwefel noch Schwefelwasserstoff gebildet wird.

Morphotische Wirkung der Thiosulfate. Über eine morphotische Wirkung der Thiosulfate ist mir aus der Literatur wenig bekannt. Nach B. Loew (System der Giftwirkungen, 105) ist eine 1‰ Lösung für gewöhnliche Wasserbakterien unschädlich. Manche Meerbakterien, welche nach A. Nathansohn (Mitt. der zool. Sta-

tion XV, 1903; zitiert nach mehreren Referaten) im Golf von Neapel vorkommen sollen, oxydieren die Thiosulfate zu Tetrathionsäuresalzen; die Süßwasserbakterie *Thiobacillus thioparus* Beij. oxydiert Thiosulfate zu Sulfaten. Da es in beiden soeben erwähnten Fällen zur Bildung von interzellularen Schwefeltröpfchen nicht zu kommen scheint, so möchte ich die Benennung der Beijrink'schen Art (Centralblatt für Bakteriologie XI, 1904, 592) nicht gelten lassen, denn nach dem Vorschlage Winogradzkis soll das Suffix „Thio-“ nur solchen Gattungen zukommen, welche interzellularen Schwefel zu Schwefelsäure oxydieren. Aus einer Abhandlung Hintze's (Berichte der d. bot. Gesell. 1903) erfahren wir, daß einige Pilze der Kulturen A. Nathansohns auf Thionatboden Schwefel im Inneren gebildet haben. Endlich ist als die einzige Arbeit über die morphotische Wirkung die von Knop (1878) zu verzeichnen, welcher bei *Zea Mays* durch unterschwefligsaure Salze merkwürdige Bildungsabweichungen des Blütenstandes bekommen hat.

Thioschwefelsaures Natrium wirkt auf die Pilze, sogar in starken Konzentrationen angewandt, nicht giftig. In einer 2% Lösung habe ich die Sporen des *Basidiobolus ranarum*, *Phycomyces nitens*, *Rhizopus nigricans*, *Thamnidium elegans*, *Alternaria tenuis*, *Botrytis cinerea*, *Penicillium crustaceum* und *P. brevicaulis*, *Aspergillus niger* ausgesät. Die Sporen haben gekeimt und in allen Kolben mächtige Mycelien gebildet. Außerdem habe ich *Aspergillus niger* in Nährlösungen von verschiedener Konzentration des $N_3S_2O_8$, $5 H_2O$ ausgesät. Benützt wurden 1%, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 24, 30% Lösung. In allen diesen Flüssigkeiten wächst die untersuchte Art und bildet auf der Oberfläche weiße Rasen, die natürlich in Flüssigkeiten von stärkerer Konzentration langsamer, als in mehr verdünnten wachsen. Auch nach Monaten bleiben die Hyphen am Leben, doch tritt auf den Pilzdecken keine Fruktifikation auf. Diese bleiben weiß, oder weiß-gelblich, ohne eine Spur schwarzer Sporen. Die mikroskopische Untersuchung zeigt, daß vereinzelte Sporenträger gebildet werden, die jedoch ohne köpfchenartige Anschwellung bleiben, also auch keine Sporen produzieren. Zugleich lernen wir die unmittelbare Ursache der gehemmten Sporenbildung kennen, denn wir sehen, daß sich überaus zahlreiche Schwefeltröpfchen in den wachsenden gewöhnlichen Hyphenenden, auch in den dicken, emporkwachsenden (spärlichen) Sporenträgern ansammeln und weiteres Wachstum oder Verzweigung derselben verhindern. Ich habe sehr

viele Thiosulfatkulturen des *Aspergillus* gehabt, einige mehrere Monate lang geführt, doch immer nur sterile Rasen bekommen. Es genügt jedoch, Stücke solcher sterilen Rasen auf thiosulfatfreie Nährlösung (z. B. Nähragar) zu übertragen, um in zwei Tagen reichliche Sporenbildung zu bekommen.

Nicht in allen Zellen des Pilzes wird Schwefel abgelagert. In den Rasen, welche sich am Boden der Kolben entwickeln, finde ich keinen Schwefel, aber auch in der sich auf der Oberfläche bildenden Pilzdecke sitzen die Schwefeltropfen nur in apikalen Zellen der Hyphen, und dabei nicht in allen, wenn auch in sehr zahlreichen. Es sind also nicht in allen Zellen die Bedingungen vorhanden, um aus Thiosulfat Schwefel zu bilden. Dieser bildet sich, wie erwähnt, in den wachsenden Enden der Hyphen, besonders in denjenigen, welche in die Luft frei hinausragen, aber auch in den oberflächlichen der untergetauchten Hyphen. Es erscheinen zunächst winzig kleine Schwefelkugeln im Inneren der Zellen, werden gegen die wachsende Spitze immer dichter, vergrößern sich und häufen sich so stark an, daß in manchen Zellen die zusammengedrückten Reste des Plasmas nur schwer zwischen den Schwefelkörpern zu sehen sind. Die ersten Schwefeltropfen bilden sich tatsächlich im Inneren der Zelle; ob dies nur in den Vakuolen geschieht, ist mir unmöglich mit Sicherheit zu entscheiden, jedenfalls ist der Vorgang anders, als bei *Rhizopus nigricans*, wo die Tropfen außerhalb des Protoplasten, zwischen diesem und der Wandung der Hyphe entstehen. Das Wachstum der Hyphen wird durch Ablagerung zahlreicher Schwefeltropfen gehemmt, und hierin ist die Erklärung für die Sterilität der Rasen zu suchen.

Daß die besprochenen glänzenden Kugeln tatsächlich Schwefeltropfen sind, zeigt zunächst der Umstand, daß sie in alten, abgestorbenen Hyphen spontan zu hübschen und charakteristischen Doppelpyramiden auskristallisieren. Durch konzentrierte Jodlösung werden sie rötlich mit einem Stich ins Violette tingiert und in Schwefelkohlenstoff gelöst. Endlich habe ich gut ausgewachsene Hyphen auf den Objektträger in Kalziumnitratlösung gebracht und etwas Bromwasser zugefügt. Das Brom tingiert zunächst die Schwefeltropfen gelb, das Plasma dagegen blaßgelb. Bald wird jedoch der Schwefel infolge der Oxydation gelöst und rings um die Hyphen treten zunächst bündelartig gehäufte, nadelförmige Kristalle

hervor, welche gleich zu den bekannten schwalbenschwanzartigen Gipskristallen anwachsen.

Die Thiobakterien vermögen bekanntlich interzellularen Schwefel zu Schwefelsäure zu oxydieren; ob andere Organismen ein solches oxydatives Vermögen besitzen, ist bis heute nicht bekannt. Bezüglich der Desmidiën, welche bekanntlich Gipskristalle in ihren Vakuolen tragen, hält es Alf. Fischer (Pringsheim's Jahrbücher XIV, 1884) für wahrscheinlich. („Ob die Mengen von Schwefelsäure, welche zur Bildung des Kalkes erforderlich sind, sich auf den in Sumpfräben reichlich vorhandenen und in Wasser gelösten Schwefelwasserstoff zurückführen lassen, wage ich nicht zu entscheiden, halte es aber nicht für unwahrscheinlich“ l. c. 174). Die Meeresoszillarien, in welchen G. Hinze (Ber. d. d. bot. Gesell. 1903, 394) intrazellularen Schwefel sah und beschrieben hat, sind nicht imstande, diesen zu Schwefelsäure zu verbrennen. Ebenso wenig tun es *Aspergillus niger* und andere unter den untersuchten Pilzen. Werden die schwefelerfüllten Hyphen in eine thiosulfatfreie Nährlösung gebracht, so wachsen bald die schwefelfreien Hyphen weiter, die schwefelenthaltenden dagegen nicht mehr (sind also tot), und die Menge und Größe der Schwefeltropfen scheint sich in denselben nicht zu vermindern. Ich habe auch solche vorher gewaschene Rasen in Kalziumnitratlösung gebracht, doch keine Gipsbildung bemerkt. Es wurden auch solche Rasen auf Agarplatten abgeimpft, welche mit Bleikarbonat bereitet waren, doch fand hier keine Schwärzung der Umgebung statt, was als Beweis dienen kann, daß der Schwefel auch nicht zu Schwefelwasserstoff reduziert wurde.

Die interzellulare Bildung des nicht weiter zu verarbeitenden, und deswegen wachstumshemmenden Schwefels erkläre ich so, daß in der entsprechenden Nährlösung Thiosulfatjon in die jungen und wachsenden Zellen (des *Aspergillus*, wahrscheinlich aber nicht in diejenigen des *Thamnidium*), eindringt und im Inneren derselben infolge der sauren Reaktion des Zellsaftes, also der Anwesenheit der H-jonen in Schwefel und Sulfitjon zerlegt wird. Der letztere muß indes toxisch auf das Protoplasma wirken, vielleicht wird er jedoch zu Sulfatjon oxydiert. Die Analyse der Nährflüssigkeit spricht zugunsten der letzten Vermutung. Ob die Oxydation der Sulfiten nur extrazellular verläuft, konnte ich nicht entscheiden. Zunächst will ich jedoch über das Verhalten einiger anderer Pilze in einer Thiosulfatlösung berichten.

Basidiobolus ranarum in 2% Thiosulfatlösung wächst langsam am Boden des Kolbens, die einen Monat alte Kultur ist nur 1.5 cm breit. Die Flüssigkeit ist infolge einer geringen Menge ausgeschiedenen Schwefels sehr wenig trübe, reagiert dabei sauer. Ein im Hals der Flasche befindlicher Bleipapierstreifen färbt sich infolge der Schwefelwasserstoffbildung intensiv schwarz. Interzellulärer Schwefel wird nicht gebildet, auch nicht auf dem Thiosulfatagar, wo sich keine Konidien bilden.

Thamnidium elegans wächst in der Flüssigkeit gut und kräftig. Die extrazelluläre Schwefelbildung ist stärker als bei *Basidiobolus*, die Reaktion sauer, Bleipapier wird schwarz. Es findet keine interzelluläre Schwefelbildung, keine Konidienbildung statt, die Hyphen wachsen längere Zeit normal, bilden jedoch nachträglich apikale, kurze, ovale oder kugelige, plasmareiche Zellen. Es sind die von I. Bachmann (*Botanische Zeitung*, 1895, 125) beschriebenen Gemmen. *Phycomyces nitens* stimmt mit *Thamnidium* in der Bildung des H_2S und des extrazellulären Schwefels überein.

Mucor pyriformis bildet auf Thiosulfatagar nur sehr wenig extrazellulären und keinen interzellulären Schwefel, bildet dagegen H_2S . Die Sporangien entstehen nur spärlich, sind jedoch normal gebaut; manche dicke, nach oben wachsende Hyphen bilden keine Sporangien, sondern krümmen sich korkzieherartig und bleiben steril.

Rhizopus nigricans wächst gut und kräftig, bleibt jedoch steril. Extrazelluläre Schwefelbildung ist gering, H_2S wird gebildet, im Innern der Hyphen lagert sich der Schwefel in großen Körnchen jedoch nur vereinzelt ab, und es geschieht nicht im Innern des Protoplasten, sondern zwischen diesem und der Membran der Hyphen. Schwefeltropfen sind bei dieser Art verflacht, offenbar infolge des Raum Mangels und des Druckes der Zellmembran. Im Gegensatz zu *Aspergillus* finden wir hier die Schwefeltropfen nur vereinzelt und sie erscheinen in älteren Zellen, nicht in den apikalen Hyphenenden. In verhältnismäßig kurzer Zeit kristallisieren sie von selbst.

Botrytis cinerea wächst üppig und bildet eine gelbliche, ganz sterile Decke. Die Bildung des extrazellulären Schwefels ist bedeutend reichlicher, als bei allen vorher erwähnten Pilzarten, dagegen ist Schwefelwasserstoffbildung ganz unbedeutend. Besonders in den in die Luft ragenden, dünnen, reich verzweigten Hyphen wird interzellulär reichlich Schwefel, besonders in den wachsenden Enden der Hyphen gebildet und dadurch die Sporenbildung ganz gehemmt.

Penicillium crustaceum bildet eine tippige, anfangs weiße, nachher orangefarbige, sterile Decke. Sonst stimmt es in der Bildung des extra- und intrazellularen Schwefels, sowie in der H_2S -Bildung mit *Botrytis cinerea* und *Aspergillus niger* überein.

Aspergillus niger bildet sehr reichlich extrazellularen Schwefel in Gestalt äußerst kleiner Körnchen. Werden die Kulturen auf Thiosulfatagar bereitet, dann bilden sich die Schwefelkörnchen reichlich in der Agargallerte rings um die Aspergilluskolonie, welche dadurch im durchfallenden Lichte infolge der Brechung von einer regenbogenartig gefärbten Zone umsäumt wird. Die Schwefelwasserstoffbildung ist nur gering. Um entscheiden zu können, ob die H_2S -Bildung durch die Reduktion des ausgeschiedenen Schwefels oder unmittelbar durch Reduktion des Thiosulfats entstanden ist, wurden noch Kulturen in einer Nährlösung angelegt, welcher Schwefelblumen zugesetzt waren. In dieser wurde H_2S gebildet und mit Hilfe der Bleipapierstreifen kolorimetrisch geschätzt; jedenfalls war die Bildung nicht geringer, als in der Thiosulfatkultur. Es genügt also der extrazellular gebildete Schwefel vollständig, um die H_2S -Bildung durch dessen Reduktion zu erklären.

Im Verhalten der wenigen untersuchten Pilze gegen Thiosulfatsalze finden sich verschiedene Differenzen, sowohl was die Menge des extrazellular gebildeten S und H_2S anbelangt, wie auch in betreff des interzellularen S und der Hemmung der Sporenbildung. Nur bei *Mucor pyriformis* wird die Bildung der Sporangien und Sporen durch Anwesenheit des Thiosulfats nicht vollständig gehemmt, während bei allen anderen Pilzen eine solche Hemmung auftritt, obwohl nur bei den drei zuletzt genannten Ascomyceten Schwefeltropfen im Inneren des Protoplasten abgelagert werden.

Es liegt nahe, die Bildung des extrazellularen Schwefels als Folge der durch den Pilz ausgeschiedenen Säure zu betrachten, wobei aus Thionaten bekanntlich Schwefeldioxyd und Schwefel gebildet wird. Da jedoch die Pilze am Leben bleiben, Schwefeldioxyd und Sulfite heftige Lebensgifte sind, so erscheint die Sache doch nicht so einfach. Daß die Sulfite schon in geringer Konzentration auf *Aspergillus niger* tödend wirken, habe ich durch besondere Versuche festgestellt. In 0·25% Lösung des Kaliumsulfits (K_2SO_3) keimt *Aspergillus* nicht mehr, in einer 0·1% Lösung keimt er zwar, doch wächst er sehr kümmerlich, äußerst dünne Hyphen bildend. Saures Kaliumsulfid ($KHSO_3$) wirkt schon in 0·1% Lösung tödend.

Ich habe deswegen Herrn Dr. B. Niklewski veranlaßt, die Kulturflüssigkeit des *Aspergillus niger* auf den Gehalt des Sulfit, Sulfats, Thionats und Tetrathionats hin zu analysieren. Die Analyse, welche ich weiter unten mitteile und für welche ich Herrn Dr. Niklewski bestens danke, zeigt, daß kein Tetrathionat, dagegen nur wenig Sulfit gebildet wird, während die größte Menge des gelösten Schwefels als Sulfat vorhanden ist. Es hat indes die Analyse uns nicht über die ganze Menge des Schwefels aufgeklärt, welche aus dem zersetzten Thionat stammt. In der Kultur rings um die Hyphen bilden sich nämlich reichliche flache, sehr dünne, doch große, sehr charakteristische Kristalle aus, deren Zusammensetzung mir unbekannt geblieben ist, andererseits ist der während des Wachstums des Pilzes entwichene H_2S nicht bestimmt worden.

Die ganze, analytisch gefundene Sulfatmenge entspricht einerseits der extrazellulär, andererseits vielleicht auch der intrazellulär zersetzten Thionatmenge, wenn auch nur der größte Teil des Thionatschwefels als Sulfatschwefel erscheint. Wir haben also bei *Aspergillus niger* mit einer Oxydation des Thionats zu tun, welche der von Beijerinck für *Thiobacillus thioparus* beschriebenen ähnlich ist. Nur haben wir bei unserem Pilze keinen Anlaß und keine Berechtigung in diesem, exothermisch verlaufenden Prozeß (wie in manchen anderen exothermischen Prozessen der Pflanzenzelle), eine Quelle der den Pflanzen nützlichen Energie zu sehen.

Zur Analyse wurde eine Nährlösung bereitet, welcher auf 1000 H_2O , Rohrzucker 50 gr, Ammoniumphosphat 10 gr, Magnesiumchlorid 2 gr und 20 gr Kaliumthionat zugesetzt war. Schwefel war also nur in der Form eines Thionats vorhanden. Diese Flüssigkeit wurde in mehrere Erlenmeyerische Kolben verteilt, sterilisiert, ein Kolben ungeimpft gelassen, andere mit Sporen des *Aspergillus niger* besät. Nach 12 Tagen bildete sich in den *Aspergillus*-Kolben reichlich Schwefel, und die Oberfläche überzog sich mit einer weiß-gelben, doch nicht kompakten, sterilen Decke des Pilzes. In dem steril gebliebenen Kolben wurde ein wenig Sulfit und nicht mehr wägbare Sulfat-Spuren (beide vielleicht infolge der Sterilisation entstanden) gefunden.

Die Schwefelbestimmungen wurden im wesentlichen nach Clasen: Ausgewählte Methoden der analytischen Chemie 1903, pag. 217 ff. ausgeführt. Die Kulturflüssigkeit (ca 255 cm) des *Aspergillus niger* wurde durch einen Asbestfilter von dem Schwefel und

von der Pilzdecke abfiltriert. In dem Filtrat war noch ein großer Teil des Schwefels 1·0076 gr in Form von Thionat vorhanden. Geringe Mengen 0·0194 gr Schwefel waren als schweflige Säure (oder deren Salze; die Kulturflüssigkeit reagierte auf Lakmus sauer) gebunden; dies wurde durch Destillation mit Salzsäure in Gegenwart von Sublimat, welches nur auf das Thionat zersetzend unter Bildung von Sulfid und Sulfat einwirkt, festgestellt, wobei das übergehende SO_2 in Jod aufgefangen und als BaSO_4 gewogen wurde. Ein größerer Teil Schwefel 0·1409 gr war als Sulfat vorhanden, welches nach der Zersetzung der Sulfite und Thionate durch Salzsäure in CO_2 -Atmosphäre bestimmt wurde. Die Sulfite und Sulfate waren unter der Wirkung des *Aspergillus niger* entstanden, denn die nicht infizierte Kontrollprobe (ca 320 ccm) enthielt nur 3·2 mg S in Sulfitform und noch geringere Mengen in Sulfatform, die nicht mehr zur Wägung gebracht wurden. Dagegen war Tetrathionat in der Kulturflüssigkeit des *Aspergillus niger* nicht nachzuweisen. Die Bestimmung wurde so ausgeführt, daß das vorhandene Thionat mit der notwendigen Menge Jod oxydiert und nun das Tetrathionat in CO_2 -Atmosphäre durch Aluminium und Salzsäure reduziert wurde, wobei der entweichende Schwefelwasserstoff in Jod aufgefangen und titrometrisch bestimmt wurde. Es wurden so 1·2 mg Tetrathionat in der angewandten Probe zu wenig gefunden, was wohl auf die unvermeidlichen Fehlerquellen zurückzuführen ist. Eine Gesamtbestimmung des in der Flüssigkeit vorhandenen Schwefels durch Oxydation mit Brom in alkalischer Lösung ergab 0·0591 gr S mehr, als durch die Einzelbestimmungen festgestellt worden war. Diese Differenz ist wohl darauf zurückzuführen, daß noch Schwefel in einer Form vorlag, welche bei den Einzelbestimmungen der Analyse entgangen war. Der Rückstand wurde mit CS_2 extrahiert und dabei noch 0·1278 gr S gefunden. Der Rest des Niederschlages wurde mit Natriumperoxyd und Soda geglüht, in bromhaltiger Salzsäure gelöst und das entstandene Sulfat gefällt. Hierbei fanden sich 0·0215 gr S.

Wirkung des Chloroforms. Es wird häufig Chloroform gebraucht, um Enzyme enthaltende Lösungen steril zu machen und so die störende Wirkung der Mikroorganismen zu verhindern. Leider führt diese Methode der Sterilisation nicht immer zum Ziel. Schon vor mehreren Jahren war ich Zeuge davon, wie einem der wissenschaftlichen Besucher des botanischen Gartens in Buitenzorg

trotz reichlicher Chloroformzugabe die Pflanzenteile, welche in einem verschlossenen Glaszylinder gehalten wurden, verfaulten. Ferner habe ich vor mehreren Monaten bemerkt, daß in der abgegossenen Nährflüssigkeit des *Aspergillus niger* trotz reichlichen Chloroformzusatzes die Sporen dieses Pilzes keimten und kräftig wuchsen. Die Kolben waren mit etwa 2 cm hoher Flüssigkeitsschicht beschickt, am Boden derselben befand sich eine hohe Schicht Chloroform und sie waren mit Watte verstopft. Aus den ersten erhaltenen Chloroformkulturen impfte ich die Sporen in neue Gläser mit Chloroform und Nährlösung über und erhielt so im Verlaufe von vier Monaten vier Generationen des ständig narkotisierten Pilzes. *Aspergillus niger* wächst in einer solchen Nährlösung anfangs langsam, bildet jedoch bald sehr dichte und dicke Überzüge auf der Oberfläche der Flüssigkeit, so daß schließlich das Wachstum des Pilzes nicht weniger üppig ist, als in Kolben ohne Chloroform. Die schwarzen Sporen erscheinen reichlich und die einzige schon mit bloßem Auge wahrnehmbare Differenz zwischen narkotisierten und normalen Kulturen besteht in der Bildung von sehr hohen Falten und Buckeln der Pilzdecke, welche sich über das Niveau der Flüssigkeit erheben, und welche im Gegensatz zu dem dichten Hyphengeflecht der tieferen Partien aus mehr losen Hyphen bestehen und zuerst Sporen bilden. Dagegen getütet werden die Mycelstücke, welche 1 bis 2 cm tiefer, statt auf der Oberfläche der Flüssigkeit unmittelbar auf der Oberfläche des Chloroforms liegen; es keimen auch nicht die *Aspergillus*sporen in nicht mit Watte, sondern dicht verschlossenen (z. B. in Godlewski'schen Atmungskolben), sonst mit gleicher Nährlösung und Chloroform beschickten Gefäßen.

Die jungen Kulturen, sowie die Ränder und die Unterseite älterer Pilzdecken erscheinen bei Chloroformkulturen im Gegensatz zu den normalen mehr dicht. Eine mikroskopische Untersuchung zeigt dabei weit gehende Anomalien der Hyphenbildung, welche als Folge der Chloroformnarkose zu bezeichnen sind.

Als erste Wirkung finden wir in den Kulturen noch unter normalen immer zahlreicher auftretende Zellen, deren Seitenwände nicht glatt, sondern unregelmäßig wellig, deren Enden in der Nähe der Querwände abgerundet werden. Nachträglich bilden sich im Verlaufe der Hyphen ganz unregelmäßig gebaute Zellen heraus, welche mehr oder weniger kugelig, manchmal elliptisch sind, reichlich Protoplasma enthalten und durch Jod tiefbraun gefärbt werden. Man-

che dieser kugeligen Blaszellen erreichen verhältnismäßig sehr große Dimensionen bis 30 μ Durchmesser. Die Enden der Hypheu werden dagegen sehr dünn und tragen zahlreiche, aber kurze und dennoch häufig gegabelte Äste. Auf den erhabenen Falten der Pilzdecke sind die Hypheu mehr normal, aber sehr dünn. Hier bilden sich die Sporenträger, von denen viele nicht ganz parallele, sondern vielfach gewellte, ja sogar an mehreren Stellen eingeschnürte Ränder haben. Die Sporen erscheinen normal und reichlich, dagegen wachsen die Sterigmen der älteren Sporenträger zu kugeligen, oder gegen die Spitze eiförmig erweiterten Blasen an. Wird die Entfernung der Pilzdecke von der Chloroformlösung möglichst verringert, so wird auch die Sporenbildung sehr stark retardiert, und die Pilzdecke, welche jetzt nur langsam wächst, besteht fast nur aus kugligen Riesenzellen. Ob dauernde Narkosewirkung auf *Aspergillus* eine erbliche Wirkung auszuüben vermag, hoffe ich erst dann mitteilen zu können, wenn ich die Kulturen längere Zeit hindurch fortgesetzt habe.

Die Wirkung des Jods und seiner Verbindungen Von einer morphotischen Wirkung des Jods auf die Pflanzen ist mir aus der Literatur nichts bekannt. Manche Pflanzen enthalten bekanntlich geringe Mengen von gebundenem Jod, nach Justus sogar die Zellkerne der Esche; reichlicher tritt dasselbe bei den Algen, bei *Bonnemaisonia* sogar in molekularer Form auf (nach Golenkin; vielleicht jedoch in leicht abspaltbarer Verbindung). Bei Tieren und Menschen sind dagegen wachstumsmodifizierende Einflüsse des Jods längst bekannt. Sollen wir auch die Wirkungen der jodhaltigen Schilddrüsenzsubstanz außer acht lassen, welche doch nicht mit Sicherheit als Folge des Jodgehaltes zu betrachten sind, so sind doch die morphotischen Wirkungen der Jodide oder des Jodoforms längst der Pharmakologie bekannt. Ähnliches habe ich bei *Aspergillus niger* aus Anlaß der Untersuchung der Jodidoxydase desselben bemerkt.

Schon besser sind wir über die toxische Wirkung des Jods und seiner Verbindungen unterrichtet, da viele von ihnen, sowie das freie Jod selbst längst als desinfizierende oder wachstumhemmende Körper bekannt und verwendet werden. Da jedoch meine Erfahrungen mit *Aspergillus niger* (und manchen anderen Pilzen) mit den früheren Erfahrungen anderer Forscher nicht ganz übereinstimmen, so möchte ich zunächst über die toxische Wirkung der benannten Körper folgendes mitteilen.

Das freie Jod gehört bekanntlich zu starken Plasmagiften infolge der leichten Additionsfähigkeit an die Eiweißstoffe des Plasmas. In einer $\frac{1}{500}$ normalen Lösung des Jods keimt keine Spore mehr, in einer $\frac{1}{1000}$ normalen keimen die meisten nicht mehr, doch nach längerer Zeit einige aus unbekanntem, individuellen Gründen widerstandsfähigere Exemplare. Die große Giftigkeit des freien Jods ist als Folge seiner Lipoidlöslichkeit und der dadurch bedingten Durchgängigkeit durch die lebenden Plasmahäute im Sinne der Theorie Overton's zu betrachten, steht dagegen, was die Plasmapermeabilität anbelangt, im Widerspruch mit der Theorie Traubes, da die wäßrigen Lösungen des Jods gar nicht zu den kapillaraktiven Körpern im Sinne Traube's gehören (Traube, Theorie der Osmose und Narkose, Pflügers Archiv, 105, 1904, pag. 541).

Die Jodide (untersucht wurden Jodkali und Jodammonium) wirken in 1% und 3% Lösung auf den Aspergillus gar nicht, falls nur kein freies Jod infolge der unter gewissen, äußeren Wachstumsbedingungen stattfindenden Bildung der Jodidoxydase zur Wirkung kommt. Werden dagegen die Bedingungen geschaffen, unter welchen der Pilz eine Jodidoxydase bildet, wird also einer Aspergilluskultur, Trauben- oder Rohrzucker zugesetzt, so tritt schon in 0.2% Lösungen des IK, soweit der Pilz noch nicht fruktifiziert, die hemmende resp. tödliche Wirkung, welche jedoch nicht die Wirkung des jodierten Jods in der Jodkalilösung, sondern des molekularen Jods ist. Die Oxydationsprodukte des Jods, also die wenig in Wasser löslichen Jodate und Perjodate wirken alle auf Aspergillus merklich wachstumshemmend, tödlich dagegen scheinen sie in entsprechenden Verdünnungen nur dann zu werden, wenn sich infolge einer reduzierenden Wirkung der Zelle molekulares Jod bildet. In einer 1% Lösung des Kaliumbiodats (KHI_2O_6) erfolgte zwar gar keine Keimung der Sporen, doch entwickelte sich in der Lösung auch ohne das Wachstum freies Jod in geringer Menge. Von Kaliumperjodat ist es mir überhaupt nicht gelungen, ein Präparat zu bekommen, welches nach Sterilisation der Lösung kein freies Jod bildete, dagegen in 0.25% Lösungen des Kaliumjodats, Natriumjodats und Natriumperjodats keimt und wächst Aspergillus, wenn auch langsamer als in den Kontrollflaschen, solange nicht das Jodat reduziert wird. Da aber viele Pilze, auch solche, welche wie der Aspergillus in jungen Stadien eine Jodidoxydase bilden, in älteren Entwicklungsstadien, je nach der Art früher oder später ver-

schiedene Körper reduzieren, so reduzieren sie auch Jodate oder Perjodate, bilden freies Jod, welches ihrem Wachstum, häufig genug ihrem Leben ein Ende macht. Ich konnte bis jetzt überhaupt keine Pilzart finden, welcher diese Reduktionsfähigkeit gefehlt hätte. Ist die Menge des freien Jods nicht so groß, um das Leben ganz zu vernichten, so erfolgt das sehr langsame, weitere Wachstum morphologisch anormal, das freie Jod wird weiter zu Jodiden reduziert, und mit der vollständigen Reduktion des freien Jods fängt der Pilz an, weiter normal zu wachsen. Diese Änderungen der Außenflüssigkeit durch den *Aspergillus* lassen sich durch Zusatz der löslichen Stärke leicht demonstrieren, denn in farbloser Jodidstärkelösung verursachen die jungen Keimlinge die Bildung der blauen Jodstärke, welche sich nachträglich (falls der Pilz trotzdem wächst) infolge der Reduktion langsam entfärbt; dagegen tritt in der farblosen Jodatstärkelösung die Bildung von Jodstärke bedeutend später und zwar erst dann ein, wenn der Pilz in das reduzierende Wachstumsstadium kommt. Sehr hübsch lassen sich diese Veränderungen in Kulturschalen demonstrieren, deren Agarnährgallerte mit Jodid- oder Jodatstärke versetzt war.

Von organischen von mir untersuchten Jodverbindungen, entwickelte nur das Jodopyrin (Jodantipyrin, $C_{11}H_{11}IN_2O$) in den *Aspergillus*kulturen das freie Jod nach mehreren Tagen und erzeugte so auch eine morphotische Wirkung. Dagegen übte ein Zusatz von Jodäthyl, Jodoform oder Jodol (Tetraiodpyrol) gar keine hemmende Wirkung auf die Keimung, das Wachstum oder die Wachstumsweise des *Aspergillus niger*, welchem auch die Fähigkeit mangelt, aus den erwähnten Verbindungen, das freie Jod zu entwickeln. Die Kulturversuche mit Jodoform, von dem sehr große Mengen der Agarnährgallerte oder der Kulturflüssigkeit zugesetzt wurden, sind sogar deswegen unangenehm, weil mit dem nichtsterilisierten Jodoform zu viele, verschiedene Pilzsporen in die Kulturgefäße gelangen und da nachträglich bunt durcheinander und üppig weiße, grüne, gelbe und schwarze Pilzarten wachsen. Diese Versuche stimmen also nicht mit jenen von Altenburg (Kobert, Lehrbuch der Intoxikationen II, 196), welcher mit *Aspergillus niger* eine Jodoformzersetzung erhielt. Die Ursache der Differenz kann nicht daran liegen, wie Kobert meint, daß die Altenburg'schen Kulturen naß, die meinigen dagegen trocken waren, weil ich doch nicht nur mit Agarkulturen, sondern auch mit flüssigem Nährmedium in Erlenmeyr'schen Kolben

experimentierte. Vielleicht liegt die Ursache, ähnlich wie in dem Fall der Jodidzersetzung, in der chemischen Zusammensetzung des Nährbodens, doch habe ich diese Frage, was Jodoform betrifft, nicht weiter verfolgt. Für die Jodoformtherapie ist die nähere Erforschung des Themas jedenfalls von hoher Bedeutung.

Ich fasse das oben Gesagte kurz zusammen. Jodide (in schwacher Konzentration) und Jodjon wirken nicht giftig, Jodate hemmen nur wenig das Wachstum, ohne die Sporenbildung zu verhindern. Unlösliche, organische Jodverbindungen verhalten sich gegen *Aspergillus* neutral. Sehr giftig ist dagegen das molekulare Jod. Eine Konzentration, welche nicht tödlich ist, wirkt dennoch morphotisch, indem ganz anormale Zellformen gebildet werden.

Auf dem Nähragar oder in der flüssigen Nährlösung, welche nur wenig freies Jod enthält, gehen gewöhnlich nicht alle Zellen des *Aspergillus niger* zugrunde, sondern manche wachsen sehr langsam weiter, kompakte, weiße, glänzende, käseartige Körperchen bildend, welche glatt, rund oder gelappt erscheinen, und eine Größe von $\frac{1}{2}$ mm bis zu 10 mm Höhe, Dicke und Breite erreichen. Die zuletzt genannte Größe erreichen diese anormalen Kolonien erst nach Verlauf von mehreren Monaten. Es bilden sich dabei keine losen Hyphen, auch keine Sporenträger oder Sporen. Die Zellen werden zunächst ganz kurz, fast isodiametrisch, bald darauf kugelig, und entwickeln sich als echte Riesenzellen, welche bis 50 μ breit werden. In älteren Kolonien erscheinen auf der Innenseite der Riesenzelle, welche von Plasma dicht erfüllt wird, charakteristische Membranverdickungen, in Form von nach innen vorspringenden, abgerundeten, bis 5 μ hohen und breiten Warzen, manchmal in Form von ebensohohen gekrümmten, dicht nebeneinander verlaufenden Leisten. Schon bei schwacher Vergrößerung erscheinen deswegen solche Riesenzellen wie von zahlreichen, kugelförmigen Körnern erfüllt. Während des langsamen Wachstums in Form der beschriebenen käsigen, sterilen Klumpen wird das freie Jod immer mehr reduziert; ist es ganz geschwunden, dann bilden sich wieder normale, lose, dünne Hyphen und endlich Sporenträger.

Ebenso beachtenswert sind die Wirkungen des Jods auf die Wachstumsweise des *Thamnidium elegans*. Während die meisten Hyphen durch das aus Jodaten durch Reduktion entwickelte Jod getötet werden, bleiben doch manche Zellen am Leben, wachsen weiter und bilden eine Mycelform, wie solche Bachmann nicht be-

obachtet hat. Es entstehen auf dem früher üppigen Mycelium punktförmige, weiße Wachstumszentren, welche sich kugelig vergrößern und 2 bis 3 mm breit werden. Die radiär wachsenden Haupthyphen solcher Kolonien bilden mächtige, keulenförmige, am Ende sehr dicke Gebilde, welche manchmal perlschnurartig eingeschnürt sind, jedoch unseptiert bleiben. Auf der Basis dieser dicken keulenförmigen Hyphen erscheinen kurze, ebenfalls unseptierte, reich verzweigte, gebogene, wirr durcheinander geschlungene, dichte Hyphen, so daß die Pilzkolonien sehr dicht und weiß erscheinen. Es werden dabei keine der gewöhnlichen langen Hyphen gebildet, auch keine Gemmen oder Sporangien.

Die oben erwähnten Chemomorphosen sind am leichtesten in Nährlösungen zu erhalten, welchen Jodate oder Perjodate (eventuell neben Stärke) zugesetzt sind. Die Sporen keimen, die Hyphen wachsen anfangs normal, bis sich endlich infolge der Reduktion eine langsam eintretende Wachstumsstörung einstellt.

M. JOSEPH NUSBAUM m. c. et Mme CAROLINE REIS. **Przyczynek do anatomii i fizyologii t. zw. owalu w pęcherzu pławnym ryb. (Beiträge zur Anatomie und Physiologie des s. g. Ovals in der Schwimmblase der Fische).** (*Contribution à l'anatomie et à la physiologie de l'„oval“ dans la vessie natatoire des poissons.*)

Die Schwimmblase der Physoclisten stellt einen komplizierten, hydrostatischen Apparat dar, der durch seinen Gasgehalt das spezifische Gewicht des Fisches verändern kann und zugleich eine Vorrichtung zur Regulation des Schwimmblasendruckes besitzt, welche es dem Fische ermöglicht, in verschiedenen Tiefen zu schwimmen. Der Gasinhalt der Schwimmblase besteht zwar aus den Bestandteilen der atmosphärischen Luft, aber in ganz anderen Mengenverhältnissen, so daß man annehmen muß, daß er in der Blase selbst ausgeschieden wird. Lange Zeit wurde das in der Wand der Schwimmblase zirkulierende Blut als Quelle des Gasgemenges betrachtet.

Erst J. Müller¹⁾ wies darauf hin, daß die Gasabsonderung

¹⁾ J. Müller. Über Nebenkienem und Wundernetze. Arch. f. Anat. u. Phys. 1840.

nicht in den Wundernetzen, sondern im Epithelkörper, den er drüsige Säume nennt, stattfindet. Wie aber die Ausscheidung des Gasgemenges vor sich geht, hat weder Müller, noch die späteren Forscher, wie: Corning¹⁾, der die Blutversorgung des Epithelkörpers festgestellt hat, und Coggi²⁾, der in dem Epithelkörper Drüsenlumina fand, näher zu erklären versucht. Den ersten Versuch den physiologischen Prozeß der Gasausscheidung in der Schwimmblase näher zu bestimmen, verdanken wir Jäger³⁾. Er beobachtete in den Blutkapillaren das Zugrundegehen roter Blutkörperchen und nahm an, daß der toxische Einfluß der Epithelzellen ihren Zerfall verursacht und zugleich den Sauerstoff befreit. Die anderen Gase, der Stickstoff und die Kohlensäure gelangen durch einfache Diffusion aus den Blutgefäßen in das Schwimmblasenlumen. Über die Art und Weise, wie die Epithelzellen den Giftstoff produzieren und wie die Verdichtung des Sauerstoffs in den Epithelzellen stattfindet, führt Jäger keine Tatsachen an, sondern stellt vage Vermutungen auf.

Der Epithelkörper wurde zuerst von Bykowski und Nusbaum⁴⁾ bei Fierasfer und dann von uns⁵⁾ bei Makropoden als tätige Drüse, in der die zugrundegehenden Zellen das gasförmige Sekret liefern, beschrieben. Wir haben dabei zu beweisen versucht, daß die Zerfallsprodukte der Epithelzellen nach weiteren chemischen Veränderungen in Gasbestandteile der Schwimmblase übergehen. Seit dieser Zeit haben wir eine große Anzahl verschiedener Fischgattungen, die an der zool. Station zu Neapel und Triest gesammelt wurden, untersucht und haben unsere früheren Beobachtungen nicht nur bestätigt gefunden, sondern auch alle Übergangsstufen von lokalen Plasmaverdichtungen in den Epithelzellen bis zu ganz ent-

¹⁾ H. K. Corning. Beiträge zur Kenntnis der Wundernetzbildungen in der Schwimmblase der Teleostier Morph. Jahrb. Bd. 14, 1888.

²⁾ A. Coggi. Intorno ai corpi rossi della vesica natatoria di alcuni Teleostei. Mitteil. aus d. Zool. Station zu Neapel. 1886—87.

³⁾ A. Jaeger, Die Physiologie und Morphologie der Schwimmblase der Fische. Arch. f. ges. Phys. d. Menschen u. d. Tiere. Bd. 94, 1903.

⁴⁾ L. Bykowski u. J. Nusbaum, Beiträge zur Morphologie des parasitischen Knochenfisches Fierasfer Cuv. Bull. de l'Acad. d. Sciences, Cracovie 1904.

⁵⁾ K. Reis u. J. Nusbaum. Zur Histologie der Gasdrüse in der Schwimmblase der Knochenfische zugleich ein Beitrag zur Trophospongienfrage. Anat. Anz. Jena, XXVII, 1905.

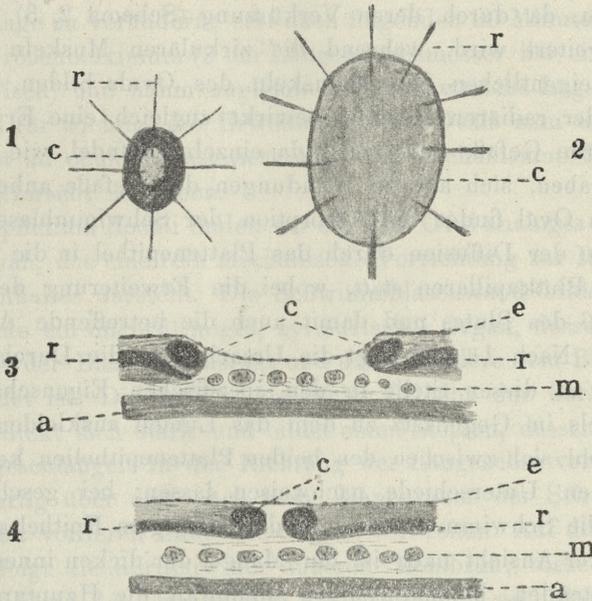
wickelten Gasbläschen, die sich in den Ausführungsgängen der Drüse befinden, konstatiert. Die Resultate unserer Untersuchungen werden wir nächstens an anderer Stelle veröffentlichen.

Hier wollen wir über einige äußerst interessante Befunde berichten, welche den histologischen Bau und die Funktion des zweiten Gefäßorgans betreffen, das, wie Jäger sehr richtig vermutete, zur Regulierung des Gasgehaltes der Schwimmblase dient. In der Beschreibung, die uns Jäger von diesem Organ bei *Lucioperca* gibt und welches er, dem Beispiel Corning's folgend, der ovalen Begrenzung wegen „Oval“ nennt, vermissen wir einige wichtige anatomische Tatsachen, die wir bei eingehender Untersuchung zuerst bei den zwei Ophidiumarten: *Oph. barbatum* (Müll.) und *Oph. Broussonetti* (Müll.), dann aber auch bei *Lucioperca sandra* gefunden haben, bei der wir übrigens die Funktion des Ovals besser untersuchen konnten, da uns ein reiches Material an lebendigen Individuen zu Gebote stand. Die Lage des Ovals ist nicht konstant. Während es bei den Perciden an der dorsalen Wand im hinteren Drittel der Schwimmblase liegt, befindet es sich bei *Oph. barbatum* und *Oph. Broussonetti* am hinteren Ende der Schwimmblasenwand. Die dritte Art der Gattung Ophidium, das *Ophidium Rochii* zeichnet sich durch ein dem Oval in physiologischer Hinsicht analoges Organ aus, welches wir im Folgenden genau beschreiben wollen.

Die Schwimmblasenwand besteht in der Umgebung des Ovals bei *Lucioperca*, wie auch bei den zwei Ophidiumarten die ein Oval besitzen, aus drei Schichten: einer fibrösen äußeren Membran (Schema *a*), die sich durch spärliches Vorkommen zelliger Elemente auszeichnet, einer mittleren (*m*) aus sehr lockerem Bindegewebe und zahlreichen Gefäßen, welche ein überaus feines Kapillarnetz¹⁾ bilden, (dessen Arterien dem Gebiete der Aorta descendens angehören und die Venen in die Venae cardinales übergehen) und einer inneren bindegewebigen Membran, welche viele elastische Fasern und zahlreiche Muskelbündel enthält (*r*, *c*). Auf die innere Membran folgt als Abschluß gegen das Blasenlumen noch eine Lage von Plattenepithel (*e*). Die innere muskelreiche Membran dringt nicht ins Ovalgebiet ein, bildet nur die äußerste Umgrenzung des Ovals,

¹⁾ Dieses Kapillarnetz wurde auf einer flach ausgebreiteten Schwimmblasenwand bei vielen Fischen, nach injizierten Präparaten, von Corning näher beschrieben und abgebildet (l. c.).

und verdickt sich zu einem ringförmigen Saume. Der Saum besteht aus einem inneren Ringe zirkulär verlaufender elastischer Fasern und einem äußeren viel dickeren Ringe von zirkulären glatten Muskelfasern (*c*). Außer dieser Muskulatur finden wir andere glatte Muskelbündel, die in radiärer (*r*) Richtung verlaufen und einerseits zu den im Bereiche des Ovals zahlreichen Blutgefäßen in Beziehung



Schema zur Erläuterung der Wirkung des Ovals.

1. Geschlossenes Oval. — 2. Geöffnetes Oval. — 3. Querschnitt durch das geöffnete Oval. — 4. Querschnitt durch das geschlossene Oval.

c — zirkuläre glatte Muskelfasern die samt elastischen zirkulären Fasern den Ovalsaum bilden, *r* — radiäre glatte Muskelfaser, *e* — Epithel an der Innenfläche des Ovals, *m* — mittlere, die Kapillargefäße enthaltende Schicht der Ovalwand, *a* — äußere Wand der Schwimmblase.

treten, andererseits vom Saume ausgehend in radiärer Richtung in der inneren Schicht verlaufen. Jäger hat nur einen ganz geringen Teil der radiären Muskelfasern gesehen und zwar diejenigen, die im Bereiche des Ovals in der Nähe der Blutgefäße in Längs- und Querrichtung verlaufen. Die radiäre Anordnung der Muskelbündel im Oval selbst und außerhalb desselben in der inneren Membran

hat Jäger nicht bemerkt und das erklärt zur Genüge, warum er den Mechanismus der Ovalfunktion nicht klar darstellen konnte.

Die radiären Muskelbündel haben eine außerordentlich große Bedeutung für den Mechanismus der Funktion des Ovals; sie bilden mit den zirkulären Muskelfasern des Saumes die eigentlichen Vorrichtungen zur Öffnung resp. zur Schließung des Ovals. Physiologisch kommt den radiären Muskelbündeln die Funktion eines Dilatators zu, da durch deren Verkürzung (Schema 2, 3) das Oval aktiv erweitert wird, während die zirkulären Muskeln (Schema 1, 4) die eigentlichen Schließmuskeln des Ovals bilden. Die Verkürzung der radiären Muskeln bewirkt zugleich eine Erweiterung der größeren Gefäße des Ovals, da einzelne Bündel, wie wir oben erwähnt haben, sich an die Wandungen der Gefäße anheften. Bei geöffnetem Oval findet die Absorption der Schwimmblasenluft auf dem Wege der Diffusion durch das Plattenepithel in die darunterliegenden Blutkapillaren statt, wobei die Erweiterung der Gefäße den Zufluß des Blutes und damit auch die betreffende Absorption begünstigt. Nach Jäger liegt die Ursache für die Durchlässigkeit der Blase an dieser Stelle in den spezifischen Eigenschaften des Ovalepithels im Gegensatz zu dem das Lumen auskleidenden Epithel, obwohl sich zwischen den beiden Plattenepithelien keine morphologischen Unterschiede nachweisen lassen; bei geschlossenem Oval ist die Schwimmblase mit undurchlässigem Epithel ausgekleidet. Unserer Ansicht nach ist der Mangel der dicken inneren, Muskel enthaltenden, bindegewebigen Membran die Hauptursache für die Durchlässigkeit des Ovals; im Momente, wo durch Kontraktion der radiären Muskeln die innere Membran aus dem Bereiche des Oval weicht, liegen die Kapillargefäße dem Plattenepithel direkt an, wodurch die Diffusion des Gasgehaltes der Schwimmblase ermöglicht wird. Die Kontraktion der zirkulären Muskeln bewirkt ein Einschieben der inneren Membran zwischen das Epithel und die gefäßreiche mittlere Membran und die Absperrung des Ovals. Wir haben die Erweiterung des Ovals an lebendigen wie auch an getöteten Individuen, bei denen durch Erschlaffung der Nerventätigkeit der Vergrößerungsprozeß sehr langsam vor sich ging, beobachtet, und sind zur Einsicht gelangt, daß Jäger das Oval nie im Anfangsstadium angetroffen hat. Dafür sprechen zweierlei Tatsachen: erstens die von ihm beobachteten Größenverhältnisse des Ovals (bei 40 cm großen Individuen die Größe „eines Gänseeies“, das kleinste Oval gleich

„einem Sperlingsei“), zweitens die immer symmetrische Lage desselben. Wir haben mehrmals bei Individuen, denen die Schwimmblase 1 Stunde nach dem Tode geöffnet wurde, das Oval vollkommen geschlossen gefunden und erst nach einiger Zeit (2—5 Minuten) öffnete sich das 2 mm im Durchmesser weite Lumen desselben 3 mm links von der Medianlinie, nach weiteren 5 Minuten erweiterte es sich bis zu 4 mm Durchmesser, ohne die unsymmetrische Lage zu verändern; erst nach folgenden 30 Minuten erreichte es sein Größenmaximum (3 cm Längendurchmesser bei einem 25 cm langen Fisch) und nahm zugleich die symmetrische Lage ein. Wir halten es für wichtig, die Erweiterung des Ovals zum ersten Male überhaupt ad oculos konstatiert und den Mechanismus dieses Vorganges erforscht zu haben.

Bei *Ophidium Rochii* finden wir ein dem Oval analoges Schwimmblasenorgan, das eine rein mechanische Vorrichtung zur Regulierung des Gasinhaltes darstellt. Die Schwimmblasenwand bildet am hinteren Ende ein fingerförmiges, zylindrisches Organ, dessen breiteres Ende aus der Blase herausragt und das schmalere dem Blasenlumen zugewendet ist. Die äußere elastische Schicht der fibrösen Membran verdickt sich stark und bildet einen Stopfen, dessen elastische Fasern geschlängelt in der Richtung der Längsachse verlaufen und sich hutartig über dem nach dem Binnenraum der Schwimmblase gerichteten vorderen Ende des Organs verbreiten. Auf die elastische Schicht folgt die fibrilläre der äußeren Membran; diese weist am vorderen Ende des Organs eine Unterbrechung auf, durch welche die elastischen Elemente eindringen und sich unmittelbar an die innere gefäßreiche Membran anschmiegen. Als Abschluß gegen das Blasenlumen folgt eine Lage von kubischem Epithel, das mehrere Einstülpungen bildet. An der Basis dieses Organs findet man zwischen den elastischen Fasern auch zahlreiche Muskeln, welche von der bindegewebigen Membran den Anfang nehmen, radiär verlaufen und im elastischen Stopfen enden. Andere Muskelbündel verlaufen zirkulär, so daß man sie in Längsschnitten im Querschnitt im Bindegewebe gelagert antrifft. Wie beim Oval fällt auch in diesem Organ den Radiärmuskeln die wichtigste Rolle zu. Durch Kontraktion derselben wird der elastische Stopfen aus dem Schwimmblasenlumen herausgeschoben, wodurch bei gleichzeitiger Kontraktion der zirkulären Muskeln, die den Stopfen zusammenpressen, eine Verdünnung der Luft erfolgt.

Die Funktion dieses Organs ist ganz klar, es stellt einen elastischen Preßkörper dar, der infolge seiner Ausstreckung resp. Zusammenziehung die Verdichtung resp. Verdünnung des gasförmigen Inhaltes der Schwimmblase bewirkt. An Stelle des Ovals stellt es daher eine durch Anpassung an die Funktion erreichte mechanische Vorrichtung dar, die den Vorteil bietet, daß die so mühsam durch die Gasdrüse gewonnene Schwimmblasenluft nicht verloren geht.

Die Wirksamkeit dieses Organs wird durch die Tätigkeit einer anderen interessanten Vorrichtung, die wir in der Schwimmblase des *Ophidium Rochii* antreffen, verstärkt.

Am vorderen Ende der Schwimmblase, in einer halsförmigen Verlängerung der Wandungen befindet sich ein knöcherner Stopfen, der einer dicken Schicht von elastischem Gewebe aufliegt. An den Knochen heften sich spezielle Muskeln an, die denselben gegen das Blasenlumen und in entgegengesetzter Richtung bewegen können. Den Verlauf der Muskeln hat J. Müller¹⁾ detailliert beschrieben, so daß wir die nähere Beschreibung derselben unterlassen können. Die Koexistenz der beiden Vorrichtungen am vorderen und am hinteren Ende der Blase ist durchaus nicht notwendig, da wir bei *Ophidium barbatum* nur den knöchernen Stopfen am vorderen Ende finden und am hinteren Ende ein den anderen Physoclisten analoges Oval. Die dritte *Ophidium*-Spezies, das *Ophid. Broussonetti* J. Müller, besitzt keine Verknöcherung der Schwimmblasenwand und am hinteren Ende der Blase ein Oval. Die Gattung *Ophidium* ist daher ein klassisches Beispiel, welche großen Veränderungen ein Schwimmblasenorgan, wie das Oval, durch Anpassung an die Funktion unterliegen kann, da wir in den drei *Ophidium*-arten alle Übergangsstufen von der gewöhnlichen Physoclistenblase, die *Oph. Broussonetti* repräsentiert und deren Gasinhalt durch Absorption reguliert wird, zur modifizierten Blase der beiden anderen *Ophidium*-arten finden, wo durch eigenartige Vorrichtungen die Schwimmblasenluft verdichtet, resp. verdünnt wird.

¹⁾ J. Müller. Untersuchungen über die Eingeweide der Fische, Physik. Abh. d. k. Akad. d. Wissenschaften, Berlin 1842.

61. MM. W. KULCZYCKI et J. NUSBAUM m. c. **Przyczynek do znajomości gruczołów jednokomórkowych u ryb kostnoszkieletowych.** (*Zur Kenntnis der Drüsenzellen in der Epidermis der Knochenfische.* (*Contribution à l'étude des glandes unicellulaires chez les Téléostéens*).

Seit den klassischen Arbeiten von Leydig (Über die Haut einiger Süßwasserfische. Zeitschr. f. wiss. Zool. 1850 u. Hautdecke u. Hautsinnesorgane der Fische 1879) hält man die einzelligen Drüsen in der Epidermis der Teleostiere zum größten Teil für Schleimdrüsen, und zwar sowohl die echten, hellen Schleimdrüsen, wie auch die s. g. Kolbenzellen. Selbst in der neuesten diesbezüglichen Arbeit vom J. 1895 (Integument u. Hautsinnesorgane der Knochenfische. Zool. Jahrb. B. 8. 1895) nennt Leydig die Kolbenzellen „modifizierte Schleimzellen“. Studnička (Über einige Modifikationen des Epithelgewebes. Vestnik kral. Česk. Spol. Náuk. Trida Mat. Prid. 1899) bezeichnet gleichfalls die großen Kolbenzellen beim *Ophidium barbatum* als „Schleimzellen“. Fr. Maurer (Die Epidermis und ihre Abkömmlinge. Leipzig 1895) betrachtet die Kolbenzellen als „Drüsen mit einer schleimig-gallertigen Umbildung des Plasmas“. Beim Hippocampus dagegen beschrieb H. Hoyer (junior) (Über d. Bau des Integuments von Hippocampus. Bullet. Acad. Cracovie, 1901) besondere Drüsenzellen, über welche er sich äußert, daß sie keineswegs Schleimzellen darstellen, da sie kein Mucin enthalten.

Auf Grund ausgedehnter vergleichend-anatomischer Untersuchungen bei einer Reihe von Knochenfischen: *Tinca vulgaris*, *Cyprinus carpio*, *Anguilla vulgaris*, *Ophidium barbatum*, *Fierasfer dentatus*, *Esox lucius*, *Lucioperca sandra*, *Amiurus nebulosus*, *Belone vulgaris* u. A. sind wir zum Schlusse gelangt, daß überhaupt in der Oberhaut der Knochenfische zwei Formen von einzelligen Drüsenzellen zu unterscheiden sind: 1) Schleimzellen und 2) seröse Drüsenzellen, und daß die ihrer Form nach s. g. Kolbenzellen sich diesen letzteren anreihen. Bei vielen Fischen treten diese beiden Drüsenarten hervor, z. B. bei *Tinca*, *Anguilla*, *Fierasfer*, *Ophidium*; bei anderen sind nur Schleimdrüsen vorhanden, z. B. bei *Salmo*, *Belone*, *Perca*. Die färberischen Methoden, und zwar sowohl die Tinktion mit Mucinkarmin, wie auch mit Hoyer's Thionin und mit Toluidinblau haben uns überzeugt, daß nur die bekannten mit sehr hellem Inhalte und mit einer Öffnung (Becherzellen) versehenen Drüsenzellen Schleimzellen sind, die anderen Formen der Drü-

senzellen und unter diesen auch die kolbenförmigen nichts mit den Schleimzellen zu tun haben; sie enthalten nie Mucin. Bei Anwendung von Hämatoxylin und Eosin färben sich die Schleimzellen blau, die serösen stark rötlich, und mit Eisenhämatoxylin färben sich die serösen Drüsenzellen schwärzlich. Das Plasma der serösen Zellen ist überhaupt stark verdichtet, lichtbrechend und homogen.

Maurer hält das homogene, stark lichtbrechende Plasma der serösen Zellen für Sekret und nur die dünne Schicht des mehrkörnigen Plasmas, welche den Kern umgibt, für aktives Plasma der Zelle. Diese Meinung ist ganz unrichtig. Wir konnten bei *Tinca vulgaris* den Sekretionsprozeß der serösen Zellen genau studieren und wir gelangen zum Schlusse, daß die rings um den Kern hervortretende Schicht körnigen „Plasma“ die erste Spur des Sekretes darstellt, wobei aus dem Kerne einige Chromatinkörner austreten und in diese Schicht gelangen, wo sie zu grunde gehen. Diese körnige Sekrets substanz, die also zuerst in der nächsten Nachbarschaft des Kernes erscheint, bildet pseudopodienartige Vorsprünge, welche in das umgebende, homogene, besonders modifizierte Plasma des Zellenleibes sich verlängern, bis sie zur Oberfläche der Zelle gelangen, und indem die Sekrets substanz sich rings um den Kern mehr und mehr anhäuft, strömt sie durch diese pseudopodienartigen Fortsätze nach außen, weshalb sich eine immer dickere Schicht von feinkörnigem Sekrete an der Peripherie der abgerundet-polygonalen Zelle anhäuft.

Solche abgerundet polygonale Drüsenzellen mit feinkörnigem Sekrete, welches sich an der Peripherie des Plasmaleibes ansammelt, aber sich rings um den Kern zu bilden beginnt, stellen den ersten Typus von serösen Drüsenzellen in der Epidermis der Knochenfische dar. Wir haben sie auch bei *Fierasfer dentatus* beobachtet. In vielen von diesen Zellen geht der Kern in den spätesten Stadien der sekretorischen Funktion der Zelle zu grunde.

Einen zweiten Typus stellen die serösen Drüsenzellen z. B. bei *Anguilla* dar, wo sie wegen ihrer kolbenförmigen, oben verdickten, unten verengten Gestalt von Leydig „Kolbenzellen“ genannt worden sind. Auch hier stellt das homogene, lichtbrechende Plasma des Zellenleibes kein Sekret dar, wie es Maurer vermutete, sondern das eigentliche Sekret entsteht in der nächsten Nachbarschaft des Kernes, und zwar entweder oberhalb oder unterhalb desselben, manchmal auch neben ihm. Es erscheint hier eine geräumige Se-

krethöhle, in welcher zuerst eine durchsichtige Flüssigkeit erscheint, in welcher dann Körnchen, Kügelchen oder eine zusammenhängende, kugelig-lappige Masse von sehr zäher, homogener, stark lichtbrechender und sich mit Eisenhämatoxylin, mit Eosin und mit der Van Giesson'schen Flüssigkeit intensiv färbender Substanz zum Vorschein kommen. Die Bildung dieses Sekretes steht in innigem Zusammenhange mit dem Erscheinen in dem homogenen Zellenleibe eines Systems von feinen, fadenförmigen, teils sich verästelnden Bildungen, die in der Nähe der Sekrethöhle in feine Kanälchen übergehen, in denen eine helle Flüssigkeit erscheint. Dieselbe ergießt sich in die eben erwähnte, neben dem Kerne erscheinende Sekrethöhle, in der dann das zähe Sekret zum Vorschein kommt. Das Sekret wird direkt infolge der Zerreißung der immer dünner werdenden Kappe des Zellenleibes, die die Sekrethöhle umgibt, nach außen entleert. Der Kern, der neben der Sekrethöhle liegt, wird allmählich mehr und mehr abgeplattet und verdünnt, nimmt eine halbmondförmige Gestalt an, indem er der Sekrethöhle direkt anliegt, und geht endlich zu grunde.

Einen dritten Typus der serösen Drüsenzellen in der Epidermis der Knochenfische haben wir z. B. bei jugendlichen Formen von *Fierasfer dentatus* beobachtet, wo außer den großen, polygonalen, serösen Drüsenzellen des Typus I, große, sackförmige, mit dem Kerne an der Basis und einem langen, dünnen Halse, der sich direkt nach außen öffnet, versehene Drüsenzellen sich befinden, deren Sekret aus zahlreichen, eosinophilen Körnchen besteht. Neben diesen Zellen sind hier auch viele echte Schleimdrüsen, als Becherzellen, vorhanden. Die großen, becherförmigen, serösen Drüsenzellen bei *Ophidium barbatum*, die gleichfalls ihren sehr fein granulierten Inhalt durch eine Öffnung nach außen entleeren, gehören demselben Typus an.

Die serösen Drüsenzellen der Knochenfische haben jedoch nicht nur eine sekretorische Bedeutung; sie spielen auch sehr wahrscheinlich, wie es neuestens M. Oxner (Über die Kolbenzellen in der Epidermis d. Fische u. s. w. Jen. Zeitschr. f. Naturwiss. B. 40 1905) vermutete, die Rolle der Stützelementen und zwar die Drüsenzellen unseres Typus I und II, wo das sehr zähe, verdichtete, homogene Plasma des Zellenleibes eben diese stützende Funktion sehr leicht erfüllen kann.

62. M. XAVIER LEWKOWICZ. *Czyste hodowle prątka wrzecionowatego.* (*Die Reinkulturen des Bacillus fusiformis.*) (*Les cultures pures du bacille fusiforme*). Mémoire présenté par M. T. Browicz m. t.

(Planche XX.)

Der fusiforme Bazillus ist uns schon lange bekannt, und zwar seit der Zeit der Untersuchungen Miller's (4) über die bakterielle Flora der Mundhöhle. Zu größerer klinischer Bedeutung gelangte er aber erst seit der Publikation der Beobachtungen von Plaut (5), welcher als erster nachgewiesen hat, daß der Bazillus in Belägen bei gewissen Formen von Rachenentzündung entweder allein oder mit der Spirochaete vergesellschaftet, in großem Übergewicht gegen andere Mikroorganismen auftreten kann. Schon früher haben übrigens Verneuil und Clado (7) den fusiformen Bazillus mit der Spirochaete in einem Abszesse der Submaxillarspeicheldrüse und in einem Abszesse am Finger nach Verletzung mit einem alten künstlichen Gebiß konstatiert. Im J. 1896 wurde derselbe bakteriologische Befund von Vincent (9) mikroskopisch beim Spitalbrande und im Jahre 1898 von Bernheim (1) bei ulzeröser Stomatitis nachgewiesen. Die Plaut'schen Beobachtungen haben wenig Aufmerksamkeit auf sich gelenkt; als daher Vincent (10) im Jahre 1898 mit einem Artikel über eine merkwürdige Form von diphtheroïder Angina hervortrat, so hatte es den Anschein, als handle es sich um etwas ganz Neues. Die Franzosen sprechen auch von Vincent'schen Bazillen und von Vincent'scher Angina, während deutsche Autoren mit größerem Rechte die Bazillen sowie die Spirochaeten als die Miller'schen, die Angina als die Plaut-Vincent'sche oder Plaut'sche bezeichnen. Was die Identität des aus den Belägen und des aus der normalen Mundhöhle (Miller'scher Bazillus) stammenden Bazillus anbelangt, so stellt sie Vincent einmal in Frage, scheint sie aber ein andermal doch anzuerkennen (11 u. 12).

Was die künstliche Züchtung des genannten Bazillus anbelangt, so wird von mehreren Autoren angegeben, daß man seine Vermehrung in verschiedenen flüssigen Nährböden, aber nur in Gegenwart anderer Mikroorganismen erhalten kann. Es ist vor mir Niemandem gelungen, Reinkulturen darzustellen. Der von Veillon und Zuber (8 und 6) aus Appendizitisfällen gezüchtete fusiforme Bazillus ist selbstverständlich mit dem unsrigen nicht identisch. Er wächst anaërob in Zuckeragar ohne Serumzusatz, kommt bei Zimmertemperatur

auf Gelatine fort, gibt in Zuckeragar nach 24 Stunden makroskopisch sichtbare Kolonien, auf schief erstarrtem Agar einen feuchten, undurchsichtigen, koliähnlichen Belag, in Zuckerbouillon eine starke Trübung und reichlichen Bodensatz.

Das Verfahren, dessen ich mich zur Reindarstellung des fusiformen Bazillus bediente, ist die von Veillon (8 und Sammelreferat von Rist 6) für die Kultur der anaëroben Bakterien angegebene Methode mit der einzigen Modifikation, daß nicht der gewöhnliche, sondern ein mit stark eiweißhaltiger (4%) Aszitesflüssigkeit versetzter Zuckeragar in Anwendung gebracht wurde. Die ersten Reinkulturen habe ich im J. 1902 erhalten und die Resultate der Untersuchung in einer vorläufigen Mitteilung in „Przegład lekarski“ 1903 niedergelegt (3). Ein sehr ausführliches Referat über diesen Artikel findet sich im „Bulletin de l'Institut Pasteur“, was ich deshalb erwähnen muß, da in der zweiten Hälfte des J. 1904 eine kurze vorläufige Mitteilung von Ellermann (2) erschienen ist mit der Angabe, daß es dem Autor geglückt ist, in Agar mit Pferdeserum Reinkulturen des fusiformen Bazillus darzustellen. Meine Arbeit wird vom Autor nicht zitiert, er scheint sie nicht zu kennen, obwohl sie ihm, wie das erwähnte Referat beweist, nicht unzugänglich war.

Im November 1904 habe ich wiederum den fusiformen Bazillus in Reinkulturen aus dem Belage an der Innenseite der Wange aus einem Falle von ulzeröser Stomatitis erhalten. Die Kulturen wurden bis Juli 1905 fortgezüchtet, ihr Verhalten studiert, und eine Reihe von Impfungen mit denselben vorgenommen. Die Konstatierung mancher neuen morphologischen und kulturellen Eigentümlichkeiten sowie der pathogenetischen Eigenschaften durch Tierexperimente, welche bei der ersten Mitteilung gänzlich fehlten, rechtfertigt die vorliegende Mitteilung umsomehr, da ich wegen des Absterbens der Kultur gezwungen wurde, die weiteren Untersuchungen wiederum vorläufig zu unterbrechen.

Morphologische Eigenschaften. In den Präparaten aus Belägen (Fig. 1) erscheint der untersuchte Mikroorganismus als ein Bazillus mit abgerundeten Enden. Die Enden sind auch meistens schmaler als der Mittelteil, was dem Bazillus spindelförmige Gestalt verleiht. Ziemlich oft werden kommaartig gekrümmte Bazillen angetroffen. Die Größe ist schwankend, die Länge oszilliert gewöhnlich zwischen nahezu 2 und 7 μ , die Dicke in der Mitte zwischen

0,3 und 0,8 μ . Meistens beträgt die Länge 3,5—4 μ , die Dicke 0,5 μ . Seltener begegnen wir in den Belägen längeren fadenförmigen Gebilden.

Aus den Kulturen (Fig. 2—8) erhalten wir auch, gewöhnlich im Übergewicht, Bazillen mit abgerundeten Enden, oder manchmal ausgeprägt spindelförmige Gebilde (Fig. 7). Sie sind, besonders aus ganz jungen zwei- bis dreitägigen Kulturen (Fig. 3 und 4) im allgemeinen etwas schmaler als die Bazillen der Beläge. In den Kulturen treffen wir oft lange, manchmal durch das ganze Gesichtsfeld sich hinziehende schmalere oder dickere, zylindrische (Fig. 3, 5, 6) oder in dem Mittelteile bis 1 μ dicke, an den Enden spindelförmig zugespitzte Fäden (Fig. 2) an. Die Fäden werden manchmal schon sehr zeitig, sogar nach 24 Stunden gebildet (Fig. 2) und behalten das Übergewicht, ein andermal überwiegen die bazillenartigen Gebilde. Es war unmöglich zu ermitteln, von welchen Umständen dieses Verhältnis abhängt. In alten Kulturen werden die Bazillen sehr schmal und grazil (Fig. 8).

Gruppierung. Die Bazillen gruppieren sich häufig in Belägen und Kulturen (Fig. 7 u. 8) paarweise, indem sie sich mit ihren Enden verbinden.

Färbbarkeit. Die Färbbarkeit des fusiformen Bazillus ist im allgemeinen schwach, dabei ist die Färbung selten gleichmäßig. In Präparaten aus Belägen fällt es schon bei Anwendung der alkoholisch-wässrigen Fuchsinlösung auf, daß der Bazillus neben dunkelgefärbten auch lichtere Partien aufweist. Noch mehr tritt diese Scheckigkeit bei Anwendung des Karbolfuchsin hervor, was jedoch teilweise durch Einwirkung des Phenols auf das Protoplasma des Bazillus zu erklären und als Kunstprodukt aufzufassen wäre. Es wurden daher alle meine Präparate mit alkoholisch-wässriger Fuchsinlösung, welche man zur Erzielung einer intensiveren Färbung, besonders bei älteren Kulturen eventuell mehrere Male anwärmte, gefärbt. Der aus ganz jungen zwei- bis dreitägigen Kulturen stammende Bazillus (Fig. 3 und 4) färbt sich manchmal gleichmäßig. In fadenförmigen, langen fusiformen Gebilden, und in Bazillen aus älteren, 5—6-tägigen Kulturen (Fig. 6 und 7) tritt ungleichmäßige Färbung, Scheckigkeit oder Querstreifung (Fig. 6) viel ausgeprägter hervor als in den aus Belägen stammenden Bazillen.

Konstante Gesetzmäßigkeit in der Verteilung der dunkleren und lichter Partien ist nicht anzunehmen. Aus älteren Kulturen (Fig. 8)

erhalten wir sehr schwer färbbare, blasse, hie und da dunklere Pünktchen aufweisende Bazillen.

Nach Gram erhielt ich immer, sowohl in Belägen wie auch in Kulturen Entfärbung.

Eigenbewegung, Sporen. Der Bazillus ist unbeweglich, bildet keine Sporen.

Überimpfbarkeit, Widerstandsfähigkeit gegen äußere Einwirkungen. Die Überimpfbarkeit des Bazillus ist beschränkt. Bei dicht gedrängten Agarkolonien und bei Aufbewahrung bei 37° kann man schon nach zwei Wochen zu einem negativen Resultat gelangen. In gut separierten Kolonien, in Zuckerbouillon mit Serum kann sich dagegen die Überimpfbarkeit lange bis zu 6 Wochen erhalten, wahrscheinlich aber nur deshalb, da unter diesen Verhältnissen ein langsames Wachstum der Kultur möglich ist. Es muß hervorgehoben werden, daß man beim Überimpfen viel leichter ein positives Resultat bekommt, wenn man das Material in flüssigen serumhaltigen Agar versetzt, als durch Einführung desselben Materials mittelst einer kapillaren Pipette in gleichen jedoch schon erstarrten Nährboden. Bei Zimmertemperatur stirbt der Bazillus rascher ab, eine 5-wöchentliche Kultur auf schräg erstarrtem Agar und in Zuckerbouillon im Vakuum ließ sich nicht mehr überimpfen.

Der Bazillus ist gegen Einwirkung höherer Temperaturen sehr empfindlich. Schon eine 1—2 Minuten einwirkende Temperatur von 55° bringt die meisten Bazillen zum Absterben. Es wurde das auf diese Weise konstatiert, daß man sehr reichlich in Zuckeragar mit Serum bei 55° impfte und den Nährboden erst nach 1 Minute abkühlte. Man bekam nur wenige Kolonien. Die bei 52·5°, 50°, 47·5°, 45°, 42·5° geimpften Kontroll-Röhrchen wiesen zahlreiche Kolonien auf.

Die Empfindlichkeit gegen Lufteinwirkung scheint nicht beträchtlich zu sein: der Mikroorganismus übersteht sehr gut ein 1/2-stündiges Schütteln in destilliertem Wasser.

Wachstumsbedingungen. Es sind hier Körpertemperatur, Anwesenheit des Serums und Abwesenheit des Sauerstoffs zu nennen.

Die Unentbehrlichkeit des Serums kann man auf die Weise konstatieren, daß man in drei Röhrchen impft (die zugleich 3 Verdünnungen darstellen); die ersten zwei Röhrchen enthalten Zuckeragar, der dritte Zuckeragar mit Serum. In der ersten Verdünnung können wohl einige Kolonien auftreten und zwar deshalb, weil man eine

gewisse Beimischung des Serums mit dem eingepfhten Materiale (man impft immer aus Zuckeragar mit Serum) nicht vermeiden kann; da aber die Menge des Serums nicht ausreichend ist, so gestaltet sich das Wachstum der Kolonien nicht typisch (Fig. 10). Das zweite Röhrechen bleibt steril, das dritte weist typische und sehr zahlreiche Kolonien auf, obwohl hier die Menge der eingepfhten Bazillen am geringsten war.

Der Mikroorganismus ist ein strikter Anaërober: in durch Mischung geimpftem Zuckeragar mit Serum entwickeln sich die Kolonien nur in der Tiefe von 1—2 cm unterhalb der Oberfläche angefangen (Fig. 9: im unteren Teile reichliche Kolonien, der obere Teil kolonienfrei). In gleicher Höhe hört auch das Wachstum bei Impfung durch Einstich auf. Im folgenden spreche ich von dem oberen Teile der Agarsäule, in welchem die Kolonien nicht aufkommen, als von sauerstoffhaltiger, dagegen von dem unteren Teile, in welchem die Entwicklung der Kolonien möglich ist, als von sauerstofffreier Zone.

Beschreibung der Kulturen. In bei 100° flüssig gemachtem, bei 55° mit Serum versetztem, bei 40—55° durch Mischung geimpftem, dann schnell durch Abkühlung zur Erstarrung gebrachtem Zuckeragar entwickeln sich in der Tiefe, gewöhnlich 12—15 mm unter der Oberfläche des Agars angefangen, mehr oder weniger zahlreiche Einzelkolonien.

Bei sehr dicht gedrängten Kolonien kann man schon nach 24 Stunden in der sauerstofffreien Zone eine Trübung des Nährbodens bemerken, welche sich bei Anwendung einer schwachen Vergrößerung in einzelne, sehr kleine, etwa 0,03 mm im Durchmesser betragende, rundliche und ziemlich durchsichtige Kolonien auflösen läßt. Die Kolonien vergrößern sich unbedeutend in den folgenden Tagen, ihr Durchmesser kann 0,10—0,15 mm erreichen, sie werden dabei fein granuliert, weniger durchsichtig, und sind manchmal mit feinen haarförmigen Ausläufern bedeckt. Die Kolonien, welche sich an der oberen Grenze der sauerstofffreien Zone befinden, entwickeln sich oft viel besser als die in der Tiefe gelegenen, wahrscheinlich deshalb, da nach oben keine Kolonien vorhanden sind, welche ihnen Nährstoffe entziehen und sie durch Stoffwechselprodukte in ihrer Entwicklung hemmen könnten. Sie fallen schon makroskopisch als ein Ring von intensiverer Trübung auf,

und erst oberhalb dieses Ringes ist der Nährboden ganz durchsichtig und kolonienfrei.

Sind die Kolonien mehr zerstreut, so können sie im Laufe mehrerer Tage größere Dimensionen erreichen. Ihr Durchmesser kann dann 0,6—0,8 mm (Fig. 9), 0,9 mm (Fig. 11) betragen und selbst wenn im Röhrchen nur einige Kolonien auftauchen, im Laufe einiger Wochen bis auf 2 mm (Fig. 12—14) anwachsen. Größere Kolonien sind entweder kugelförmig, oder häufiger ist ihre Oberfläche höckerig und dabei glatt oder mit kurzen haarförmigen Ausläufern bedeckt. Makroskopisch sind sie gelblichgrau und fast gänzlich undurchsichtig. Außer großen Kolonien sieht man manchmal später sich auch kleinere entwickeln (Fig. 11).

Die Kolonien aus dem mit der sauerstoffhaltigen Zone grenzenden Ringe weisen manchmal spezielle Eigenschaften auf. Es ist vorläufig unbekannt, von welchem Umstande die Ausbildung dieser Eigenschaften abhängig ist, denn selbst bei einer und derselben Aussaat in einige Röhrchen kann man in einem Röhrchen ihre Entwicklung beobachten, in dem anderen dagegen nicht. Ungefähr vom 5. Tag angefangen beginnt die Kolonie, sich mit haarförmigen in Bündel gruppierten Ausläufern, und zwar hauptsächlich auf der Seite der freien Agarfläche zu bedecken. Die Bündel wachsen (Fig. 12—14) und fließen nach oben je nach der Größe der Kolonie im Laufe von ein- bis zwei Monaten in ein himmeltragartiges, feinkörniges, halbdurchsichtiges gegen die freie Agarfläche eine scharfe Grenze besitzendes Gebilde zusammen (Fig. 9 und 14).

In Zuckeragar ohne Serumzusatz entwickeln sich selbst bei Impfung mit reichlichem Materiale nur vereinzelte und anders als die beschriebenen aussehende Kolonien. Nur ihr Kern erweist sich ziemlich kompakt, ringsherum um denselben findet man sich nach allen Seiten hin in dünne Ausläufer verzweigende Bündel (Fig. 10). Das Aussehen der Kolonie könnte man mit einem Moospartikelchen vergleichen.

Auf schräg erstarrtem Zuckeragar mit Serum im Vakuum erhält man bei reichlicher Impfung z. B. mit der Kondensationsflüssigkeit, in welcher sich der Bazillus bereits entwickelt hat, einen gleichmäßigen, graulichen, ziemlich durchsichtigen, bei schwacher Vergrößerung feinkörnigen Belag. Man kann auch Einzelkolonien erhalten. Ihr Durchmesser beträgt 0,5—1,5 mm, sie sind ziemlich dünn und durchsichtig, Streptokokkenkolonien ähnlich. Ihre Kon-

turen sind wellenförmig und die Oberfläche mit feinen Adern versehen, wie ich das an meinen ersten Kulturen gesehen habe, oder aber sind sie kreisförmig und die Oberfläche glatt, wie es bei den anderen Kulturen der Fall war.

In Zuckerbouillon kann man das Wachstum entweder im Vakuum oder auf die Weise bekommen, daß man die Bouillon auf 100° erwärmt, bei 55° mit Serum versetzt, mittels einer bauchartig aufgeblasenen Pipette unter Zuckeragar einführt, den Nährboden auf 24 Stunden in den Thermostaten setzt und dann mittels einer Pipette durch den Agar einimpft.

Man bekommt schon nach 24 Stunden einen mäßigen, sandartigen, sich beim Schütteln in Klümpchen erhebenden Bodensatz, die Bouillon bleibt durchsichtig. Die Menge des Bodensatzes wächst dann noch einige Tage lang.

In Milch habe ich die Entwicklung bis jetzt nicht beobachtet.

Chemische Leistungen. Der Mikrob fermentiert die Glukose nicht, er entwickelt keine Gasblasen; die Kulturen haben aber einen charakteristischen, widerlichen, schwer zu bezeichnenden Geruch.

Parthogenität. Mit den Kulturen sind 8 weiße Mäuse, 2 Meer-schweinchen und 1 Kaninchen geimpft worden.

Zwei Mäuse haben subkutan $0,20$ und $0,70$ cm^3 , zwei andere intraperitoneal $0,15$ und $0,30$ cm^3 von 4-tägiger Serumagarkultur bekommen. Alle sind im Laufe von ein bis dreizehn Tagen eingegangen. An der Impfstelle konnte man noch Agarklümpchen und hauptsächlich degenerierte schwer färbbare, nur einige dunklere Pünktchen aufweisende Bazillen konstatieren. In den inneren Organen konnten keine ausgeprägten Veränderungen festgestellt werden. Die Kulturen aus der Impfstelle und aus dem Blute der Tiere fielen negativ aus.

Vier Mäuschen haben teils intraperitoneal $0,20$ — $0,50$ cm^3 teils subkutan $0,30$ — $1,0$ cm^3 von viertägiger Kultur in Zuckerbouillon mit Serum bekommen. Sie gingen durchgehends nach $1\frac{1}{2}$ — 10 Tagen ein. Es ließen sich keine Veränderungen an der Injektionsstelle, oder in den inneren Organen konstatieren. An der Impfstelle konnte man die Anwesenheit des fusiformen Bazillus, selbst bei demjenigen Mäuschen, welches mit $0,20$ cm^3 Kulturflüssigkeit intraperitoneal geimpft worden und nach $1\frac{1}{2}$ Tagen eingegangen war, weder mikroskopisch noch kulturell nachweisen.

Ein 500 gr. schweres Meerschweinchen, welches von derselben Bouillonkultur 1,5 cm³ subkutan bekommen hatte, ging nach einem Monate, ein anderes, 600 gr. schweres, dem intraperitoneal 1,2 cm³ eingeführt worden war, nach einem Monate und 5 Tagen ein. An beiden Versuchstieren konnte man in den inneren Organen keine makroskopisch sichtbaren Veränderungen konstatieren, bei beiden hat sich eine bedeutende Abmagerung eingestellt; so wog das zweite nach dem Tode nur 330 gr.

Ein weißes, 2070 gr. schweres Kaninchen bekam subkutan am Ohre 1,2 cm³ von derselben Bouillonkultur eingespritzt. Am nächsten Tage war das Ohr geschwollen und die Lokaltemperatur erhöht. Am dritten Tage konnte man aus dem Impfungskanal einige Tröpfchen dicken Eiters auspressen. Durch mikroskopische Untersuchung des Eiters wurden Eiterkörperchen nachgewiesen, von denen manche möglicherweise von den Bazillen stammende Körnchen enthielten. Mit völliger Sicherheit konnten jedoch Bazillen weder intra- noch extrazellulär festgestellt werden. Die örtlichen Entzündungserscheinungen begannen nach einigen Tagen zurückzutreten und verschwanden dann mit Hinterlassung einer kleinen Narbe. Das Allgemeinbefinden schien nicht verändert zu sein, und das Körpergewicht hat selbst im ersten Monate um 80 gr. zugenommen. Später begann aber die Ernährung schlechter zu werden und, als nach 2 $\frac{1}{2}$ Monaten nach der Impfung das Tier eingegangen war, betrug sein Gewicht 1220 gr. In den inneren Organen fanden sich keine auffallenden Veränderungen, nur der Herzmuskel war blaß und matt.

Aus diesen Versuchen könnte man wohl den Schluß ziehen, daß der fusiforme Bazillus die Versuchstiere durch Intoxikation tötet, wozu er aber manchmal längere Zeit braucht, daß er bei manchen Tieren, und zwar bei dem Kaninchen, imstande ist lokale Eiterung hervorzurufen, und daß er im Organismus der Tiere sehr bald zu grunde geht.

Die Einführung der Reinkulturen in die Mundhöhle der Kinder und die Einreibung derselben in die Schleimhaut mittelst steriliertem Tupfer hat ein negatives Resultat ergeben. Es war das übrigens vorauszusehen in Anbetracht dessen, daß der fusiforme Bazillus ein normaler Bewohner der Mundhöhle ist, und daß es anderen Autoren nicht gelungen ist, durch Einführung der von Stomatitis ulcerosa stammenden Beläge Veränderungen dieser Krankheit hervorzurufen. Es ist augenscheinlich zur Entwicklung derselben noch

die Herabsetzung der Widerstandsfähigkeit der Schleimhaut auf Grund allgemeiner Zustände oder solcher örtlichen Vorgänge wie Zahnung, Reizung durch die scharfe Kante eines karietischen Zahnes, unumgänglich nötig.

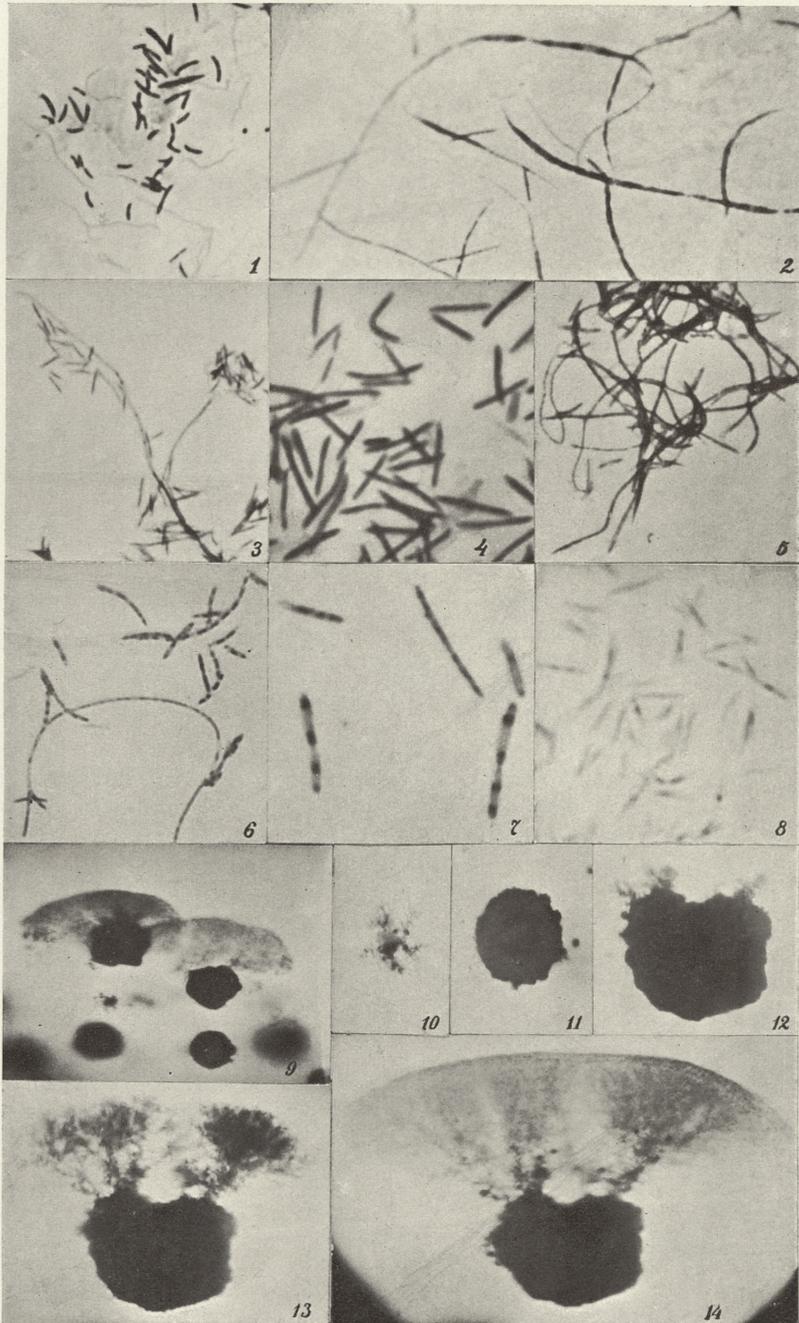
Aus der Universitätskinderklinik des Prof. Jakubowski und der bakteriologischen Anstalt des Prof. Nowak in Krakau.

Literatur.

1. Bernheim: Über einen bakteriologischen Befund bei Stomatitis ulcerosa (Centrbl. f. Bakter. XXIII. Bd. 1898).
2. Ellermann: Über die Kultur der fusiformen Bazillen. Vorläufige Mitteilung (Centrbl. f. Bakter. I. Abt. Orig. 1904, XXXVII. Bd., pag. 729).
3. Lewkowicz: O czystych hodowlach prątka wrzecionowatego, zarazka wrzodnego zapalenia jamy ustnej. Vorläufige Mitteilung (Przegląd lek. 1903, pag. 197, Referat in Bulletin de l'Institut Pasteur, tom I. 1903, pag. 825).
4. Miller 1883, zitiert nach Plaut.
5. Plaut: Studien zur bakteriellen Diagnostik der Diphtherie und der Anginen (Dtsch. med. Woch. 1894, Nr. 49).
6. Rist: Neue Methoden und neue Ergebnisse im Gebiete der bakteriologischen Untersuchung gangrenöser und fötider Eiterungen (Centrbl. f. Bakter. I. Abt. 1901, Bd. XXX, Nr. 7).
7. Verneuil und Clado zitiert nach Miller und Plaut.
8. Veillon und Zuber: Recherches sur quelques microbes strictement anaérobies et leur rôle en pathologie (Arch. de Méd. expér. et d'Anat. path. 1894, Nr. 4).
9. Vincent: Sur l'étiologie et sur les lésions anatomo-pathologiques de la pourriture d'hôpital (Annales de l'Inst. Pasteur 1896, Nr. 9).
10. Vincent: Sur une forme particulière d'angine diphtéroïde (angine à bacilles fusiformes), (Société méd. des Hôpitaux, 17 mars 1898).
11. Vincent: A propos de l'angine à bacilles fusiformes. Question de priorité (Soc. méd. des Hôpitaux, 25 novembre 1904. Ref. La Presse méd. 1904, p. 767).
12. Vincent: Etiologie de la stomatite ulcéro-membraneuse primitive (Soc. de Biol. 20 févr. 1904. Ref. La Presse méd. 1904, pag. 135 und Bullet. de l'Inst. Pasteur 1904. Tom II, pag. 340).

Erklärung der Tafel.

1. Belag aus einem Falle von Stomatitis ulcerosa, 1000 : 1.
2. Bacillus fusiformis, 24-stündige Kultur in Zuckeragar mit Serum, Impfung durch Einstich, 1000 : 1.
3. Derselbe, eine 2-tägige Kultur in Zuckeragar mit Serum, eine Kolonie 1000 : 1.
4. Derselbe, eine 3-tägige Kultur in Zuckeragar mit Serum, Einstich, 2000 : 1.
5. Derselbe, eine 4-tägige Kultur in Serumzuckeragar, eine Kolonie, 1000 : 1.
6. Derselbe, eine 5-tägige Kultur in Serumzuckeragar, eine Kolonie, 1000 : 1.
7. Derselbe, eine 6-tägige Kultur in Serumzuckeragar, Einstich, 2000 : 1.





8. Derselbe, eine 12-tägige Kultur in Serumzuckerbouillon, ein mit destilliertem Wasser ausgewaschenes Klümpchen, 2000:1.

1—8. Die Färbung mit erwärmter alkoholischwässeriger Fuchsinlösung.

9. *Bacillus fusiformis*, eine einmonatliche Kultur in Zuckeragar mit Serum, die Grenze der sauerstofffreien und sauerstoffhaltigen Zone, nur in den ersten (der untere Teil der Figur) Kolonien, 10:1.

10. Derselbe, eine 2-wöchentliche Kultur in Zuckeragar ohne Serum, eine Kolonie aus der Tiefe, 10:1.

11. Derselbe, eine 2-wöchentliche Kultur in Serumzuckeragar, eine große Kolonie aus der Tiefe, daneben kleinere Kolonien, 15:1.

12—14. Derselbe, eine Kolonie 2 cm. unterhalb der freien Oberfläche des Serumzuckeragars, 12: zwei Wochen, 13: einen Monat, 14: zwei Monate alt. 10:1.

63. M. EUGÈNE ROMER. *Epoka lodowa na Świdowcu. (Die Eiszeit im Świdowiecgebirge, Ostkarpaten). (Époque glaciaire dans les monts Świdowiec, Carpathes d'est)*. Mémoire présenté par M. L. Szajnocha m. t.

Seit der Notiz von Paul und Tietze vom J. 1877 über Gletscherspuren an der nördlichen Abdachung der Howerla (2058 m) hat sich kein Forscher mit der Eiszeit in der Flyschzone der Karpaten befaßt. Das Gesetz von Partsch (1882), betreffend das Ansteigen der diluvialen Firngrenze in Europa von W. gegen O., welches durch neue Glazialstudien auf großem Gebiete Europas vollauf bestätigt wurde, schien jedes Suchen nach Gletscherspuren in den außerhalb der Czarnohora ausnahmsweise 1800 m erreichenden Höhen des karpatischen Flysches völlig aussichtslos zu machen.

Das Świdowiecmassiv bildet eine orographische Fortsetzung der Czarnohora gegen W. Seine Haupterhebung stellt einen gebrochenen, gegen S. geöffneten, bogenförmigen, massigen Wall dar. Derselbe hat eine überaus schwach entwickelte Kammlinie. Mit Ausnahme der sö. Kulmination des Rückens, die die Höhen von 1878 und 1883 m erreicht, beträgt die Kammhöhe ungefähr 1700 m., wogegen die Schartung nicht über 50 m hinausgeht.

Im Świdowiec (den niedrigeren, westlichen Teil habe ich nicht begangen) fand ich 14 karähnliche Trogtalschlüsse. (1 gegen NW, 4:N, 3:NO, 4:O, 2:SE). Außerdem bemerkte ich im oberen Turbattale einige Kare mit nördl. Exposition. Die Prädisposition der N- und O-Hänge zur Karbildung dürfte nicht nur durch Temperaturverhältnisse, sondern auch durch Anhäufung von Schneemassen im Windschatten bei herrschenden SW.-Winden erklärt werden.

Die Grundlage zum Studium der Eiszeit im Świdowiec boten mir vor allem ca 400 Höhepunkte, die tachymetrisch oder barometrisch in der Zeit vom 6—17. VI. 1905 von mir gemessen wurden. Mehrere darauf basierte Längs- und Querprofile (1:10.000) und drei schematische Kärtchen 1:15.000 ermöglichten mir die Rekonstruktion von fünf diluvialen Świdowiec-Gletschern. Es folgen die Dimensionen derselben:

Exposition	Name des Tales	Gletscher- Niveau		Länge	Größe		Quer- schnitt- fläche
		Obores	Unteres		Breite	Mäch- tigkeit	
N.	Apszyniec W.	1600	1150	1800	1000	130	59.000
	Apszyniec O.	1580	1200	1700		75	24.000
	Worożeska	1580	1250	1450		50	110
O.	Dragobrat	1750	1125	2650	750	200	140.000
	Trufaniec	1770	1200	2000	500	135	80.000

Die Gletscher haben stufenförmige Trogtäler ausgearbeitet. Man kann zwei Typen derselben unterscheiden:

I. Die Täler erreichen ihre größte Breite im oberen Karniveau, ihre Terrassen unter der Karstufe sind schwach entwickelt (Worożeska, Trufaniec und Apszyniec W.).

II. Die Täler erreichen ihre größte Breite erst in dem unteren, deutlicher terrassierten Teile (Apszyniec O., Dragobrat).

Die Stufen finden ihre Erklärung entweder im Gesetze der Querprofile von Penck (J. of Geol. 1905, Nr. 1) und weisen Gebiete der Eiszuflüsse auf, oder sind auf Rückzugsphasen der Gletscher zurückzuführen. Die ersten sind im Świdowiec besser entwickelt, als die an zweiter Stelle genannten.

Da keine Ursache vorliegt, welche die Übereinstimmung der Stufen-Niveaus benachbarter Täler erklären könnte, und die mangelhafte Verzweigung der Świdowietäler die Zunahme der Eismächtigkeit auf einfachem Wege ausschließt, so folgere ich daraus:

Die unteren Stufen der Täler Dragobrat und Apszyniec O. sind durch Zufluß von Eismassen über den sie von den Nachbartälern scheidenden Rücken übertieft oder erweitert worden. Eine Reihe von morphologischen Details rechtfertigt diese Annahme oder kann erst durch dieselbe erklärt werden. Ich nenne z. B. die Einengung des Trufaniectales in demselben Niveau, in welchem das Dragobrattal breiter und tiefer wird. Der die beiden Täler scheidende

Dragobrat-Wall könnte wegen seiner glatten Formen als ein Riesen-Rundhöcker gedeutet werden; es fehlt ihm auch nicht an einer paßähnlichen Einschnürung an Stelle einer vorschreitenden Gletscherzunge. Die Morphologie des Ost-Apszyniectales unterhalb 1450 m, ja das Hinabsteigen dieses Gletschers bis 1200 m ist ohne oben genannte Annahme durchaus unerklärlich.

Die mannigfachen Formen der Świdowiectäler dürften zumeist der Erosionstätigkeit der Gletscher zugeschrieben werden, Zeichen glazialer Akkumulation sind außerordentlich selten, nur im Trufanictale scheinen die Grundmoränenbildungen, im Dragobrattale die Endmoränen besser entwickelt zu sein.

Was die Karbildung anbelangt, so kann man im Świdowiec einfache und zusammengesetzte Kare unterscheiden. Dem ersten Typus entsprechen die östl. exponierten Kare der Bliźnica, dem anderen die nördlichen Kare. Der Unterschied beruht darauf, daß statt der gleichmäßig steilen Hinterwand der ersten dieselbe in den letzten durch Terrassen und höher gelegene Nischen unterbrochen erscheint. Diesen Unterschied in der Formbildung bringe ich in ursächlichen Zusammenhang mit der Höhe der Karböden: 1580—1600 m in den einfachen Karen der östl. Hänge, 1450—70 m in den zusammengesetzten, nördl. exponierten Karen. Die Differenz der Kar-Niveaus ist aber nicht durch analoge Verschiebungen in der Firngrenze bedingt. Dieselbe wird bekanntlich durch die Mittelhöhe zwischen der des Gletscherendes und der der Kammumrahmung angezeigt, nach Kurowski ist dagegen die Firngrenze gleich der mittleren Höhe der Gletscheroberfläche. Beide Methoden ergeben übereinstimmende Werte. Die Firngrenze beträgt demnach bei den Gletschern: Apszyniectäler: 1430, Worożeski: 1480, Bliźnicatäler: 1500 m. Bedenkt man, daß die zwei letzten wenig voneinander abweichenden Werte beiden Expositionen entsprechen, so kann man denselben keinen nennenswerten Einfluß auf die Höhe der Firngrenze zuschreiben. Für die Apszyniectäler brachten diese Methoden die niedrigsten Werte, berücksichtigt man dagegen, daß das Niveau des Gletscherendes nur in den Apszyniectälern beobachtet wurde, so wird man den Unterschied in der Bestimmung der Firngrenze zuerst der ungenauen Bestimmung des unteren Gletscherniveaus zuschreiben müssen. Da die Auffindung des Gletscherendes speziell in bewaldeten Gebieten zumeist großen Schwierigkeiten unterworfen ist, so schlage ich vor, die mittlere Höhe der breitesten Stelle des

Taltrogen, besonders bei kleinen Kargletschern als Firngrenze zu betrachten. Ich war in der Lage, nicht nur die Höhe der breitesten Stelle, sondern auch der mächtigsten Eisentwicklung bestimmen zu können. Diese Methoden ergaben für die Firngrenze folgende Werte: 1440 in den Apszynietälern, 1460 im Woróżeskatale und 1470 in den Bliźnicatalern. Da diese Ergebnisse auch dem niedrigsten Karniveau des ganzen Gebietes entsprechen, so halte ich die Höhe von 1450 für den für die Firngrenze im Świdowiec sichersten Wert.

Entsprechen die Karbodenhöhen nicht der Firngrenze, so können sie nur in dem glazialen Erosionsprozesse unter Berücksichtigung der allgemeinen hypsometrischen Verhältnisse des Gebietes eine genügende Erklärung finden. Konnte ich doch feststellen, daß das obere Gletscherniveau, der Kammumrahmung entsprechend, in den nördlichen Tälern 1600 m, in den östlichen über 1750 m Höhe betragen hatte; die Entfernung dieser Niveaus von der Firngrenze betrug also im ersten Falle nur 150 m, im zweiten Falle 300 m; hat die Erosion der östlichen Gletscher diesen Höhenunterschied noch nicht bewältigt, so lag die Ursache dafür nur in der den beiderseits exponierten Gletschern gleichen Zeitfunktion. Die Karböden der nördlichen Gletscher haben die Firngrenze schon erreicht. Die Firngrenze bildet aber eine wichtige Scheide für die glaziale Erosion; an der Tiefenerosion verhindert, haben die nördlichen Gletscher eine rückwärts- und seitwärts-schreitende Erosion ausgeübt. Dies ist die wahrscheinliche Ursache der Karformen, die ich im Świdowiec feststellen konnte.

Außerdem haben sich an der Bildung der nördlichen Kare die Gletscher der älteren Periode beteiligt. Die zwei Trogböden des Woróżeskatales sind ganz unzweideutige Spuren doppelter Vergletscherung. Die Übertiefung des jungeszeitlichen Trogbodens beträgt dort in der Nähe des Hauptkammes 100—130 m.

Die ältere Eisperiode fand im Świdowiec eine außerordentlich schwach modellierte Gebirgsmasse, eine wahrscheinlich alte Landschaft vor. Auf dem ganzen von mir untersuchten Gebiete stellt das Woróżeskatal die einzige Spur altglazialer Talerosion, also auch voraltglazialer Erosion, durch fließende Gewässer dar. Außerdem habe ich wohl auch einige Anzeichen verhältnismäßig mächtiger altglazialer Talbildung im Kraczunieski-Kessel gefunden.

Während des Altglazials sind die weniggegliederten breiten

Rücken der Świdowiecmasse mit Gehänge-Eismantel bedeckt worden. Solche Gletscher hatten eine Flächenerosion zur Folge, diese ist also aus den jetzigen Formen schwer zu erkennen. Im Niveau der größten Mächtigkeit des Eismantels ist aber am Gehänge eine Längsstufe entstanden, welche sich in der Länge von einigen km an den NW.- und SO.-Hängen des Rückens Tatulska (1774) und Menczul (1506) ununterbrochen hinzieht. An den bedeutend mächtigeren Gehängen des Rückens Stik (1707), Bliźnica (1878) hat im Interglazial und Jungglazial energische Talbildung stattgefunden. Die Längsleiste ist dadurch teilweise zerstört worden. Die stufenförmigen Quer-Rücken, welche einzelne Jungglazial-Täler voneinander scheiden, ermöglichen aber deren Rekonstruktion. Aus mehreren Messungen läßt sich folgende Übersicht machen:

	Längsstufe	Querstufen		
		I.	II.	III.
Mittl. Höhe	1390	1350	1460	1560

Die Längsstufen und die I. Querstufe entsprechen einander und sind Folgen der ersten Vergletscherung, die III. Querstufe entspricht wohl der Tätigkeit des Jungglazials an den durch Täler ungegliederten Gehängen, die II. Querstufe befindet sich in der Höhe der jungglazialen größten Gletscher-Entwicklung und Bifurkation.

Die Firngrenze des Altglazials befand sich etwa in der Höhe von 1300 m. Die Parallelisierung der beiden Świdowiec-Eiszeiten mit der Riß- und Würm-Eiszeit in den Alpen finde ich als wahrscheinlich.

Da ich die isolierten Höhen, die das Theißtal begleiten, ganz hypothetisch als Reste der altglazialen Oberfläche betrachte, so lassen sich daran folgende hypsometrische Betrachtungen anknüpfen. Die Größe der Theißerosion von der altglazialen Zeit an gerechnet, beträgt: a) im unteren Teile, bei der Mündung des Świdowiecbaches 4—500 m, b) bei der Mündung des Apszyniecbaches 2—250 m, c) bei den Theißquellen 150 m. Die angenommene altglaziale Oberfläche erleidet eine bedeutende Unterbrechung nur an der Mündung des Stanisławabaches im Becken von Körösmező, also gerade an der Stelle, wo die Annahme eines größeren altglazialen Tales als wahrscheinlich gemacht wurde. Dies, ebenso wie der Betrag der Theißerosion in dem Quellengebiete, der der Übertiefung im Worózeskatale nahe kommt, bestätigen die Hypothese von der durch isolierte Höhenkuppen angezeigten altglazialen Oberfläche.

Wenn wir diese Erhebungen mit den nächstgelegenen Punkten des Hauptkammes verbinden, bekommen wir das Gefälle der altglazialen Oberfläche. Und da zeigt sich eine auffallende Übereinstimmung, die ein beredtes Zeugnis von der gewaltigen Monotonie der altglazialen Oberfläche ablegt. Das Gefälle derselben betrug 5°, die dieselbe kreuzenden breiten Rücken hatten ein mittleres Gefälle von 8°. Seit der altglazialen Zeit sind die orographischen Grundlinien die gleichen geblieben, die Landschaft bekam aber eine reichere Modellierung, ist jünger geworden. Die Ursache dafür liegt nicht nur in klimatischem Wechsel, die Verschiebung des unteren Denudation-Niveaus, die für Świdowiec jetzt das Theißtal darstellt, hat das wesentlichste getan. In der altglazialen Oberfläche ist keine Spur vom Theißtale sichtbar, ihr Durchbruch unterhalb Körösmező scheint jungglazialen Alters zu sein. Diese Ergebnisse stimmen mit den Studien von Schafarzik über das Alter des Donaudurchbruches im Eisernen Tore überein, beide unterstützen sich gegenseitig.

64. M. J. HIRSCHLER. *Badania embryologiczne nad motylem Catocala nupta L. (Lepidoptera). (Embryologische Untersuchungen an Catocala nupta L. [Lepidoptera]). (Recherches embryologiques sur Catocala nupta L. [Lepidoptera]).* Mémoire présenté par M. J. Nusbaum m. e.

Da in der letzten Zeit eine Reihe von Forschern wie Eschrich¹⁾, Noack²⁾, Dickel³⁾, Schwangart⁴⁾ u. A. in ihren Arbeiten zu diametral entgegengesetzten Resultaten wie auch theoretischen Betrachtungen gelangt sind als Heymons⁵⁾, Czerski⁶⁾,

¹⁾ Eschrich K. Über die Bildung der Keimblätter bei den Musciden. Nova Acta Ac. Leop. Carol. 1900.

²⁾ Noack W. Beiträge zur Entw. der Musciden. Zeitschr. Wiss. Zool. Bd. LXX, 1901.

³⁾ Dickel O. Entwickl. Studien am Bienenei. Zeitschrift Wissen. Zool. Bd. LXXVII, 1904.

⁴⁾ Schwangart F. Studien zur Entodermfrage bei den Lepidopteren. Zeit. Wiss. Zool. LXXVI, 1904.

⁵⁾ Heymons R. Die Embryonalentw. von Dermapteren u. Orthopteren. Jena, 1895.

Idem, Entwickl. Unters. an *Lepisma saccharina*. Zeitsch. Wiss. Zool. 1897.

⁶⁾ Czerski St. Die Entwickl. der Mitteldarmanlage bei *Meloe violacea* Marsh. Polnisches Archiv f. biol. u. medicin. Wissensch. Lemberg, 1904.

Rabito¹⁾, Lécaillon²⁾, Toyama³⁾ u. A., scheinen weitere Forschungen auf dem Gebiete der Insektenembryologie sehr erwünscht und interessant zu sein. Da die genannten neuen Betrachtungen wie auch Beobachtungen sich auch mit der Ontogenie der Lepidopteren befassen, über welche es bekanntlich im Vergleiche mit anderen Insektengruppen nur eine recht bescheidene Literatur gibt, nahm ich mir vor, mich mit derselben zu beschäftigen, wobei ich zum Studiumobjekt *Catocala nupta* L. wählte. Die Wahl erschien mir in diesem Falle darum besonders angezeigt, weil bis jetzt nur Pieriden, Sphingiden, Zygaeniden und Bombyciden embryologisch untersucht wurden, die *Noctua* vollkommen unbearbeitet blieben. Das Material konservierte ich in 5-tägigen Zeitabschnitten, was in Anbetracht der langen Entwicklungsfrist ausreichend war. Als Fixierungsmittel gebrauchte ich mit gutem Erfolge 3% wässrige Salpetersäure, wonach die Eier nach bekanntem Verfahren in Paraffin eingebettet wurden. Zur Färbung verwendete ich Parakarmin, Eisenhämatoxylin und manche andere Farbstoffe. Zur Erhaltung einer farbigen Differenzierung der Keimstreife, wodurch das Herstellen beliebig orientierter Schnitte ermöglicht wurde, gebrauchte ich Thionin und Parakarmin. Eine eingehende Beschreibung der Anwendungsmethode behalte ich mir für später vor.

Während meiner Untersuchungen lenkte ich besondere Aufmerksamkeit auf das wichtigste und strittigste Problem, nämlich auf die Bildung des Mitteldarms; dabei mußte ich mich aber, um diesen Prozeß verfolgen zu können, eingehend mit der in unserem Falle ziemlich komplizierten Keimumlagerung befassen, wobei ich auch einige Befunde über die Abdominalorgane und den Rückenabschluß sammelte. Bevor wir auf die Keimumlagerung eingehen, müssen wir die zum Verständnis derselben nötige Form des Eies kennen lernen. Das *Catocala*-Ei gleicht in seiner Gestalt einem kleinen Brotleibe (F. I); wir können daran eine obere gewölbte und eine untere ebene Oberfläche, auf der das Ei liegt, unterscheiden. Beide Oberflächen treffen sich in einer stumpf abgerundeten Kante;

¹⁾ Rabito L. Sull'origine dell'intestino medio nella *Mantis religiosa*. Natur. Sicil. Ann. 2, 1898 (mir nur aus dem Referate bekannt).

²⁾ Lécaillon A. Rech. sur l'oeuf et sur le dével. embryonnaire de quelques *Chrysomélides*. Paris, 1898.

³⁾ Toyama K. Contrib. to the Study of Silkworms I. Bull. College of Agriculture Tokyo, Imper. University, 1902 (mir nur aus dem Referate bekannt).

in der Mitte der gewölbten Oberfläche liegt der Micropyle-Apparat. Die Umlagerung des Keimstreifs wird durch das folgende Schema (F. II) veranschaulicht. Hierin sind die einzelnen Stadien mit arabischen Zahlen bezeichnet, jedes Stadium besteht aus zwei Abbil-

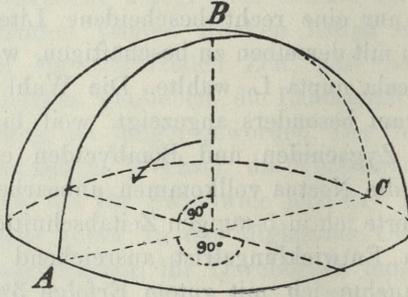


Fig. I. Schema zur Erläuterung der Eiform von *Catocala nupta*.

dungen, von denen die mit *a* bezeichnete uns die Ansicht von der basalen (flachen) Oberfläche, die mit *b* die seitliche Ansicht darstellt. Die schwarze Linie stellt uns das Nervensystem dar, wodurch eben klar die Ventralseite von der Rückenseite unterschieden werden kann; das verdickte Ende ist das Kopfende. Alle punktierten Linien deuten uns verdeckte und durchleuchtende Teile des Embryos an. Auf dem genannten Schema sehen wir bei 1 den jungen Keimstreif mit seinem größten vorderen Körperteile der Basalfäche anliegen, nur das hintere Ende ist in den Dotter vertieft und gekrümmt. In diesem Stadium ist das Amnion noch in der vorderen Region auf einer kleinen Strecke hinter dem Kopfende nicht geschlossen. Nach vollzogener Schließung der Amnionfalten legt sich der Keimstreif mehr immers und es erfolgt bald darauf eine Drehung, wie sie uns das Stadium bei 2 darstellt. Wir sehen ihn (*2 a*) stark gekrümmt, mit seiner Ventralseite der gewölbten Oberfläche des Eies zugekehrt. In dieser Lage verweilt der Keimstreif sehr lange, es entwickelt sich jetzt das Stomodeum und Proktodaeum, auch die Mitteldarmlamellen werden angelegt, alle Extremitäten kommen zum Vorschein. Danach macht der Keimstreif eine Drehung um etwa 90° Grad nach links. Wenn uns also in F. I die Fläche *ABC* die Medianfläche des Keimstreifs, und der Punkt *A* das Kopfende darstellt, so vollzieht sich die Drehung in der mit

dem Pfeile bezeichneten Richtung, so daß wir in F. II 3 a von der Basalfäche aus dasselbe Bild erblicken, wie wir es in Fig. II 2 b von

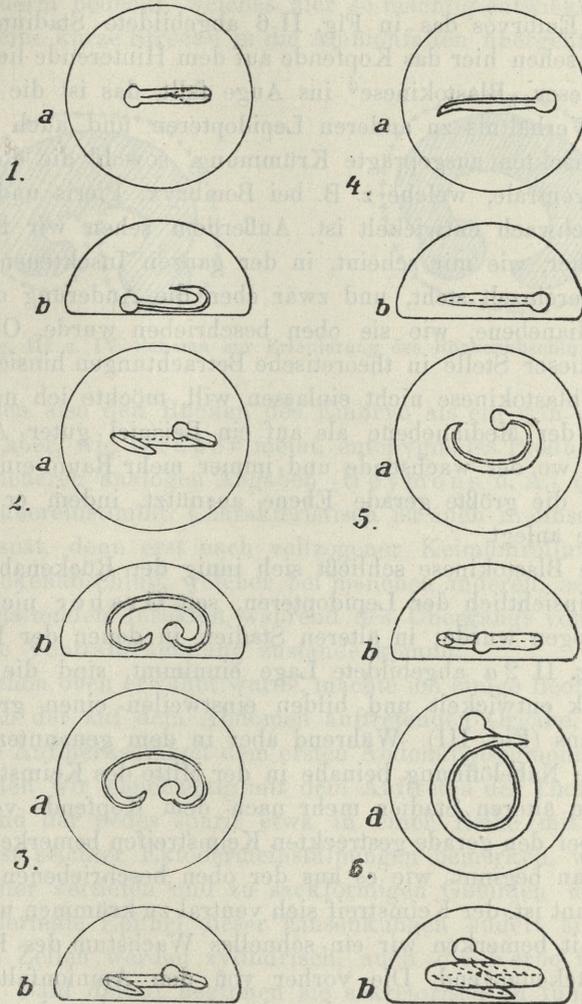


Fig. II. Schema zur Erläuterung der Blastokinese.

der Seite gesehen haben. In dieser Lage wird die dorsale Krümmung, um Heymons Bezeichnung zu gebrauchen, immer schwächer. Aus dieser stark gebogenen Gestalt geht der Keimstreif in eine leicht gebogene über, so daß er uns schließlich fast gerade gestreckt

erscheint (Fig. II 4). Aus dieser Lage findet ein weiterer Übergang in die Ventralkrümmung statt (F. II 5), welche mit dem Wachstum des Embryos immer stärker wird, so daß wir vor der Ausschüpfung des Embryos das in Fig. II 6 abgebildete Stadium bekommen. Wir sehen hier das Kopfende auf dem Hinterende liegen. Was uns bei dieser „Blastokinese“ ins Auge fällt, das ist die ungemein stark im Verhältnis zu anderen Lepidopteren und auch zu vielen anderen Insekten ausgeprägte Krümmung, sowohl die dorsale, wie auch die ventrale, welche z. B. bei *Bombryx*, *Pieris* und *Zygaena* ziemlich schwach entwickelt ist. Außerdem sehen wir hier einen Fall, welcher, wie mir scheint, in der ganzen Insektenembryologie ziemlich vereinzelt steht, und zwar eben die Änderung der Keimstreifs-Medianebene, wie sie oben beschrieben wurde. Obwohl ich mich an dieser Stelle in theoretische Betrachtungen hinsichtlich der Keimstreifblastokinese nicht einlassen will, möchte ich nur auf die Änderung der Medianebene als auf ein Beispiel guter Anpassung hindeuten, wo der wachsende und immer mehr Raum einnehmende Keimstreif die größte gerade Ebene ausnützt, indem er sich der Basalfläche anlegt.

An die Blastokinese schließt sich innig der Rückenabschluß an, welcher hinsichtlich der Lepidopteren, seit Graber nicht in Betracht gezogen wurde; in älteren Stadien, in denen der Keimstreif die in Fig. II 2 a abgebildete Lage einnimmt, sind die Amnionfalten stark entwickelt und bilden einstweilen einen großen Teil des Rückens (Fig. III). Während aber in dem genannten Stadium die dorsale Nabelöffnung beinahe in der Mitte des Keimstreifs liegt, wird sie in älteren Stadien mehr nach dem Kopfende verschoben, was wir bei den gerade gestreckten Keimstreifen bemerken können. Von nun an beginnt, wie es aus der oben beschriebenen Blastokinese bekannt ist, der Keimstreif sich ventral zu krümmen und gleichzeitig damit bemerken wir ein schnelles Wachstum des Ektoderms in der Rückengegend. Die vorher von den Amnionfalten eingenommenen Rückenpartien machen dem heranwachsenden Ektoderm Platz. Dabei können wir eine sekundäre Verschiebung der Nabelöffnung nach hinten beobachten, welche dazu führt, daß wir die Nabelöffnung jetzt in der Gegend, wo der Mitteldarm in den Enddarm übergeht, antreffen. Diese Verschiebung der Nabelöffnung deutet darauf hin, daß in den jüngeren Stadien das Ektoderm des Keimstreifs schneller vom Hinterende aus voranwächst, in den älte-

ren aber schneller von dem Kopfende aus. In dem letztgenannten Stadium sehen wir die ganze Rückengegend des Embryos mit echtem Ektoderm bedeckt, welches hier so mächtig entwickelt ist, daß es sogar eine kurze Strecke in die Amnionfalten übergeht (Fig IV).

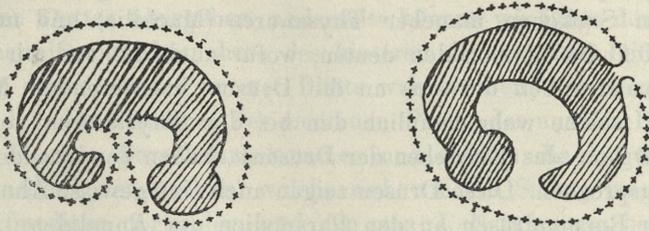


Fig. III u. IV. Schema zur Erläuterung des Rückenabschlusses.

Wir können also den Rücken des Embryo als ein rein ektodermales, nicht aber, wie Graber meint, entopygmales Produkt ansehen, was mit neueren analogen Angaben (Heymons u. A.) bei anderen Insekten übereinstimmt. Charakteristisch ist auch in unserem Falle der sehr spät, denn erst nach vollzogener Keimumrollung stattfindende Rückenabschluß, welcher bei manchen anderen, beide Keimhüllen behaltenden Insekten während des Übergangs von der Dorsal- in die Ventralkrümmung zustande kommt.

Wie schon oben erwähnt wurde, machte ich einige Beobachtungen hinsichtlich der auf dem Abdomen auftretenden Organe, wobei ich die größte Aufmerksamkeit dem ersten Abdominalsegmente widmete. Hier können wir gleichzeitig mit dem Auftreten der Thorakalextrimitäten und der pedes spurii etwa in einer Reihe mit ihnen ein Paar zuerst seichter Ektodermeinstülpungen bemerken, welche sich später weiter vertiefen und zu sackförmigen Gebilden umwandeln. Das ektodermale Epithel dieser Einsenkungen ändert sich histologisch, die Zellen werden zylindrisch, auch die Kerne nehmen an Größe zu. Bald darauf beginnen sie sekretorisch zu fungieren, indem sie ein fädiges Sekret absondern, welches zuerst das Lumen des Säckchens erfüllt, dann aber sich auch über die Ventraloberfläche des Keimstreifs ergießt. Wir haben hier also mit typischen Drüsen zu tun, welche auch in zwei anderen Fällen entdeckt worden sind, nämlich von Wheeler bei *Nepa* und von Prof. Nusbäum bei *Meloe*. Solche Drüsen wurden, soweit mir die betreffende Literatur bekannt ist, bei den Lepidopteren noch niemals beschrie-

ben und sind als gleichwertig mit den drüsigen Organen beider vorher genannten Spezies anzusehen. Kurz vor dem Ausschlüpfen des Embryos verschwinden sie spurlos. Was die Homologie der genannten Drüsen mit ähnlichen Organen bei manchen Thysanuren und Myriopoden anbetrifft, so möchte ich sie als gleichwertig mit drüsigen Säckchen mancher Thysanuren (*Machilis*) und mit Ventralsäcken der Myriopoden deuten, wofür auch die von mir konstatierte Anwesenheit der sich an die Drüsen inserierenden Muskeln spricht, welche wahrscheinlich den bei den Thysanuren vorhandenen und hier das Einziehen der Drüsensäckchen bewirkenden Muskeln entsprechen. Diese Drüsen zeigen auch eine gewisse Ähnlichkeit mit den Borstendrüsen an den Parapodien der Anneliden.

Zur Beschreibung der Mitteldarmbildung übergehend, muß ich zuerst auf einige Vorgänge hinweisen, welche, wie mir scheint, etwas Licht auf dieses Problem werfen werden. Es handelt sich nämlich um die Bildung des unteren Blattes. Das jüngste Stadium, welches ich beobachten konnte, stellte sich folgendermaßen dar: Während am hinteren Ende des Keimstreifs das untere Blatt fast abgeschnürt war, konnte ich in dessen mittleren und vorderen Regionen eine deutliche, mediane, ziemlich enge, zur Abschnürung des unteren Blattes führende Rinne wahrnehmen, deren Tiefe hinter dem Kopfe am größten, dagegen in der Richtung nach vorn und hinten von der genannten Stelle immer kleiner wurde. Wir sehen also, daß in unserem Falle die Rinne, welche ich gleich Blastoporus nennen will, zuerst eine Strecke vor dem Hinterende, später am Hinterende (wofür eine tiefe, lange Zeit dauernde Einkeilung des unteren Blattes ins Ektoderm spricht), danach in der mittleren und vorderen Region, zuletzt aber an der oben genannten tiefsten Stelle zum Abschluß gelangt. Vor dem Abschlusse sehen wir an der tiefsten Stelle des Blastoporus eine rege Proliferation der eingestülpten Zellen, zugleich auch eine histologische Differenzierung derselben, welche sich darin äußert, daß die genannten Zellen sich vergrößern und ein blasiges Aussehen annehmen, wodurch sie deutlich von den Zellen des übrigen unteren Blatteiles abstechen. Nach vollzogenem Blastoporusabschlusse finden wir an dieser Stelle die blasigen Zellen des unteren Blattes noch lange in das Ektoderm eingekeilt, ähnlich wie am Hinterende, so daß eine strenge Grenze zwischen beiden Blättern nicht gezogen werden kann; erst später tritt eine deutliche Grenze auf (gegen Schwangart). Inzwischen dauert aber die ge-

nannte Proliferation der blasigen Zellen fort und verursacht die Bildung einer mächtigen, keilartigen gegen den Dotter vertieften Anhäufung, welche Schwangart einfach „Gastrulakeil“ nennt. Es finden nun zwei wichtige Vorgänge statt. Einerseits sehen wir, daß die den Zellenkeil bildenden Elemente immer lockerer werden und in den Dotter übergehen, andererseits können wir längs des ganzen Keimstreifs mit Ausnahme des hinteren Endes eine Differenzierung in dem sonstigen unteren Blatte wahrnehmen; wir bemerken nämlich, daß die Elemente der medianen Partie des unteren Blattes auch ein blasiges Aussehen bekommen und sich in die so genannten „Blutzellen“ verwandeln, welche sich wie ein Strang längs der Keimstreifmediane fortziehen und den von J. Nusbäum bei *Melöe* und von R. Heymons bei Orthopteren beschriebenen Elementen entsprechen. Wie von dem „Gastrulakeile“ so auch von dem genannten Strange trennen sich zahlreiche Zellen ab und wandern in den Dotter, wobei man in denselben sehr oft karyokinetische Figuren antreffen kann. Gleichzeitig mit der Bildung des medianen Zellenstranges bemerken wir am vorderen Ende, an der Stelle, wo vorher der Gastrulakeil war, und auch am Hinterende deutliche Einstülpungen des Ektoderms, welche zur Ausbildung des Stomo- und Proktodaeums führen. In diesem Stadium liegen dem blinden Ende des Stomo- und Proktodaeum einige „Blutzellen“ an; nirgends konnte ich aber eine Anreihung derselben zu einer Lamelle, wie es Schwangart eben neuerdings bei *Endromis* gesehen hat, entdecken. Die Mitteldarmlamellen entwickeln sich, wovon ich mich genau überzeugen konnte, aus dem Prokto- und Stomodaeum, sind also als ektodermale Produkte zu bezeichnen; ihr Auftreten erinnert an analoge Verhältnisse bei anderen Insekten, weshalb ich auch hier auf ihre nähere Beschreibung verzichte. Dabei aber konnte ich auch einen anderen Vorgang beobachten, welcher bis jetzt nur von Schwangart beschrieben wurde, nämlich daß sowohl an die erwähnten Mitteldarmlamellen des Proktodaeums wie auch an die des Stomodaeums sich „Blutzellen“ reihenartig anlegen und dadurch die mittlere Partie der Mitteldarmwandanlage bilden. Diese Anordnung der Blutzellen ist so regelmäßig, daß sie wie ein Epithel erscheinen, andererseits ist aber ihr histologisches Aussehen von den Zellen der ektodermalen Lamellen so verschieden, daß eine Verwechslung beider Elemente unmöglich ist. Auf Grund meiner Beobachtung komme ich zum Schlusse, daß der Mitteldarm bei *Catocala* aus zwei Quellen

entsteht: Sein vorderer und sein hinterer Teil entwickelt sich aus ektodermalen Lamellen, sein mittlerer dagegen aus „Blutzellen“, welchen ich aus später genau zu erörternden Gründen den Namen sekundäre „Entodermzellen“ gebe. Meine Befunde erinnern am meisten an die Resultate der Frau Tchouproff¹⁾ in ihrer Arbeit über Libellen und ich erlaube mir an dieser Stelle die Vermutung auszusprechen, daß Heymons' „Mikroneren“, welche dieser Forscher bei Thysanuren und Tchouproff bei Libellen gesehen haben und welche, wie bekannt, definitiv das Darmepithel bilden, eben mit meinen „Entodermzellen“, deren Entstehung ich oben kurz dargestellt habe, identisch sind. Ich behaupte dabei mit voller Sicherheit, daß ein Übergang zwischen den echten, großen, großkernigen, dotterreichen Dotterzellen und den histologisch ganz verschiedenen „Entodermzellen“ nicht existiert.

Meinen vorher beschriebenen Befunden gemäß, will ich nur einstweilen kurz einige Betrachtungen hinsichtlich der Keimblätter der Insekten aussprechen, während ich mir eine eingehende Behandlung dieses Problems für eine ausführlichere Arbeit vorbehalte. Die Prozesse, welche zur Ausbildung des unteren Blattes führen, möchte ich als eine modifizierte Gastrulation betrachten; das untere Blatt stellt uns, wie mir scheint, das primäre Entoderm dar, welches sich in einen medianen, aus blasigen Zellen bestehenden Zellenstrang, d. h. das sekundäre Entoderm und in zwei seitliche Partien d. h. das Mesoderm differenziert. Das morphologische Moment wird auch durch das physiologische gestützt, da wir „Entodermzellen“ am Aufbau des Mitteldarmes beteiligt finden. Meine Befunde sowie die von Tchouproff scheinen die über die Pterygoten divergierenden Anschauungen und zwar einerseits die Ansichten von Heymons, Czernski u. A., welche den Mitteldarm für ein rein ektodermales, andererseits aber die von Noack, Dickel, Schwangart u. A., welche denselben für ein rein entodermales Produkt halten, gewissermaßen zu vereinigen.

¹⁾ Tchouproff H. Über die Entw. der Keimblätter bei den Libellen. Zool. Anzeiger. 1903.

Die Arbeit wurde im vergleichend-anatom. Institute der k. k. Universität Lemberg ausgeführt.

65. M. W. DZIEWULSKI. *Wiekowe perturbacje Marsa w ruchu Erosa. (Säkularre Marsstörungen in der Bewegung des Eros). (Perturbations séculaires du Mars dans le mouvement d'Eros)*. Mémoire présenté par M. M. P. Rudzki m. c. à la séance du 6 Novembre 1905.

§ 1. Einleitung.

Bei den großen Planeten dauert es gewiß viele 100 Millionen von Jahren, bis die Störungen sich so weit angehäuft haben, daß etwa ein Zusammenstoß zwischen zwei Planeten erfolgen könnte, wenn dies überhaupt jemals eintritt. Um so interessanter ist ein Fall, wie der des Planeten Eros, bei welchem die Möglichkeit eines Zusammenstoßes viel näher liegt. Denn die Erosbahn durchsetzt die Marsbahn insofern, als die Periheldistanz des Eros kleiner ist, als die mittlere Distanz des Mars. Es bedürfte also nur einer geeigneten Drehung der Apsiden- und Knotenlinie des Eros, um beide Bahnen zum Schnitt zu bringen und einen Zusammenstoß zu ermöglichen. Die Aufgabe der folgenden Arbeit war es zu untersuchen, welches etwa die Größenordnung der Zeiten ist, innerhalb deren solche Annäherungen der Bahnen auftreten, also vor allem die letztvergangene und die nächstfolgende Epoche dieser Art festzustellen. Man gewinnt dadurch eine deutliche Anschauung von der Art der Stabilität oder Instabilität der Erosbahn.

§ 2. Die Hill'schen Formeln zur Berechnung der Säkularstörungen.

Da es sich im Ganzen nur um qualitative Feststellungen handelt, soll zunächst auf die periodischen Störungen verzichtet werden und es sollen nur die Säkularstörungen beachtet werden. Man kann auf die Säkularstörungen des Eros speziell durch Mars nun nicht etwa die Langrange'sche oder eine ähnliche Theorie anwenden, weil diese gänzlich ineinander liegende Bahnen voraussetzt. Die einzige, in diesen Fällen nicht versagende Methode ist vielmehr die Gauß'sche Methode der Säkularstörungen. Worauf diese Methode beruht, ersieht man aus den Worten, mit denen Gauß sein berühmtes Werk: „*Determinatio attractionis...*“ anfängt: „*Variationes saeculares, quas elementa orbitae planetariae a perturbatione alius planetae patiuntur, ab huius positione in orbita sunt independentes, atque eadem forent, sive planeta perturbans in orbita elliptica secundum Kepleri leges incedat, sive ipsius massa per orbitam eatenus*

aequalibiter dispertita concipiatur, ut orbitae partibus, alias aequali temporis intervallo descriptis, iam aequales massae partes tribuantur, siquidem tempora revolutionum planetae perturbati et perturbantis non sunt commensurabilia“¹⁾. Wenn man also die Masse des Planeten auf der Bahn sich so zerlegt denkt, daß die Masse $d\mu'$ auf dem Elemente ds' der Zeit dt proportional ist, die der Planet braucht, um dieses Element der Bahn zu beschreiben, dann wird:

$$\frac{d\mu'}{m'} = \frac{dt}{T'} = \frac{(1 - e' \cos E') dE'}{2\pi}$$

wo E' die exzentrische Anomalie und e' die Exzentrizität bedeutet. Die Methode von Gauß ist aber für praktische Zwecke nicht unmittelbar verwertbar. „Auf eine Verwendung der eleganten Formeln für astronomische Zwecke ist Gauß nicht eingegangen, und es war noch eine Lücke auszufüllen“, sagt Seeliger²⁾. Hill in seiner Arbeit: „On Gauß's Method of computing secular perturbations“³⁾ vervollständigt die Gauß'sche Theorie und bietet eine sehr elegante und übersichtliche Methode zur Berechnung der Säkularstörungen. Hill sagt: „A double integration being necessary, Gauß had considered only that in respect to the excentric anomaly of the disturbing body, and, having regard to elegance only, has not reduced his equations to the forms giving the utmost brevity of calculation“. Im allgemeinen aber folgt er der Gauß'schen Theorie und reproduziert einen großen Teil der Gauß'schen Formeln.

Es sind die Hill'schen Formeln, die im folgenden zur Verwendung gelangen. Für $\left[\frac{de}{dt}\right]_{00}$ den Ausdruck der Säkularstörung (das Zeichen „00“ entspricht dem Werte von 100 Jahren) irgend eines Elementes hat man folgenden Ausdruck:

$$\left[\frac{de}{dt}\right]_{00} = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{de}{dt} \cdot \frac{r}{a} \cdot \frac{r'}{a'} dE dE'$$

Dabei bedeutet r den Radiusvektor, a — die halbe große Achse, E — die exzentrische Anomalie des gestörten Planeten, während

¹⁾ Gauß. Werke. Bd. III, p. 333.

²⁾ Vierteljahrsschrift der Astronom. Gesellschaft. XVII. 1882, p. 169.

³⁾ Astronomical Papers. Vol. I, p. 315.

die gestrichenen Werte sich auf den störenden Planet beziehen. Die Integration nach der exzentrischen Anomalie des störenden Körpers wird durch eine analytische Quadratur erledigt. Die dann übrigbleibenden Integrale der Form

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} X dE \quad (X \text{ Funktion von } E),$$

welche Hill mit $M_E [X]$ bezeichnet, werden dagegen durch mechanische Quadratur gewonnen. Man muß zu diesem Zwecke die Planetenbahn in bezug auf die exzentrische Anomalie (E) in äquidistante Intervalle zwischen 0° und 360° zerlegen; die Zahl dieser Intervalle muß eine gerade Zahl sein. Aus allen so erhaltenen Werten von X bildet man dann das Mittel. Eine Kontrolle gewinnt man daraus, daß die über die Teile 0, 2, 4... ausgedehnte Summe der Summe über die Teile 1, 3, 5... annähernd gleich sein muß.

Den in der Bahn zum Radiusvektor parallelen, den zum Radiusvektor senkrechten und den zur Bahnebene senkrechten Komponenten bezeichnet Hill mit R , S , W . Diese Komponenten entsprechen den Gleichungen:

$$\frac{r}{m'} R = \frac{xx' + yy' + zz'}{\Delta^3}$$

$$\frac{r}{m'} S = \frac{xy' - x'y}{\Delta^3}$$

$$\frac{r}{m'} W = \frac{z'}{\Delta^3}$$

wo das Koordinatensystem in der Bahnebene des gestörten Planeten (also $z = 0$ ist) liegt und m' die Masse des störenden Planeten bedeutet. Dann wählt Hill die Bezeichnungen:

$$R_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{ar}{m'} R (1 - e' \cos E') dE'$$

$$S_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{ar}{m'} S (1 - e' \cos E') dE'$$

$$W_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{r^2}{m'} W (1 - e' \cos E') dE'.$$

Es sind das lauter elliptische Integrale. Um sie zu normieren, führt Hill nach Gauß anstatt E' eine neue Veränderliche T auf Grund der Gleichungen:

$$\begin{aligned} \text{Cos } E' &= \frac{\alpha + \alpha' \text{Sin } T + \alpha'' \text{Cos } T}{\gamma + \gamma' \text{Sin } T + \gamma'' \text{Cos } T} \\ \text{Sin } E' &= \frac{\beta + \beta' \text{Sin } T + \beta'' \text{Cos } T}{\gamma + \gamma' \text{Sin } T + \gamma'' \text{Cos } T} \end{aligned}$$

ein, wobei die Größen $\alpha, \beta, \gamma \dots$ so bestimmt werden, daß die Koeffizienten von $\text{Sin } T, \text{Cos } T$ und $\text{Sin } T \text{Cos } T$ in dem Ausdrucke

$$\Delta^2 [\gamma + \gamma' \text{Sin } T + \gamma'' \text{Cos } T]^2$$

gleich Null werden. Damit erhält der Ausdruck der Distanz Δ die einfache Gestalt:

$$\sqrt{G - G' \text{Sin}^2 T + G'' \text{Cos}^2 T} = \Delta [\gamma + \gamma' \text{Sin } T + \gamma'' \text{Cos } T]$$

Die Bestimmung, der α, β, γ erfordert die Lösung einer Gleichung dritten Grades, die zwei positive und eine negative Wurzel hat. Diese Gleichung löst Hill auch auf trigonometrischem Wege. Die Integrale, die durch die Einführung von T entstehen:

$$\int_0^{\theta} \frac{dE'}{\Delta^3} = \int_0^{\theta} \frac{H^2 \theta}{(H^2 \Delta^2)^{3/2}} dT$$

endlich, wo θ eine Funktion von $\text{Sin } E', \text{Cos } E', \text{Sin } E' \text{Cos } E'$ und $\text{Cos}^2 E'$ und $H = \gamma + \gamma' \text{Sin } T + \gamma'' \text{Cos } T$ ist, reduziert Hill auf eine bestimmte Art von Normalintegralen, für die er ausführliche Tafeln gibt. Am Schlusse stellt Hill alle Formeln, die zur Rechnung nötig sind, zusammen und erhält folgende Ausdrücke der Säkularstörungen:

$$\begin{aligned} \left[\frac{de}{dt} \right]_{00} &= \frac{m' n}{1 + m} \text{Cos } \varphi \cdot M_E \left[\text{Sin } v \cdot R_0 + (\text{Cos } + \text{Cos } E) S_0 \right] \\ e \left[\frac{d\chi}{dt} \right]_{00} &= \frac{m' n}{1 + m} \text{Cos } \varphi \cdot M_E \left[-\text{Cos } v \cdot R_0 + \left(\frac{r}{a \text{Cos}^2 \varphi} + 1 \right) \text{Sin } v \cdot S_0 \right] \\ \left[\frac{di}{dt} \right]_{00} &= \frac{m' n}{1 + m} \text{Sec } \varphi \cdot M_E \left[\text{Cos } u \cdot W_0 \right] \\ \text{Sini} \left[\frac{d\Omega}{dt} \right]_{00} &= \frac{m' n}{1 + m} \text{Sec } \varphi \cdot M_E \left[\text{Sin } u \cdot W_0 \right] \end{aligned}$$

$$\left[\frac{d\pi}{dt} \right]_{00} = \left[\frac{d\chi}{dt} \right]_{00} + 2 \operatorname{Sin}^2 \frac{i}{2} \left[\frac{d\Omega}{dt} \right]_{00}$$

$$\left[\frac{dL}{dt} \right]_{00} = \frac{m'n}{1+m} M_E \left[-2 \frac{r}{a} R_0 \right] + 2 \operatorname{Sin}^2 \frac{\varphi}{2} \cdot \left[\frac{d\chi}{dt} \right]_{00} + 2 \operatorname{Sin}^2 \frac{i}{2} \left[\frac{d\Omega}{dt} \right]_{00}$$

Hier kann man wohl noch erwähnen, daß Hill in seinem An-
hange eine Entwicklung für die Ausdrücke $\frac{a}{r} R_0$, $\frac{a}{r} S_0$, $\frac{a}{r} W_0$ gibt,
namentlich periodische Reihen mit dem Argumente E . Es wird also:

$$\frac{a}{r} R_0 = A_0^{(\epsilon)} + A_1^{(\epsilon)} \operatorname{Cos} E + A_1^{(\epsilon)} \operatorname{Sin} E + A_2^{(\epsilon)} \operatorname{Cos} 2E + \dots$$

sein und analog für $\frac{a}{r} S_0$, $\frac{a}{r} W_0$. Wenn man die Bahn in j äqui-
distanten Intervallen teilt und die entsprechenden Werte $\frac{a}{r} R_0$ mit
 $R^{(0)}$, $R^{(1)}$, ..., $R^{(j-1)}$ bezeichnet, so wird:

$$A_0^{(\epsilon)} = \frac{1}{j} [R^{(0)} + R^{(1)} + \dots + R^{(j-1)}]$$

$$\frac{1}{2} A_1^{(\epsilon)} = \frac{1}{j} \left[R^{(0)} + R^{(1)} \operatorname{Cos} \frac{2\pi}{j} + \dots + R^{(j-1)} \operatorname{Cos} \frac{2(j-1)\pi}{j} \right]$$

$$\frac{1}{2} A_1^{(\epsilon)} = \frac{1}{j} \left[R^{(1)} \operatorname{Sin} \frac{2\pi}{j} + \dots + R^{(j-1)} \operatorname{Sin} \frac{2(j-1)\pi}{j} \right] \text{ sein u. s. w.}$$

Von diesen Ausdrücken ausgehend, kann man auf Grund des
Satzes, daß die große Achse keine Säkularstörung erleidet:

$$\left[\frac{da}{dt} \right]_{00} = 0$$

die Formel erhalten:

$$\operatorname{Sin} \varphi \cdot \frac{1}{2} A_1^{(\epsilon)} + \operatorname{Cos} \varphi \cdot B_0^{(\epsilon)} = 0,$$

welche eine Kontrolle der Rechnung bildet. Diese Formel findet
man bei Hill nicht, und Innes¹⁾ war, wie es scheint, der erste, der
sie hervorgehoben und in seinen Rechnungen praktisch verwandt hat.

¹⁾ Monthly Notices. Vol. LII. p. 87.

§. 3. Die Säkularstörungen des Eros für die Epoche 1901.

Was die Elemente für Eros anbetrifft, so folgen wir der Bahnbestimmung Millosevichs¹⁾; sie sind von ihm für vier Epochen: 31·5 Okt. 1900, 10·5 Dez. 1900, 8·5 Febr. 1901, 20·5 März 1901 Berl. angegeben. Da es sich in unserem Falle nicht um ganz genaue Werte handelt, sind die genäherten Elemente nur in Minuten für 1901·0 angenommen. Für Mars sind die Elemente nach Newcomb²⁾ gewählt. Sie ergeben sich folgendermaßen:

Eros.	Mars.
$n = 736029''9$	$n' = 689050''9$
$e = 0.22297$	$e' = 0.09331$
$\pi = 121^{\circ} 9'$	$\pi' = 334^{\circ} 14'$
$i = 10 50$	$i' = 1 51$
$\Omega = 303 30$	$\Omega' = 48 48$
$lga = 0.16380$	$lga' = 0.18290$

Mit diesen Werten sind die Konstanten und dann alle Größen, die in der Gauß-Hill'schen Methode vorkommen, durchgerechnet, wie es die Tafel I zeigt. Die Bahn wurde in 24 äquidistante Intervalle nach der exzentrischen Anomalie geteilt und alle Größen sind für diese Winkel berechnet. Wenn man für die Marsmasse nach Newcomb den Wert 1 : 3093500 annimmt, erhält man folgende Resultate:

$$\left[\frac{de}{dt} \right]_{00} = + 0.01408 \quad \left[\frac{d\pi}{dt} \right]_{00} = - 0.69464 \quad \left[\frac{di}{dt} \right]_{00} = + 0.00548$$

$$\left[\frac{d\Omega}{dt} \right]_{00} = - 0.74992 \quad \left[\frac{dL}{dt} \right]_{00} = + 0.13793$$

und es ergibt sich für die Kontrolle:

$$\sin \varphi \cdot \frac{1}{2} A_1^{(c)} + \cos \varphi \cdot B_0^{(c)} = + 0.00002.$$

Dann folgen die Säkularstörungen der Erde. Ihre Elemente³⁾ sind:

$$n' = 1295977''.4 \quad e' = 0.016571 \quad \pi' = 101^{\circ} 14'$$

$$i' = 0^{\circ} 0' \quad \Omega = - \quad lga' = 0.00000.$$

¹⁾ Astronomische Nachrichten Bd. 156 p. 327.

²⁾ Astronomical Papers of the American Ephemeris. Vol VI p. 388.

³⁾ Astronomical Papers of the American Ephemeris. Vol VI p. 9.

Die Rechnung ist ebenso von 15^0 zu 15^0 durchgeführt, und die Resultate (nach Tafel II) ergeben sich folgendermaßen, wenn man für die Erdmasse, nach Newcomb, 1 : 329390 annimmt:

$$\left[\frac{de}{dt} \right]_{00} = -0.00970 \quad \left[\frac{d\pi}{dt} \right]_{00} = +2.62897 \quad \left[\frac{di}{dt} \right]_{00} = -0.02043$$

$$\left[\frac{d\Omega}{dt} \right]_{00} = -3.22492 \quad \left[\frac{dL}{dt} \right]_{00} = +7.98353$$

und es gilt dabei:

$$\sin \varphi \cdot \frac{1}{2} A_1^{(e)} + \cos \varphi \cdot B_0^{(e)} = +0.00022$$

Darauf wurden die Störungen Jupiters und Saturns auf demselben Wege untersucht mit dem Unterschiede, daß man die exzentrische Anomalie von 30^0 zu 30^0 wachsen ließ, d. h. daß die Ellipse nur in 12 Intervalle geteilt wurde. Dies genügte in diesem Falle wegen der größeren Entfernung dieser zwei Planeten vom Eros; die Reihen der Zahlen von 30^0 zu 30^0 sind deswegen viel regelmäßiger. Die Elemente für Jupiter und Saturn sind nach Leverrier¹⁾ und nur die Massen nach Newcomb gewählt. Sie sind:

$$e_j = 0.04832 \quad \pi = 12^{\circ}44' \quad i = 1^{\circ}19' \quad \Omega_j = 99^{\circ}27'$$

$$\lg a_j = 0.71664 \quad m_j = \frac{1}{1047.355}$$

$$e_s = 0.05589 \quad \pi_s = 91^{\circ}7' \quad i_s = 2^{\circ}30' \quad \Omega_s = 112^{\circ}47'$$

$$\lg a_s = 0.97950 \quad m_s = \frac{1}{3501.6}$$

Die Rechnung gibt folgende Werte für die Säkularstörungen:

$$\left[\frac{de}{dt} \right]_{00} = -0.32826 \quad \left[\frac{d\pi}{dt} \right]_{00} = +14.10295 \quad \left[\frac{di}{dt} \right]_{00} = -0.16400$$

$$\left[\frac{d\Omega}{dt} \right]_{00} = -14.36710 \quad \left[\frac{dL}{dt} \right]_{00} = -14.43539$$

und es gilt:

$$\sin \varphi \cdot \frac{1}{2} A_1^{(e)} + \cos \varphi \cdot B_0^{(e)} = +0.00009$$

und

¹⁾ Annales de l'Observatoire de Paris. T. XII.

$$\left[\frac{de}{dt}\right]_{00} = -0.00188 \quad \left[\frac{d\pi}{dt}\right]_{00} = +1.05090 \quad \left[\frac{di}{dt}\right]_{00} = -0.00539$$

$$\left[\frac{d\Omega}{dt}\right]_{00} = -0.67878 \quad \left[\frac{dL}{dt}\right]_{00} = -0.47204$$

und es ergibt sich:

$$\sin \varphi \cdot \frac{1}{2} A_1^{(c)} + \cos \varphi \cdot B_0^{(c)} = -0.00001.$$

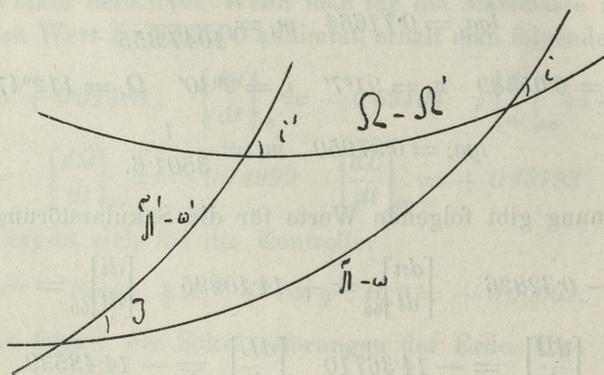
Wenn wir also die Säkularstörungen der vier genannten Planeten addieren, erhalten wir folgende Werte:

$$\left[\frac{de}{dt}\right]_{00} = -0.32576 \quad \left[\frac{d\pi}{dt}\right]_{00} = +17.08818 \quad \left[\frac{di}{dt}\right]_{00} = -0.18434$$

$$\left[\frac{d\Omega}{dt}\right]_{00} = -19.02072 \quad \left[\frac{dL}{dt}\right]_{00} = -6.78597$$

§. 4. Erste Bestimmung der nächsten kritischen Epoche.

Jetzt gehen wir zu unserer Hauptfrage über. Da wegen der großen Exzentrizität der Erosbahn die zwei Bahnen (Eros- und Marsbahn) sich durchsetzen, d. h. Eros auf seiner Bahn sich sowohl innerhalb als auch außerhalb der Marsbahn finden kann, so ent-



steht die Frage, wie sich die zwei Planeten in der Gegend des gemeinsamen Knotens zu einander verhalten. Wenn wir uns einen Fall denken, wo die Radien-Vektoren der zwei Planeten in der Nähe des gemeinsamen Knotens beinahe gleich sind, so muß der Einfluß des Mars hier stark hervortreten, in der Bewegung des Eros eine Hauptrolle spielen und dessen Bahn stark ändern. Um

diese Verhältnisse näher zu prüfen, wollen wir also nachsehen, wie sich die Radien-Vektoren für verschiedene Epochen auf der Knotenlinie verhalten.

Wenn man mit i, Ω, i', Ω' die Neigung und Knotenlänge der Eros- und Marsbahn in bezug auf die Ekliptik, dann mit I die gegenseitige Neigung dieser zwei Bahnen und mit II und II' die Winkelentfernungen die zwei Perihelien vom aufsteigenden Knoten der Marsbahn in bezug auf Erosbahn bezeichnet, bekommt man folgende Formeln:

$$\sin I \cos (II - \omega) = - \sin i \cos i' + \cos i \sin i' \cos (\Omega' - \Omega)$$

$$\sin I \sin (II - \omega) = - \sin i' \sin (\Omega' - \Omega)$$

$$\sin I \cos (II' - \omega') = \cos i \sin i' - \sin i \cos i' (\Omega' - \Omega)$$

$$\sin I \sin (II' - \omega') = - \sin i \sin (\Omega' - \Omega)$$

Aus diesen Gleichungen können wir II und II' finden. Wenn II und II' und die Perihellängen π und π' bekannt sind, kann man leicht die Länge des gemeinsamen Knotens der zwei Bahnen bestimmen. Damit findet man dann ohne weiteres die Anomalien und die Radien-Vektoren beider Planeten für ihre Lage auf der Knotenlinie. Auf Grund dieses Verfahrens kann man für die gegenwärtige Lage der Bahnen finden, daß der aufsteigende Knoten der Erosbahn ungefähr die Länge 295° und der absteigende ungefähr die Länge 115° besitzt. Da aber das Eros-Perihel in 121° und das Mars-Perihel in 334° Länge liegt, so ergibt sich daraus sofort der Schluß, daß das erste Perihel in der Nähe des absteigenden, das zweite in der Nähe des aufsteigenden Knotens liegt; da die Radien-Vektoren im aufsteigenden Knoten die Werte: $r_E = 1.78$, $r_M = 1.41$ und im absteigenden die Werte: $r_E = 1.13$, $r_M = 1.63$ haben, so sind die Planeten noch weit auch dann voneinander entfernt, wenn sie beinahe gleichzeitig durch die Knotenlinie hindurchziehen. Wir kommen also zu dem Schlusse, daß in der gegenwärtigen Lage der zwei Bahnen keine größere Annäherung stattfindet und deswegen auch keine größeren Marsstörungen möglich sind, wobei noch darauf zu achten ist, daß die Marsmasse verhältnismäßig klein ist.

Im Laufe der Zeit verschieben sich aber die Bahnen, infolgedessen verschiebt sich auch die Knotenlinie; außerdem ändern sich auch die Lagen der Perihelien. Es entsteht daher die Frage, wie

eine solche Verschiebung im Laufe der Zeit vor sich geht und wie sich die Lagen der Perihelien gegen den Knoten verhalten. Mit anderen Worten: man muß eine Epoche suchen, wo die Radien-Vektoren der zwei Bahnen auf der Knotenlinie einander infolge der früher genannten Verschiebung beinahe gleich werden. Um darauf zu antworten, mußte man diese Verschiebung schrittweise untersuchen und die Frage für verschiedene Epochen durchstudieren. Für jede Epoche sind die Bahnen auf die bewegliche Ekliptik nach den Präzessions-Formeln von Oppolzer¹⁾ bezogen und dann alle entsprechenden Störungen berücksichtigt worden. Solche Versuche mußten mehrmals wiederholt werden, um sich der gesuchten Epoche zu nähern. Es sollen einige dieser Epochen angeführt werden.

Für $t_0 + 3000$ Jahre, wo t_0 die Anfangsepoche (1901·0) bedeutet, findet man für Eros und Mars:

$$\begin{aligned} i_E &= 10^\circ 57' & \Omega_E &= 331^\circ 52' & e_E &= 12^\circ 41' & \pi_E &= 177^\circ 49' \\ i_M &= 1\ 50 & \Omega_M &= 71\ 56 & e_M &= 5\ 30 & \pi_M &= 29\ 30 \end{aligned}$$

Für den aufsteigenden Knoten der Erosbahn erhalten wir: $\Omega_{EM} = 322^\circ 47'$, und die Radien-Vektoren auf der Knotenlinie sind: im aufsteigenden Knoten $r_E = 1.692$, $r_M = 1.455$, im absteigenden Knoten $r_E = 1.176$, $r_M = 1.569$. Daraus kann man bereits entnehmen, daß eine Annäherung jedenfalls früher im aufsteigenden Knoten erfolgt. Untersuchen wir für diesen die Frage weiter und stellen wir einige Endresultate dieser Untersuchung zusammen.

Für die Epoche $t_0 + 6000$ Jahre bekommen wir:

$$\begin{aligned} e_E &= 12^\circ 29' & \pi_E &= 235^\circ 5' & i_E &= 11^\circ 3' & \Omega_E &= 0^\circ 45' \\ e_M &= 5\ 39 & \pi_M &= 84\ 51 & i_M &= 1\ 51 & \Omega_M &= 93\ 55 \end{aligned}$$

Der aufsteigende Knoten wird $\Omega_{EM} = 351^\circ 20'$, und die Radien-Vektoren sind $r_E = 1.537$, $r_M = 1.518$.

In gleicher Weise gilt für die Epoche $t_0 + 7000$ Jahre:

$$\begin{aligned} e_E &= 12^\circ 22' & \pi_E &= 254^\circ 16' & i_E &= 10^\circ 40' & \Omega_E &= 11^\circ 32' \\ e_M &= 5\ 41 & \pi_M &= 103\ 17 & i_M &= 1\ 52 & \Omega_M &= 100\ 58 \end{aligned}$$

$\Omega_{EM} = 359^\circ 54'$ und die Radien-Vektoren $r_E = 1.476$, $r_M = 1.544$. Offenbar liegt zwischen den Epochen $t_0 + 6000$ und $t_0 + 7000$

¹⁾ Oppolzer. Bahnbestimmung Bd. I.

die Epoche der größten Annäherung. Für diese kann man $t_0 + 6200$ annehmen, weil es sich zeigt, daß für

$$\begin{aligned} e_E &= 12^{\circ} 28' & \pi_E &= 238^{\circ} 55' & i_E &= 11^{\circ} 3' & \Omega_E &= 2^{\circ} 44' & \Omega_{EM} &= 353^{\circ} 16'. \\ e_M &= 5\ 39 & \pi_M &= 88\ 32 & i_M &= 1\ 52 & \Omega_M &= 95\ 20 \end{aligned}$$

sich folgende Radien-Vektoren $r_E = 1.526$ $r_M = 1.523$ ergeben.

§. 5. Genauere Bestimmung der kritischen Epoche. Teilweise Verwendung der Lagrange'schen Methode der Säkularstörungen.

Bei der obigen Rechnung ist angenommen worden, daß über das ganze Intervall von 6000 Jahren die Säkularstörungen einfach der Zeit proportional wirken. Um durch diese Annahme weniger gefesselt zu sein, wollen wir dies Intervall in mehrere kleinere teilen und für jedes einzelne die Rechnung wiederholen. Es wird dabei interessant sein zu beobachten, wie bei der stufenweisen Annäherung an die Epoche, wo die Radien-Vektoren auf der Knotenlinie beinahe gleich sind, die Marsstörungen anwachsen.

Für die erste Epoche nehmen wir also $t_0 + 2100$ an. Wir bekommen dann die entsprechenden Elemente:

$$\begin{aligned} e_E &= 12^{\circ} 45' & \pi_E &= 160^{\circ} 47' & i_E &= 10^{\circ} 55' & \Omega_E &= 323^{\circ} 18' \\ e_M &= 5\ 27 & \pi_M &= 12\ 55 & i_M &= 1\ 51 & \Omega_M &= 64\ 57 \end{aligned}$$

Die Länge des gemeinsamen für Eros aufsteigenden Knotens beträgt $\Omega_{EM} = 314^{\circ} 12'$ und die Radien-Vektoren auf der Knotenlinie sind: $r_E = 1.728$ $r_M = 1.439$. Die Rechnung ist wieder nach der Gauß-Hill'schen Methode von 15° zu 15° durchgeführt worden und gibt auf Grund der Resultate, die in der Tafel V zusammengestellt sind, folgende, von Mars herrührende Säkularstörungen:

$$\begin{aligned} \left[\frac{de}{dt} \right]_{00} &= -0.00384 & \left[\frac{d\pi}{dt} \right]_{00} &= -0.72880 \\ \left[\frac{di}{dt} \right]_{00} &= +0.03706 & \left[\frac{d\Omega}{dt} \right]_{00} &= -0.75038 \end{aligned}$$

und es ergibt sich:

$$\sin \varphi \cdot \frac{1}{2} A_1^{(e)} + \cos \varphi \cdot B_0^{(e)} = +0.00034.$$

Jetzt sind noch die Säkularstörungen der drei Planeten: Erde, Jupiter und Saturn zu berechnen. Wenn es aber auch unerlässlich

ist, die Marstörungen nach der Gauß-Hill'schen Methode zu berechnen, weil eben hier alle anderen Methoden versagen, so werden doch die Störungen der drei obengenannten Planeten nach einer kürzeren Methode, die für unsere Zwecke als ganz genügend erscheint, berechnet werden können. Die Methode, die wir anwenden wollen, ist die klassische Lagrange'sche Methode der Säkularstörungen. Sie ist von Laplace¹⁾, Leverrier²⁾, Stockwell³⁾ auf die großen Planeten angewendet worden. Sie ist aber auch auf die kleinen Planeten anwendbar und wird von Charlier in seiner „Mechanik des Himmels“ in eleganter und moderner Form geboten.

Die Methode geht von den Differential-Gleichungen aus:

$$\frac{d\xi}{dt} = [(0.1) + (0.2) + (0.3) + \dots] \xi - \overline{[0.1]} \xi' - \overline{[0.2]} \xi'' - \dots \quad (*)$$

$$\frac{d\eta}{dt} = - [(0.1) + (0.2) + (0.3) + \dots] \eta + \overline{[0.1]} \eta' + \overline{[0.2]} \eta'' + \dots$$

u. s. w.

wo $\xi = e \sin \pi$ $\eta = e \cos \pi$ u. s. w.

und

$$(0.1) = - \frac{3m' n \alpha^2 b^{(\nu)}_{-\frac{1}{2}}}{4(1 - \alpha^2)^2},$$

$$\overline{[0.1]} = - \frac{3m' n \alpha \left\{ (1 + \alpha^2) b^{(\nu)}_{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \alpha b^{(\nu)}_{-\frac{1}{2}} \right\}}{2(1 - \alpha^2)^2} \text{ ist.}$$

Die b sind Funktionen von α , so daß sämtliche Klammergrößen unmittelbar aus den Massen und Halbachsen zu berechnende Konstanten sind.

Um diese Gleichungen zu integrieren, setzt man:

$$\begin{aligned} \xi &= M \sin(st + \beta) & \eta &= M \cos(st + \beta) \\ \xi' &= M' \sin(st + \beta) & \eta' &= M' \cos(st + \beta) \text{ u. s. w.} \end{aligned}$$

Wenn man diese Werte in die Differential-Gleichungen einsetzt erhält man eine Reihe von Gleichungen:

¹⁾ Laplace, Méc. céleste, L. II. Ch. 7. T. I. p. 321.

²⁾ Leverrier, Annales de l'Observatoire de Paris. Vol. II.

³⁾ Smithsonian Contributions to Knowledge Vol. XVIII p. 12.

$$Ms = \{(0 \cdot 1) + (0 \cdot 2) + (0 \cdot 3) + \dots\} M - \boxed{0 \cdot 1} M' - \boxed{0 \cdot 2} M'' - \boxed{0 \cdot 3} M''' - \dots \quad (**)$$

$$M's = \{(1 \cdot 0) + (1 \cdot 2) + (1 \cdot 3) + \dots\} M' - \boxed{1 \cdot 0} M - \boxed{1 \cdot 2} M'' - \boxed{1 \cdot 3} M''' - \dots$$

u. s. w.

Aus diesen Gleichungen erhält man, nach Elimination der Konstanten $M, M', M'' \dots$ zur Bestimmung des s eine Gleichung des Grades i , wenn i die Zahl der Planeten ist.

Hat man hieraus die Wurzeln s , gefunden, so erhält man für eine jede derselben die Koeffizienten M_r als Funktionen von einem Koeffizienten; auf diese Weise erhält man, z. B., für $s_1 - M'_1 M''_1 M'''_1 \dots$ als Funktionen von M_r .

Die allgemeine Lösung stellt Stockwell in folgender Form:

$$\xi^{(v)} = M^{(v)} \text{Sin}(st + \beta) + M_1^{(v)} \text{Sin}(s_1 t + \beta_1) + M_2^{(v)} \text{Sin}(s_2 t + \beta_2) + \dots \quad (***)$$

$$\eta^{(v)} = M^{(v)} \text{Cos}(st + \beta) + M_1^{(v)} \text{Cos}(s_1 t + \beta_1) + M_2^{(v)} \text{Cos}(s_2 t + \beta_2) + \dots$$

Wenn man die Gleichungen (*) in $\frac{Mm}{na}, \frac{M'm'}{n'a'} \dots$ multipliziert, dann addiert, so erhält man mit Hilfe der Gleichungen (**) und (***):

$$M_r \frac{m}{na} \xi + M_r' \frac{m'}{n'a'} \xi' + \dots = \{M_r^2 \frac{m}{na} + M_r'^2 \frac{m'}{n'a'} + \dots\} \text{Sin}(s, t + \beta_r)$$

$$M_r \frac{m}{na} \eta + M_r' \frac{m'}{n'a'} \eta' + \dots = \{M_r^2 \frac{m}{na} + M_r'^2 \frac{m'}{n'a'} + \dots\} \text{Cos}(s, t + \beta_r)$$

wo $\xi, \eta \dots$ für eine gewisse Anfangsepoche t bekannt sind. Die letzten Gleichungen geben:

$$\text{tg}(s, t + \beta_r) = \frac{M_r \frac{m}{na} \xi + \dots}{M_r \frac{m}{na} \eta + \dots}$$

aus welcher Gleichung man β_r für eine gewählte Epoche bestimmen kann, weil alle M_r^i Funktionen desselben M_r sind. Dann erhält man aus beiden früheren Gleichungen diesen allgemeinen Koeffizienten M_r zweimal und mit diesem berechnet man alle M_r^i . Es sind dann also alle β und alle Reihen M für jedes β bekannt.

Ganz ähnlich verhält sich die Sache für Störungen im Knoten und in der Neigung¹⁾. Man erhält:

¹⁾ Smithsonian Contributions to Knowledge Vol. XVIII p. 100—115.

so erhält man auf Grund der Bezeichnungen $[\xi_r]$, $[\eta_r]$... und $(0, i)$, $[0, i]$ folgende Differential-Gleichungen:

$$\frac{d[\xi]}{dt} = [\eta] \sum_{i=1}^n (0, i) - \sum_{i=1}^n [0, i] [\eta_i]$$

$$\frac{d[\eta]}{dt} = -[\xi] \sum_{i=1}^n (0, i) + \sum_{i=1}^n [0, i] [\xi_i]$$

$$\frac{d[p]}{dt} = -[q] \sum_{i=1}^n (0, i) + \sum_{i=1}^n (0, i) [q_i]$$

$$\frac{d[q]}{dt} = [p] \sum_{i=1}^n (0, i) - \sum_{i=1}^n (0, i) [p_i],$$

die man integrieren muß³⁾.

Auf Grund der Ausdrücke für die großen Planeten und mit Hilfe der Bezeichnungen

$$b = \sum_{i=1}^n (0, i) \quad E_r = \sum_{i=1}^n [0, i] M^{(i)} \quad F_r = \sum_{i=1}^n (0, i) N_r^{(i)}$$

modifizieren sich die Gleichungen folgendermaßen:

$$\frac{d[\xi]}{dt} = b[\eta] + \sum E_r \sin(s_r t + \beta_r)$$

$$\frac{d[\eta]}{dt} = -b[\xi] + \sum E_r \cos(s_r t + \beta_r)$$

$$\frac{d[p]}{dt} = -b[q] - \sum F_r \sin(\sigma_r t + \delta_r)$$

$$\frac{d[q]}{dt} = b[p] - \sum F_r \cos(\sigma_r t + \delta_r)$$

und die Integrale lauten:

$$[\xi] = A \cos(bt + B) + \sum_{r=1}^n \frac{E_r}{b - s_r} \cos(s_r t + \beta_r)$$

$$-[\eta] = A \sin(bt + B) + \sum_{r=1}^n \frac{E_r}{b - s_r} \sin(s_r t + \beta_r)$$

$$[p] = C \cos(-bt + D) + \sum_{r=1}^n \frac{F_r}{b + \sigma_r} \cos(\sigma_r t + \delta_r)$$

³⁾ Charlier Mech. des Himels Bd. I. p. 415—419.

$$[q] = C \sin(-bt + D) + \sum_{r=1}^n \frac{F_r}{b + \sigma_r} \sin(\sigma_r t + \delta_r)$$

wo A, B, C, D Integrationskonstanten bedeuten.

Wenn man noch die Werte $[\xi] = e \cos \pi$, $[\eta] = -e \sin \pi$, $[p] = \sin i \cos \Omega$, $[q] = -\sin i \sin \Omega$ und die Bezeichnungen $\frac{E_r}{b - \sigma_r} = G_r$, $\frac{F_r}{b + \sigma_r} = H_r$ einführt, erhält man endlich:

$$e \cos \pi = A \cos(bt + B) + \sum G_r \cos(s_r t + \beta_r)$$

$$e \sin \pi = A \sin(bt + B) + \sum G_r \sin(s_r t + \beta_r)$$

$$\sin i \cos \Omega = C \cos(-bt + D) + \sum H_r \cos(\sigma_r t + \delta_r)$$

$$\sin i \sin \Omega = C \sin(-bt + D) + \sum H_r \sin(\sigma_r t + \delta_r)$$

wo man zuerst die Konstanten A, B, C, D bestimmen muß, was leicht durchführbar ist, wenn man für eine bestimmte Zeit $t = 0$ die linken Seiten der Gleichungen als bekannt betrachtet.

Wenden wir jetzt diese Theorie auf unseren Fall an. Wir suchen die Störungen für die Epoche $t_0 + 2100$ ($t_0 = 1901.0$), für die wir schon die Marsstörungen nach der Gauß-Hill'schen Methode berechnet haben. Man muß jetzt also noch die Störungen von drei Planeten: Erde, Jupiter und Saturn berechnen. Nach der erwähnten Theorie muß man also zuerst für die Epoche $t_0 + 2100$ alle Koeffizienten M_r und die entsprechenden Werte β_r , ebenso N_r und δ_r auf Grund der Elemente aller großen Planeten, die auf dieselbe Epoche bezogen sein müssen, berechnen. Nach Auflösung der Klammersausdrücke $(0, i)$, $[0, i]$, muß man die Ausdrücke $b = \sum (0, i)$, $E_r = \sum [0, i] M_r^{(i)}$ und $F_r = \sum (0, i) N_r^{(i)}$ ausrechnen. Da wir drei Planeten ins Auge fassen (bezeichnen wir sie mit $i = 3, 5, 6$), so erhalten wir:

$$E_r = [0,3] M_r^{(3)} + [0,5] M_r^{(5)} + [0,6] M_r^{(6)}$$

$$F_r = (0,3) N_r^{(3)} + (0,5) N_r^{(5)} + (0,6) N_r^{(6)}$$

Sind diese Ausdrücke bekannt, so ist es leicht, die Konstanten und dann auch die Elemente für eine gewisse Epoche zu bestimmen. Obwohl man dann die Marsstörungen in den Endresultaten berücksichtigen kann, ist es doch interessanter, die Ausdrücke der Störungen selbständig herauszufinden und mit den Marsstörungen zu vereinigen, da wir diese Rechnung für verschiedene Zeitepochen wiederholen. Da von einer Epoche zu der anderen ungefähr um

2000 Jahre fortgeschritten wird, ist es vielleicht besser, dieses Intervall ($2000 = t$) für alle Epochen beizubehalten. Das kann nur ganz kleine Änderungen in der Rechnung, die man so wie so nicht für ganz genau halten kann, hervorbringen; andererseits aber ist es bequemer das Zeitintervall nicht zu ändern, wenn man die Endresultate miteinander vergleichen will.

Aus der Rechnung erhält man für die Störungen der drei Planeten folgende Werte:

$$\left[\frac{de}{dt} \right]_{00} = -0.24820 \quad \left[\frac{d\pi}{dt} \right]_{00} = +17.12605 \quad \left[\frac{di}{dt} \right]_{00} = -0.07510$$

$$\left[\frac{d\Omega}{dt} \right]_{00} = -18.26500$$

Wenn wir nun die früher erhaltenen Marsstörungen mit den jetzt erhaltenen Störungen der drei Planeten vereinigen, so erhalten wir folgende Säkularstörungen des Planeten Eros für die Epoche $t_0 + 2100$:

$$\left[\frac{de}{dt} \right]_{00} = -0.25204 \quad \left[\frac{d\pi}{dt} \right]_{00} = 16.39725 \quad \left[\frac{di}{dt} \right]_{00} = -0.03804$$

$$\left[\frac{d\Omega}{dt} \right]_{00} = -19.01538 \quad ^1)$$

Auf diesen Säkularstörungen fußend, wollen wir weiter gehen. Betrachten wir jetzt die Epoche $t_0 + 2100$ ($t_0 = 1901.0$), als Ausgangsepoche und suchen wir eine Epoche in der Zukunft, wo die Radien-Vektoren von Mars und Eros beinahe gleiche Werte auf der gemeinsamen Knotenlinie haben. Das ist dieselbe Aufgabe, die wir schon früher nur für eine andere Ausgangsepoche, nämlich die Epoche $t_0 = 1901.0$, gelöst haben. Wir sehen, daß man für die Epoche $(t_0 + 2100) + 4500 = t_0 + 6600$ folgende Elemente erhält:

$$e_E = 12^{\circ}43' \quad \pi_E = 244^{\circ}50' \quad i_E = 11^{\circ}19' \quad \Omega_E = 7^{\circ} 30'$$

$$e_M = 5 41 \quad \pi_M = 95 53 \quad i_M = 1 50 \quad \Omega_M = 99 8$$

¹⁾ Die Störungswerte, mit denen die folgenden Rechnungen durchgeführt werden, weichen von diesen unbedeutend ab. In jeder Rechnung der Säkularstörungen der drei Planeten: Erde, Jupiter und Saturn wurden kleine Verbesserungen eingeführt. Deswegen wären auch alle folgenden Rechnungen zu verbessern. Da dies aber mit sehr großen Rechnungen verbunden wäre und keine wesentliche Rolle für die Schlußresultate gespielt hätte, so wurden die weiteren Rechnungen unverändert gelassen.

Die Länge des aufsteigenden Knotens beträgt $\Omega_{EM} = 358^{\circ}20'$, und die Radien-Vektoren auf der Knotenlinie sind $r_E = 1.521$, $r_M = 1.529$. Diese Epoche kann man also als die Epoche der größten Annäherung der beiden Planeten betrachten. Früher hatten wir, von der Epoche t_0 ausgehend, eine andere Annäherungsepoche, nämlich $t_0 + 6200$ erhalten. Der Unterschied darf nicht befremden, da wir jetzt von einer anderen, späteren Epoche ausgehen, wo auch die Säkularstörungen etwas andere Werte haben.

Wählen wir noch eine intermediäre Epoche, für die wir die Epoche $(t_0 + 2100) + 2100 = t_0 + 4200$ annehmen wollen. Für diese Epoche erhalten wir folgende Elemente:

$$e_E = 12^{\circ}44' \quad \pi_E = 199^{\circ}51' \quad i_E = 11^{\circ}6' \quad \Omega_E = 343^{\circ}47'$$

$$e_M = 5 \ 34 \quad \pi_M = 51 \ 37 \quad i_M = 1 \ 50 \quad \Omega_M = 81 \ 5$$

Für den gemeinsamen Knoten hat man $\Omega_{EM} = 334^{\circ}42'$, und die Radien-Vektoren der Knotenlinie $r_E = 1.643$, $r_M = 1.477$. Wenn man diese Werte der Radien-Vektoren mit den früher für die Epoche $t_0 + 2100$ erhaltenen $r_E = 1.728$ $r_M = 1.439$ vergleicht, sieht man sofort, daß der Unterschied zwischen den Radien mit der Zeit kleiner wird, was wir auch erstreben. Das hat zur Folge, daß die Störungen mit der Zeit unregelmäßiger erscheinen. Die Rechnung ist wieder nach der Gauß-Hill'schen Methode durchgeführt worden, und die Werte aller Größen, die in Betracht kommen, sind auf der Tafel VI zusammengestellt. Es hat sich aber als unzureichend erwiesen, die Bahn in 24 äquidistante Intervalle nach der exzentrischen Anomalie zu teilen, deswegen wurde sie in 48 Intervalle, d. h. von 7.05 zu 7.05 geteilt. Wenn wir, z. B., lgR_0 betrachten und die Werte für eine Reihe von Winkeln aus der Tafel VI herauswählen, finden wir:

E	lgR_0
75	9.75197
82.5	9.82128
90	9.84208
97.5	9.51565
105	0.24919 _n
112.5	0.64475 _n
120	0.59037 _n

Man sieht, daß hier eine rasche Änderung stattfindet. Dasselbe kommt natürlich in den folgenden Summen:

$$R_0 \sin v + (\cos v + \cos E) S_0 \text{ und } -R_0 \cos v + \left(\frac{r}{a \cos^2 \varphi} + 1 \right) \sin v S_0$$

ebenfalls zum Vorschein. Auf der Knotenlinie beträgt die wahre Anomalie 135° (die entsprechende exzentrische zirka 125°), dort aber wird der Radius-Vektor des Eros größer, als der des Mars (1.643 und 1.477). Da aber der Eros-Radius rasch wächst, findet man, daß in der Nähe vom gemeinsamen Knoten Eros vom Inneren der Marsbahn nach außen geht und daß sich dort das Zeichen von R_0 ändert. Weil jetzt der Unterschied zwischen den Radien-Vektoren in der Gegend des Knotens kleiner wird, als in der früheren Epoche, so tritt diese Änderung rascher ein. Deswegen war es auch notwendig kleinere Intervalle zu nehmen, um etwas genauere Resultate zu erhalten. Die Resultate der Rechnung, also die Säkularstörungen, die Mars auf Eros ausübt, sind folgende:

$$\begin{aligned} \left[\frac{de}{dt} \right]_{00} &= -0.02179 & \left[\frac{d\pi}{dt} \right]_{00} &= -0.76279 & \left[\frac{di}{dt} \right]_{00} &= +0.07034 \\ & & \left[\frac{d\Omega}{dt} \right]_{00} &= -0.72970 & & \end{aligned}$$

und es ergibt sich:

$$\sin \varphi \cdot \frac{1}{2} A_1^{(c)} + \cos \varphi \cdot B_0^{(c)} = -0.00015.$$

Für die drei anderen Planeten: Erde, Jupiter und Saturn ist, ebenso wie auch für die Epoche $t_0 + 2100$, die Methode von Charlier angewandt. Man mußte hier wieder für die neuen Elemente aller Planeten die Koeffizienten M_r und Winkel β_r , andererseits N_r und δ_r ¹⁾ berechnen und mit diesen die ganze Rechnung durchführen: die Koeffizienten E_r und F_r , dann G_r und H_r finden. Es ergab sich:

$$\begin{aligned} \left[\frac{de}{dt} \right]_{00} &= -0.26100 & \left[\frac{d\pi}{dt} \right]_{00} &= +17.26500 & \left[\frac{di}{dt} \right]_{00} &= -0.06800 \\ & & \left[\frac{d\Omega}{dt} \right]_{00} &= -18.13950 & & \end{aligned}$$

Für alle vier Planeten erhalten wir endlich für die Epoche $t_0 + 4200$ folgende Säkularstörungen:

¹⁾ Smithsonian Contributions to Knowledge. Vol. XVIII.

$$\left[\frac{de}{dt}\right]_{00} = -0.28279 \quad \left[\frac{d\pi}{dt}\right]_{00} = +16.50221 \quad \left[\frac{di}{dt}\right]_{00} = +0.00234$$

$$\left[\frac{d\Omega}{dt}\right]_{00} = -18.86920$$

Mit diesen Störungswerten weitergehend, wollen wir zuerst wieder die Epoche suchen, wo die Radien-Vektoren der zwei Planeten auf der Knotenlinie beinahe gleiche Werte erhalten. Wir gehen von der Epoche $t_0 + 4200$ aus.

Für die Epoche $[t_0 + 4200] + 2700 = t_0 + 6900$ haben wir die Elemente:

$$e_E = 12^{\circ}42' \quad \pi_E = 250^{\circ}29' \quad i_E = 11^{\circ}3' \quad \Omega_E = 10^{\circ} 1'$$

$$e_M = 5.42 \quad \pi_M = 101.22 \quad i_M = 1.50 \quad \Omega_M = 101.15$$

Die Länge des gemeinsamen Knotens ist $\Omega_{EM} = 359^{\circ}19'$ und die Radien-Vektoren $r_E = 1.494$ $r_M = 1.540$.

Für diese Epoche berechnen wir nun nochmals alle Störungen. Eine größere Annäherung fände eigentlich für eine etwas frühere Epoche statt. Doch kommt es nicht näher darauf an, welche Epoche wir wählen. Die Hauptsache ist, sich eine Anschauung zu verschaffen, wie sich die Säkularstörungen bei einer so starken Annäherung der Bahnen verhalten. Die Resultate der Berechnung der Marsstörungen, die wieder nach der Gauß-Hill'schen Methode geführt worden ist, sind auf der Tafel VII zusammengestellt. Aus dieser Tafel ersieht man, daß, wenn diese Summen von 0° , 15° , 30° u. s. w. und andererseits von $7^{\circ}.5$, $22^{\circ}.5$, $37^{\circ}.5$ u. s. w., für alle Größen bis N , P , Q , V untereinander so ziemlich stimmen, dies mit den Summen der Komponenten der Anziehungskraft R_0 , S_0 , W_0 nicht mehr der Fall ist. Somit muß also die Zerlegung der Erosbahn in 48 Teile als nicht hinreichend erscheinen. Die Ursache läßt sich leicht erkennen. Bei der Epoche $t_0 + 4200$ wurde schon erwähnt, daß R_0 in der Nähe der Knotenlinie, wenn die Radien-Vektoren beinahe gleiche Werte haben, einer raschen Änderung unterliegt. Dasselbe wird auch hier, nur noch in höherem Grade, stattfinden. Man sieht, daß $lg R_0$ solche Werte annimmt:

E	$lg R_0$
82.5	0.27276
90	0.55564
97.5	1.05467
105	0.80996 _n
112.5	0.58036 _n
120	0.42335 _n

Eine so starke Änderung finden wir auch bei einer Drehung um 180° . Auch in S_0 kommen rasche Änderungen vor. Da die Radien-Vektoren in diesem Falle auf der Knotenlinie fast gleiche Werte haben, so erreichen R_0 und S_0 große Werte. Da sie dabei auch das Zeichen ändern, stimmen die Summen nicht mehr überein. Man sieht weiter, daß auch die Summen für $R_0 \sin v + (\cos E + \cos v) S_0$ und $W_0 \cos u$ nicht mehr stimmen; viel günstiger ist der Fall für die Summen von $-R_0 \cos v + \left(\frac{r}{a \cos^2 \varphi} + 1\right) \sin v \cdot S_0$ und $W_0 \sin u$.

Die letztgenannten zwei Ausdrücke bilden die Störungen für den Knoten und das Perihel und sind viel größer, als die ersten für Exzentrizität und Neigung. Wenn also im allgemeinen die Methode für die Rechnung der Säkularstörungen in diesem Falle nicht hinreichend erscheint, so kann man doch grade die zwei größeren Störungen für den Knoten und das Perihel noch als ziemlich sicher betrachten, und nur die zwei anderen, die übrigen, klein bleiben, scheinen unsicher zu sein.

Die Resultate der Säkularstörungen, die Mars auf Eros ausübt, sind folgende:

$$\left[\frac{de}{dt}\right]_{00} = +0.10989 \quad \left[\frac{d\pi}{dt}\right]_{00} = -0.66656 \quad \left[\frac{di}{dt}\right]_{00} = -0.03434$$

$$\left[\frac{d\Omega}{dt}\right]_{00} = -0.59216$$

Es ergibt sich aus der Rechnung:

$$\sin \varphi \cdot \frac{1}{2} A_1^{(c)} + \cos \varphi \cdot B_0^{(c)} = -0.00539,$$

was schon eine sehr große Abweichung darstellt und beweist, daß den Resultaten ein geringer Wert beizulegen ist. Wenn man diese

Werte mit denen für die Epoche $t_0 + 4200$ vergleicht, sieht man, daß $\frac{d\pi}{dt}$ und $\frac{d\Omega}{dt}$ ziemlich gut stimmen.

Für die drei Planeten: Erde, Jupiter und Saturn wird die Rechnung wieder nach Charlier durchgeführt. Ebenso wie früher muß man M_r , β_r und N_r , δ_r auf Grund der Elemente der acht großen Planeten für diese Epoche berechnen. Dann ergeben sich aus der Rechnung folgende Resultate der Säkularstörungen:

$$\left[\frac{de}{dt}\right]_{00} = -0.23585 \quad \left[\frac{d\pi}{dt}\right]_{00} = +17.44100 \quad \left[\frac{di}{dt}\right]_{00} = -0.05055$$

$$\left[\frac{d\Omega}{dt}\right]_{00} = -18.02140$$

Die Säkularstörungen der vier Planeten sind also:

$$\left[\frac{de}{dt}\right]_{00} = -0.12596 \quad \left[\frac{d\pi}{dt}\right]_{00} = +16.77444 \quad \left[\frac{di}{dt}\right]_{00} = -0.08489$$

$$\left[\frac{d\Omega}{dt}\right]_{00} = -18.61356$$

Wenn wir alle bisher berechneten Säkularstörungen zusammenstellen, so erhalten wir folgende Übersicht:

(Siehe Tabelle Seite 832.)

Man erkennt aus dieser Zusammenstellung, daß die Säkularstörungen selbst bis zu einer so starken Annäherung der Bahnen hin wie sie die letzte Epoche aufweist, noch klein bleiben und überhaupt ihre Beträge so langsam ändern, daß wir sie mit Recht für lange Zeiträume als einfach der Zeit proportional betrachten durften.

Das Jahr 8800 als Epoche einer sehr starken Annäherung der Erosbahn an den Schnitt mit der Marsbahn erscheint daher so nahe gesichert, als es überhaupt in der Absicht unserer qualitativen Untersuchung lag.

Über die Gestaltung der periodischen Störungen bei einer solchen Annäherung der Bahnen wird späterhin zu sprechen sein.

Störungen durch Mars					
Epoche	e	π	i	Ω	L
1900	+0.0141	-0.6946	+0.0548	-0.7499	+0.1379
4000	-0.0038	-0.7288	+0.0371	-0.7504	
6100	-0.0218	-0.7628	+0.0703	-0.7297	
8800	+0.1099	-0.6666	-0.0343	-0.5922	

Störungen durch Erde, Jupiter, Saturn					
Epoche	e	π	i	Ω	L
1900	-0.3398 ¹⁾	+17.783	-0.1898	-18.271	-6.9239
4000	-0.2482	+17.126	-0.0751	-18.265	
6100	-0.2610	+17.265	-0.0680	-18.139	
8800	-0.2359	+17.441	-0.0506	-18.021	

§. 6. Die letzte kritische Epoche in der Vergangenheit.

Wir wollen noch eine Frage besprechen, die mit der eben behandelten im Zusammenhange steht. Wenn es interessant war, zu zeigen, daß es in der Zukunft eine Epoche geben wird, wo infolge der Säkulärstörungen die zwei Bahnen in eine derartige Lage geraten werden, daß die Planeten auf der Knotenlinie einander sehr nahekommen können, so ist es nicht minder interessant zu untersuchen, wie es mit der Vergangenheit steht. Mit anderen Worten: wir wollen jetzt die Verschiebung der zwei Bahnen in der Ver-

¹⁾ Man sieht, daß die Störungen durch Erde, Jupiter, Saturn für die Epoche 1900 mit denen für die weiteren Epochen nicht gut übereinstimmen. Die Abweichung kann man dadurch vielleicht erklären, daß die Störungen für die erste Epoche (1900) nach der Gauß'schen Methode und für die weiteren nach Charlier gerechnet sind. Wenn man aber die letzte Methode auch für die Epoche 1900 anwendet, so findet man für die Störungen folgende Werte für e , π , i , Ω : -0.2362, +17.1348, -0.1272, -18.449, welche schon besser mit den Störungswerten für die Epochen: 4000, 6100, 8800 übereinstimmen.

gangenheit einer eingehenden Prüfung unterziehen, um zu erfahren, wann ein solcher Fall stattgefunden hat, wie derjenige, den wir für die Zukunft besprochen haben.

Durch Anführung einiger Resultate möge die Frage klar gestellt und gleichzeitig bewiesen werden, wie sich die Sache in den beiden Knoten verhält.

Für die Epoche $t_0 - 3000$ haben wir die Elemente:

$$e_E = 13^{\circ}05' \quad \pi_E = 65^{\circ} 4' \quad i_E = 10^{\circ}42' \quad \Omega_E = 275^{\circ}40'$$

$$e_M = 5 11 \quad \pi_M = 278 59 \quad i_M = 1 51 \quad \Omega_M = 25 39$$

Der gemeinsame (für Eros aufsteigende) Knoten ist $\Omega_{EM} = 266^{\circ}58'$ und die Radien-Vektoren für den aufsteigenden Knoten sind $r_E = 1.751$, $r_M = 1.388$ für den absteigenden $r_E = 1.143$, $r_M = 1.658$.

Für die Epoche $t_0 - 6000$ haben wir die Elemente:

$$e_E = 13^{\circ}17' \quad \pi_E = 9^{\circ} 31' \quad i_E = 10^{\circ}34' \quad \Omega_E = 248^{\circ}25'$$

$$e_M = 5 2 \quad \pi_M = 223 37 \quad i_M = 1 53 \quad \Omega_M = 2 31$$

Der gemeinsame Knoten ist $\Omega_{EM} = 239^{\circ}47'$ und die Radien-Vektoren für den aufsteigenden Knoten $r_E = 1.619$, $r_M = 1.395$, für den absteigenden $r_E = 1.204$, $r_M = 1.650$. Schon jetzt ist es ersichtlich und wird in den weiteren Epochen noch ersichtlicher sein, daß die Annäherung eher im aufsteigenden Knoten stattfindet. Deswegen wollen wir nur diesen näher untersuchen.

Für die Epoche $t_0 - 8000$ haben wir:

$$e_E = 13^{\circ}25' \quad \pi_E = 332^{\circ}48'$$

$$i_E = 10^{\circ}27' \quad \Omega_E = 230^{\circ}34'$$

$$e_M = 4 56 \quad \pi_M = 187 15 \quad \Omega_{EM} = 222^{\circ}1' \quad r_E = 1.503 \quad r_M = 1.413.$$

$$i_M = 1 54 \quad \Omega_M = 347 5$$

Für die Epoche $t_0 - 9000$ ergibt sich:

$$e_E = 13^{\circ}29' \quad \pi_E = 314^{\circ}32'$$

$$i_E = 10^{\circ}23' \quad \Omega_E = 221^{\circ}50'$$

$$e_M = 4 53 \quad \pi_M = 168 29 \quad \Omega_{EM} = 213^{\circ}20' \quad r_E = 1.444 \quad r_M = 1.427.$$

$$i_M = 1 54 \quad \Omega_M = 339 22$$

Für die Epoche $t_0 - - 9300$ erhält man:

$$\begin{aligned} e_E &= 13^{\circ}30' & \pi_E &= 309^{\circ}04' \\ i_E &= 10^{\circ}22' & \Omega_E &= 219^{\circ}15' \\ e_M &= 4\ 52 & \pi_M &= 162\ 57 & \Omega_{EM} &= 210^{\circ}44' & r^E &= 1.427 & r_M &= 1.431. \\ i_M &= 1\ 54 & \Omega_M &= 337\ 2 \end{aligned}$$

Hier ist also die Epoche, wo die Annäherung der zwei Planeten in der Vergangenheit stattgefunden hat. Diese Epoche ist von der jetzigen viel weiter entfernt, als die entsprechende für die Zukunft. Dieser Umstand ist leicht zu erklären. Die Geschwindigkeit der Bewegungen der Perihelien ist ungefähr zweimal größer, als die des gemeinsamen Knotens. Wenn wir also von der jetzigen Epoche aus rückwärts gehen, finden wir leicht, daß das Perihel der Erosbahn sich dem gemeinsamen Knoten nähert. Dann erreichen die Radien-Vektoren der Erosbahn auf der Knotenlinie ihre Grenzwerte und der Unterschied zwischen Mars- und Eros-Radien ist natürlich sehr groß. Erst nach dieser Epoche wird der Unterschied sich verringern und deswegen liegt in der Vergangenheit die kritische Epoche entfernter. Um sich dieser Epoche zu nähern, werden wir nicht mehr so viel intermediäre Epochen annehmen, wie für die Zukunft, weil es sich in dem früheren Falle gezeigt hat, daß die säkularen Störungen sich mit der Zeit wenig ändern.

Berechnen wir für die Epoche $t_0 - 4600$, die in der Mitte der Epoche der größten Annäherung liegt, die säkularen Störungen und suchen wir dann wieder die Annäherungsepoche.

Für die Epoche $t_0 - 4600$ findet man die Elemente:

$$\begin{aligned} e_E &= 13^{\circ}11' & \pi_E &= 35^{\circ} 29' & i_E &= 10^{\circ}38' & \Omega_E &= 261^{\circ}4' \\ e_M &= 5\ 6 & \pi_M &= 249\ 59 & i_M &= 1\ 53 & \Omega_M &= 13\ 50 \end{aligned}$$

Die Länge des gemeinsamen Knotens wird $\Omega_{EM} = 252^{\circ}25'$ sein und die Radien-Vektoren $r_E = 1.691$, $r_M = 1.388$. Die Marsstörungen sind, wie gewöhnlich, nach der Gauß-Hill'schen Methode berechnet und die Resultate auf der Tafel VIII zusammengestellt.

Aus diesen Resultaten ergeben sich folgende Säkulärstörungen:

$$\begin{aligned} \left[\frac{de}{dt} \right]_{00} &= + 0.05328 & \left[\frac{d\pi}{dt} \right]_{00} &= - 0.65116 & \left[\frac{di}{dt} \right]_{00} &= - 0.06021 \\ & & \left[\frac{d\Omega}{dt} \right]_{00} &= - 0.70730 \end{aligned}$$

und weiter:

$$\sin \varphi \cdot \frac{1}{2} A_1^{(e)} + \cos \varphi B_0^{(e)} = -0.00005.$$

Für die Berechnung der Säkularstörungen, welche die drei Planeten (Erde, Jupiter und Saturn) auf Eros ausüben, wurde, wie auch früher, die Methode von Charlier angewandt. Auf Grund der Elemente aller großen Planeten für diese Epoche werden die Größen M_r , β_r , N_r , δ_r und dann, wie vorher, die Störungen berechnet. Es ergeben sich folgende Säkularstörungen:

$$\left[\frac{de}{dt} \right]_{00} = -0.27980 \quad \left[\frac{d\pi}{dt} \right]_{00} = +16.77380 \quad \left[\frac{di}{dt} \right]_{00} = -0.11740$$

$$\left[\frac{d\Omega}{dt} \right]_{00} = -18.66075.$$

Für die Säkularstörungen, die alle vier Planeten auf Eros ausüben, erhält man folgende Werte:

$$\left[\frac{de}{dt} \right]_{00} = -0.22652 \quad \left[\frac{d\pi}{dt} \right]_{00} = +16.12264 \quad \left[\frac{di}{dt} \right]_{00} = -0.17761$$

$$\left[\frac{d\Omega}{dt} \right]_{00} = -19.36805.$$

Wenn wir jetzt mit diesen Werten der Säkularstörungen weiter in die Vergangenheit zurückgreifen, müssen wir zu einer Epoche kommen, wo Mars und Eros sich auf der Knotenlinie einander bedeutend genähert haben. Eine kleine Überlegung zeigt sofort, daß für die Epoche $t_0 = 9600$, wo die Elemente folgende Werte annehmen:

$$e_E = 13^{\circ}30' \quad \pi_E = 305^{\circ}36' \quad i_E = 10^{\circ}23' \quad \Omega_E = 217^{\circ}35'$$

$$e_M = 4.37 \quad \pi_M = 159.50 \quad i_M = 2.2 \quad \Omega_M = 334.44,$$

der gemeinsame Knoten $\Omega_{EM} = 208^{\circ}17'$ sein wird, und die Radienvektoren $r_E = 1.426$ $r_M = 1.437$. Für die Epoche $t_0 = 9200$ erhält man:

$$e_E = 13^{\circ}29' \quad \pi_E = 312^{\circ}44'$$

$$i_E = 10^{\circ}24' \quad \Omega_E = 221^{\circ}03'$$

$$e_M = 4.52 \quad \pi_M = 164.47 \quad \Omega_{EM} = 212^{\circ}22' \quad r_E = 1.439 \quad r_M = 1.432$$

$$i_M = 1.54 \quad \Omega_M = 337.49$$

und für die Epoche $t_0 = 9300$ erhält man:

$$\begin{aligned}
 e_E &= 13^{\circ}29' & \pi_E &= 310^{\circ}57' \\
 i_E &= 10^{\circ}24' & \Omega_E &= 220^{\circ}12' \\
 e_M &= 4\ 48 & \pi_M &= 163\ 33 & \Omega_{EM} &= 211^{\circ}33' & r_E &= 1.433 & r_M &= 1.433. \\
 i_M &= 1\ 56 & \Omega_M &= 337\ 3
 \end{aligned}$$

Wir finden also, daß eine Annäherung für die Epoche $t_0 - 9300$ stattfindet. Dieselbe Epoche haben wir gefunden, von der Epoche t_0 ausgehend. Jetzt könnte man, wie wir das für die Zukunft getan haben, weiter zu der Epoche $t_0 - 9300$ übergehen und für diese alle Störungen berechnen. Für die zukünftigen Epochen aber haben wir schon gefunden, daß die Störungen bei einer solchen Annäherung unregelmäßiger werden, d. h. die Werte der Störungskomponenten in Beziehung auf verschiedene Anomaliewinkel rasche und größere Änderungen erleiden, die Schlußwerte der Säkularstörungen jedoch beinahe gleich bleiben. Deswegen hat es keinen Zweck mehr, hier nochmals diese Störungen zu berechnen. Die Überzeugung genügt, daß eine derartige Annäherungsepoche in zirka $t_0 - 9300$ J. existiert hat.

Wir kommen also zu folgendem Schlusse:

Die letzte kritische Epoche, bei welcher ein Schnitt von Eros- und Marsbahn stattfand, lag um das Jahr 7400 v. Chr. Die nächste kritische Epoche fällt um das Jahr 8800 n. Chr.

§. 7. Die Gesamtstörungen in den kritischen Epochen.

Es handelt sich jetzt darum, eine Vorstellung davon zu gewinnen, welche Änderung die Erosbahn in einer solchen kritischen Epoche erleidet. Die kritische Epoche ist dadurch charakterisiert, daß sich in ihr die Bahnen schneiden. Man könnte nun direkt fragen, in welchem Momente um die kritische Epoche die Distanz der beiden Planeten ihr Minimum erreicht, und wie groß diese minimale Distanz ist. Die Lösung dieser Frage wäre aber schwierig und, weil sie auf eine approximative Bestimmung der kritischen Epoche und der respektiven Elemente beider Bahnen basiert, auch unsicher. Wir werden uns also auf eine einfachere Aufgabe beschränken und untersuchen, ob während einer kritischen Epoche auch die beiden Planeten selbst nahe gleichzeitig in den Schnittpunkt der Bahnen eintreffen werden. Versuchen wir diese Frage für die Annäherungs-

epoche, die wir für die Zukunft erhalten haben, zu lösen. Wir haben die Säkularstörungen für die extreme Epoche $t_0 + 6900$ berechnet; in diesem Falle nehmen Mars- und Eros-Perihelien eine solche Lage ein, daß die Radien-Vektoren fast gleiche Werte auf der Knotenlinie erhalten. Eine nähere Untersuchung zeigt, daß die Annäherung noch schärfer in der Epoche $t_0 + 6700$ stattfindet. Dieser Epoche wollen wir uns also zuwenden.

Im ganzen suchen wir also nach einer Epoche von zirka $t_0 + 6700$ Jahren, wo die zwei Bahnen erstens auf dem gemeinsamen Knoten beinahe gleiche Radien-Vektoren haben, und zweitens, wo die beiden Planeten sich in dieser Epoche beinahe gleichzeitig auf der Knotenlinie befinden. Wenn wir eine solche Lage der Planeten herausfinden, kommen wir zu einem höchst interessantem Falle der Planetenbewegungen: die Planeten kommen in dieser Zeit einander ganz nahe und dann muß der störende Planet, in diesem Falle Mars, einen solchen Einfluß auf Eros ausüben, daß die Störungen in dieser Lage sehr große Werte bekommen, und die Erosbahn eine starke Umformung erleidet.

Eros' mittlere Bewegung (736030'' jährlich) ist größer, als die des Mars (689051'' jährlich); infolgedessen bewegt sich Eros schneller und macht einen vollen Umlauf in kürzerer Zeit. Wenn wir also die zwei Planeten auf ihren Bahnen laufen lassen und diese Bewegung verfolgen, z. B. in Hinsicht auf einen Planeten, sagen wir auf Eros, so finden wir, daß, wenn Eros einen ganzen Umlauf vom Knoten zum Knoten macht, Mars ein wenig zurückbleibt. Die Entfernung ändert sich um einen gewissen Winkel. Wiederholen sich solche Umläufe mehrmals, so wird die Winkelentfernung immer kleiner und schließlich kommt ein Moment, wo die zwei Planeten beinahe gleichzeitig durch den Knoten gehen.

Versuchen wir zuerst einen solchen Moment zu finden.

Mit der Ausgangsepoche (1901·0) erhalten wir für die mittleren Längen folgende Ausdrücke:

$$\begin{aligned} (\text{Eros}) L &= 99^\circ 26' 46'' \cdot 8 + (56' + 966570''.7) T \\ (\text{Mars}) L &= 125 \quad 9 \quad 52 \cdot 5 + (53' + 222117''.6) T \end{aligned} \quad \text{wo } T = 100 J \text{ ist.}$$

Mit diesen Werten finden wir die mittleren Längen für die neue Ausgangsepoche ($t_0 + 6700$):

$$L_E = 88^\circ 24' 4'' \qquad L_M = 300^\circ 24' 54''$$

und der mittleren Anomalien:

$$M_E = 201^\circ 40' 43'' \quad M_M = 202^\circ 43' 44''$$

Von den mittleren Anomalien muß man in jedem Falle zu den exzentrischen übergeben und auf Grund der letzten die wahren Anomalien und Radien-Vektoren finden.

Gehen wir weiter und berechnen für jede Zeit die mittleren Anomalien und die entsprechenden mittleren Längen, so gelangen wir schrittweise zu einer Annäherung der zwei Planeten. Einige Zahlen mögen angeführt werden:

Für $x + 10 J.$ (wo $x = t_0 + 6700$ ist) erhält man:

$$x + 10 \quad M_E = 86^\circ 12' 22'' \quad M_M = 316^\circ 45' 53''$$

$$x + 13 \quad M_E = 339 33 52 \quad M_M = 170 58 6$$

$$x + 13.5 \quad M_E = 81 47 26 \quad M_M = 266 40 11$$

$$x + 13.54 \quad M_E = 89 58 7 \quad M_M = 274 19 33$$

entsprechende mittlere Längen:

$$L_E = 333^\circ \text{ (zirka)} \quad L_M = 55^\circ$$

$$L_E = 285 \quad L_M = 267$$

$$L_E = 327 \quad L_M = 3$$

$$L_E = 386 \quad L_M = 11$$

Für $x + 13.547$ erhält man die exzentrischen Anomalien $E_E = 102^\circ 16' 26''$, $E_M = 268^\circ 38' 59''$, dann die wahren Anomalien $v_E = 114^\circ 23' 54''$, $v_M = 262^\circ 58' 16''$. Diese zwei Winkel, mit Berücksichtigung der Perihellängen $\pi_E = 246^\circ 43' 21''$ und $\pi_M = 97^\circ 41' 10''$, zeigen, daß die zwei Planeten sich in einer sehr kleinen Winkelentfernung und gleichzeitig auch sehr nahe an der Knotenlinie (gem. Knoten $\Omega = 1^\circ 14'$) befinden. Diesen wahren Anomalien entsprechen die Radien-Vektoren $lg r_E = 0.18363$, $lg r_M = 0.18391$.

Bleiben wir bei dieser Epoche, um die Frage über die Störungen bei dieser Annäherung zu untersuchen. Es ist sehr bequem in diesem Falle die Methode der Variation der Konstanten anzuwenden. Wie früher, zerlegt man die störende Kraft in die drei Komponenten: R_0 in der Richtung des Radius-Vektors, positiv gerechnet, wenn sich der Radius-Vektor vergrößert, S_0 senkrecht auf demsel-

ben, positiv in der Richtung der Bewegung des Himmelskörpers, endlich W_0 senkrecht auf der Bahnebene, positiv, wenn die Bewegung vom Pol der positiven Z — Achse gesehen gegen den Uhrzeiger vorangeht.

Die allgemeinen Formeln¹⁾ für diese Komponenten sind:

$$\Sigma k^2 m_1 \left\{ \frac{\xi_1 - r}{\varrho^3} - \frac{\xi_1}{r_1^3} \right\} = R_0$$

$$\Sigma k^2 m_1 \left\{ \frac{\eta_1 - r}{\varrho^3} - \frac{\eta_1}{r_1^3} \right\} = S_0$$

$$\Sigma k^2 m_1 \left\{ \frac{\zeta_1 - r}{\xi^3} - \frac{\zeta_1}{r_1^3} \right\} = W_0$$

fernen, wenn

$$R = \frac{R_0}{(wk) \sqrt{p}} \quad , \quad S = \frac{S_0}{(wk) \sqrt{p}} \quad , \quad W = \frac{W_0}{(wk) \sqrt{p}} \quad \text{ist,}$$

so hat man folgende Formeln²⁾ für die Variation der Elemente:

$$\delta i = r \cos u \cdot W$$

$$\delta \Omega = \frac{r \sin u}{\sin i} \cdot W$$

$$w \delta \mu = - \frac{\beta (wk)}{\sqrt{a}} \sin \varphi \cdot \sin v \cdot R - \frac{\beta (wk)}{\sqrt{a}} \cdot \frac{p}{r} \cdot S$$

$$\delta L = -(2r \cos \varphi + p \cos v \operatorname{tg} \frac{1}{2} \varphi) R + (r + p) \sin v \operatorname{tg} \frac{1}{2} \varphi \cdot S + r \sin u \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{2} i \cdot W$$

$$\delta \pi = - \frac{p \cos v}{\sin \varphi} \cdot R + (r + p) \frac{\sin v}{\sin \varphi} \cdot S + r \sin u \operatorname{tg} \frac{1}{2} i \cdot W$$

$$\delta \varphi = a \cos \varphi \cdot \sin v \cdot R + a \cos \varphi (\cos v + \cos E) S$$

$$\Delta L = \int \frac{\delta L}{d\tau} d\tau + \int dt \int \frac{\delta \mu}{d\tau} d\tau.$$

Um diese Formeln in unserem Falle anzuwenden, wollen wir der Methode folgen, die Dr. Strömgren im Aufsätze: „Über die gegenseitigen Störungen zweier einander nahekommenden kleinen

¹⁾ Oppolzer. Bahnbestimmung. Bd. II p. 226.

²⁾ „ „ „ „ p. 222.

Planeten^{4 3)} angewandt, hat. Die Methode besteht in der Entwicklung der Koordinaten nach Potenzen der Zeit.

Aus den Formeln:

$$x = r \operatorname{Sin} a \operatorname{Sin} (v + A')$$

$$y = r \operatorname{Sin} b \operatorname{Sin} (v + B')$$

$$z = r \operatorname{Sin} c \operatorname{Sin} (v + C')$$

wo a, A', b, B', c, C' bekannte Konstanten sind, erhält man durch Differentiation:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{k}{\sqrt{p}} \operatorname{Sin} a \operatorname{Cos} (v + A') + \frac{k}{\sqrt{p}} e \operatorname{Sin} a \operatorname{Cos} A' \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k^2x}{r^2}$$

$$\frac{d^3x}{dt^3} = -\frac{k^3\sqrt{p}}{r^4} \operatorname{Sin} a \operatorname{Cos} (v + A') + \frac{2k^3e}{r^3\sqrt{p}} \operatorname{Sin} a \operatorname{Sin} (v + A') \operatorname{Sin} v$$

$$\begin{aligned} \frac{d^4x}{dt^4} = & \frac{k^4p}{r^6} \operatorname{Sin} a \operatorname{Sin} (v + A') + \frac{4k^4e}{r^5} \operatorname{Sin} a \operatorname{Cos} (v + A') \operatorname{Sin} v + \\ & + \frac{2k^4e}{r^6} \operatorname{Sin} a \operatorname{Sin} (2v + A') - \frac{6k^4e^2}{r^4p} \operatorname{Sin} a \operatorname{Sin} (v + A') \operatorname{Sin}^2 v \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^5x}{dt^5} = & \frac{k^5p^{3/2}}{r^8} \operatorname{Sin} a \operatorname{Cos} (v + A') - \frac{18k^5\sqrt{p}}{r^7} \operatorname{Sin} a \operatorname{Sin} (v + A') \operatorname{Sin} v + \\ & + \frac{16k^5e\sqrt{p}}{r^7} \operatorname{Sin} a \operatorname{Cos} (v + A') \operatorname{Cos} v - \frac{36k^5e^2}{r^6\sqrt{p}} \operatorname{Sin} a \operatorname{Cos} (v + A') \operatorname{Sin}^2 v - \\ & - \frac{32k^5e^2}{r^6\sqrt{p}} \operatorname{Sin} a \operatorname{Sin} (v + A') \operatorname{Sin} v \operatorname{Cos} v + \frac{24k^5e^3}{r^5p^{3/2}} \operatorname{Sin} a \operatorname{Sin} (v + A') \operatorname{Sin}^3 v \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^6x}{dt^6} = & -\frac{k^6p^2}{r^{10}} \operatorname{Sin} a \operatorname{Sin} (v + A') - \frac{42k^6pe}{r^9} \operatorname{Sin} a \operatorname{Cos} (v + A') \operatorname{Sin} v - \\ & - \frac{34k^6pe}{r^9} \operatorname{Sin} a \operatorname{Sin} (v + A') \operatorname{Cos} v + \frac{162k^6e^2}{r^8} \operatorname{Sin} a \operatorname{Sin} (v + A') \operatorname{Sin}^2 v - \\ & - \frac{216k^6e^2}{r^8} \operatorname{Sin} a \operatorname{Cos} (v + A') \operatorname{Sin} v \operatorname{Cos} v - \frac{32k^6e^2}{r^8} \operatorname{Sin} a \operatorname{Sin} (v + A') \operatorname{Cos} 2v + \end{aligned}$$

³⁾ Astronomische Nachrichten. Bd. 165.

$$\begin{aligned}
 & + \frac{258k^6e^3}{r^7p} \text{Sina Sin}(v+A') \text{Sin}^2v \text{Cos}v + \frac{240k^6e^3}{r^7p} \text{Sina Cos}(v+A') \text{Sin}^3v - \\
 & - \frac{120k^6e^4}{r^6p^2} \text{Sina Sin}(v+A') \text{Sin}^4v.
 \end{aligned}$$

Wenn man a, A' mit b, B' und dann mit c, C' vertauscht, erhält man ganz analoge Werte für $\frac{dy}{dt}, \frac{d^2y}{dt^2}, \dots, \frac{dz}{dt}, \frac{d^2z}{dt^2}, \dots$

Die Elemente der zwei Planeten sind auf die Epoche $t_0 + 6700$ reduziert:

Eros	Mars	
$M = 243^{\circ} 38' 58''$	$M_1 = 202^{\circ} 43' 46''$	
$e = 12 \ 41 \ 48$	$e_1 = 5 \ 41 \ 15$	
$\pi = 246 \ 43 \ 21$	$\pi_1 = 97 \ 41 \ 10$	<i>Mittl. Aequ. $t_0 + 6700$</i>
$i = 11 \ 3 \ 43$	$i_1 = 1 \ 49 \ 39$	
$\Omega = 8 \ 3 \ 7$	$\Omega_1 = 100 \ 19 \ 5$	
$lga = 0.16380$	$lga_1 = 0.18290$	

Mit Hilfe der Mac-Laurin'schen Reihe:

$$x = x_0 + \frac{t}{1!} \frac{dx_0}{dt} + \frac{t^2}{2!} \frac{d^2x_0}{dt^2} + \frac{t^3}{3!} \frac{d^3x_0}{dt^3} + \dots$$

erhält man die Koordinaten der beiden Körper nach Potenzen der Zeit entwickelt. Mit Hilfe dieser Reihe und der Formeln für $\frac{dx}{dt}, \frac{d^2x}{dt^2}, \dots$, wenn man für $t=0$ die Zeit $+ 13^{\text{e}}. 54$ annimmt, (es ist überflüssig, die Elemente auf eine nähere Epoche zu reduzieren, da diese Berechnung überhaupt einen mehr qualitativen Charakter hat), erhält man folgende Reihen:

$$\begin{aligned}
 x &= 1.52554 + 0.026960 \left(\frac{t}{10}\right) - 0.006348 \left(\frac{t}{10}\right)^2 + 0.0000842 \left(\frac{t}{10}\right)^3 + \\
 & + 0.00000172 \left(\frac{t}{10}\right)^4 - 0.000000206 \left(\frac{t}{10}\right)^5 + 0.0000000096 \left(\frac{t}{10}\right)^6 \\
 y &= 0.04431 + 0.111287 \left(\frac{t}{10}\right) - 0.000184 \left(\frac{t}{10}\right)^2 - 0.0001508 \left(\frac{t}{10}\right)^3 + \\
 & + 0.00000165 \left(\frac{t}{10}\right)^4 - 0.000000144 \left(\frac{t}{10}\right)^5 + 0.0000000010 \left(\frac{t}{10}\right)^6 \\
 z &= -0.01976 + 0.073288 \left(\frac{t}{10}\right) + 0.000082 \left(\frac{t}{10}\right)^2 - 0.0001032 \left(\frac{t}{10}\right)^3 + \\
 & + 0.00000105 \left(\frac{t}{10}\right)^4 - 0.000000089 \left(\frac{t}{10}\right)^5 + 0.0000000003 \left(\frac{t}{10}\right)^6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_1 &= 1.52641 - 0.015367 \left(\frac{t}{10}\right) - 0.006340 \left(\frac{t}{10}\right)^2 - 0.0000359 \left(\frac{t}{10}\right)^3 + \\
&\quad + 0.00000404 \left(\frac{t}{10}\right)^4 + 0.000000135 \left(\frac{t}{10}\right)^5 + 0.000000012 \left(\frac{t}{10}\right)^6 \\
y_1 &= 0.03458 + 0.127577 \left(\frac{t}{10}\right) - 0.000144 \left(\frac{t}{10}\right)^2 - 0.0001779 \left(\frac{t}{10}\right)^3 - \\
&\quad - 0.00000231 \left(\frac{t}{10}\right)^4 + 0.000000036 \left(\frac{t}{10}\right)^5 + 0.000000041 \left(\frac{t}{10}\right)^6 \\
z_1 &= -0.03757 + 0.053096 \left(\frac{t}{10}\right) + 0.000156 \left(\frac{t}{10}\right)^2 - 0.0000706 \left(\frac{t}{10}\right)^3 - \\
&\quad - 0.00000109 \left(\frac{t}{10}\right)^4 + 0.000000010 \left(\frac{t}{10}\right)^5 + 0.000000016 \left(\frac{t}{10}\right)^6 \\
x_1 - x &= +0.00087 - 0.042327 \left(\frac{t}{10}\right) + 0.000008 \left(\frac{t}{10}\right)^2 - 0.0001201 \left(\frac{t}{10}\right)^3 + \\
&\quad + 0.00000232 \left(\frac{t}{10}\right)^4 + 0.000000341 \left(\frac{t}{10}\right)^5 - 0.000000084 \left(\frac{t}{10}\right)^6 \\
y_1 - y &= -0.00973 + 0.016290 \left(\frac{t}{10}\right) + 0.000040 \left(\frac{t}{10}\right)^2 - 0.0000271 \left(\frac{t}{10}\right)^3 - \\
&\quad - 0.00000396 \left(\frac{t}{10}\right)^4 + 0.000000180 \left(\frac{t}{10}\right)^5 + 0.000000031 \left(\frac{t}{10}\right)^6 \\
z_1 - z &= -0.01781 - 0.020192 \left(\frac{t}{10}\right) + 0.000074 \left(\frac{t}{10}\right)^2 + 0.0000326 \left(\frac{t}{10}\right)^3 - \\
&\quad - 0.00000214 \left(\frac{t}{10}\right)^4 + 0.000000099 \left(\frac{t}{10}\right)^5 + 0.000000013 \left(\frac{t}{10}\right)^6
\end{aligned}$$

Aus diesen Formeln kann man die Entfernung der beiden Planeten erhalten; es ergibt sich nämlich:

$$\begin{aligned}
\rho^2 &= 0.00041263 + 0.00032859 \left(\frac{t}{10}\right) + 0.00246122 \left(\frac{t}{10}\right)^2 - 0.00000043 \left(\frac{t}{10}\right)^3 + \\
&\quad + 0.00000812 \left(\frac{t}{10}\right)^4 + 0.00000007 \left(\frac{t}{10}\right)^5 - 0.00000003 \left(\frac{t}{10}\right)^6
\end{aligned}$$

Durch die Substitution:

$$\frac{t}{10} = [9.60633] \tau - 0.06675$$

erhält man eine Reihe, wo die erste Potenz von τ fehlt, nämlich:

$$\begin{aligned}
\rho^2 &= 0.00040167 [1 + \tau^2 - 0.00042573 \tau^3 + 0.00053302 \tau^4 + \\
&\quad + 0.00000224 \tau^5 - 0.00000032 \tau^6],
\end{aligned}$$

wo $\tau = 0$ mit der Zeit der größten Annäherung zusammenfällt und $\rho_0 = 0.020042$ ist.

Dr. Strömgren zeigt in dem genannten Artikel ¹⁾, daß, wenn die

¹⁾ Astronomische Nachrichten. Bd. 165. p. 19.

Reihen für die Koordinaten der Planeten sehr lange konvergent sind, die Reihe für den Ausdruck ϱ^2 nur sehr kurz konvergent ist und daß man eine konvergentere Reihe erhält, wenn man im Ausdrücke für $\frac{1}{\varrho^3}$ den Faktor $(1 + \tau^2)$ aussondert. In unserem Falle entspricht der Konvergenz der Reihe $t < 3.4$; man kann also die Reihe für $\frac{1}{\varrho^3}$ nur in jenem kurzen Intervalle brauchen. Hingegen sind die Reihen für die Koordinaten lange Zeit konvergent. So. z. B., betragen für $+10$ Tage die direkt berechneten Werte für Eros:

$$x = 1.54621 \quad y = 0.15527 \quad z = 0.05352$$

und nach den Reihen:

$$x = 1.54624 \quad y = 0.15526 \quad z = 0.05351$$

Ebenso stellen sich die Zahlen für Mars. Auch für eine längere Zeit herrscht noch eine genügende Übereinstimmung.

Bildet man aber nach Strömgren die folgende Reihe:

$$\frac{1}{\varrho^3} = \frac{0}{0.00000805} \left[\frac{1}{(1 + \tau^2)^{3/2}} + 0.00063860 \frac{\tau^3}{(1 + \tau^2)^{5/2}} - \right. \\ \left. - 0.00079953 \frac{\tau^4}{(1 + \tau^2)^{5/2}} - 0.00000366 \frac{\tau^5}{(1 + \tau^2)^{5/2}} + \right. \\ \left. + 0.00000048 \frac{\tau^6}{(1 + \tau^2)^{5/2}} \right]$$

so kann man sich leicht überzeugen, daß diese Reihe viel konvergenter ist.

Aus dem direkt berechneten Werte für $+10$ Tage erhalten wir $\varrho^3 = 0.0001814$, und die Reihe gibt $\varrho^3 = 0.0001818$.

Bei Oppolzer¹⁾ sind die Formeln zusammengestellt, die die Variation der Elemente ergeben. Auf Grund der Reihen für die Koordinaten x, y, z, x_1, y_1, z_1 , kann man auch die Ausdrücke, die in den Formeln von Oppolzer vorkommen, zu Reihen entwickeln. Das sind die Ausdrücke für $r \text{Sin} u, r \text{Cos} u, r \text{Sin} v, \text{Sin} v, \text{Cos} v, r, \frac{1}{r}, \text{Cos} E, \xi_1, \eta_1, \zeta_1$, die man in Reihen aus folgenden Formeln erhalten kann:

¹⁾ Oppolzer. Bahnbestimmung. Bd. II. p. 235—236.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \text{Sin } u = \frac{r \text{ Sin } u}{r} \quad \text{Sin } v = \frac{r \text{ Sin } v}{r}$$

$$r \text{ Sin } u = \frac{z}{\text{Sin } i} \quad \text{Cos } u = \frac{r \text{ Cos } u}{r} \quad \text{Cos } v = \frac{r \text{ Cos } v}{r}$$

$$r \text{ Cos } u = x \text{ Cos } \Omega + y \text{ Sin } \Omega \quad \text{Cos } E = \frac{r \text{ Cos } v}{a} + e$$

$$r \text{ Sin } v = r \text{ Sin } u \text{ Cos } \omega - r \text{ Cos } u \text{ Sin } \omega$$

$$r \text{ Cos } v = r \text{ Cos } u \text{ Cos } \omega + r \text{ Sin } u \text{ Sin } \omega$$

$$\xi_1 = x_1 \left(\frac{x}{r} \right) + y_1 \left(\frac{y}{r} \right) + z_1 \left(\frac{z}{r} \right)$$

$$\eta_1 = -x_1 (\text{Cos } u \text{ Cos } i \text{ Sin } \Omega + \text{Sin } u \text{ Cos } \Omega) + y_1 (\text{Cos } u \text{ Cos } i \text{ Cos } \Omega - \text{Sin } u \text{ Sin } \Omega) + z_1 \text{ Cos } u \text{ Sin } i$$

$$\zeta_1 = x_1 \text{ Sin } i \text{ Sin } \Omega - y_1 \text{ Sin } i \text{ Cos } \Omega + z_1 \text{ Cos } i$$

Da sich im Laufe der Rechnung gezeigt hat, daß die Koeffizienten von τ^4 sehr klein sind, so wurden die Potenzen τ^5 und τ^6 in den weiteren Rechnungen weggelassen. Diese Reihen setzt man in die Ausdrücke, die Oppolzer mit $\{i : W\}$, $\{\Omega : W\}$, $\{\mu : W\}$ u. s. w. bezeichnet. Mit letzteren kann man dann Differentialgleichungen aufstellen, die die Störungen der Elemente ergeben.

Es ergibt sich bei Vernachlässigung der Sonnenstörungen:

$$\frac{di}{d\tau} = m_1 [3.86498] \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^3 [-0.006437 + 0.0167167\tau + 0.00020191\tau^2 - 0.00001482\tau^3 - 0.00000003\tau^4]$$

$$\frac{d\Omega}{d\tau} = m_1 [3.86498] \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^3 [+0.002847 - 0.0108457\tau + 0.00891353\tau^2 + 0.00001023\tau^3 - 0.00000385\tau^4]$$

$$\frac{d\mu}{d\tau} = m_1 [3.86498] \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^3 [+0.002585 + 0.0040325\tau - 0.00009077\tau^2 - 0.00000216\tau^3 + 0.00000010\tau^4]$$

$$\frac{dL}{d\tau} = m_1 [3.86498] \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^3 [-0.02993 + 0.0224361\tau + 0.00204794\tau^2 - 0.00001610\tau^3 - 0.00000146\tau^4]$$

$$\frac{d\pi}{d\tau} = m_1 [3.86498] \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^3 [-0.784648 - 1.1923953\tau + 0.06811782\tau^2 + 0.00077015\tau^3 - 0.00009042\tau^4]$$

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = m_1 [3.86498] \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^3 [+0.070546 + 0.0937510\tau + 0.02636493\tau^2 - 0.00059924\tau^3 - 0.00002081\tau^4]$$

Wenn wir jetzt in jedem dieser Fälle die Multiplikation ausführen und dann integrieren, erhalten wir die Integrale:

$$\int \frac{\tau^{2m} d\tau}{(1 + \tau^2)^{1/2(2n+1)}} \quad \text{und} \quad \int \frac{\tau^{2m+1} d\tau}{(1 + \tau^2)^{1/2(2n+1)}}.$$

Die Integrale des letztgenannten Typus verschwinden, wenn die Grenzen symmetrisch um die Zeit der größten Annäherung (also $\tau=0$) gewählt sind. Wir erhalten also folgende Integrale:

$$\int \frac{d\tau}{(1 + \tau^2)\tau^{3/2}} = \frac{\tau}{\sqrt{1 + \tau^2}} \int \frac{\tau^2 d\tau}{(1 + \tau^2)^{3/2}} = -\frac{\tau}{\sqrt{1 + \tau^2}} + \lg(\tau + \sqrt{1 + \tau^2})$$

$$\int \frac{\tau^4 d\tau}{(1 + \tau^2)^{3/2}} = \frac{\tau(3 + \tau^2)}{2\sqrt{1 + \tau^2}} - \frac{3}{2} \lg(\tau + \sqrt{1 + \tau^2})$$

$$\int \frac{\tau^4 d\tau}{(1 + \tau^2)^{5/2}} = -\frac{\tau(3 + 4\tau^2)}{3(1 + \tau^2)^{3/2}} + \lg(\tau + \sqrt{1 + \tau^2})$$

$$\int \frac{\tau^6 d\tau}{(1 + \tau^2)^{5/2}} = \frac{\tau(3\tau^4 + 20\tau^2 + 15)}{6(1 + \tau^2)^{3/2}} - \frac{5}{2} \lg(\tau + \sqrt{1 + \tau^2})$$

$$\int \frac{\tau^6 d\tau}{(1 + \tau^2)^{7/2}} = \frac{\tau(2\tau^4 - 5\tau^2 - 15)}{8\sqrt{1 + \tau^2}} + \frac{15}{8} \lg(\tau + \sqrt{1 + \tau^2}).$$

Wenn wir die zwei Reihen, die man multiplizieren muß, im allgemeinen so schreiben:

$$\frac{1}{(1 + \tau^2)^{3/2}} + d \frac{\tau^3}{(1 + \tau^2)^{5/2}} + e \frac{\tau^4}{(1 + \tau^2)^{5/2}} + f \frac{\tau^5}{(1 + \tau^2)^{5/2}} + g \frac{\tau^6}{(1 + \tau^2)^{5/2}} \\ \alpha + \beta\tau + \gamma\tau^2 + \delta\tau^3 + \varepsilon\tau^4 + \zeta\tau^5 + \eta\tau^6$$

und nach Multiplikation die Glieder von dem Typus $\frac{\tau^{2m}}{(1 + \tau^2)^{1/2(2n+1)}}$ beibehalten, bekommen wir:

$$\frac{\alpha}{(1 + \tau^2)^{3/2}}, \quad \frac{\alpha e \tau^4}{(1 + \tau^2)^{5/2}}, \quad \frac{\alpha g \tau^6}{(1 + \tau^2)^{5/2}}, \quad \frac{\beta d \tau^4}{(1 + \tau^2)^{5/2}}, \quad \frac{\beta f \tau^6}{(1 + \tau^2)^{5/2}}, \\ \frac{\gamma \tau^2}{(1 + \tau^2)^{3/2}}, \quad \frac{\gamma e \tau^6}{(1 + \tau^2)^{5/2}}, \quad \frac{\delta d \tau^6}{(1 + \tau^2)^{5/2}}, \quad \frac{\varepsilon \tau^4}{(1 + \tau^2)^{3/2}}, \quad \frac{\eta \tau^6}{(1 + \tau^2)^{5/2}}.$$

Hier kann man sich eigentlich auf die Glieder bis τ^4 beschränken, da die Berücksichtigung von höheren Gliedern nur kleine Änderungen nach sich zieht; doch in gewissen Fällen sind auch die Glieder mit τ^6 berücksichtigt worden.

Wie früher erwähnt wurde, ist die Reihe $\frac{1}{q^3}$ für 10 Tage genügend konvergent. Integrieren wir also zwischen den Grenzen von -10 Tagen bis $+10$ Tagen.

$$\begin{array}{l} \text{Für } t = +10 \text{ erhält man } \tau = + 2.64076 \\ \text{„ } t = -10 \text{ „ „ } \tau = - 2.31026 \end{array}$$

und ferner erhalten wir für $t_0 = 0$ — $\tau_0 = + 0.16524$. Es ist also von der Zeit τ_0 symmetrisch um das Intervall 2.475 nach beiden Richtungen fortzuschreiten und hierdurch sind die Grenzen für die Integrale festgelegt.

Wenn wir für die Marsmasse den Wert $m_1 = \frac{1}{3093500}$ nach Newcomb¹⁾ setzen, erhalten wir folgende Resultate:

$$\begin{array}{ll} \Delta i = - & 5'' 88175 & \Delta \Omega = + & 0'' 69017 \\ \Delta \mu = + & 2 \cdot 32161 & \Delta L = - & 27 \cdot 60125 \\ \Delta \pi = - & 724 \cdot 917 & \Delta \varphi = + & 58 \cdot 1957 \end{array}$$

Aus diesen Endresultaten sieht man, daß die Störungen wirklich sehr große Werte in kurzer Zeit erlangen, wie das auch vorauszusehen war, da die Planeten in einer solchen Epoche sich einander bedeutend nähern. Man sieht gleichzeitig, daß die größten Störungen in der Perihellänge und in der Exzentrizität zustande kommen. Infolgedessen ändert sich die Gestalt der Bahn bedeutend.

Die oben erhaltenen Resultate können nur die Größenordnung der bei einer solchen Annäherung eintretenden Störungen bezeichnen. Abgesehen davon, daß die Anfangswerte nicht genau genommen, daß die Werte der Störungen nicht ganz exakt berechnet sind, was alles bei einem so großen Zeitintervalle große Änderungen bewirken kann, spielt in diesem Falle eine Hauptrolle ein anderer Umstand. Es ist leicht ersichtlich, daß die beiden Planeten der ungleichen mittleren Bewegung wegen in einem Zeitintervalle von zirka 27.6 Jahren sich in derselben heliozentrischen Länge — in Konjunktion — befinden. Zur Zeit des einer solchen Konjunktion vorausgehenden oder nachfolgenden Knotendurchgangs des Eros wird sich Mars ebenfalls nicht weit vom Knoten befinden, da die

¹⁾ Astronomical Papers. Vol. VI.

beiden Planeten infolge des geringen Unterschiedes der mittleren Bewegungen sich nur langsam gegeneinander verschieben. Es werden daher in Intervallen von etwa 28 Jahren sich benachbarte Knotendurchgänge beider Planeten wiederholen und, wenn es sich um eine Zeit um die Epoche $t_0 + 6700$ handelt, wo die Bahnen sich im Knoten nahe schneiden, so werden bei solchen Knotendurchgängen die Planeten selbst sehr nahe kommen. Es werden also bei jeder solchen Annäherung starke Störungen vorkommen. Der Hauptfehler bei der oben behandelten Annäherung besteht darin, daß die bei vorausgehenden Knotendurchgängen auftretenden starken Störungen nicht berücksichtigt sind.

Wenn wir uns der nächst früheren Annäherung zuwenden, so finden wir, daß sie in der Epoche $x - 14.64$ ($x = t_0 + 6700$) stattfindet. Hier wird aber der Unterschied zwischen den Anomalien größer; Mars geht voran. Wir sahen, daß in dem oben behandelten Beispiele die mittleren Anomalien waren:

$$M_E = 89^\circ 58' 7'' \qquad M_M = 274^\circ 19' 33''$$

In der gegenwärtigen Epoche: $x - 14.64$ ist die mittlere Anomalie des Mars größer:

$$M_E = 88 \ 29 \ 25 \qquad M_M = 280 \ 14 \ 18$$

Infolgedessen vergrößert sich auch die Entfernung der Planeten. Die Rechnung zeigt, daß im Minimum $q = 0.17461$ ist. Dasselbe Verfahren kann man auch auf die nächstfolgende Epoche anwenden. Man findet leicht, daß, wenn man von der Annäherungsepoche $x + 13.54$ um 28.18 vorwärts geht, man in der Epoche $x + 41.72$ wieder eine Annäherung erhält. In diesem Falle passiert Eros früher den Knoten; die mittleren Anomalien lauten:

$$M_E = 89^\circ 24' 9'' \qquad M_M = 267^\circ 8' 58''$$

und man erhält $q = 0.19275$. Auch zu diesen zwei Nachbarepochen würden die Störungen noch eine größere Wirkung ausüben.

Ganz dasselbe Verfahren kann man auf die Vergangenheit anwenden. Wir haben gefunden, daß die Bahnen in der Epoche $t_0 - 9300$ sich schneiden. Man muß diese Epoche näher untersuchen und sehen, wie die zwei Planeten in dieser Zeit auf ihren Bahnen laufen. Die Elemente für diese Epoche sind schon bekannt. Wir können auf Grund der Säkularstörungen die mittleren Län-

gen und dann auch die mittleren Anomalien berechnen. Sie ergeben sich für die Epoche $t_0 - 9300 = y$

$$M_E = 18^\circ 45' 30'' \quad M_M = 346^\circ 6' 7''$$

Wir führen einige Resultate an, die uns zeigen, wie dieser Vorgang sich in der Vergangenheit darstellt und greifen zuerst weiter zurück, um die früheren Annäherungen, die vor der Epoche y stattgefunden haben, zu finden. Es ergibt sich:

für $y - 11.0$	Jahr.	$M_E = 289^\circ 46' 41''$	$M_M = 40^\circ 40' 7''$
" $y - 39.2$	"	$M_E = 284 \ 12 \ 38$	$M_M = 44 \ 6 \ 11$
" $y - 67.36$	"	$M_E = 286 \ 47 \ 51$	$M_M = 45 \ 11 \ 27$
" $y - 121.94$	"	$M_E = 287 \ 47 \ 26$	$M_M = 40 \ 24 \ 47$

Nach einiger Überlegung zeigt es sich, daß von diesen Annäherungsepochen die letzte die günstigste ist, und die Berechnung für die gegenseitige Entfernung der Planeten $q = 0.05770$ ergibt. Aus den angeführten Zahlen ersieht man sofort, daß in allen anderen Fällen entweder Eros oder Mars durch den Knoten viel früher hindurchgeht; dann wird die Entfernung der beiden Planeten größer, als in dem letzten Falle.

Wenn wir jetzt von der Epoche y zu späteren Zeiten übergehen, dann finden wir:

für $y + 43.55$	Jahr.	$M_E = 282^\circ 40' 31''$	$M_M = 40^\circ 42' 14''$
" $y + 71.75$	"	$M_E = 288 \ 14 \ 34$	$M_M = 37 \ 16 \ 10$
" $y + 126.325$	"	$M_E = 286 \ 15 \ 5$	$M_M = 41 \ 5 \ 25$

Für die letzte Epoche, die die größte Annäherung aufweist, findet man $q = 0.02977$. Also wiederum erhalten wir eine zweimalige sehr starke Annäherung der beiden Planeten.

§ 8. Ergebnis.

Die bisherigen Rechnungen ergeben eine klare Vorstellung von der Art der Stabilität oder Instabilität der Bewegung des Eros. Man kann die Verhältnisse etwa folgendermaßen beschreiben. Obwohl die Aphel- und Periheldistanz des Eros die mittlere Distanz des Mars zwischen sich einschließen, schneiden sich für gewöhnlich beide Bahnen nicht, sondern gehen infolge der Neigung ihrer Ebenen gegeneinander in erheblichem Abstände aneinander vorüber. Infolge der Säkularstörungen verschieben sich jedoch die Bahnen in sol-

cher Weise, daß von Zeit zu Zeit ein Schnitt der beiden Bahnkurven eintritt. Die letzte derartige Epoche lag um das Jahr 7400 a. Chr. n., die nächste wird um das Jahr 8600 p. Chr. n. eintreten, und man wird nicht fehlgehen, wenn man für eine längere Vergangenheit und Zukunft einen solchen Schnitt der beiden Bahnen in Intervallen von jeweil etwa 20000 Jahren (der Größenordnung nach) voraussetzt. In den 100 oder 200 Jahren um eine Epoche herum, zu welcher sich die Bahnen schneiden, wird es nun auch immer eintreten, daß einmal oder in Intervallen von 28 Jahren mehrmals hintereinander beide Planeten sehr nahe gleichzeitig durch den Schnittpunkt der beiden Bahnen hindurchgehen. Die Distanz der Planeten voneinander wird dann sehr gering und es treten stärkere periodische Störungen ein. Der Betrag derselben wird dadurch gekennzeichnet, daß bei dem oben näher behandelten Beispiel innerhalb 10 Tagen eine Verschiebung des Erosperihels um $12'$ eintritt, während zugleich die Exzentrizität um 0.0003 zunahm. Die Umwandlung der Erosbahn spielt sich also in der Weise ab, daß etwa alle 20000 Jahre infolge einer starken Annäherung des Eros an Mars eine ruckweise Veränderung eintritt. Ob diese Änderungen öfters im selben Sinne wirken oder sich aufheben, oder ob die Annäherungen an Mars zu einer der kritischen Epochen so eng wird, daß ein unmittelbarer Umstoß der ganzen Erosbewegung erfolgt, darüber zu entscheiden, ist weder unsere Kenntnis der Elemente der Erosbahn aus den Beobachtungen noch unsere Berechnung der Störungen genau genug. Schließt man den Fall einer einzelnen sehr starken Annäherung aus, so würden vielleicht 50 Annäherungen der normalen oben betrachteten Art genügen, um eine völlige Umwandlung der Erosbahn herbeizuführen, etwa seine Bahn in die eines gewöhnlichen kleinen Planeten überzuführen. Wenn daher nicht zufällig ein solcher singulärer Fall vorliegt, dessen Bestehen für Eros nur außerordentlich schwer aus einer vollständigen Theorie der Erosbewegung abzuleiten wäre, so wird man schließen dürfen, daß die Instabilität der Erosbewegung von der Art ist, daß sie etwa in 1 Million von Jahren zu einer völligen Umwandlung der Erosbahn führen kann. Eros bildet also ein Mittelglied zwischen den von Jupiter eingefangenen Kometen, die ihre Bahn in mehreren Fällen innerhalb einiger Jahrhunderte öfters völlig geändert haben, und den großen Planeten, deren Bahnen offenbar selbst in geologischen Zeiträumen keine wesentliche Umänderungen erfahren.

TAFEL I.

E	lgr	v	A	$lg B$	ϵ	$lg g$	h
0	0-05424	0 ⁰	3-33537	0-18931	142° 43'	8-24880	2-30854
15	0-05846	18 45	3-31691	0-18404	26 19	7-58354	2-31936
30	0-07062	37 9	3-37530	0-19302	10 50	6-41712	2-34836
45	0-08930	54 55	3-51048	0-21535	12 51	7-96222	2-39364
60	0-11247	71 49	3-71827	0-24771	22 57	8-46808	2-45317
75	0-13799	87 49	3-99000	0-28548	240 9	8-75310	2-52958
90	0-16380	102 53	4-31092	0-32444	255 49	8-92764	2-62946
105	0-18817	117 5	4-66070	0-36133	270 5	9-02830	2-76454
120	0-20970	130 34	5-01387	0-39393	283 15	9-07004	2-94376
135	0-22739	143 27	5-34287	0-42089	295 32	9-05814	3-15540
150	0-24048	155 53	5-61955	0-44144	307 11	8-99110	3-36135
165	0-24851	168 1	5-81998	0-45518	318 24	8-86006	3-52608
180	0-25122	180 0	5-92677	0-46199	329 24	8-64276	3-62222
195	0-24851	191 58	5-93099	0-46185	340 22	8-28188	3-63739
210	0-24048	204 6	5-83399	0-45498	351 26	8-57065	3-57065
225	0-22739	216 32	5-64613	0-44161	2 49	7-56008	3-43310
240	0-20970	229 25	5-38527	0-42224	14 38	7-95526	3-24378
255	0-18817	242 54	5-07495	0-39746	27 4	8-41668	3-03118
270	0-16380	257 7	4-73978	0-36814	40 16	8-66298	2-82452
285	0-13799	272 10	4-40425	0-33539	54 24	8-79682	2-64833
300	0-11247	288 10	4-08968	0-30071	69 37	8-85094	2-51294
315	0-08930	305 4	3-81373	0-26602	86 2	8-83560	2-41666
330	0-07063	322 50	3-58973	0-23374	103 43	8-74796	2-35384
345	0-05846	341 14	3-42791	0-20698	122 40	8-56996	2-31900
			54-93850	4-03165	2305 14		34-17259
			54-93890	4-03158	2195 14		34-17426

TAFEL I.

<i>E</i>	<i>l</i>	<i>G</i>	<i>G'</i>	<i>G''</i>	<i>0</i>	<i>lg K</i>	<i>lg L'</i>	<i>lg N</i>
0	1-00662	2-30260	1-02011	0-00755	41° 50' 0"	0-19868	0-52972	0-46205
15	0-97734	2-31813	0-98026	0-00169	40 35 16	0-18459	0-51202	0-44367
30	1-00674	2-34828	1-00693	0-00011	40 54 28	0-18876	0-51727	0-44814
45	1-09664	2-39068	1-10308	0-00348	42 50 0	0-20981	0-54366	0-47739
60	1-24489	2-44313	1-26444	0-00951	46 6 46	0-24948	0-59299	0-58155
75	1-44020	2-50844	1-47663	0-01529	50 15 12	0-30735	0-66400	0-60909
90	1-66126	2-59450	1-71324	0-01902	54 32 47	0-37836	0-74975	0-70202
105	1-87592	2-71790	1-94377	0-02021	57 51 22	0-44241	0-82592	0-78393
120	2-04990	2-89579	2-11703	0-01917	58 52 34	0-46407	0-85138	0-81122
135	2-16726	3-11677	2-22240	0-01650	57 42 22	0-43912	0-82211	0-77992
150	2-23799	3-33456	2-27768	0-01290	55 48 52	0-40185	0-77785	0-73227
165	2-27368	3-50937	2-29937	0-00898	54 5 40	0-37028	0-74009	0-69158
180	2-28434	3-61307	2-29878	0-00529	52 56 13	0-35028	0-71604	0-66556
195	2-27339	3-63352	2-27957	0-00231	52 23 40	0-34122	0-70509	0-65371
210	2-24313	3-56988	2-24435	0-00045	52 27 40	0-34230	0-70641	0-65513
225	2-19282	3-43301	2-19296	0-00005	53 3 30	0-35232	0-71850	0-66822
240	2-12128	3-24130	2-12507	0-00131	54 4 30	0-36994	0-73968	0-69113
255	2-02356	3-02254	2-03645	0-00424	55 11 47	0-39023	0-76400	0-71736
270	1-89506	2-80653	1-92159	0-00853	55 53 52	0-40342	0-77968	0-73427
285	1-73571	2-62135	1-77614	0-01345	55 30 7	0-39593	0-77075	0-72467
300	1-53654	2-48206	1-60823	0-01781	53 41 0	0-36307	0-73144	0-68222
315	1-37686	2-38831	1-42533	0-02012	50 46 44	0-31540	0-67383	0-61975
330	1-20570	2-33235	1-25629	0-01910	47 25 50	0-26688	0-61447	0-55505
345	1-08870	2-30576	1-11637	0-01443	44 16 32	0-22664	0-56466	0-50047
	20-52345	33-96405	20-85274	0-12075	614 34 32	3-97709	8-30668	7-67061
	20-52208	33-96578	20-85133	0-12075	614 32 12	3-97530	8-30463	7-66976

TAFEL II.

<i>E</i>	<i>A</i>	<i>lg B</i>	ϵ	<i>lg g</i>	<i>h</i>	<i>l</i>	<i>G</i>
0	2 31942	0 06022	19° 40' 14"	5 62278	1 31984	0 99930	1 31974
15	2 33894	0 06280	37 52 37	6 14998	1 31987	0 98879	1 34958
30	2 40590	0 07151	55 54 47	6 42736	1 44241	0 96321	1 44202
45	2 51968	0 08600	73 34 31	6 58390	1 57756	0 94184	1 57718
60	2 67753	0 10547	90 39 26	6 65896	1 74770	0 92954	1 74738
75	2 87420	0 12858	106 58 38	6 66652	1 94472	0 92920	1 94448
90	3 10005	0 15347	122 25 28	6 60780	2 16274	0 93703	2 16259
105	3 34124	0 17820	136 58 53	6 47236	2 39130	0 94966	2 39121
120	3 57968	0 20092	150 42 16	6 22910	2 61518	0 96422	2 61514
135	3 79565	0 22016	163 43 1	5 78390	2 81752	0 97785	2 81751
150	3 96869	0 23474	176 10 42	4 56558	2 97941	0 98900	2 97941
165	4 08194	0 24396	188 15 24	5 25034	3 08516	0 99650	3 08516
180	4 12393	0 24735	200 8 28	6 01674	3 12408	0 99956	3 12406
195	4 09017	0 24478	212 0 49	6 38638	3 09170	0 99818	3 09166
210	3 98459	0 23637	224 3 22	6 60324	2 99213	0 99218	2 99206
225	3 81814	0 22249	236 27 21	6 73484	2 83580	0 98206	2 83570
240	3 60723	0 20387	249 23 2	6 79634	2 63805	0 96890	2 63791
255	3 37196	0 18161	263 0 5	6 80480	2 41738	0 95430	2 41720
270	3 13185	0 15711	277 26 6	6 75496	2 19100	0 94057	2 19079
285	2 90492	0 13218	292 45 10	6 64208	1 97392	0 93072	1 97371
300	2 70507	0 10877	308 56 43	6 44730	1 77610	0 92868	1 77591
315	2 54216	0 08871	325 55 5	6 12248	1 60470	0 93718	1 60458
330	2 42180	0 07343	343 29 46	5 50182	1 46421	0 95731	1 46417
345	2 34717	0 06380	1 28 51	3 40030	1 36344	0 98346	1 36344
	38 02574	1 85323	2219 0 20		26 45285	11 56950	26 45118
	38 02617	1 85327	2039 0 22		26 45307	11 56974	26 45141

TAFEL II.

E	G'	G''	θ	$lg K$	$lg L'$	$lg N$	$lg N$	$lg P$
0	0-99943	0-00003	60° 29' 8"	0-50045	0-89935	0-85661	0-59199	1-24496
15	0-98919	0-00011	58 53 15	0-46431	0-85167	0-81153	0-54969	1-14090
30	0-96379	0-00019	54 50 27	0-38355	0-75584	0-70875	0-45005	0-88783
45	0-94248	0-00026	50 37 49	0-31311	0-67102	0-61671	0-35859	0-63371
60	0-93014	0-00028	46 51 30	0-25921	0-60501	0-54471	0-28427	0-40438
75	0-92969	0-00026	43 45 0	0-22040	0-55688	0-49193	0-22689	0-20605
90	0-93738	0-00020	41 10 44	0-19163	0-52088	0-45232	0-18050	0-03134
105	0-94988	0-00013	39 4 16	0-17009	0-49372	0-42232	0-14227	9-87871
120	0-96433	0-00007	37 23 32	0-15415	0-47352	0-39997	0-11109	9-74959
135	0-97788	0-00002	36 5 42	0-14253	0-45874	0-38359	0-08631	9-64531
150	0-98900	0-00000	35 10 50	0-13470	0-44874	0-37250	0-06826	9-56874
165	0-99651	0-00001	34 38 3	0-13015	0-44292	0-36604	0-05705	9-52141
180	0-99961	0-00003	34 26 54	0-12862	0-44097	0-36388	0-05278	9-50431
195	0-99830	0-00008	34 37 43	0-13011	0-44287	0-36599	0-05563	9-51810
210	0-99238	0-00014	35 9 57	0-13457	0-44858	0-37233	0-06535	9-56195
225	0-98236	0-00020	36 3 35	0-14223	0-45835	0-38316	0-08178	9-63474
240	0-96929	0-00025	37 19 3	0-15347	0-47266	0-39902	0-10472	9-73478
255	0-95476	0-00028	38 56 28	0-16882	0-49211	0-42054	0-13390	9-85927
270	0-94105	0-00028	40 57 13	0-18925	0-51788	0-44899	0-16967	0-00625
285	0-93117	0-00024	43 23 9	0-21615	0-55158	0-48610	0-21292	0-17382
300	0-92904	0-00017	46 19 45	0-25228	0-59644	0-53533	0-26683	0-36435
315	0-93739	0-00009	49 50 49	0-30125	0-65658	0-60099	0-33557	0-58137
330	0-95738	0-00002	53 57 40	0-36792	0-73725	0-68851	0-42458	0-83063
345	0-98346	0-00000	58 8 8	0-44825	0-83280	0-79131	0-52701	1-09053
	11-57282	0-00166	524 6 43	2-84980	6-91172	6-14292	2-77009	1-88911
	11-57307	0-00168	523 46 1	2-84740	6-90924	6-14021	2-76760	1-88391

TAFEL II.

E	$lg Q$	$lg V$	$lg J_1$	$lg J_2$	$lg J_3$	$lg F_2$	$lg F_3$	$lg R_0$	$lg S_0$
0	1.32811	1.32810	9.99987	7.89154	7.68395n	7.80352n	6.97545n	0.59138n	8.73247
15	1.23099	1.23096	9.99870	7.35793n	8.62294	8.06712n	7.22558n	0.53327n	9.08863n
30	0.99977	0.99971	9.99493	6.07918n	8.93520	8.20561n	7.30885n	0.41064n	9.09781n
45	0.77735	0.77727	9.99022	7.43457	9.09576	8.28408n	7.27522n	0.31667n	8.82256n
60	0.58653	0.58645	9.98632	8.00217	9.19019	8.32161n	7.09680n	0.24919n	8.15927n
75	0.42996	0.42989	9.98447	8.28171	9.24279	8.32639n	6.47899n	0.20189n	8.24254
90	0.29740	0.29735	9.98488	8.42991	9.26288	8.29603n	6.83988	0.16411n	8.50864
105	0.18595	0.18592	9.98709	8.49304	9.25341	8.22831n	7.15636	0.10536n	8.54357
120	0.09355	0.09354	9.99034	8.48643	9.21296	8.10668n	7.22597	0.08333n	8.41830
135	0.02003	0.02003	9.99380	8.40654	9.13507	7.88408n	7.12069	0.06698n	8.36773
150	9.96663	9.96663	9.99683	8.21484	9.00260	7.27492n	6.58540	0.05679n	8.16107
165	9.93381	9.93381	9.99895	7.65992	8.76410	7.61730	6.97014n	0.04272n	7.72428
180	9.92194	9.92193	9.99987	7.93044n	8.07372	8.00080	7.36941n	0.05549n	7.59329n
195	9.93142	9.93140	9.99948	8.32879n	8.54357n	8.18532	7.54572n	0.06447n	8.11898n
210	9.96169	9.96166	9.99783	8.50826n	8.89851n	8.29475	7.62118n	0.07941n	8.34869n
225	0.01224	0.01220	9.99511	8.60021n	9.07093n	8.36955	7.62258n	0.09989n	8.49262n
240	0.08244	0.08239	9.99168	8.63236n	9.22539n	8.39130	7.52233n	0.12517n	8.58244n
255	0.47107	0.47101	9.98820	8.69277n	9.25339n	8.36961	7.39239n	0.15498n	8.62685n
270	0.27801	0.27795	9.98547	8.52048n	9.24633n	8.31317	7.07101n	0.18984n	8.59229n
285	0.40368	0.40362	9.98437	8.33102n	9.24633n	8.36961	5.04054n	0.23370n	8.3733n
300	0.55270	0.55265	9.98550	7.62118	9.19424n	8.31317	6.88178	0.29837n	7.99870
315	0.73117	0.73114	9.98892	8.05652	9.11244n	8.05337	6.99370	0.381717	8.81717
330	0.94749	0.94748	9.99363	8.05652	8.97132n	7.74304	6.81907	0.38194n	9.14114
345	1.18368	1.18368	9.99789	8.08422	8.70825n	6.69238n	5.83864n	0.50332n	9.26380
	5.01626	5.01584						-21.25137	+0.03166
	5.01135	5.01093						-21.17974	0.03125

TAFEL II.

E	$lg W_0$	$+ S_0 (Cos v + Cos E)$	$+ \frac{R_0 Sin v}{a Cos^2 \varphi} + 1$	$S_0 Sin v$	$W_0 Cos u$	$W_0 Sin u$	$- 2 \frac{r}{a} R_0$
0	8.95551	+0.10802	+3.90282	-0.08613	+0.00353	6.06529	
15	9.83952	-1.33243	3.16071	-0.66292	-0.19520	5.35750	
30	9.92690	-1.76323	1.91157	-0.69384	-0.48243	4.15420	
45	9.86828	-1.78183	1.08906	-0.44881	-0.58631	3.49300	
60	9.77433	-1.69817	0.52688	-0.20845	-0.55701	3.15421	
75	9.67223	-1.58544	0.09535	-0.03714	-0.46868	2.99993	
90	9.56111	-1.42963	-0.26111	+0.06654	-0.35788	2.91836	
105	9.44104	-1.23189	-0.55178	0.11557	-0.25073	2.86800	
120	9.30850	-0.99824	-0.78585	0.12590	-0.15984	2.83327	
135	9.15685	-0.75660	-0.94252	0.11169	-0.09010	2.80512	
150	8.96988	-0.50242	-1.05160	0.08353	-0.04158	2.78412	
165	8.70062	-0.24722	-1.11216	0.04863	-0.01242	2.77031	
180	7.96142	+0.00752	-1.12907	0.00914	-0.00038	2.69881	
195	8.49150n	0.26146	-1.10532	-0.03057	-0.00519	2.76206	
210	8.86917n	0.51360	-1.03823	-0.06872	-0.02743	2.76807	
225	9.08959n	0.76186	-0.92354	-0.10167	-0.06907	2.77993	
240	9.25749n	1.00025	-0.75525	-0.13221	-0.13248	2.79781	
255	9.39952n	1.21784	-0.52800	-0.12335	-0.21850	2.82207	
270	9.52582n	1.40159	-0.24033	-0.08818	-0.32381	2.85767	
285	9.64008n	1.54011	+0.10585	-0.00129	-0.43660	2.91780	
300	9.74825n	1.63547	0.51569	+0.15266	-0.53888	3.04371	
315	9.84120n	1.71077	1.04114	0.37512	-0.58358	3.34885	
330	9.92113n	1.68565	1.76571	0.64339	-0.53056	3.88855	
345	9.89240n	1.37582	2.90952	0.72818	-0.28109	5.00044	
	+0.21144	-0.03927	3.86123	-0.18737	-3.14875	39.96507	
	0.05481	-0.06756	3.23833	-0.02656	-3.19747	39.92501	
		-0.10683	6.59956	-0.21393	-6.34622	79.89008	

TAFEL III.

<i>E</i>	<i>A</i>	<i>lg B</i>	ε	<i>lg g</i>	<i>h</i>	<i>l</i>	<i>G</i>
0	28-17272	0-74920	95° 42' 55"	0-29474	27-00888	1-10064	27-00606
30	27-97296	0-70361	136 31 7	9-88324	27-03018	0-87959	27-02910
60	28-10955	0-72416	179 54 14	4-69666	27-07494	0-97142	27-07494
90	28-58443	0-80270	217 48 12	9-98092	27-10003	1-42121	27-09865
120	29-28985	0-88878	248 2 3	0-51278	27-08278	2-14388	27-07796
150	30-01740	0-95355	273 9 12	0-70646	27-03377	2-92044	27-02596
180	30-53339	0-98955	295 46 58	0-68870	27-01352	3-45668	27-00584
210	30-68030	0-99726	317 44 14	0-45062	27-03671	3-58040	27-03226
240	30-43795	0-97970	340 19 4	9-81482	27-08317	3-29159	27-08216
270	29-91024	0-94104	4 30 31	8-47372	27-10464	2-74242	27-10459
300	29-25774	0-88590	31 6 51	9-99902	27-07374	2-12080	27-07226
330	28-63586	0-81900	61 1 37	0-32254	27-03222	1-54045	27-02917
	175-80120	5-21729	1187 52 5		162-33703	13-08501	162-31922
	175-80119	5-21716	1010 44 53		162-33755	13-08451	162-31973

<i>E</i>	<i>G'</i>	<i>G''</i>	θ	<i>lg K</i>	<i>lg L'</i>	<i>lg N</i>	<i>lg P</i>
0	1-16606	0-06260	12° 18' 2"	0-01517	0-29318	0-19879	5-56699
30	0-91169	0-03101	10 25 25	0-01086	0-28746	0-19235	5-59020
60	0-97142	0-00000	10 55 6	0-01193	0-28887	0-19394	5-67554
90	1-44699	0-02441	13 28 8	0-01823	0-29724	0-20333	5-79018
120	2-20329	0-05459	16 45 59	0-02845	0-31076	0-21851	5-90519
150	2-99117	0-06293	19 37 10	0-03925	0-32500	0-23448	5-99425
180	3-51579	0-05143	21 17 44	0-04647	0-33450	0-24513	6-03419
210	3-61374	0-02889	21 31 26	0-04752	0-33586	0-24665	6-01492
240	3-29991	0-00731	20 27 4	0-04276	0-32961	0-23965	5-94077
270	2-74287	0-00040	18 33 0	0-03499	0-31938	0-22818	5-83009
300	2-13950	0-01723	16 23 21	0-02716	0-30905	0-21660	5-71015
330	1-59233	0-04883	14 15 6	0-02044	0-30017	0-20662	5-61148
	13-29597	0-19316	98 7 16	0-17184	1-86597	1-31262	4-83283
	13-29879	0-19647	97 50 15	0-17129	1-86511	1-31161	4-83112

TAFEL III.

<i>E</i>	<i>lg Q</i>	<i>lg V</i>	<i>lg J₁</i>	<i>lg J₂</i>	<i>lg J₃</i>	<i>lg F₂</i>	<i>lg F₃</i>
0	6.90507	6.90382	1.43247	9.35914	8.78111	0.85342n	0.07311n
30	6.92742	6.92681	1.42494	9.63332n	0.43900	0.64767n	9.78389n
60	7.01318	7.01318	1.41399	9.54134n	0.67368	8.05438n	6.28101n
90	7.12961	7.12911	1.41354	9.11468	0.73573	0.69651	9.38205n
120	7.24643	7.24534	1.42138	9.56797	0.67469	0.96244	0.15275n
150	7.33652	7.33528	1.42936	9.27944	0.44203	1.05928	0.42631n
180	7.37711	7.37610	1.43229	9.37608n	8.91719	1.05040	0.46707n
210	7.35806	7.35747	1.42870	9.79380n	0.41607n	0.93136	0.29689n
240	7.28361	7.28348	1.42045	9.82721n	0.66081n	0.61346	9.79986n
270	7.17194	7.17194	1.41308	9.35413n	0.72476n	9.94291n	8.61300
300	7.05050	7.05016	1.41436	9.69943	0.66186n	0.70556n	9.48241n
330	6.95055	6.94958	1.42538	9.90257	0.41926n	0.86732n	0.00608n
	2.87590	2.87208					
	2.87410	2.87069					

<i>E</i>	<i>lg R₀</i>	<i>lg S₀</i>	<i>lg W₀</i>	$+ S_0 \left(\frac{R_0 \text{ Sin } v}{\text{Cos } v} + \text{Cos } E \right)$	$+ S_0 \left(\frac{-R_0 \text{ Cos } v}{r \text{ Cos}^2 \varphi} + 1 \right) \text{ Sin } v$	<i>W₀ Cos u</i>	<i>W₀ Sin u</i>	$- 2 \frac{r}{a} R_0$
0	7.84448	5.90309n	5.00000	-0.00016	-0.00699	-0.00001	0.00000	-0.01086
30	7.84572	6.72428n	7.36173	+0.00335	-0.00618	-0.00189	-0.00131	-0.01131
60	7.89653	6.55452n	7.68686	0.00720	-0.00312	-0.00170	-0.00455	-0.01400
90	8.00217	6.69020n	7.86451	0.00969	+0.00322	+0.00134	-0.00720	-0.02010
120	8.13354	7.14301	7.91434	0.00873	0.01114	0.00508	-0.00648	-0.03023
150	8.24080	7.18752	7.75815	0.00437	0.01731	0.00513	-0.00255	-0.04154
180	8.28511	6.81291	6.07918n	-0.00130	0.01928	-0.00012	0.00000	-0.04716
210	8.25285	6.73239n	7.78888n	-0.00635	0.01684	-0.00571	-0.00228	-0.04271
240	8.15381	6.96848n	7.94743n	-0.00975	0.01080	-0.00603	-0.00649	-0.03168
270	8.02407	6.60206n	7.89670n	-0.01021	0.00316	-0.00207	-0.00761	-0.02114
300	7.91698	6.47712	7.71349n	-0.00761	-0.00313	+0.00141	-0.00497	-0.01468
330	7.86153	6.61278	7.37658n	-0.00371	-0.00625	0.00184	-0.00151	-0.01173
	+0.07026	+0.00097	-0.00107	-0.00289	+0.02798	-0.00137	-0.02249	-0.14861
	+0.07021	+0.00097	-0.00106	-0.00286	+0.02810	-0.00136	-0.02246	-0.14853
				-0.00575	+0.05608	-0.00273	-0.04495	-0.29714

TAFEL IV.

<i>E</i>	<i>A</i>	<i>lg B</i>	ϵ	<i>lg g</i>	<i>h</i>	<i>l</i>	<i>G</i>
0	93-32081	1-18799	20° 33' 8"	0-92036	90-70930	2-32730	90-70826
30	92-87098	1-14416	46 57 55	1-46970	90-73739	1-84939	90-73373
60	92-40193	1-08338	77 12 47	1-59856	90-78986	1-32786	90-78497
90	92-07786	1-03054	113 10 33	1-44162	90-81383	0-97983	90-81044
120	92-00306	1-02260	152 34 50	0-82528	90-78543	0-93543	90-78461
150	92-18376	1-06015	189 24 21	0-00056	90-73478	1-16478	90-73466
180	92-52723	1-10915	221 29 30	1-31430	90-71052	1-53252	90-70797
210	92-92420	1-14927	250 30 15	1-70088	90-73900	1-90100	90-73277
240	93-28754	1-17817	278 5 50	1-80126	90-79292	2-21042	90-78505
270	93-55874	1-19868	304 50 21	1-67942	90-81727	2-46727	90-81131
300	93-68442	1-21053	330 39 27	1-25512	90-78911	2-61111	90-78686
330	93-61141	1-20902	355 38 38	9-63276	90-73560	2-59160	90-73554
	557-22699	6-79182	1080 35 32		544-57714	10-94464	544-55772
	557-22695	6-79182	1260 32 3		544-57787	10-94387	544-55845

<i>E</i>	<i>G'</i>	<i>G''</i>	θ	<i>lg K</i>	<i>lg L'</i>	<i>lg N</i>	<i>lg N</i>	<i>lg P</i>
0	2-36711	0-08877	9° 22' 15"	0-00857	0-28467	0-18922	7-34409	3-71308
30	2-01440	0-16136	8 54 1	0-00806	0-28374	0-18817	7-37529	3-74195
60	1-60505	0-27230	8 10 15	0-00666	0-28187	0-18606	7-45642	3-81965
90	1-23060	0-24738	7 19 10	0-00534	0-28011	0-18409	7-55776	3-91923
120	1-00924	0-07299	6 15 57	0-00391	0-27821	0-18195	7-64957	4-01106
150	1-17430	0-00940	6 33 29	0-00428	0-27870	0-18251	7-71231	4-07937
180	1-67110	0-13603	8 6 30	0-00655	0-28173	0-18591	7-73534	4-10047
210	2-16311	0-25388	9 23 3	0-00879	0-28471	0-18925	7-71508	4-08183
240	2-49739	0-27909	10 3 22	0-01010	0-28645	0-19122	7-65428	4-02203
270	2-66103	0-19780	10 12 31	0-01042	0-28686	0-19168	7-56318	3-93186
300	2-68711	0-07376	10 2 20	0-01007	0-28641	0-19116	7-46124	3-83089
330	2-59348	0-00182	9 44 12	0-00947	0-28561	0-19027	7-34507	3-71510
	11-83700	0-87294	52 0 39	0-04586	1-69934	1-12552	5-30094	3-49718
	11-83692	0-87364	52 6 26	0-04636	1-69973	1-12597	5-26869	3-46534

TAFEL IV.

<i>E</i>	<i>lg Q</i>	<i>lg V</i>	<i>lg J₁</i>	<i>lg J₂</i>	<i>lg J₃</i>	<i>lg F₂</i>	<i>lg F₃</i>
0	5·57547	5·57524	1·95782	9·75941	8·57345n	1·42783n	0·69094n
30	5·60492	5·60396	1·95010	1·35077n	0·99511	1·70250n	0·88534n
60	5·68316	5·68153	1·93786	1·13836n	1·23542	1·76693n	0·58978n
90	5·78253	5·78106	1·93645	1·08089	1·29946	1·68846n	0·39815
120	5·87316	5·87272	1·94440	1·37896	1·23940	1·38029n	0·60911
150	5·93700	5·93692	1·95374	1·25463	1·00703	0·96793	0·37650n
180	5·96295	5·96214	1·95829	9·26694n	9·44764	1·62480	1·08489n
210	5·94535	5·94383	1·95513	1·26549n	0·98442n	1·81809	1·22893n
240	5·88615	5·88449	1·94571	1·39035n	1·22941n	1·86828	1·10302n
270	5·79577	5·79459	1·93632	1·05730n	1·29433n	1·80736	0·53921n
300	5·69402	5·69358	1·93669	1·13072	1·23344n	1·59521	0·40262
330	5·57755	5·57755	1·94906	1·36298	0·99663n	0·78403	9·96303
	4·67491	4·66970					
	4·64312	4·63791					

<i>E</i>	<i>lg R₀</i>	<i>lg S₀</i>	<i>lg W₀</i>	$+S_0(Cos v + Cos E) + S_0 \left(\frac{r}{a} Cos^2 \varphi + 1 \right) Sin v$	$-\frac{R_0}{a} Cos v$	<i>W₀ Cos u</i>	<i>W₀ Sin u</i>	$-\frac{r}{a} R_0$
0	6·98227	5·00000	4·59660n	+0·00002	-0·00096	0·00000	0·00000	-0·00149
30	7·05308	6·96848n	6·59907	-0·00087	-0·00194	-0·00033	-0·00023	-0·00182
60	7·08636	6·84510n	6·91695	+0·00059	-0·00167	-0·00029	-0·00077	-0·00218
90	7·18752	6·78533	7·08052	0·00136	+0·00156	+0·00022	-0·00118	-0·00308
120	7·30535	7·24797	7·11212	-0·00051	0·00423	0·00080	-0·00102	-0·00449
150	7·39967	7·19312	6·94395	-0·00174	0·00373	0·00079	-0·00039	-0·00599
180	7·43775	5·47712	5·00000	-0·00006	0·00274	0·00001	-0·00000	-0·00670
210	7·40483	7·18752n	6·93952n	+0·00170	0·00374	-0·00081	-0·00032	-0·00606
240	7·31387	7·2527n	7·11727n	0·00051	0·00431	-0·00089	-0·00096	-0·00458
270	7·19033	6·81954n	7·08892n	-0·00136	-0·00167	-0·00032	-0·00118	-0·00310
300	7·09691	6·84510	6·92702n	-0·00062	0·00168	+0·00023	-0·00081	-0·00222
330	7·02119	6·95424	6·57418n	+0·00087	-0·00185	0·00029	-0·00024	-0·00170
	+0·01025	+0·00001	+0·00002	-0·00007	+0·00697	-0·00014	-0·00356	-0·02165
	+0·01032	-0·00006	+0·00002	-0·00004	+0·00691	-0·00016	-0·00354	-0·02175
					0·01388	-0·00030	-0·00070	-0·04340

TAFEL V.

<i>E</i>	<i>lgr</i>	<i>v</i>	<i>A</i>	<i>lg B</i>	ϵ	<i>lg g</i>	<i>h</i>
0	0.05557	0° 0' 0"	3.33656	0.18770	143° 18' 42"	8.24958	2.32466
15	0.05973	18 42 43	3.31881	0.18101	164 15 21	7.55060	2.34681
30	0.07173	37 4 30	3.37801	0.19002	185 17 44	6.63194	2.37797
45	0.09017	54 48 3	3.51390	0.21384	205 32 45	8.01866	2.41473
60	0.11306	71 41 49	3.72218	0.24819	224 20 57	8.50692	2.45624
75	0.13828	87 40 35	3.99395	0.28770	241 26 36	8.78428	2.50428
90	0.16381	102 44 37	4.31449	0.32760	256 54 32	8.95888	2.56926
105	0.18792	116 58 10	4.66327	0.36459	270 59 17	9.05062	2.67508
120	0.20924	130 27 55	5.01517	0.39664	288 58 13	9.08876	2.85499
135	0.22676	143 22 14	5.34264	0.42262	296 7 54	9.07316	3.09654
150	0.23972	155 49 41	5.61766	0.44203	307 43 58	9.00182	3.33820
165	0.24769	167 59 18	5.81695	0.45461	318 58 17	8.86516	3.53536
180	0.25037	180 0 0	5.92271	0.46038	330 2 28	8.63918	3.65794
195	0.24769	192 0 42	5.92658	0.45952	341 6 35	8.26102	3.69044
210	0.23972	204 10 19	5.82946	0.45225	352 19 53	7.47666	3.63291
225	0.22676	216 37 46	5.64217	0.43900	3 51 4	6.85882	3.49396
240	0.20924	229 32 5	5.38201	0.42017	15 48 34	8.03244	3.29228
255	0.18792	243 1 50	5.07243	0.39640	28 20 20	8.46718	3.05479
270	0.16381	257 15 23	4.73809	0.36887	41 34 38	8.70216	2.81466
285	0.13828	272 19 25	4.40312	0.33697	55 39 32	8.82914	2.60736
300	0.11306	288 18 11	4.08903	0.30331	70 43 30	8.87808	2.45919
315	0.09017	305 11 57	3.81343	0.26892	86 55 23	8.85814	2.37112
330	0.07173	322 55 30	3.58981	0.23590	104 23 39	8.76566	2.32842
345	0.05973	341 17 17	3.42845	0.20744	123 13 18	8.58144	2.31617
			5.4.93518	4.03256	2316 26 48		34.10672
			5.4.93570	4.03262	2136 26 22		34.10664

AFEL V.

<i>E</i>	<i>l</i>	<i>G</i>	<i>G'</i>	<i>G''</i>	θ	<i>lg K</i>	<i>lg L</i>	<i>lg N</i>
0	0.99093	2.31889	1.00433	0.00763	41° 15' 44"	0.19252	0.52199	0.45353
15	0.95108	2.34572	0.95370	0.00159	39 38 19	0.17572	0.50083	0.43018
30	0.97907	2.37784	0.97938	0.00018	39 55 40	0.17863	0.50451	0.43424
45	1.07820	2.41148	1.08544	0.00399	42 11 21	0.20260	0.53463	0.46746
60	1.24496	2.44529	1.26628	0.01038	46 8 20	0.24981	0.59340	0.53200
75	1.46870	2.48002	1.50922	0.01626	51 25 12	0.32545	0.68604	0.63901
90	1.72426	2.52477	1.78866	0.01991	57 27 45	0.43432	0.81635	0.77367
105	1.96732	2.60782	2.05544	0.02096	62 43 0	0.55521	0.95744	0.92412
120	2.13921	2.78705	2.22692	0.01977	63 27 52	0.57500	0.98019	0.94822
135	2.22514	3.04946	2.28917	0.01695	60 8 8	0.49222	0.88435	0.84643
150	2.25850	3.30982	2.30057	0.01319	56 33 45	0.41628	0.79538	0.75098
165	2.26062	3.51880	2.28629	0.00911	53 46 0	0.36452	0.73315	0.68409
180	2.24880	3.64945	2.25758	0.00529	51 53 36	0.33304	0.69520	0.64299
195	2.21517	3.68708	2.22076	0.00223	50 55 6	0.31757	0.67649	0.62262
210	2.17558	3.63234	2.17653	0.00038	50 43 27	0.31456	0.67280	0.61863
225	2.12724	3.49381	2.12749	0.00010	51 17 36	0.32344	0.68358	0.63036
240	2.06876	3.28960	2.07302	0.00158	52 33 27	0.34392	0.70839	0.65725
255	1.99667	3.04561	2.01064	0.00479	54 22 27	0.37526	0.74603	0.69801
270	1.90246	2.79445	1.93200	0.00933	56 19 0	0.41150	0.78932	0.74463
285	1.77479	2.57459	1.82194	0.01438	57 22 30	0.43253	0.81426	0.77141
300	1.60887	2.42076	1.66602	0.01873	56 12 20	0.40933	0.78671	0.74184
315	1.42134	2.33743	1.47594	0.02091	52 48 54	0.34822	0.71354	0.66287
330	1.24042	2.30465	1.28389	0.01970	48 29 40	0.28162	0.63256	0.57481
345	1.09131	2.30249	1.11978	0.01479	44 24 14	0.22818	0.56657	0.50257
	20.57682	33.85441	20.95518	0.12607	621 0 36	4.14053	8.49680	7.87279
	20.57743	33.85431	20.95581	0.12606	621 2 47	4.14092	8.49691	7.87313

TAFEL V.

E	$lg N$	$lg P$	$lg Q$	$lg V$	$lg I_1$	$lg I_2$	$lg I_3$	$lg F_2$
0	9.91740	9.70597	0.00422	0.00255	0.35986	8.68458	9.25054	9.29702n
15	9.90312	9.66281	9.96273	9.96239	0.35343	7.95904n	9.43534	8.94753n
30	9.92157	9.67366	9.97960	9.97956	0.34794	8.71917n	9.54415	8.48820
45	9.97224	9.74087	0.05670	0.05586	0.34662	8.91855n	9.60051	9.18156
60	0.05447	9.86753	0.19630	0.19418	0.34686	9.02792n	9.62509	9.42569
75	0.16987	0.06133	0.40559	0.40238	0.35062	9.11119n	9.61889	9.56437
90	0.31728	0.32235	0.68531	0.68155	0.35638	9.18406n	9.58107	9.64917
105	0.46523	0.58317	0.96960	0.96585	0.35981	9.24591n	9.50533	9.69754
120	0.48496	0.56873	0.98457	0.98166	0.36301	9.29188n	9.37468	9.71661
135	0.37960	0.29069	0.73940	0.73677	0.36434	9.31757n	9.13732	9.70881
150	0.2732	0.02976	0.50683	0.50496	0.36431	9.31905n	8.44028	9.67314
165	0.20242	9.84053	0.33899	0.33774	0.36249	9.29172n	8.92716n	9.60481
180	0.15329	9.72277	0.23342	0.23271	0.35941	9.22730n	9.28238n	9.41127n
195	0.12633	9.66892	0.13200	0.13171	0.35356	9.10755n	9.45676n	9.30274
210	0.11744	9.66976	0.17583	0.17578	0.35155	8.87881n	9.55831n	8.91056
225	0.12580	9.72276	0.21285	0.21285	0.34804	8.16316n	9.61685n	8.59914n
240	0.15018	9.82387	0.29008	0.28985	0.34578	8.70578	9.64439n	9.18845n
255	0.18836	9.96567	0.40201	0.40125	0.34539	9.33129	9.40582n	9.40582n
270	0.23131	0.12515	0.52820	0.52660	0.34751	9.23129	9.59006n	9.52331n
285	0.25321	0.24123	0.61150	0.60883	0.35140	9.32168	9.52754n	9.61127n
300	0.21830	0.25041	0.57284	0.56913	0.35682	9.35315	9.40331n	9.58680n
315	0.13346	0.10180	0.42373	0.41938	0.36202	9.23812	9.18318n	9.60130n
330	0.08943	9.93939	0.24794	0.24371	0.36502	9.23737	8.62304n	9.55506n
345	9.96397	9.80058	0.10156	0.09834	0.36431	9.05446	8.84991	9.46295n
	1.88295	9.67935	4.40554	4.38224				
	1.88361	9.68036	4.40666	4.38343				

TABLE V.

E	$lg F_s$	$lg R_0$	$lg S_0$	$lg W_0$	$R_0 \text{ Sin } v + S_0 (\text{Cos } v + \text{Cos } E)$	$-\frac{R_0 \text{ Cos } v}{r} + \left(\frac{r}{a \text{ Cos}^2 \varphi} + 1\right) S_0 \text{ Sin } v$	$W_0 \text{ Cos } u$	$W_0 \text{ Sin } u$
0	8.44582n	9.66529	8.71625n	9.21727	-0.10406	-0.46269	-0.15730	-0.04955
15	7.99595n	9.59547	8.69117n	9.38973	+0.03244	-0.40224	-0.14487	-0.14487
30	7.31789	9.55204	8.54962n	9.52208	0.15592	-0.32396	-0.19293	-0.27107
45	7.58538	9.53852	8.02776n	9.65648	0.26869	-0.21563	-0.13861	-0.43389
60	7.84327n	9.54673	8.47246	9.81588	0.35849	-0.06606	-0.00936	-0.63440
75	8.45972n	9.53608	8.98281	0.00732	0.37211	+0.17729	+0.026596	-0.98162
90	8.75767n	9.16095	9.30679	0.23312	0.09658	0.43742	0.86112	-1.47793
105	8.93342n	9.96215n	9.44741	0.42008	-1.01643	0.11148	1.84238	-1.87788
120	9.43233n	0.38955n	8.71357	0.27244	-1.92502	-1.50618	1.58711	-0.99375
135	9.07102n	0.36770n	9.12853n	9.71460	-1.18831	-2.04900	0.48966	-0.17000
150	9.05450n	0.27198n	9.21027n	8.52192n	-0.47066	-1.85624	-0.03303	+0.00387
165	8.98020n	0.19576n	9.16797n	9.39831n	-0.04042	-1.60484	-0.24908	-0.02386
180	8.83542n	0.13926n	9.09521n	9.56058n	+0.24902	-1.37802	-0.34677	-0.10922
195	8.58499n	0.10338n	9.00419n	9.65602n	0.46033	-1.19320	-0.39422	-0.23299
210	8.09276n	0.08124n	8.87703n	9.73920n	0.63081	-1.03053	-0.40984	-0.36458
225	7.62064	0.06851n	8.65079n	9.82828n	0.76614	-0.88050	-0.39475	-0.54559
240	7.91740	0.05478n	7.58883n	9.92844n	0.86754	-0.72984	-0.33113	-0.78077
255	6.46590	0.01567n	8.73062	0.02714n	0.88569	-0.57137	-0.17544	-1.04993
270	8.21034n	9.87077n	9.10568	0.12378n	0.69619	-0.41899	+0.10988	-1.32525
285	8.55250n	9.05866n	9.25315	0.15567n	0.16799	-0.35171	0.48493	-1.34641
300	8.71160n	9.73946	9.15112	0.01150n	-0.40581	-0.43255	0.60046	-0.83297
315	8.77890n	9.88626	8.73504	9.67801n	-0.55916	-0.52741	0.37892	-0.28883
330	8.76163n	9.84169	7.97589n	9.09279n	-0.43444	-0.54357	0.11665	-0.04152
345	8.66054n	9.75322	8.61574n	8.77714	-0.26072	-0.51214	-0.05985	+0.00128
		-6.23691	+0.09028	+0.46124	-0.28544	-8.30121	+1.79486	-6.89714
		-5.98896	+0.13508	+0.57818	-0.11165	-8.01927	+1.85193	-7.08459
					-0.39709	-16.32048	+3.64679	-13.98173

TAFEL VI.

<i>E</i>	<i>lgr</i>	<i>v</i>	<i>A</i>	<i>lg B</i>	ϵ	<i>lg g</i>	<i>h</i>
0	0-05567	0° 0' 0"	3-33265	0-18366	143° 27' 37"	8-25534	2-35061
7-5	0-05672	9 22 35	3-31402	0-17811	154 1 43	7-97742	2-36095
15	0-05983	18 42 29	3-31445	0-17670	164 44 23	7-53240	2-37182
22-5	0-06492	27 57 2	3-33434	0-17970	175 27 43	6-49440	2-38306
30	0-07181	37 4 5	3-37356	0-18706	186 3 52	6-76022	2-39394
37-5	0-08033	46 1 24	3-43215	0-19843	196 24 57	7-63764	2-40414
45	0-09023	54 47 27	3-50972	0-21314	206 25 8	8-06128	2-41424
52-5	0-10124	63 20 58	3-60552	0-23044	216 0 16	8-33784	2-42394
60	0-11309	71 41 9	3-71862	0-24954	225 8 12	8-53854	2-43328
67-5	0-12554	79 47 30	3-84787	0-26970	233 48 42	8-69164	2-44308
75	0-13829	87 39 54	3-99136	0-29020	242 2 30	8-81104	2-45484
82-5	0-15113	95 18 33	4-14733	0-31057	249 51 29	8-90474	2-46980
90	0-16380	102 43 56	4-31310	0-33031	257 17 52	8-97752	2-49268
97-5	0-17612	109 56 41	4-48613	0-34915	264 24 6	9-03256	2-52874
105	0-18789	116 57 35	4-66322	0-36681	271 12 33	9-07184	2-58926
112-5	0-19897	123 47 29	4-84128	0-38312	277 45 30	9-09666	2-68309
120	0-20920	130 27 28	5-01659	0-39794	284 5 16	9-10778	2-80776
127-5	0-21849	136 58 36	5-18594	0-41124	290 13 54	9-10558	2-95204
135	0-22670	143 21 51	5-34530	0-42289	296 13 6	9-08990	3-09322
142-5	0-23379	149 38 27	5-49177	0-43292	302 4 47	9-06036	3-24239
150	0-23966	155 49 26	5-62169	0-44129	307 50 23	9-01596	3-37556
157-5	0-24430	161 56 0	5-73286	0-44803	313 31 23	8-95528	3-49384
165	0-24762	167 59 10	5-82200	0-45312	319 9 7	8-87588	3-59265
172-5	0-24964	174 0 9	5-88798	0-45659	324 44 47	8-77424	3-67016
180	0-25030	180 0 0	5-92860	0-45845	330 19 38	8-64460	3-72376
187-5	0-24964	185 59 51	5-94393	0-45876	335 54 37	8-47762	3-75296
195	0-24762	192 0 50	5-93292	0-45752	341 30 54	8-25574	3-75641

TAFEL VI.

<i>E</i>	<i>lgr</i>	<i>v</i>	<i>A</i>	<i>lg B</i>	<i>ε</i>	<i>lg g</i>	<i>h</i>
202.5	0.24430	198 ⁰	5.89686	0.45480	347 ⁰	7.94194	3.75600
210	0.23966	204 10 34	5.83597	0.45060	352 50 57	7.42984	3.69008
217.5	0.23379	210 21 33	5.75266	0.44502	358 36 37	5.99796	3.62223
225	0.22670	216 38 9	5.64884	0.43803	4 27 18	7.01392	3.53448
232.5	0.21849	223 1 24	5.52595	0.42976	10 23 48	7.71072	3.42892
240	0.20920	229 32 32	5.38773	0.42019	16 27 9	8.08304	3.30862
247.5	0.19897	236 12 31	5.23722	0.40942	22 38 5	8.32786	3.17771
255	0.18789	243 2 25	5.07717	0.39748	28 57 34	8.50342	3.04088
262.5	0.17612	250 3 19	4.91102	0.38448	35 26 40	8.63410	2.90146
270	0.16380	257 16 4	4.74165	0.37043	42 6 18	8.73206	2.76774
277.5	0.15113	264 41 27	4.57232	0.35545	48 57 35	8.80434	2.64587
285	0.13829	272 20 6	4.40530	0.33961	56 1 36	8.85506	2.54112
292.5	0.12554	280 12 30	4.24380	0.32304	63 19 47	8.88680	2.46050
300	0.11309	288 18 51	4.08975	0.30586	70 53 35	8.90092	2.40316
307.5	0.10124	296 39 2	3.94551	0.28829	78 44 32	8.89812	2.36526
315	0.09023	305 12 33	3.81276	0.27053	86 54 12	8.87820	2.34289
322.5	0.08033	313 58 36	3.69304	0.25286	95 24 13	8.84028	2.33141
330	0.07181	322 55 55	3.58733	0.23573	104 16 3	8.78268	2.32740
337.5	0.06432	332 2 58	3.49834	0.21963	113 30 48	8.70238	2.32844
345	0.05983	341 17 31	3.42538	0.20497	123 6 42	8.59444	2.33474
352.5	0.05672	350 37 25	3.36996	0.19290	133 8 22	8.45050	2.34111
			109.89566	8.06206	4461 31 55		68.14604
			109.89770	8.06241	4641 33 40		68.14730

TAFEL VI.

<i>E</i>	<i>l</i>	<i>G</i>	<i>G'</i>	<i>G''</i>	θ	<i>lg K</i>	<i>lg L'</i>	<i>lg N</i>
0	0.96024	2.34507	0.97367	0.00788	40° 13' 52"	0.18173	0.50841	0.43855
5	0.93137	2.35813	0.93838	0.00429	39 10 28	0.17114	0.49305	0.42378
15	0.92082	2.37083	0.92337	0.00156	38 38 15	0.16587	0.48839	0.41642
25	0.92948	2.38297	0.92971	0.00014	38 39 24	0.16606	0.48862	0.41668
30	0.95782	2.39377	0.95824	0.00025	39 15 15	0.17189	0.49600	0.42484
37.5	1.00620	2.40285	1.00928	0.00179	40 25 24	0.18371	0.51091	0.44130
45	1.07368	2.41067	1.08167	0.00442	42 6 47	0.20176	0.53358	0.46629
52.5	1.15978	2.41677	1.17461	0.00767	44 17 37	0.22686	0.56432	0.50076
60	1.26354	2.42095	1.28696	0.01109	46 56 0	0.26021	0.60624	0.54606
67.5	1.38298	2.42359	1.41679	0.01432	50 0 42	0.30370	0.65995	0.60425
75	1.51472	2.42655	1.56108	0.01709	53 29 40	0.35946	0.72716	0.67778
82.5	1.65572	2.42689	1.71789	0.01926	57 25 37	0.43358	0.81547	0.77273
90	1.79862	2.43091	1.88116	0.02076	61 44 8	0.53035	0.92871	0.89364
97.5	1.93560	2.44147	2.04447	0.02159	66 19 50	0.65786	1.07466	1.04776
105	2.05216	2.47722	2.18600	0.02179	70 2 30	0.78597	1.21807	1.19758
112.5	2.13639	2.57141	2.26947	0.02141	70 3 0	0.78618	1.21840	1.19793
120	2.18703	2.71920	2.29613	0.02053	66 51 40	0.67460	1.09347	1.06753
127.5	2.21210	2.88654	2.29684	0.01923	63 13 26	0.56854	0.97279	0.94061
135	2.22528	3.04927	2.29184	0.01760	60 12 0	0.49370	0.88609	0.84828
142.5	2.22738	3.20596	2.27973	0.01572	57 34 30	0.43662	0.81907	0.77659
150	2.22434	3.34798	2.26559	0.01368	55 25 40	0.38455	0.76913	0.72289
157.5	2.21722	3.47316	2.24945	0.01155	53 39 33	0.36233	0.73060	0.68149
165	2.20765	3.57691	2.23240	0.00941	52 14 42	0.33875	0.70212	0.65047
172.5	2.19602	3.65905	2.21447	0.00734	51 7 6	0.32069	0.68025	0.62674
180	2.18304	3.71602	2.19619	0.00541	50 16 44	0.30773	0.66447	0.60959
187.5	2.16917	3.74788	2.17793	0.00368	49 41 27	0.29893	0.65374	0.59791
195	2.15471	3.75341	2.15994	0.00222	49 21 16	0.29398	0.64770	0.59132

TAFEL VI.

<i>E</i>	<i>l</i>	<i>G</i>	<i>G'</i>	<i>G''</i>	0	<i>lg K</i>	<i>lg L'</i>	<i>lg N</i>
202.5	2.13956	3.73453	2.14212	0.00109	49° 14' 22"	0.29230	0.64564	0.58908
210	2.12408	3.68961	2.12489	0.00034	49 22 11	0.29420	0.64797	0.59162
217.5	2.10863	3.62221	2.10866	0.00001	49 43 44	0.29949	0.65443	0.59466
225	2.09206	3.53428	2.09240	0.00014	50 18 16	0.30813	0.66497	0.61013
232.5	2.07523	3.42781	2.07706	0.00072	51 7 12	0.32070	0.68023	0.62675
240	2.05730	3.30569	2.06201	0.00178	52 10 40	0.33766	0.70080	0.64905
247.5	2.03771	3.17180	2.04690	0.00328	53 28 18	0.35939	0.72700	0.67743
255	2.01448	3.03053	2.03001	0.00518	54 57 46	0.38594	0.75884	0.71182
262.5	1.98776	2.88482	2.01182	0.00742	56 40 30	0.41852	0.79766	0.75359
270	1.95212	2.74286	1.98690	0.00990	58 23 45	0.45375	0.83927	0.79825
277.5	1.90455	2.61134	1.95158	0.01251	59 54 15	0.48692	0.87517	0.83983
285	1.84238	2.49733	1.90125	0.01508	60 51 0	0.50889	0.90378	0.86713
292.5	1.76150	2.41133	1.82815	0.01748	60 39 26	0.50435	0.89850	0.86150
300	1.66478	2.35411	1.73334	0.01951	59 14 30	0.47207	0.86078	0.82126
307.5	1.55844	2.32054	1.62414	0.02098	56 57 0	0.42397	0.80407	0.76052
315	1.44807	2.30462	1.50808	0.02174	54 11 12	0.37192	0.74207	0.69370
322.5	1.33983	2.30007	1.39278	0.02161	51 18 27	0.32366	0.68383	0.63065
330	1.23863	2.30266	1.28388	0.02051	48 31 49	0.28212	0.63318	0.57549
337.5	1.14810	2.30966	1.18329	0.01841	45 58 35	0.24773	0.59082	0.52917
345	1.06884	2.32122	1.09778	0.01542	43 38 56	0.21921	0.55340	0.49030
352.5	1.00705	2.33198	1.02795	0.01177	41 45 43	0.19791	0.52875	0.46097
	41.22639	67.52027	42.11488	0.26329	1258 28 34	8.78444	7.57660	6.35999
	41.22767	67.52276	42.11547	0.26333	1258 25 36	8.79114	7.57053	6.35668

TAFEL VI.

<i>E</i>	<i>lg N</i>	<i>lg P</i>	<i>lg Q</i>	<i>lg V</i>	<i>lg J₁</i>	<i>lg J₂</i>	<i>lg J₃</i>	<i>lg F₂</i>	<i>lg F₃</i>
0	9-89945	9-66464	9-96639	9-96467	0-35447	8-60293	9-43720	9-29974n	8-34696n
7-5	9-88834	9-63667	9-93876	9-93783	0-35095	8-27207	9-49314	9-16078n	8-12412n
15	9-88656	9-62459	9-92780	9-92746	0-34790	6-59106	9-53533	8-93827n	7-78467n
22-5	9-89399	9-62333	9-93353	9-93350	0-34567	8-18412n	9-56633	8-41927n	7-08931n
30	9-91063	9-64339	9-95635	9-95629	0-34452	8-46464n	9-5769	8-55218	6-89460
37-5	9-93659	9-68540	9-99684	9-99646	0-34450	8-62511n	9-60036	8-99089	6-55770n
45	9-97161	9-73931	0-15496	0-05403	0-34555	8-74304n	9-60487	9-20271	7-67772n
52-5	0-01622	9-81192	0-13237	0-13078	0-34747	8-84148n	9-60141	9-34099	8-08956n
60	0-07123	9-90553	0-23132	0-22904	0-34995	8-92886n	9-58984	9-44134	8-35421n
67-5	0-13806	0-02399	0-35530	0-35240	0-35278	9-00826n	9-56973	9-51789	8-54622n
75	0-21805	0-16949	0-50797	0-50455	0-35565	9-08034n	9-54024	9-57759	8-69275n
82-5	0-31690	0-35539	0-70114	0-69735	0-35839	9-14495n	9-43996	9-62444	8-80715n
90	0-43758	0-58739	0-94177	0-93776	0-36077	9-20194n	9-44657	9-66083	8-89679n
97-5	0-58670	0-87342	1-24299	1-23892	0-36420	9-25115n	9-37630	9-68835	8-96627n
105	0-72889	1-15142	1-52370	1-52472	0-36420	9-29241n	9-28233	9-70799	9-01843n
112-5	0-72726	1-11812	1-51142	1-50765	0-36510	9-32589n	9-15112	9-72040	9-05524n
120	0-60024	0-81841	1-23013	1-22666	0-36546	9-35158n	8-34841	9-72596	9-07782n
127-5	0-47442	0-52067	0-95176	0-94866	0-36529	9-36957n	8-35161	9-72486	9-08690n
135	0-38086	0-29357	0-74245	0-73972	0-36462	9-37978n	8-33866n	9-71702	9-08269n
142-5	0-30886	0-10875	0-57436	0-57202	0-36354	9-38216n	8-89059n	9-70225	9-06511n
150	0-24783	9-96384	0-44416	0-44219	0-36209	9-37630n	9-12323n	9-68005	9-03357n
157-5	0-20149	9-84777	0-34082	0-33920	0-36029	9-36181n	9-26977n	9-64971	8-98710n
165	0-16581	9-75863	0-26163	0-26034	0-35830	9-35764n	9-37424n	9-61001	8-92399n
172-5	0-13741	9-68918	0-19991	0-19892	0-35617	9-30257n	9-45303n	9-55919	8-84173n
180	0-11607	9-63912	0-15495	0-15423	0-35400	9-25431n	9-51395n	9-49437	8-73622n
187-5	0-10069	9-60601	0-12439	0-12391	0-35183	9-18924n	9-56139n	9-41088	8-60106n
195	0-09098	9-58930	0-10761	0-10732	0-34979	9-10109n	9-59792n	9-29994	8-42454n

TAFEL VI.

E	$lg N$	$lg P$	$lg Q$	$lg V$	$lg J_1$	$lg J_2$	$lg J_3$	$lg F_2$	$lg F_3$
202.5	0.08616	9.58708	0.10288	0.10273	0.34796	8.97731n	9.62523n	9.14304	8.18570n
210	0.08679	9.60072	0.11139	0.11134	0.34643	8.78767n	9.64434n	8.88699	7.81660n
217.5	0.09240	9.62887	0.13208	0.13208	0.34526	8.41814n	9.65595n	8.17105	6.94447n
225	0.10285	9.67118	0.16466	0.16464	0.34453	7.99078	9.66041n	8.66960n	7.19050
232.5	0.11882	9.72883	0.21046	0.21036	0.34430	8.66049	9.65787n	9.02743n	6.87188
240	0.14061	9.80241	0.27016	0.26990	0.34463	8.90747	9.64819n	9.21359n	7.48747n
247.5	0.16851	9.89201	0.34419	0.34367	0.34549	9.05706	9.63111n	9.33600n	7.97650n
255	0.20213	9.99645	0.43169	0.43086	0.34692	9.15972	9.60595n	9.42378n	8.25197n
262.5	0.24270	0.11788	0.53505	0.53382	0.34885	9.23322	9.57179n	9.48912n	8.43980n
270	0.28946	0.24522	0.64397	0.64225	0.35121	9.28563	9.52706n	9.53810n	8.57606n
277.5	0.32437	0.36186	0.74546	0.74321	0.35387	9.32100	9.46941n	9.57424n	8.67967n
285	0.34918	0.45278	0.81622	0.81337	0.35669	9.34151	9.39491n	9.59960n	8.74990n
292.5	0.34113	0.46883	0.81723	0.81382	0.35946	9.34836	9.29663n	9.61547n	8.80060n
300	0.29893	0.40889	0.74478	0.74086	0.36198	9.34128	9.16059n	9.62253n	8.83149n
307.5	0.23600	0.30107	0.62702	0.62269	0.36400	9.32050	8.95163n	9.62113n	8.84418n
315	0.16616	0.17457	0.49318	0.48862	0.36531	9.28509	8.51996n	9.61117n	8.83922n
322.5	0.09942	0.05165	0.36427	0.35968	0.36578	9.23376	8.36810	9.59221n	8.81638n
330	0.04042	9.91144	0.24983	0.24543	0.36521	9.16459	8.89702	9.56541n	8.77467n
337.5	9.99089	9.84773	0.15307	0.14910	0.36366	9.07463	9.12257	9.52326n	8.71198n
345	9.94929	9.76751	0.07100	0.06765	0.36118	8.95918	9.26376	9.46929n	8.62468n
352.5	9.92029	9.70922	0.01135	0.00879	0.35800	8.80895	9.36331	9.39732n	8.50664n
	4.34764	0.61510	0.05307	0.00390					
	4.34482	0.60565	0.04665	9.99755					

TAFEL VI.

E	$lg R_0$	$lg S_0$	$lg W_0$	$+ S_0 (Cos v + Cos E)$	$+ S_0 \left(\frac{-R_0 Cos v}{r Cos^2 \varphi} + 1 \right) Sin v$	$W_0 Cos u$	$W_0 Sin u$
0	9.59179	8.74178n	9.38382	- 0.11036	- 0.39065	- 0.19565	- 0.14242
7.5	9.53158	8.66764n	9.42160	- 0.03400	- 0.33755	- 0.18527	- 0.18807
15	9.52263	8.55895n	9.45893	+ 0.03756	- 0.30677	- 0.16600	- 0.23497
22.5	9.50603	8.38507n	9.49913	- 0.10643	- 0.30415	- 0.13833	- 0.28366
30	9.50292	8.2078n	9.54442	0.17445	- 0.26573	- 0.10170	- 0.33520
37.5	9.51387	7.74974	9.59662	0.24831	- 0.21916	- 0.05445	- 0.39125
45	9.53799	8.39498	9.65641	0.31386	- 0.16071	+ 0.00668	- 0.45327
52.5	9.57584	8.68476	9.72573	0.38772	- 0.08630	0.08688	- 0.52464
60	9.62594	8.89437	9.80372	0.46505	+ 0.01128	0.19524	- 0.61034
67.5	9.68760	9.07482	9.90237	0.54589	0.14313	0.34817	- 0.71878
75	9.75197	9.17304	0.01528	0.60905	0.27331	0.57499	- 0.86156
82.5	9.82128	9.41350	0.15525	0.66965	0.58271	0.94480	- 1.07308
90	9.84208	9.59280	0.32593	0.69176	0.93659	1.59326	- 1.39550
97.5	9.51565	9.77679	0.53450	0.02603	1.28205	2.83831	- 1.91461
105	0.24919n	9.82677	0.69322	- 2.05999	0.45798	4.39690	- 2.23910
112.5	0.64475n	8.89575	0.48677	- 3.74152	- 2.31462	2.87953	- 1.05693
120	0.99037n	9.45344n	9.85069	- 1.57042	- 2.99498	0.68951	- 0.16540
127.5	0.46708n	9.50614n	9.01250n	0.157042	- 2.62281	- 0.10216	+ 0.01249
135	0.37176n	9.46544n	9.55341n	- 0.96369	- 2.27476	- 0.35759	0.00364
142.5	0.29154n	9.40241n	9.64283n	- 0.57064	- 1.97378	- 0.43720	- 0.04359
150	0.22990n	9.33838n	9.60982n	- 0.30774	- 1.74995	- 0.39849	- 0.08381
157.5	0.18035n	9.27407n	9.67668n	- 0.11742	- 1.57214	- 0.45177	- 0.14667
165	0.14202n	9.21104n	9.68056n	+ 0.02737	- 1.43341	- 0.43768	- 0.19523
172.5	0.11099n	9.14660n	9.68363n	0.14343	- 1.31749	- 0.41775	- 0.24173
180	0.08686n	9.07986n	9.68976n	0.24038	- 1.22140	- 0.39575	- 0.28809
187.5	0.06845n	9.00728n	9.69951n	0.32427	- 1.14006	- 0.37173	- 0.33532
195	0.05514n	8.92480n	9.71399n	0.39982	- 1.07069	- 0.34589	- 0.38805

TAFEL VI.

E	$lg R_0$	$lg S_0$	$lg W_0$	$+ S_0 (\text{Cos } v + \text{Cos } E)$	$+ S_0 \left(\frac{R_0 \text{Cos } v + I}{a \text{Cos } \varphi + I} \right) \text{Sin } v$	$W_0 \text{Cos } u$	$W_0 \text{Sin } u$
202.5	0.04581 n	8.82295 n	9.73273 n	0.46932	-1.00973	-0.31673	-0.43788
210	0.04065 n	8.68583 n	9.75766 n	0.53600	-0.95709	-0.28419	-0.49681
217.5	0.03894 n	8.46523 n	9.78829 n	0.60116	-0.91085	-0.24576	-0.56286
225	0.03919 n	7.88195 n	9.82457 n	0.66459	-0.86817	-0.19867	-0.63746
232.5	0.04455 n	8.23629	9.86800 n	0.72773	-0.83024	-0.13983	-0.72453
240	0.04411 n	8.66922	9.91912 n	0.78858	-0.79523	-0.06375	-0.82764
247.5	0.04427 n	8.91677	9.97817 n	0.84275	-0.76267	+0.03753	-0.95022
255	0.03461 n	9.10175	0.04383 n	0.87526	-0.72882	0.17483	-1.09230
262.5	0.00553 n	9.25593	0.11773 n	0.86707	-0.69818	0.36386	-1.25988
270	9.92012 n	9.37987	0.18838 n	0.75869	-0.66315	0.61087	-1.41697
277.5	9.66936 n	9.47153	0.24078 n	0.47629	-0.63914	0.88998	-1.49624
285	9.02543	9.47759	0.24917 n	-0.01598	-0.60179	1.10220	-1.39119
292.5	9.85002	9.37745	0.16896 n	-0.56324	-0.58606	1.06605	-1.02016
300	0.02146	9.12444	9.98717 n	-0.88901	-0.57487	0.78910	-0.56562
307.5	0.03954	8.61700	9.71178 n	-0.93518	-0.56197	0.45762	-0.23616
315	9.99261	8.23300 n	9.31239 n	-0.82522	-0.54047	0.19442	-0.06595
322.5	9.92174	8.68368 n	8.30899 n	-0.67278	-0.51501	0.02006	-0.00353
330	9.84514	8.79748 n	8.93857	-0.52635	-0.48863	-0.08680	+0.00154
337.5	9.77174	8.82975 n	9.17796	-0.39922	-0.46407	-0.14914	-0.02123
345	9.70050	8.82053 n	9.27834	-0.28749	-0.43649	-0.18115	-0.05659
352.5	9.64292	8.79288 n	9.34068	-0.19438	-0.41517	-0.19580	-0.09837
-12.26663		+0.69628	+1.12620	-2.13974	-16.87460	+7.11469	-13.93529
-12.64414		+0.61728	+1.86272	-2.36770	-17.27326	+6.72687	-13.71690
				-4.50744	-34.14786	+13.84156	-27.65219

TAFEL VII.

<i>E</i>	<i>lgr</i>	<i>v</i>	<i>A</i>	<i>lg B</i>	<i>lg g</i>	<i>h</i>
0	0.05604	0° 0'	3.32626	0.17868	8.24350	2.37782
7.5	0.05708	9 22 11	3.30733	0.17884	7.94844	2.38098
15	0.06019	18 41 41	3.30775	0.17362	7.46270	2.38314
22.5	0.06326	27 55 54	3.32765	0.17817	6.15446	2.38372
30	0.07212	37 2 37	3.36706	0.18710	6.97786	2.38386
37.5	0.08061	45 59 41	3.42602	0.19994	7.73502	2.38166
45	0.09047	54 45 28	3.50405	0.21581	8.12862	2.37954
52.5	0.10143	63 18 50	3.60043	0.23391	8.12862	2.37680
60	0.11325	71 38 53	3.71431	0.25340	8.58334	2.37424
67.5	0.12566	79 45 9	3.84443	0.27357	8.73058	2.37360
75	0.13836	87 37 30	3.98875	0.29378	8.84552	2.37610
82.5	0.15116	95 16 11	4.14569	0.31362	8.98564	2.38629
90	0.16380	102 41 38	4.31257	0.33271	9.00538	2.41064
97.5	0.17608	109 54 27	4.48661	0.35077	9.05764	2.46482
105	0.18782	116 55 26	4.66480	0.36764	9.09436	2.56102
112.5	0.19887	123 45 30	4.84397	0.38319	9.11676	2.69690
120	0.20907	130 25 39	5.02018	0.39732	9.12546	2.85366
127.5	0.21832	136 56 58	5.19035	0.41000	9.12078	3.01688
135	0.22653	143 20 27	5.35090	0.42116	9.10256	3.17782
142.5	0.23359	149 37 14	5.49809	0.43082	9.07024	3.32809
150	0.23945	155 48 28	5.62888	0.43894	9.02278	3.46384
157.5	0.24408	161 55 17	5.74072	0.44559	8.95856	3.58075
165	0.24739	167 58 42	5.83049	0.45071	8.87496	3.67604
172.5	0.24940	173 59 54	5.89687	0.45435	8.76808	3.74762
180	0.25007	180 0 0	5.93808	0.45649	8.63156	3.79372
187.5	0.24940	186 0 6	5.95350	0.45718	8.45470	3.81325
195	0.24759	192 1 18	5.94276	0.45644	8.21728	3.80524

TAFEL VII.

<i>E</i>	<i>lgr</i>	<i>v</i>	<i>A</i>	<i>lg B</i>	ε	<i>lg g</i>	<i>h</i>
202.5	0.24408	198 ⁰	5.90674	0.45429	348 ⁰	7.85402	3.77141
210	0.23945	204	5.84580	0.45072	354	7.28138	3.71192
217.5	0.23359	210	5.76220	0.44577	359	3.84960	3.62909
225	0.22653	216	5.65769	0.43947	5	7.23430	3.52439
232.5	0.21832	223	5.53456	0.43181	11	7.83102	3.40115
240	0.20907	229	5.39591	0.42283	17	8.16694	3.26240
247.5	0.19887	236	5.24471	0.41255	23	8.39370	3.11274
255	0.18782	243	5.08387	0.40097	29	8.55826	2.95718
262.5	0.17608	250	4.91675	0.38823	36	8.68126	2.79832
270	0.16380	257	4.74642	0.37416	42	8.77350	2.65332
277.5	0.15116	264	4.57583	0.35899	49	8.84116	2.52790
285	0.13836	272	4.40782	0.34275	56	8.88798	2.43832
292.5	0.12566	280	4.24526	0.32556	63	8.91630	2.38676
300	0.11325	288	4.09004	0.30754	71	8.92724	2.36116
307.5	0.10143	296	3.94462	0.28892	79	8.92136	2.35118
315	0.09047	305	3.81084	0.26998	87	8.89840	2.34928
322.5	0.08061	314	3.69014	0.25107	95	8.85728	2.35196
330	0.07212	322	3.58399	0.23272	104	8.79618	2.35670
337.5	0.06526	332	3.49368	0.21556	114	8.71186	2.36234
345	0.06019	341	3.42003	0.20028	123	8.59894	2.36817
352.5	0.05708	350	3.36396	0.18772	134	8.44840	2.37336
			109.93925	8.06522	4483		67.99902
			109.94011	8.06542	4663		67.99757

TAFEL VII.

<i>E</i>	<i>l</i>	<i>G</i>	<i>G'</i>	<i>G''</i>	0	<i>lg K</i>	<i>lg L</i>	<i>lg N</i>
0	0.92556	2.37272	0.98853	0.00787	39° 5'	0.17025	0.49393	0.42254
7.5	0.90346	2.37845	0.91009	0.00410	38 16 30	0.16240	0.48399	0.41156
15	0.90173	2.38232	0.90390	0.00135	38 2 34	0.16020	0.48120	0.40847
22.5	0.92116	2.38368	0.92127	0.00041	38 26 26	0.16398	0.48599	0.41377
30	0.96082	2.38308	0.96152	0.00041	39 26 28	0.17375	0.49834	0.42742
37.5	1.02148	2.37998	1.02539	0.00223	41 3 17	0.19031	0.51922	0.45047
45	1.10163	2.37509	1.11117	0.00509	43 13 18	0.21425	0.54921	0.48350
52.5	1.20075	2.36790	1.21818	0.00853	45 55 37	0.24709	0.59003	0.52831
60	1.31719	2.35864	1.34486	0.01208	49 9 42	0.29117	0.64426	0.58759
67.5	1.44794	2.34816	1.48376	0.01538	52 54 53	0.34990	0.71555	0.66506
75	1.58978	2.33590	1.64818	0.01820	57 16 52	0.43062	0.81196	0.77150
82.5	1.73652	2.32300	1.82020	0.02039	62 24 26	0.54725	0.94825	0.91438
90	1.87904	2.30853	2.00305	0.02190	68 46 24	0.73912	1.16632	1.14376
97.5	1.99891	2.29982	2.18661	0.02271	77 14 40	1.14090	1.60249	1.59304
105	2.08090	2.29714	2.26773	0.02286	76 37 40	1.10250	1.56163	1.55135
112.5	2.12420	2.29786	2.25566	0.02242	69 6 0	0.75086	1.17904	1.15696
120	2.14364	2.27790	2.24085	0.02145	64 1 20	0.59019	0.99762	0.96664
127.5	2.15060	2.26193	2.22559	0.02003	60 12 17	0.49380	0.88623	0.84841
135	2.15020	2.24691	2.20939	0.01827	57 10 0	0.42831	0.80923	0.76604
142.5	2.14712	2.22709	2.19437	0.01625	54 46 0	0.38234	0.75451	0.70717
150	2.14216	2.21024	2.17981	0.01405	52 50 18	0.34862	0.71403	0.66339
157.5	2.13719	2.19286	2.16676	0.01177	50 8 33	0.30567	0.66192	0.60685
165	2.13158	2.17445	2.15445	0.00950	49 16 16	0.29276	0.64621	0.58970
172.5	2.12636	2.15341	2.14341	0.00732	48 40 38	0.28421	0.63574	0.57828
180	2.12148	2.13357	2.13357	0.00530	48 21 16	0.27964	0.63014	0.57217
187.5	2.11737	2.11583	2.12531	0.00352	48 18 16	0.27694	0.62927	0.57122
195	2.11464	2.10267	2.11926	0.00205				

TAFEL VII.

E	l	G	G'	G''	θ	$lg K$	$lg L'$	$lg N$
202.5	2.11245	3.77027	2.11449	0.00090	48° 30'	0.28169	0.63266	0.57492
210	2.11100	3.71141	2.11157	0.00089	48 57 49	0.28881	0.64076	0.58876
217.5	2.11023	3.62909	2.11023	0.00000	49 41 16	0.29888	0.65369	0.59784
225	2.11042	3.52405	2.11099	0.00023	50 42 48	0.31489	0.67260	0.61841
232.5	2.11053	3.39960	2.11302	0.00094	52 2 24	0.33540	0.69806	0.64608
240	2.11062	3.25847	2.11668	0.00213	53 43 7	0.36368	0.73219	0.68301
247.5	2.10909	3.10473	2.12086	0.00376	55 45 46	0.40087	0.77663	0.73100
255	2.10380	2.94253	2.12424	0.00579	58 12 38	0.44984	0.83468	0.79332
262.5	2.09555	2.77276	2.12924	0.00813	61 14 52	0.51845	0.91492	0.87896
270	2.07022	2.61131	2.12294	0.01071	64 25 50	0.60157	1.0.038	0.98037
277.5	2.02505	2.46372	2.10262	0.01339	67 33 12	0.69736	1.11910	1.09435
285	1.94662	2.35887	2.04211	0.01604	68 34 48	0.73229	1.15831	1.13535
292.5	1.83562	2.31186	1.92902	0.01849	66 5 20	0.64760	1.06375	1.03701
300	1.70600	2.29914	1.78858	0.02057	62 1 17	0.53757	0.93706	0.90248
307.5	1.57056	2.30159	1.64223	0.02307	57 48 45	0.44150	0.82482	0.78277
315	1.43868	2.30996	1.50083	0.02283	53 55 0	0.36714	0.73630	0.68749
322.5	1.31530	3.32112	1.36880	0.02266	50 24 0	0.30958	0.66675	0.61205
330	1.20441	2.83297	1.24962	0.02145	47 17 10	0.26494	0.61174	0.55242
337.5	1.10846	2.34457	1.14541	0.01918	44 34 50	0.23032	0.56923	0.50549
345	1.02898	2.35546	1.05763	0.01594	42 17 17	0.20369	0.46875	0.46875
352.5	0.96772	2.36486	0.98823	0.01202	40 26 40	0.18393	0.51118	0.44160
	41.39110	67.22521	42.44146	0.27646	1282 55 2	9.64132	8.45745	7.35391
	41.39352	67.22202	42.44575	0.27025	1283 24 11	9.67070	8.55657	7.38403

TAFEL VII.

E	$lg N$	$lg P$	$lg Q$	$lg V$	$lg J_1$	$lg J_2$	$lg J_3$	$lg F_2$	$lg F_3$
0	9-88109	9-62164	9-92694	9-92524	0-34823	8-76738	9-54144	9-29408n	8-02113n
7-5	9-87480	9-60471	9-90932	9-90844	0-34606	8-66408	9-56076	9-14655n	7-60864n
15	9-87850	9-60520	9-90972	9-90943	0-34493	8-53020	9-57113	8-90368n	6-49114n
22-5	9-89241	9-62388	9-92892	9-92891	0-34499	8-31681	9-57292	8-24956n	6-58334
30	9-91597	9-65989	9-96618	9-96609	0-34620	7-74974	9-56616	8-66126	7-33235n
37-5	9-94986	9-71512	0-02335	0-02288	0-34835	8-08636n	9-55076	9-03984	7-89538n
45	9-99407	9-79006	0-10096	0-09988	0-35116	8-51917n	9-52591	9-23664	8-21655n
52-5	0-04485	9-88302	0-19723	0-19543	0-35427	8-75496n	9-49044	9-36787	8-43942n
60	0-11915	0-01365	0-33186	0-32933	0-35737	8-92002n	9-44237	8-46400	8-60571n
67-5	0-20468	0-17311	0-49618	0-49299	0-36018	9-04602n	9-37840	9-53762	8-73391n
75	0-31340	0-38170	0-71307	0-70937	0-36252	9-14548n	9-29270	9-53509	8-83380n
82-5	0-45861	0-66718	1-00315	0-99904	0-36426	9-22381n	9-17397	9-64015	8-91126n
90	0-67936	1-11080	1-45568	1-45136	0-36535	9-28881n	8-99577	9-67502	8-96985n
97-5	1-10792	1-97849	2-33500	2-33064	0-36577	9-33903n	8-61696	9-70115	9-01191n
105	1-06621	1-86020	2-23374	2-22952	0-36556	9-37754n	7-89763n	9-71951	9-03893n
112-5	0-68736	1-03302	1-42763	1-42369	0-36479	9-40559n	8-79789n	9-73071	9-03182n
120	0-50154	0-60504	1-02112	1-01753	0-36355	9-42392n	9-06952n	9-73506	9-05091n
127-5	0-38249	0-31972	0-75640	0-75320	0-36192	9-43319n	9-23228n	9-73272	9-03622n
135	0-29663	0-10780	0-60764	0-60512	0-35999	9-43337n	9-43626n	9-72361	9-00727n
142-5	0-23293	9-94692	0-41984	0-41746	0-35786	9-42465n	9-43167n	9-70745	8-96306n
150	0-18378	9-82109	0-30881	0-30682	0-35566	9-40657n	9-49782n	9-68372	8-90198n
157-5	0-14601	9-72368	0-22374	0-22212	0-35344	9-37336n	9-54969n	9-65161	8-82162n
165	0-11687	9-64895	0-15880	0-15752	0-35133	9-33664n	9-59021n	9-60981	8-71768n
172-5	0-09516	9-59443	0-11139	0-11042	0-34940	9-28244n	9-62130n	9-56637	8-58402n
180	0-07980	9-55774	0-07918	0-07849	0-34773	9-21442n	9-64414n	9-48811	8-40919n
187-5	0-07046	9-53822	0-06144	0-06099	0-34636	9-11952n	9-65955n	9-39968	8-17071n
195	0-06704	9-53367	0-05794	0-05792	0-34540	8-98726n	9-66891n	9-28097	7-81132n

TAFEL VII.

<i>E</i>	<i>lg N</i>	<i>lg P</i>	<i>lg Q</i>	<i>lg V</i>	<i>lg J₁</i>	<i>lg J₂</i>	<i>lg J₃</i>	<i>lg F₂</i>	<i>lg F₃</i>
202.5	0.06893	9.54863	0.06737	0.06725	0.34486	8.78469n	9.66972n	9.10934	7.03762n
210	0.07663	9.57821	0.09080	0.09075	0.34483	8.37840n	9.66476n	8.81302	7.03958
217.5	0.09016	9.62425	0.12820	0.12820	0.34521	8.11428	9.65298n	7.09713	5.71651
225	0.11065	9.68911	0.18199	0.18196	0.34610	8.68975	9.63399n	8.78948n	7.60530n
232.5	0.13852	9.77348	0.25305	0.25291	0.34744	8.91918	9.60715n	9.08784n	8.03166n
240	0.17567	9.88126	0.34538	0.34507	0.34902	9.05824	9.57148n	9.25580n	8.29139n
247.5	0.22359	0.01512	0.46204	0.46146	0.35132	9.15250	9.52542n	9.36918n	8.47332n
255	0.28492	0.18046	0.60867	0.60774	0.35368	9.21859	9.46657n	9.45146n	8.60747n
262.5	0.36814	0.39470	0.80292	0.80154	0.35618	9.26425	9.39109n	9.51296n	8.70787n
270	0.46503	0.63815	1.02677	1.02487	0.35868	9.29854	9.29210n	9.55908n	8.78211n
277.5	0.57256	0.90376	1.27296	1.27047	0.36098	9.30874	9.15682n	9.59291n	8.83467n
285	0.60935	1.01638	1.36906	1.36596	0.36300	9.31245	8.94792n	9.61632n	8.86822n
292.5	0.51159	0.84050	1.18118	1.17750	0.36449	9.30164	8.52517n	9.63048n	8.88436n
300	0.37973	0.58593	0.91678	0.91259	0.36535	9.28051	8.33244	9.63595n	8.88368n
307.5	0.25890	0.35138	0.67550	0.67093	0.36543	9.24812	8.87703	9.63301n	8.86625n
315	0.16008	0.16064	0.47970	0.47491	0.36466	9.20490	9.10418	9.62153n	8.83135n
322.5	0.07972	0.00663	0.32185	0.31706	0.36307	9.15140	9.24522	9.60097n	8.77734n
330	0.01514	9.88310	0.19567	0.19111	0.36069	9.08853	9.34384	9.57042n	8.70157n
337.5	9.96424	9.78627	0.09613	0.09203	0.35770	9.01774	9.41689	9.52826n	8.59955n
345	9.92537	9.71138	0.01912	0.01570	0.35442	8.94037	9.47153	9.47180n	8.46370n
352.5	9.89787	9.65703	9.96346	9.96087	0.35113	8.85733	9.51219	9.39653n	8.28036n
	5.29598	2.64405	2.06058	2.05428					
	5.32176	2.70325	2.12825	2.06643					

TAFEL VII.

<i>E</i>	<i>lg R₀</i>	<i>lg S₀</i>	<i>lg W₀</i>	$+ S_0 \frac{R_0 \text{ Sin } v}{(\text{Cos } v + \text{Cos } E)}$	$+\left(\frac{-R_0 \text{ Cos } v}{a \text{ Cos}^2 \varphi} + 1\right) S_0 \text{ Sin } v$	<i>W₀ Cos u</i>	<i>W₀ Sin u</i>
0	9.50966	8.511957n	9.46012	-0.06616	-0.32334	-0.14214	-0.25104
7.5	9.48948	8.27944n	9.46680	+	-0.31018	-0.01091	-0.27502
15	9.48571	7.67761n	9.48039	0.08897	-0.29264	-0.05677	-0.29689
22.5	9.49986	8.00604	9.50205	0.16641	-0.27057	-0.00880	-0.31760
30	9.53015	8.41171	9.53101	0.24772	-0.24139	+	-0.33672
37.5	9.57744	8.64865	9.56889	0.33735	-0.20345	0.10510	-0.35537
45	9.64020	8.81124	9.61522	0.43983	-0.15217	0.17580	-0.37295
52.5	9.71472	8.94934	9.66664	0.55738	-0.08096	0.25816	-0.38571
60	9.81783	9.08920	9.73999	0.72410	+	0.36862	-0.40755
67.5	9.93584	9.22471	9.82148	0.94293	0.17051	0.50958	-0.42406
75	0.08973	9.36560	9.92455	1.29814	0.41068	0.71363	-0.45130
82.5	0.27276	9.55477	0.04562	1.87992	0.89389	1.01275	-0.45619
90	0.55564	9.78411	0.20296	3.37295	2.00683	1.52743	-0.46189
97.5	1.05467	0.03565	9.97239n	10.15243	5.98572	+	-0.15668
105	0.80996n	0.39253n	0.96697n	-3.99388	-7.57027	-9.25800	0.41964
112.5	0.58036n	9.97573n	0.45960n	-2.27605	-3.79620	-2.87347	-0.21299
120	0.42335n	9.75981n	0.22396n	-1.35711	-2.66734	-1.64452	-0.31694
127.5	0.31780n	9.61030n	0.07703n	-0.87298	-2.12881	-1.13926	-0.35768
135	0.23939n	9.48926n	9.97218n	-0.57047	-1.79991	-0.85788	-0.37875
142.5	0.18137n	9.38739n	9.89642n	-0.36378	-1.58553	-0.68155	-0.39511
150	0.13612n	9.29476n	9.83922n	-0.21011	-1.39240	-0.55655	-0.40873
157.5	0.10133n	9.20750n	9.79683n	-0.08978	-1.31429	-0.46254	-0.42240
165	0.07444n	9.11581n	9.76543n	+	-1.22278	-0.38640	-0.43612
172.5	0.05391n	9.03011n	9.74368n	0.09417	-1.15150	-0.32199	-0.45109
180	0.03893n	8.93024n	9.73020n	0.17032	-1.09377	-0.26472	-0.46754
187.5	0.02924n	8.81191n	9.72475n	0.24063	-1.04832	-0.21172	-0.48651
195	0.02426n	8.65706n	9.72863n	0.30851	-1.01276	-0.16096	-0.51058

TAFEL VII.

E	$I_g R_0$	$I_g S_0$	$I_g W_0$	$+S_0(\text{Cos } v + \text{Cos } E)$	$+S_0 \left(\frac{R_0 \text{ Sin } v}{a \text{ Cos}^2 \varphi} + 1 \right) \text{ Sin } v$	$W_0 \text{ Cos } u$	$W_0 \text{ Sin } u$
202.5	0.02463n	8.40841n	9.73728n	0.37644	-0.98810	-0.10832	-0.53526
210	0.02907n	7.68395n	9.75520n	0.44676	-0.97087	-0.05284	-0.36666
217.5	0.03786n	8.25551	9.78117n	0.52196	-0.96163	+0.0907	-0.60411
225	0.05179n	8.64660	9.81635n	0.60578	-0.96239	0.08143	-0.65009
232.5	0.07020n	8.88058	9.86387n	0.70067	-0.97258	0.17102	-0.71062
240	0.09443n	9.06446	9.92431n	0.81287	-0.99726	0.28805	-0.78913
247.5	0.12083n	9.22747	0.00044n	0.93965	-1.03420	0.45013	-0.89410
255	0.14748n	9.38369	0.09621n	1.07998	-1.09115	0.68984	-1.04000
262.5	0.17053n	9.55036	0.22656n	1.22515	-1.19903	1.09588	-1.27976
270	0.11778n	9.70488	0.34374n	1.6809	-1.30222	1.63437	-1.48266
277.5	9.55196	9.81747	0.50734n	-0.32950	-1.28891	2.64131	-1.83561
285	0.24097	9.67795	0.45128n	-1.39376	-1.01972	2.51535	-1.28962
292.5	0.36348	8.76686	0.01494n	-2.24039	-0.52114	0.97700	-0.34160
300	0.25530	9.02877n	9.07577n	-1.79562	-0.37049	0.11681	-0.02306
307.5	0.10687	9.12956n	9.27437	-1.28532	-0.34440	-0.18786	+0.00980
315	9.97151	9.10435n	9.44905	-0.92815	-0.34432	-0.27982	-0.02804
322.5	9.85383	9.04559n	9.48313	-0.67899	-0.34698	-0.29451	-0.07609
330	9.75321	8.97192n	9.48330	-0.49728	-0.34767	-0.27930	-0.12103
337.5	9.66382	8.89588n	9.47491	-0.35866	-0.34538	-0.25159	-0.16059
345	9.59340	8.79302n	9.46553	-0.24622	-0.34020	-0.21780	-0.19464
352.5	9.54679	8.67514n	9.46023	-0.15096	-0.33347	-0.18116	-0.22461
	-9.27647	-1.86428	-17.48462	-0.49315	-15.39663	-6.16022	-10.86229
	+4.08315	+0.74117	-13.08281	+9.50159	-13.33480	-0.51890	-11.03610
				+9.00844	-28.73143	-6.67912	-21.89839

TAFEL VIII.

<i>E</i>	<i>lgr</i>	<i>v</i>	<i>A</i>	<i>lg B</i>	ϵ	<i>lg g</i>	<i>h</i>
0	0.05132	0° 0' 0"	3.33632	0.18547	14.2° 2' 5"	8.21378	2.34024
15	0.05568	18 51 29	3.31684	0.18462	162 54 3	7.57082	2.31319
30	0.06819	37 21 4	3.27363	0.19.65	183 23 3	6.20228	2.30340
45	0.0739	55 10 27	3.5.699	0.22184	202 53 56	7.88864	2.31827
60	0.11120	72 7 52	3.71.33	0.25333	221 8 2	8.40770	2.36738
75	0.13736	88 7 58	3.98399	0.28815	238 0 2	8.61856	2.46.36
90	0.16380	103 11 20	4.30482	0.32418	253 34 8	8.87696	2.611502
105	0.18871	117 22 34	4.55.14	0.35821	267 58 40	8.98070	2.82396
120	0.21072	130 48 48	5.0.999	0.38893	281 23 35	9.01660	3.06606
135	0.22876	143 38 35	5.34077	0.41513	293 59 32	9.02540	3.30552
150	0.24210	156 0 55	5.61938	0.43596	305 56 55	8.9322	3.50776
165	0.25029	168 5 0	5.82165	0.45084	317 25 50	8.82702	3.64476
180	0.25306	180 0 0	5.92974	0.4.941	3.8 36 12	8.61726	3.69729
195	0.25029	191 55 0	5.9.426	0.46137	339 37 34	8.27108	3.65676
210	0.24210	203 59 5	5.83690	0.45660	350 39 34	7.59866	3.52788
225	0.22876	216 21 25	5.64838	0.44510	1 52 18	6.18312	3.32.64
240	0.21072	229 11 12	5.38675	0.42699	13 26 27	7.85142	3.08334
255	0.18871	242 37 26	5.07585	0.40257	25 33 35	8.33982	2.84771
270	0.16380	256 48 40	4.73986	0.37251	38 26 28	8.69700	2.67841
285	0.13736	271 52 2	4.40419	0.33777	52 19 7	8.73718	2.58340
300	0.11120	287 52 8	4.09008	0.30015	67 25 20	8.79586	2.52164
315	0.08739	304 49 33	3.81461	0.26219	83 57 36	8.78436	2.47094
330	0.06819	322 38 56	3.59115	0.22753	102 1 43	8.70060	2.42350
345	0.05568	341 8 31	3.42943	0.20059	121 31 21	8.52732	2.37874
			54.9.195	4.02871	2288 3 32		34.13192
			54.93160	4.02868	2108 3 34		34.13225

TAFEL VIII.

E	$lg N$	$lg P$	$lg Q$	$lg V$	$lg J_1$	$lg J_2$	$lg J_3$	$lg F_2$	$lg F_3$
0	9.89886	9.67448	9.97490	9.97336	0.35746	9.11418	9.3.039n	9.27928n	8.37802n
15	9.91685	9.70474	0.00000	9.99964	0.36103	8.83327	9.03862n	8.95780n	8.13592n
30	9.96344	9.77862	0.07434	0.07433	0.36237	7.95424n	7.31175	8.27353	7.48591
45	0.03240	9.88525	0.18802	0.18741	0.36119	8.93320n	9.06941	9.11671	8.32571
60	0.11687	0.01379	0.33054	0.32885	0.35812	9.17708n	9.35927	9.37624	8.54351
75	0.19962	0.13064	0.46956	0.46691	0.35430	9.28928n	8.51657	9.52167	8.59944
90	0.25238	0.17829	0.54602	0.54285	0.35095	9.33842n	9.61282	9.61087	8.52236
105	0.25519	0.11663	0.51892	0.51575	0.34882	9.34778n	9.66993	9.66274	8.21203
120	0.22328	9.99237	0.42797	0.42515	0.34832	9.32769n	9.69681	9.68509	7.87821n
135	0.18680	9.85743	0.32414	0.32185	0.34928	9.28233n	9.69678	9.68069	8.51446n
150	0.15600	9.75218	0.24334	0.24164	0.35137	9.21165n	9.66991	9.64900	8.72315n
165	0.13877	9.69117	0.19834	0.19719	0.35414	9.11133n	9.61278	9.58590	8.79939n
180	0.13745	9.68036	0.19424	0.19356	0.35708	8.97007n	9.51657	9.48102	8.78150n
195	0.15404	9.72460	0.23543	0.23512	0.35972	8.75831n	9.35927	9.30793	8.65994n
210	0.19055	9.82786	0.32618	0.32611	0.36159	8.36059n	9.06963	8.97172	8.34699n
225	0.24982	9.99512	0.47244	0.47244	0.36236	7.93802	7.33244	8.26395n	7.63690
240	0.33104	0.23241	0.67216	0.67200	0.36177	8.57066	9.03806n	9.09810n	8.44288
265	0.40784	0.44881	0.86803	0.86746	0.35975	8.80154	9.32009n	9.34230n	8.62971
270	0.39541	0.48702	0.87783	0.87656	0.35657	8.94650	9.46312n	9.47089n	8.66340
285	0.27415	0.28991	0.65789	0.65572	0.35287	9.05690	9.54171n	9.54098n	8.58094
300	0.14043	0.06128	0.41098	0.40791	0.34975	9.14579	9.57746n	9.57032n	8.83873
315	0.03199	9.88028	0.21471	0.21103	0.34835	9.21126	9.57750n	9.56457n	7.34397
330	9.95544	9.75774	0.07886	0.07519	0.34954	9.24216	9.54184n	9.52269n	8.17011n
345	9.91134	9.69084	0.00038	9.99751	0.35304	9.22029	9.46332n	9.43605n	8.38677n
	1.76315	9.42640	4.15736	4.13751					
	1.76881	9.41542	4.14786	4.12803					

TAFEL VIII.

E	$lg R_0$	$lg S_0$	$lg W_0$	$R_0 \frac{\sin v}{S_0} + S_0 (\cos v + \cos E)$	$-\frac{R_0 \cos v}{r} + S_0 \left(\frac{\cos^2 \varphi}{a} + 1 \right) \sin v$	$W_0 \cos u$	$W_0 \sin u$
0	9 61849	8 51095	9 31798n	+ 0 06486	- 0 41542	+ 0 14556	- 0 14853
15	9 68175	8 34400	9 06498n	0 19755	- 0 44176	0 10373	- 0 05222
30	9 73262	6 77815	7 63043	0 34423	- 0 44906	- 0 00423	+ 0 00061
45	9 81022	8 50745n	9 29423	0 48917	- 0 41868	- 0 19414	- 0 03282
60	9 82822	8 87558n	9 71912	0 58024	- 0 34486	- 0 46850	- 0 23413
75	9 70448	9 08400n	0 00706	0 47075	- 0 25816	- 0 74870	- 0 68737
90	7 75282n	9 16256n	0 17064	0 02766	- 0 29220	- 0 79348	- 1 25083
105	9 80837n	9 10944n	0 19167	- 0 48085	- 0 53767	- 0 48568	- 1 47697
120	0 01465n	8 95516n	0 11952	- 0 67875	- 0 82450	- 0 10939	- 1 31227
135	0 07460n	8 75366n	0 00872	- 0 61815	- 1 03108	+ 0 14313	- 1 01019
150	0 09123n	8 50664n	9 89535	- 0 44437	- 1 15680	0 27441	- 0 73641
165	0 09990n	8 15259n	9 78864	- 0 23232	- 1 23822	0 33080	- 0 51889
180	0 11446n	6 88081n	9 68489	+ 0 00152	- 1 30155	0 33881	- 0 34572
195	0 14194n	7 96755	9 56674	0 26827	- 1 36107	0 30692	- 0 20440
210	0 18642n	8 15897	9 33880	0 59877	- 1 41675	0 21737	- 0 08604
225	0 24985n	7 87910	8 02776	1 04238	- 1 44162	- 0 46573	- 0 02937
240	0 32099n	8 53567n	9 66900n	1 62445	- 1 31216	- 0 46573	- 0 00171
256	0 32298n	9 18044n	0 15238n	1 97697	- 0 68249	- 0 46573	- 0 02937
270	0 01685n	9 38430n	0 31064n	1 06742	+ 0 24198	- 1 35791	- 0 41632
295	8 78190n	9 20820n	0 17646n	0 01343	- 0 32363	- 1 74840	- 1 06022
300	9 37392	8 84696n	9 97394n	- 0 28498	0 05585	- 1 03743	- 1 08518
315	9 49170	8 14891n	9 78734n	- 0 27269	- 0 15538	- 0 43792	- 0 83376
330	9 52828	8 22866	9 62583n	- 0 17664	- 0 28726	+ 0 05200	- 0 60207
345	9 56689	8 49415	9 47844n	- 0 05957	- 0 36746	0 12985	- 0 27146
	- 6 01316	- 0 62607	+ 0 74616	2 72441	- 7 50273	- 2 99950	- 6 45597
	- 6 04563	- 0 61007	+ 0 83102	2 79494	- 7 60996	- 2 91375	- 6 35910
				5 51935	- 15 11269	- 5 91325	- 12 81507

Table des matières par noms d'auteurs

contenues dans le Bulletin International de l'Académie de Sciences de Cracovie.
(Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles).

Année 1905.

Les titres des Mémoires sont donnés en abrégé. Le nombre inscrit à la suite de chaque Mémoire indique la page.

- Baczyński (W.) et Niementowski (St.)** Dioxyacridinecétone et ses dérivés 350.
- Beck (A.)** Action des rayons du radium sur les nerfs périphériques 286.
— Phénomènes électriques dans l'écorce cérébrale après son extirpation partielle 707.
- Bochenek (A.)** Recherches sur le système nerveux des invertébrés 205.
- Bondzyński (St.), Dombrowski (St.) et Panek (K.)** Sur un groupe de acides organiques contenus dans l'urine 477.
- Browicz (T.)** Sur la fonction sécrétoire du noyau des cellules hépatiques 250.
- Bykowski (L.) et Nusbaum (J.)** Contribution à la morphologie du téléostéen parasite etc. 169.
- Czerski (S.) et Nusbaum (J.)** Recherches sur la régénération chez les Capitellides 471.
- Dombrowski (St.)** v. Bondzyński (S.).
- Dziewulski (W.)** Perturbation séculaires du Mars dans le mouvement d'Eros 811.
- Drzewina (A.) et Pettit (A.)** Sur des hyperplasies tissulaires etc. 66.
- Garbowski (T.)** Sur le développement des larves des oursins sans entoderme 581.
— Sur la polarité de l'oeuf des oursins 599.
- Godlewski (E.)** Sur l'hybridation des Echinides avec la Comatule 501.
- Godlewski (T.)** L'actinium et ses produits 265.
— Sur certaines propriétés radioactives de l'Uranium 289.
- Goldmann (H.), Hetper (J.) et Marchlewski (L.)** Recherches sur la matière colorante du sang 279.
- Hetper (J.)** v. Goldman (H.).
- Hirschler (J.)** Recherches embryologiques sur *Catocala nupta* L.
- Hoyer (H.)** Recherches sur le système lymphatiques des têtards des grenouilles 417.
- Janczewski (E.)** Species generis *Ribes* L. 755.
- Kiernik (E.)** Contribution à l'étude de l'histologie des pédicellaires des Oursins, et surtout de leurs muscles 520.
- Kostanecki (K.)** Etudes expérimentales sur l'origine des centrioles du premier fuseau de segmentation chez *Myzostoma* 411.
- Kowalewski (M.)** Études helminthologiques 532.
- Kępiński (St.)** Intégration de l'équation
$$\frac{\partial^2 j}{\partial \xi^2} - \frac{1}{\xi} \frac{\partial j}{\partial t} = 0 \quad 198.$$

- Krahelska (K.)** Sur la développement mérogonique des oeufs etc. 49.
- Kraft (C.)** *v.* Zakrzewski (C.).
- Krzyształowicz (F.)** et **Siedlecki (M.)** Contribution à l'étude de structure et du cycle évolutif de *Spirochaete pallida* 714.
- Kulczyński (Vl.)** *Fragmenta arachnologica*, II 231.
 — " " III 430.
 — *Araneae nonnullae in insulis Moderianis collectae* 440.
- Kulczycki (W.)** et **Nusbaum (J.)** Contribution à l'étude des glandes unicellulaires chez les Téléostéens 785.
- Lewkowicz (X.)** Les cultures pures du bacille fusiforme 783.
- Marchlewski (L.)** Sur l'origine de la choléhématine 733.
 — et **Matejko (L.)** Études sur la bixine 745.
 — *v.* Goldmann (H.).
- Matejko (L.)** *v.* Marchlewski (L.).
- Michalski (L.)** Sur l'action des certains alcaloïdes sur les blattes 635.
- Moldenhauer (T.)** et **Tarchanoff (J.)** Sur la radio-activité induite et naturelle des plantes etc. 728.
- Niementowski (St.)** Sur la condensation de l'acide anthranilique avec l'éther benzoylacétique 285.
 — et **Seifert (M.)** Bichinolyles nouveaux 168.
 — *v.* Baczyński (W.).
- Niemczycki (St.)** Contribution à l'étude des synthèses effectuées au moyen du chlorure de zinc 2.
- Nitsch (R.)** Expériences sur la rage de laboratoire 359.
- Nusbaum (J.)** et **Reis (C.)** Contribution à l'anatomie de l'oval etc. 756.
 — *v.* Kulczycki (W.), Czernski (S.), Bykowski (L.).
- Olszewski (K.)** Contribution à la question de la détermination du point critique de l'hydrogène 399.
 — Nouveaux essais de liquéfaction de l'hélium 408.
- Opolski (St.)** Sur l'action du chlore et du brome sur homologues du thiophène sous l'influence etc. 548.
- Panek (K.)** Étude bactériologique et chimique du barszcz 5.
 — *v.* Bondzyński (S).
- Pettit (A.)** *v.* Drzewina (A.).
- Raciborski (M.)** Propriétés oxydantes et réductrices de la cellule vivante etc. I part. 338, — II part. 668, — III part. 693.
 — Sur le genre des Fougères *Allantodia* Wall. 346.
 — Sur la limite supérieure de la pression osmotique de la cellule vivante 461.
 — Sur les chimiomorphoses de l'*Aspergillus niger* 764.
- Reis (C.)** Contribution à la morphologie des ossicules de Weber etc. 220.
 — *v.* Nusbaum (J.).
- Romer (E.)** Époque glaciaire dans les monts Świdowiec 797.
- Rudzki (M. P.)** Remarque sur le mémoire de M. Denizot 253.

- Seifert (M.)** v. Niementowski (St.).
- Siedlecki (M.)** Sur le rôle du karyosome 559.
— v. Krzysztalowicz (F.).
- Sitowski (L.)** Contribution à la biologie des teignes 534.
- Sławiński (K.)** De la structure des produits obtenus par l'action de l'acide hypochloreux sur le camphène 491.
- Tarchanoff (J.)** v. Moldenhauer (T.).
- Tochtermann (L.)** De l'action du chlorure de thionyle sur la thiobenzamide 1.
- Tondera (F.)** Sur l'influence du courant d'air sur les pousses en croissance 734.
- Wiśniowski (T.)** Sur l'âge des couches à Inocérames dans les Carpathes 352.
- Witkowski (A. W.)** Sur la dilatation de l'hydrogène 305.
- Wójcik (K.)** Infraoligocène de Ryszkania 254.
- Zakrzewski (C.) et Kraft (C.)** Sur les directions principales dans les liquides biréfringents par effet du mouvement 506.
- Zapałowicz (H.)** Revue critique de la flore de Galicie 286.
- Zaremba (St.)** Solution générale du Problème de Fourier 69.

Errata.

- 1) Pag. 220. Dans le titre du travail de Mme C. Reis au lieu de: „... natatoire chez les Siluroides nebulosus“ lisez: „... nata-toire chez les Siluroides (Amiurus nebulosus)“.
- 2) comp. pag. 712.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Pod redakcją

Członka delegowanego Wydziału matem.-przyr., Dra Leona Marchlewskiego.

Kraków, 1905. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządkiem J. Filipowskiego.

22 Stycznia 1906.

