

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

N° 10.

Décembre

1903.

- Sommaire:** 51. M. LADISLAS NATANSON. Remarques sur la théorie de la relaxation.
52. M. ED. de JANCZEWSKI. La sexualité des Groseillers (Ribes L.).
53. MM. J. KOWALSKI et B. ZDANOWSKI. Nouvelle méthode pour la mesure des résistances électrolytiques liquides et plusieurs de ses applications.
54. MM. J. HETPER et L. MARCHLEWSKI. Recherches sur la matière colorante du sang.
55. M. K. WÓJCIK. La faune infraoligocène de Kruchel mały près de Przemysł. (Couches de Clavulina Szabói). I. Les Foraminifères et les Mollusques.
56. M. T. GARBOWSKI. Sur le développement parthénogénétique des Astéries.
57. M. T. ESTREICHER. Sur les points de fusion de l'oxygène et de l'azote.

Séance du lundi 7 Décembre 1903.

PRÉSIDENCE DE M. E. GODLEWSKI.

51. M. LADISLAS NATANSON m. t. *Uwagi nad teorią zjawiska zluźniania.*
(*Remarques sur la théorie de la relaxation.*)

Dans la séance du 4. Février 1901, j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie un Mémoire „Sur les lois de la Viscosité“¹⁾ qui est devenu le point de départ de plusieurs travaux ultérieurs²⁾ portant sur divers points de la Théorie de la Viscosité. Dans un Mémoire³⁾ intitulé „Sur une généralisation de la théorie classique de la viscosité“ et présenté à l'Académie dans la séance du 8. Juin 1903, M. Zaremba s'est proposé, ainsi qu'il le dit à la page 381, de „préciser“ et de „compléter“ l'hypothèse que j'ai prise pour base de ma théorie „de façon qu'il soit possible d'en déduire les „équations du mouvement d'un fluide visqueux, d'établir ensuite ces „équations au moyen d'une analyse rigoureuse et de faire ressortir „enfin les défauts de l'analyse de M. Natanson“.

¹⁾ Bulletin Int. de l'Acad. d. Sc. de Cracovie, Cl. d. Sc. Math. et Nat., Année 1901, p. 95.

²⁾ Bulletin Int., Année 1901, p. 161; Année 1902, p. 19, 488, 494; Année 1903, p. 268 et 283.

³⁾ Bulletin Int., Année 1903, p. 380.

§ 1. On reconnaît bientôt à l'examen que la théorie que propose M. Zaremba dans le travail auquel nous venons de faire allusion, présente, avec la théorie que j'ai exposée, un degré de ressemblance tout à fait extraordinaire. Quelles sont, en effet, les hypothèses sur lesquelles repose la théorie de M. Zaremba? On peut les résumer de la manière suivante:

A. L'hypothèse que (pour plus de brièveté) j'appellerai „hypothèse de la déformation élastique“ ou hypothèse A; elle consiste à admettre que la distribution des pressions intérieures dans un fluide en mouvement soit à chaque instant assimilable à celle qui régnerait au sein d'un corps fictif, isotrope et parfaitement élastique lequel aurait éprouvé une certaine déformation (pages 380, 383, 384 etc.).

B. L'hypothèse relative à la nature et aux lois de la relaxation pure; M. Zaremba, à la page 385 de son Mémoire, l'appelle „Hypothèse I“ (voir plus loin, § 4).

C. L'hypothèse énoncée, sous le nom d'„Hypothèse II“, à la page 395 du Mémoire; d'après cette hypothèse, les variations qu'éprouvent par l'effet de la relaxation les quantités relatives à une particule déterminée du fluide, se superposent simplement aux variations des mêmes quantités dues à l'action des influences étrangères à la relaxation.

Telles sont les hypothèses que M. Zaremba a prises pour base de ses développements, dans le Mémoire du 8. Juin 1903. Elles coïncident exactement avec celles que j'ai adoptées dans mon Mémoire du 4. Février 1901.

À la page 383 du Mémoire cité, M. Zaremba distingue deux espèces de déformation pouvant se produire dans le sein d'un fluide; il propose de les appeler: „déformation géométrique“ et „déformation élastique“ (ou „déformation du corps fictif“) et il en représente les composantes par les symboles

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3,$$

$$\varepsilon_1^*, \varepsilon_2^*, \varepsilon_3^*, \gamma_1^*, \gamma_2^*, \gamma_3^*.$$

Ce qu'il ne dit pas, à l'endroit cité, c'est que dans mon Mémoire du 4. Février 1901, j'ai proposé la même distinction. J'ai considéré, exactement comme le fait M. Zaremba, deux espèces de déformation; je les ai nommées déformation apparente et déformation véritable et j'ai désigné par

$$\varepsilon, \varphi, \psi, \alpha, \beta, \gamma$$

$$\varepsilon^*, \varphi^*, \psi^*, \alpha^*, \beta^*, \gamma^*$$

leurs composantes respectives. L'identité des notions auxquelles ces dénominations et ces symboles se rapportent ne saurait être révoquée en doute. M. Zaremba appelle déformation géométrique celle que le fluide a réellement subie depuis une certaine époque fixe jusqu'à l'époque considérée; je dis, à la page 103 de mon Mémoire de 1901, que la déformation apparente est „celle que l'activité de „nos sens nous permet d'observer“. La déformation élastique d'un fluide, d'après M. Zaremba, est celle qu'il faut attribuer au corps fictif parfaitement élastique que nous substituons par la pensée, à chaque instant, au fluide réel (voir hypothèse A) et dont l'état de tension intérieure est identique à celui qui, à l'instant considéré, règne dans le sein du fluide. M. Zaremba qui propose cette définition, affirme à la page 402 de son Mémoire que je n'ai pas „précisé“, dans mon Travail du 4. Février 1901, la notion de ce que j'ai appelé „déformation véritable“. Je demande donc la permission d'extraire de ce Travail les lignes qui suivent: „Nous „admettons en second lieu que les inégalités de pression sont toujours liées, aux composantes de la déformation véritable, par la „loi de la proportionnalité simple. Pour les solides élastiques de la „théorie idéale, la notion de la déformation véritable se confond „avec celle de la déformation apparente¹⁾; mais nous savons qu'il „n'en est point ainsi pour les fluides. Ainsi notre hypothèse actuelle „consiste à supposer que la loi de Hooke s'étend aux fluides, mais „à la condition de l'appliquer, non point aux composantes de la déformation apparente, mais bien à celles de la déformation véritable. „Cette hypothèse admise, nous aurons:

$$,,(6a) \quad p_{xx} - p_0 = -2n\varepsilon^* - (k - \frac{2}{3}n)\Delta^*$$

$$,,(6b) \quad p_{yy} - p_0 = -2n\varphi^* - (k - \frac{2}{3}n)\Delta^*$$

$$,,(6c) \quad p_{zz} - p_0 = -2n\psi^* - (k - \frac{2}{3}n)\Delta^*$$

¹⁾ Le lecteur voudra bien comparer, à ce simple énoncé, le résultat auquel parvient M. Zaremba moyennant le raisonnement exposé aux pages 399, 400 et 401 de son Travail, à savoir: dans le cas où la relaxation fait défaut, la déformation élastique de la substance est identique à sa déformation géométrique. Il est évident que cette conclusion équivaut à l'énoncé des hypothèses A et C appliquées au cas particulier que l'on s'est proposé de considérer.

$$\begin{aligned} \text{,}(7a) \quad & p_{yz} = -n\alpha^{**} \\ \text{,}(7b) \quad & p_{zx} = -n\beta^{**} \\ \text{,}(7c) \quad & p_{xy} = -n\gamma^{**} \quad (\text{l. c., p. 104})^1. \end{aligned}$$

Il est évident que l'idée exprimée par ce passage est exactement la même que celle qui, dans le Travail de M. Zaremba, est dédoublée pour ainsi dire et présentée sous la forme: d'une définition (définition de la déformation élastique) et d'une hypothèse (hypothèse A). Il est évident que cette définition et cette hypothèse ne font que traduire en un langage de convention, l'idée même qu'expriment les équations (6) et (7) du § 7 de mon Mémoire de 1901, équations qui ont été reproduites dans l'extrait que l'on vient de lire. Enfin il est évident que les équations (8) de la page 384 du Mémoire de M. Zaremba sont identiques à ces mêmes équations (6) et (7) du § 7 de mon Travail de 1901²). Ces faits permettent d'apprécier à sa juste valeur l'opinion émise par M. Zaremba, d'après laquelle mon Travail du 4. Février 1901 ne renfermerait pas les données qui sont indispensables pour associer une idée précise à ce que j'ai appelé déformation véritable.

A la page 402 de sa Communication, M. Zaremba affirme encore que, dans mon Mémoire de 1901, je n'ai fait jouer aucun rôle, dans la déduction de mes équations (1) et (2) du § 8., à la notion de la déformation véritable. Pour faire justice de cette objection, il me suffira de dire que, à la page 106, ligne 7, du Mémoire en question, se trouve l'*alinéa* qui débute en ces termes: „On „arrive aux mêmes équations etc.“; que la déduction des équations (1) et (2) du § 8. qui s'y trouve exposée part explicitement des équations (citées plus haut) (6) et (7) du § 7 et que, par cela même, elle est entièrement et incontestablement fondée sur l'emploi de la notion de la „déformation véritable“.

¹) Pour l'explication des notations adoptées, on voudra bien se reporter au Mémoire cité.

²) Entre ces deux systèmes d'équations, il n'y a que des différences de notation sans aucune importance. Observons cependant que, dans ma Communication de 1901, la lettre k désigne le module de compressibilité; et que cette constante est égale à la somme $\lambda + \frac{2}{3}\mu$, dans les notations de M. Zaremba. C'est ce qu'il importe d'avoir en vue en lisant les lignes 26 et 27 de la page 396 du Mémoire de M. Zaremba.

La notion de la déformation véritable¹⁾ s'impose lorsque l'on s'engage sur la voie que j'ai proposée au § 7 de mon Mémoire de 1901 et que suit aussi M. Zaremba. Mais il est clair que l'on pourra la remplacer par une autre notion lorsque l'on aura adopté une voie différente. C'est précisément ce que j'ai essayé de faire dans les §§ 3. et 4. de mon Mémoire de 1901. Les symboles $(d/dt)_1$ que contiennent les équations (1) et (2) du § 3. se rapportent, cela est évident²⁾, aux variations dues à l'action des forces ou influences étrangères à la relaxation; c'est pourquoi je les appelle (à l'endroit cité) forces ou influences étrangères ou extérieures; quant au phénomène de la relaxation, au sein d'une particule fluide, je l'attribue à l'activité des forces intérieures à la particule. Les équations (1) et (2) du § 3., par conséquent, expriment une hypothèse bien définie et parfaitement claire en elle-même.

M. Zaremba a bien remarqué la ressemblance (allant à mon avis jusqu'à l'identité) qui existe entre les équations (26) de son Mémoire du 8. Juin 1903 et les équations (1) et (2) du § 3. de ma Communication du 4. Février 1901. Voici ce qu'il en dit: les équations (1) et (2) du § 3. de ma Communication „correspondent vaguement“ (ainsi s'exprime M. Zaremba, page 402, ligne 15) à ses équations (26). Je me bornerai, pour toute réponse, à transcrire ici les équations auxquelles se rapporte cette expression. Les équations (26) de M. Zaremba sont de la forme

$$d_1 p_{xx} = - \{ \lambda \tilde{\omega} + 2 \mu a_1 \} dt \quad \text{et}$$

$$d_1 p_{yz} = - \mu c_1 dt.$$

Les équations (1) et (2) du § 3. de mon Mémoire de 1901 sont les suivantes

$$\left(\frac{dp_{xx}}{dt} \right)_1 = - 2ne - \left(k - \frac{2}{3}n \right) \tilde{\omega} \quad \text{et}$$

$$\left(\frac{dp_{yz}}{dt} \right)_1 = - na.$$

¹⁾ Mais non celle du „corps fictif“ qui n'est nullement indispensable; elle peut même devenir dangereuse, ainsi que je l'expliquerai plus tard.

²⁾ A la page 99, ligne 2, on lit: „Les effets des influences extérieures, représentés par ces équations etc.“ A la page 100, ligne 1, on lit: „Si, à la variation $(d/dt)_1$, due à l'influence des forces étrangères, d'une quantité variable quelconque, nous ajoutons etc.“

J'ajoute que la signification des symboles

$$a_1, c_1, \tilde{\omega}, \mu, \lambda,$$

dans le Mémoire de M. Zaremba, est la même que celle qui, dans mon Travail, est attribuée aux symboles

$$e, a, \tilde{\omega}, n, k - \frac{2}{3} n^1).$$

§ 2. Il me reste à analyser les hypothèses adoptées par M. Zaremba au sujet des lois qui président à la relaxation pure et à les comparer à celles qui, dans mon Mémoire de 1901, se rapportent à cette partie du problème. C'est ce qui fera l'objet du § 4. Essayons au préalable de mettre en évidence certaines conclusions qui découlent naturellement des équations et des conventions que M. Zaremba a adoptées. Dans ce paragraphe, par conséquent, nous ne ferons intervenir aucune hypothèse différente de celles que M. Zaremba a prises pour base de sa théorie; nous adopterons d'emblée les notations de son Mémoire; nous nous proposerons simplement de poursuivre les conséquences de la théorie qu'il a exposée.

Observons tout d'abord ceci: les équations (8) et (9) de la page 384 nous donnent

$$(1) \quad p_m = -(\lambda + \frac{2}{3}\mu) \Theta^*$$

où l'on désigne par p_m , comme dans le Mémoire de M. Zaremba, la moyenne:

$$(2) \quad p_m = \frac{1}{3}(p_{xx} + p_{yy} + p_{zz}).$$

Convenons de représenter par $[f]$ la limite vers laquelle tend une quantité quelconque f par l'effet de la relaxation. Nous aurons par exemple

$$(3) \quad [p_{xx}] = [p_{yy}] = [p_{zz}] = p$$

$$(4) \quad [p_{yz}] = 0; [p_{zx}] = 0; [p_{xy}] = 0.$$

¹⁾ Nous ferons ici une remarque qui nous sera utile dans la suite et qui ne se trouve pas dans le Travail de M. Zaremba. Il ne faut pas perdre de vue que les constantes λ et μ de M. Zaremba et pareillement les constantes k et n de ma Communication, ne sont nullement des constantes fondamentales, des constantes caractéristiques du corps considéré; leurs valeurs dépendent des conditions d'ordre thermodynamique auxquelles le mouvement du fluide est assujéti. Nous aurons par exemple certaines λ, μ, k, n qui conviendront au cas du mouvement isothermique; nous aurons des valeurs différentes dans le cas du mouvement adiabatique; et ainsi de suite.

Des équations (8), page 384, on conclut que l'on a

$$p = [p_{xx}] = -\lambda [\Theta^*] - 2\mu [\varepsilon_1^*] \quad (5a)$$

$$p = [p_{yy}] = -\lambda [\Theta^*] - 2\mu [\varepsilon_2^*] \quad (5b)$$

$$p = [p_{zz}] = -\lambda [\Theta^*] - 2\mu [\varepsilon_3^*] \quad (5c)$$

Les équations (5) exigent que l'on ait

$$[\varepsilon_1^*] = [\varepsilon_2^*] = [\varepsilon_3^*] = \frac{1}{3} [\Theta^*]; \quad (6)$$

par conséquent les équations (5) permettent d'écrire

$$p = -\left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right) [\Theta^*]; \quad (7)$$

cette relation d'ailleurs peut se déduire immédiatement de l'équation précédente (1).

Cherchons à nous rendre compte de l'influence que peuvent exercer, sur la valeur des quantités p_m et p , les forces et les influences étrangères à la relaxation. Cette influence s'exprime par les équations

$$\frac{d_1 p_m}{dt} = -\left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right) \tilde{\omega} \quad (8)$$

$$\frac{d_1 p}{dt} = -\left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right) \frac{d_1 [\Theta^*]}{dt} \quad (9)$$

que l'on tire des équations précédentes (1) et (7) en désignant par $\tilde{\omega}$ la quantité définie par l'égalité (27) du Mémoire de M. Zaremba¹⁾.

Ces mêmes quantités, p_m et p , sont-elles soumises à l'influence de la relaxation pure? Ajoutons membre à membre les trois premières équations du système (21), page 392, du Mémoire de M. Zaremba; nous aurons

$$\frac{d_2 p_m}{dt} = -\left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T^v}\right) (p_m - p). \quad (10)$$

Ceci peut s'écrire en adoptant la notation de M. Zaremba [égalités (17), page 390]

$$\frac{d_2 p_m}{dt} = -\frac{p_m - p}{T_1}; \quad (11)$$

¹⁾ Nous admettons ici les équations données en bas de la page 394; nous supposons (et, en cela, nous suivons l'exemple donné par M. Zaremba, page 395, ligne 1) que les lois ordinaires de la différentiation s'appliquent à l'opération d_1 .

or cette équation permet de répondre à la première question que nous nous sommes proposée. Pour répondre à la deuxième, observons que la définition de la quantité p (page 385) exige que l'on ait

$$(12) \quad \frac{d_2 p}{dt} = 0.$$

Si l'on admet l'hypothèse C précédente (hypothèse II, page 395) on aura, en vertu des formules (8), (9), (11) et (12):

$$(13) \quad \frac{dp_m}{dt} = -\frac{p_m - p}{T_1} - (\lambda + \frac{2}{3}\mu) \tilde{\omega}$$

$$(14) \quad \frac{dp}{dt} = -(\lambda + \frac{2}{3}\mu) \frac{d_1[\Theta^*]}{dt};$$

dans ces équations. le symbole d/dt a évidemment la signification $\partial/\partial t + u\partial/\partial x + v\partial/\partial y + w\partial/\partial z$ (page 395 du Mémoire de M. Zaremba).

M. Zaremba admet que la quantité p vérifie l'équation caractéristique du fluide considéré, c'est-à-dire une équation de la forme

$$(15) \quad p = p(\varrho, \vartheta),$$

où ϱ et ϑ désignent la densité et la température du fluide, au point (x, y, z) et à l'époque arbitrairement donnée t ; il suppose en effet, ainsi qu'il est dit à la page 385, que la densité et la température d'une particule fluide ne changent pas par l'effet pur et simple de la relaxation. Rappelons maintenant que, entre les variables ϱ et ϑ , il existe en général une relation due aux conditions d'ordre thermodynamique auxquelles le mouvement du fluide est assujéti; et désignons par

$$(16) \quad \left(\frac{dp}{d\varrho}\right)$$

la dérivée totale, par rapport à la variable ϱ , de la fonction $p(\varrho, \vartheta)$, dérivée que l'on calcule en tenant compte de la relation entre ϱ et ϑ à laquelle nous venons de faire allusion. En vertu de l'équation (15) nous aurons

$$(17) \quad \begin{aligned} \frac{d_1 p}{dt} &= \left(\frac{dp}{d\varrho}\right) \frac{d\varrho}{dt} && (\text{puisque } d_2 \varrho/dt = 0) \\ &= -\varrho \left(\frac{dp}{d\varrho}\right) \tilde{\omega} \\ &= -h \tilde{\omega}, \end{aligned}$$

le symbole h étant défini au moyen de l'égalité¹⁾

$$h = \rho \left(\frac{dp}{d\varrho} \right). \quad (18)$$

Jointe à l'équation (12), l'équation (17) devient

$$\frac{dp}{dt} = -h \tilde{\omega}. \quad (19)$$

Pour abrégier l'écriture convenons de représenter par k la somme $\lambda + \frac{2}{3}\mu$; des équations (14) et (19) on déduit

$$k \frac{d_1[\Theta^*]}{dt} = h \tilde{\omega}. \quad (20)$$

On a enfin, en vertu des équations (13) et (19):

$$\frac{d(p_m - p)}{dt} = -\frac{p_m - p}{T_1} - (k - h) \tilde{\omega}. \quad (21)$$

§ 3. Les résultats obtenus dans le paragraphe précédent se déduisent des équations données par M. Zaremba; par conséquent ils ne font qu'exprimer les hypothèses que M. Zaremba a adoptées. J'ai déjà montré à plusieurs reprises, dans mes Communications précédentes, qu'il existe une hypothèse très vraisemblable qu'il importe de ne pas perdre de vue si l'on veut asseoir solidement les fondements de la Théorie de la Relaxation. Cette hypothèse est analogue à celle que l'on adopte, dans la Théorie Classique, sous le nom d'hypothèse de Stokes; elle joue, dans notre Théorie, exactement le même rôle. On sait en effet que Barré de Saint-Venant²⁾ en 1843 et, en 1845, Sir G. G. Stokes³⁾ ont énoncé la proposition suivante: Pour une particule déterminée du fluide et à une époque donnée t , supposons vérifiées les conditions⁴⁾

$$a_1 = a_2 = a_3 = \frac{1}{3} \tilde{\omega}; \quad (1)$$

¹⁾ Voir Bulletin Int. de l'Acad. d. Sc. de Cracovie, Classe d. Sc. Math. et Nat., Année 1902, p. 21; Année 1903, p. 275; Physik. Zeitschrift, Vol. IV, p. 541. 1903

²⁾ Comptes Rendus, tome XVII, p. 1240.

³⁾ Cambridge Phil. Soc. Trans., VIII, p. 287. Math. and phys. Papers, Vol. I, p. 75. Les considérations qui ont conduit Stokes à admettre l'exactitude de la proposition rappelée plus haut sont trop connues pour être reproduites ici.

⁴⁾ On adopte ici les notations de M. Zaremba; voir les équations (24) et (27) de son Travail.

on aura alors pour la particule en question, à l'époque donnée t ,

$$(2) \quad p_{xx} = p_{yy} = p_{zz} = p.$$

Cette hypothèse a été adoptée par une foule de savants¹⁾. Nous pouvons la mettre sous une forme un peu différente qui est la suivante: une déformation qui satisfait aux conditions précédentes (1) ne modifie pas la valeur des différences $p_{xx} - p$, $p_{yy} - p$, $p_{zz} - p$; si donc, avant la déformation, les équations

$$(3) \quad p_{xx} - p = 0, \quad p_{yy} - p = 0, \quad p_{zz} - p = 0$$

étaient vérifiées, elles seront également vérifiées après la déformation.

Il est clair que l'hypothèse de Stokes que nous venons de rappeler repose, comme la Théorie classique toute entière, sur cette conception dont, dans notre théorie, nous désirons nous affranchir, à savoir: que la vitesse du phénomène de la relaxation étant infinie, on peut toujours le considérer comme accompli. Essayons de dégager l'hypothèse de Stokes de cette supposition supplémentaire qu'elle implique, présentée sous la forme précédente. Continuons d'admettre, comme auparavant, que toute déformation qui satisfait aux conditions (1) exerce, sur la valeur des quantités p , p_{xx} , p_{yy} , p_{zz} , la même influence, en sorte que les valeurs des différences

$$(4) \quad p_{xx} - p, \quad p_{yy} - p, \quad p_{zz} - p$$

ne sont pas modifiées; seulement, à ces différences (4), attribuons des valeurs qui, dans le cas général, sont différentes de zéro. Moyennant cette modification, l'hypothèse de Stokes devient applicable à la théorie de la viscosité que j'ai proposée et dont le trait essentiel est de supposer finie la vitesse de la relaxation. L'hypothèse dans laquelle nous nous plaçons est donc la suivante: pour une particule déterminée du fluide et à une certaine époque t , supposons vérifiées les conditions précédentes (1); pour cette particule et à l'époque considérée t , nous aurons

¹⁾ Clerk-Maxwell (Phil. Trans., Vol. CLVII, p. 81. 1867); Lamb (Hydrodynamics, p. 512. 1895); Basset (Treatise on Hydrodynamics, II, p. 242. 1888); Lord Rayleigh (Theory of Sound, II, p. 282. 1878); Love (Mathemat. Encyklop., Bd. IV, 15, p. 69. 1901); Kirchhoff (Theorie der Wärme, p. 193. 1894); M. Smoluchowski (Bull. Int. Ac. Sci. de Crac. 1903, p. 143); etc. etc. M. Duhem (Recherches sur l'Hydrodynamique, Paris 1903) sans la rejeter, ne regarde pas l'hypothèse de Stokes comme forcée.

$$\frac{d_1}{dt}(p_{xx} - p) = 0; \quad \frac{d_1}{dt}(p_{yy} - p) = 0; \quad \frac{d_1}{dt}(p_{zz} - p) = 0. \quad (5)$$

Cette hypothèse (que nous appellerons désormais „hypothèse D “) doit être envisagée comme équivalent, au point de vue de notre théorie, à celle que l'on adopte généralement, sous le nom d'hypothèse de Stokes, dans la Théorie Classique de la Viscosité.

Examinons maintenant de plus près les conséquences auxquelles on est conduit en adoptant l'hypothèse D . A cet effet, reprenons les équations du paragraphe précédent. La première équation du système (26), page 395, du Mémoire de M. Zaremba, à savoir

$$\frac{d_1 p_{xx}}{dt} = -\lambda \tilde{\omega} - 2\mu a_1, \quad (6)$$

donne en vertu de l'équation (17) du paragraphe précédent,

$$\frac{d_1 (p_{xx} - p)}{dt} = -(\lambda - h) \tilde{\omega} - 2\mu a_1. \quad (7)$$

Imaginons une déformation vérifiant les conditions (1) ci-dessus; nous aurons dans ce cas

$$\begin{aligned} \frac{d_1 (p_{xx} - p)}{dt} &= -\left(\lambda + \frac{2}{3}\mu - h\right) \tilde{\omega} \\ &= -(k - h) \tilde{\omega}. \end{aligned} \quad (8)$$

L'hypothèse D exige que le premier membre de cette équation soit égal à zéro quelle que soit la valeur de la quantité $\tilde{\omega}$. Il résulte de là que l'égalité

$$k = h \quad (9)$$

peut être considérée comme l'expression la plus simple de l'hypothèse D .

Passons en revue les résultats auxquels on arrive lorsqu'on pose $k = h$ dans nos équations. L'équation (20) du § 2 donne, dans cette hypothèse,

$$\frac{d_1 [\Theta^*]}{dt} = \tilde{\omega}; \quad (10)$$

l'équation (21) du même paragraphe devient

$$\frac{d(p_m - p)}{dt} = -\frac{p_m - p}{T_1}. \quad (11)$$

L'équation (11) peut être remplacée par les deux équations que voici: par l'équation

$$(12) \quad \frac{d_1(p_m - p)}{dt} = 0$$

qui se déduit des équations (8) et (9) du § 2 en vertu de l'égalité (10) précédente; et, en second lieu, par l'équation

$$(13) \quad \frac{d_2(p_m - p)}{dt} = -\frac{p_m - p}{T_1}$$

à laquelle les équations (11) et (12) du § 2 conduisent immédiatement.

Imaginons un fluide qui remplirait les conditions voulues pour que la relation précédente (9) soit vérifiée. Les équations (11), (12), (13) nous apprennent que, dans un pareil fluide, la marche de la relaxation de la différence $p_m - p$ ne sera pas entravée par les déformations successives imposées au fluide; cela sera vrai quelle que soit la nature de ces déformations. La relaxation de la différence $p_{xx} - p$ et des deux autres différences analogues, ne jouit point de cette propriété; c'est ce que l'on prouve facilement en se reportant à l'équation (7) de ce paragraphe; cette équation, en effet, peut se mettre, grâce à l'égalité (9), sous la forme suivante:

$$(14) \quad \frac{d_1(p_{xx} - p)}{dt} = -2\mu(a_1 - \frac{1}{3}\tilde{\omega}).$$

Supposons que les symboles T et T' dans le Mémoire de M. Zarembo, désignent des périodes de temps de longueur comparable; la lettre T_1 , dans ce cas, représente une période de même ordre de longueur. Imaginons un fluide pour lequel la relation (9) serait vérifiée. Le phénomène de la relaxation de la différence ($p_{xx} - p$) dans ce fluide, est sujet à l'action des influences diverses qui provoquent les déformations; déjouée par l'effet de ces influences, la relaxation de la différence ($p_{xx} - p$) recommence sans cesse à nouveau. Bien différente est la marche de la relaxation de la quantité ($p_m - p$). Se trouvant entièrement à l'abri de l'influence des causes de déformation, la relaxation de cette quantité se poursuit sans interruption à travers toutes les phases du mouvement. Supposons que l'on étudie la marche du premier phénomène, à savoir la relaxation de la différence ($p_{xx} - p$); il est évident qu'il sera toujours permis de considérer comme parfait, comme entièrement achevé, le

second phénomène: la relaxation de la différence ($p_m - p$). Nous sommes arrivés à ce résultat, remarquons-le expressément, tout en supposant que les périodes T et T_1 sont du même ordre de longueur.

§ 4. Nous sommes maintenant en mesure d'analyser les hypothèses qui ont été adoptées, au sujet des lois de la relaxation pure, par M. Zaremba, dans son Mémoire du 8. Juin 1903, et par moi-même, dans ma Communication du 4. Février 1901. Citons d'abord l'énoncé suivant que l'on trouve à la page 385 du Mémoire de M. Zaremba: „Supposons qu'à partir d'une époque quelconque t tout „mouvement ultérieur du fluide par rapport aux axes x, y, z , ainsi „que tout changement de distribution des températures dans son sein, „aient été supprimés. Nous admettrons qu'il se produirait alors, en „chaque point du fluide, un phénomène que nous appellerons „relaxation“ lequel consisterait en ceci: les quantités p_{xx}, p_{yy} et p_{zz} tendraient dans ces conditions vers une limite commune p tandis que „les quantités p_{yz}, p_{zy} et p_{xy} tendraient vers zéro“. Voici à présent ce que l'on trouve à la page 98 de mon Mémoire de 1901: „A partir du moment $t = 0$, nous voyons deux phénomènes se produire. „En premier lieu, nous voyons les modifications s'accomplir qui dépendent de l'action des influences étrangères. En second lieu, la „déformation faiblissant, les inégalités de pression tendant à s'annuler, „le système éprouve ce qui a reçu le nom de „relaxation“, ainsi „qu'il a été dit plus haut“. Et plus loin (page 99), après avoir énoncé l'hypothèse qui se rapporte à la loi de l'action des „influences étrangères“ j'ai dit: „Essayons maintenant d'étudier de plus „près la marche, essentiellement irréversible, du phénomène de la „relaxation. Soit p la valeur vers laquelle les pressions p_{xx}, p_{yy}, p_{zz} „convergent par l'effet de ce phénomène; la valeur vers laquelle „tendent simultanément les pressions p_{yz}, p_{zz} et p_{xy} est zéro“.

Voici ce que dit encore M. Zaremba (page 385): „Dans le „phénomène de la relaxation tel que nous venons de le définir, la „température et la densité du fluide au point (x, y, z) conserveront „les valeurs τ et ρ qu'elles avaient en ce point à l'époque t . Par „conséquent la quantité p n'est autre chose que la pression hydrostatique qui, pour le fluide considéré, correspondrait à la température τ et à la densité ρ “. Voici à présent les hypothèses que j'ai adoptées dans mon Mémoire de 1901 (page 101): „1) la pression „finale p est une fonction de la densité finale ρ ainsi que de la

„température ϑ ; 2) la densité et la température d'une portion dé-
 „terminée du fluide ne varient pas par l'effet, pur et simple, du phé-
 „nomène de la relaxation“. On voit qu'il n'y a pas de différence
 essentielle entre les hypothèses, relatives à la nature de la relaxa-
 tion, que M. Zaremba a prises pour base de sa théorie et celles
 que l'on trouve dans mon Mémoire du 4. Février 1901.

On lit à la page 385 du Mémoire de M. Zaremba: „Il ré-
 „sulte de là que les quantités p , q et τ vérifieront une équation
 „de la forme

$$(10) \quad „F(p, q, \tau) = 0$$

„bien connue dans la théorie classique de la chaleur sous le nom
 „d'équation caractéristique“. Et à la page 403 il est dit:
 „M. Natanson ne s'est pas aperçu que la quantité qu'il désigne,
 „comme nous-même d'ailleurs, par p n'est autre chose qu'un élé-
 „ment bien connu dans la théorie classique de la chaleur, élément
 „qui vérifie l'équation (10) du chapitre précédent“. Cette assertion
 est expressément contredite par le texte de mon Mémoire. Je dis,
 en effet, à la page 101, après avoir énoncé les hypothèses 1) et 2)
 que nous venons de citer: „Nous avons par conséquent

$$(9) \quad „p = p(q, \vartheta); \quad \frac{dp}{dt} = \frac{d\vartheta}{dt} \frac{\partial p}{\partial \vartheta} + \frac{dq}{dt} \frac{\partial p}{\partial q}. “$$

J'arrive ensuite à l'équation $\frac{dp}{dt} = -k\tilde{\omega}$ et, à la page 102, je
 poursuis en ces termes: „Ce que nous venons de dire nous enseigne
 „que l'équation (1) $\frac{dp}{dt} = -k\tilde{\omega}$ peut être regardée comme ex-
 „pression de l'hypothèse de l'existence, pour les fluides en équilibre,
 „d'une équation caractéristique puisque cette hypothèse con-
 „siste à admettre, pour l'état final d'un fluide, l'existence d'une éga-
 „lité de la forme

$$„(2) \quad p = p(q, \vartheta). “$$

Je le constate: la proposition même qui, d'après ce que pré-
 tend M. Zaremba, serait restée inaperçue dans mon Mémoire de
 1901, se trouve expressément énoncée¹⁾ dans les passages

¹⁾ On supposerait volontiers que M. Zaremba n'a pas remarqué l'existence
 de ces passages de mon travail; mais cette supposition est rendue impossible par
 les paroles suivantes: „n'ayant pas reconnu la véritable nature de la quantité p ,
 „M. Natanson développe au sujet de cette quantité, dans le § 5 de son mé-
 „moire, des considérations que rien ne justifie“ (page 403), car les passages que

du même Mémoire que je viens de citer; elle s'y trouve énoncée dans des termes à peu près identiques à ceux dont se sert M. Zaremba lui-même.

Je reconnais volontiers que les équations (2) et (3) du § 4. de mon Mémoire de 1901 ont une forme particulière qui n'est légitime que dans le cas où l'on admet l'hypothèse de Stokes ou, plus exactement, l'hypothèse D du § 3. précédent. Cette hypothèse est énoncée et adoptée dans mon Mémoire de 1901; mais je ne l'ai introduite que plus tard, dans le § 5. et le § 7. de ce Travail. Par conséquent l'objection précédente est bien fondée en tant qu'elle se dirige contre la rédaction de mon Mémoire; mais elle n'offre que peu d'intérêt au point de vue des applications de la théorie à l'étude des phénomènes naturels. Aucun phénomène connu jusqu'à ce jour ne nous porte à croire que les hypothèses A, B, C du § 1. présentent un degré de vraisemblance réellement supérieur à celui qu'il convient d'assigner à l'hypothèse D ; il est évident, au contraire, que toutes ces hypothèses ne sont que des conjectures également approximatives et tout à fait provisoires. Il est à peine utile d'ajouter que les équations de M. Zaremba, dans le cas où l'on adopterait l'hypothèse D , conduiraient à des résultats qui ne se distingueraient pas de ceux auxquels on arrive moyennant mes équations; ceci devient évident d'après ce qui a été dit aux §§ 2. et 3. de ce Travail.

§ 5. Proposons-nous de considérer, à titre d'exemple, le problème

l'on vient de lire se trouvent soit dans le § 5 de mon Mémoire, soit au début du § 6. M. Zaremba a négligé de dire, d'une façon précise, quelles sont les considérations auxquelles il fait allusion et pourquoi il se considère en droit de les appeler non justifiées; je n'ai pas à répondre à des paroles vagues qui n'expriment aucune idée tant soit peu définie et tangible.

A la page 402 de son Travail, M. Zaremba affirme que je n'ai pas expliqué clairement, dans mon Mémoire de 1901, ce que j'entends représenter par les symboles

$$\left(\frac{dp_{xx}}{dt}\right)_2, \left(\frac{dp_{yy}}{dt}\right)_2 \text{ etc.}$$

J'ai dit, à la page 100 de mon Mémoire, que les variations $(d/dt)_2$ sont celles qui proviennent du phénomène de la relaxation. Si l'on se reporte à la page 386 du Mémoire de M. Zaremba, on verra qu'il définit les variations exprimées par le symbole d_2 comme les variations infiniment petites „dues à la relaxation“ qu'éprouvent les quantités variables correspondantes pendant l'élément de temps dt . Il n'y a aucune différence essentielle entre ces définitions.

dont M. Zaremba s'occupe dans son Mémoire „Sur un problème d'Hydrodynamique etc.“, présenté, en même temps que le précédent, dans la séance du 8. Juin 1903¹⁾. Nous nous placerons dans les mêmes hypothèses que celles qu'adopte M. Zaremba dans le Mémoire cité et nous en conserverons toutes les notations. Les deux premières équations du système (6), page 409, nous permettent d'écrire

$$(1) \quad \left(u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) (p_{xx} + p_{yy}) = \\ = - 2\mu (a_1 + a_2) - \frac{p_{xx} + p_{yy} - 2p}{T} - \frac{2(p_m - p)}{T'}.$$

Je dis que le premier membre de cette équation est égal à zéro. En effet: on vérifie aisément, en s'appuyant sur les équations (17) et (18) du Mémoire dont il s'agit (pages 411 et 412) que la somme $p_{xx} + p_{yy}$ est égale identiquement à la quantité $P + H$, quantité qui est une fonction de la seule variable r . Cela étant, l'égalité (12), page 410, nous apprend que l'on a

$$(2) \quad \left(u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) (p_{xx} + p_{yy}) = \frac{q}{r} \frac{\partial}{\partial \Theta} (p_{xx} + p_{yy}) = 0.$$

D'autre part, il résulte des hypothèses $w = 0$ et $\tilde{w} = 0$ qu'admet M. Zaremba (page 408) que l'on a

$$(3) \quad a_1 + a_2 = 0.$$

En vertu des équations (2) et (3) l'équation (1) devient

$$(4) \quad \frac{\frac{1}{2}(p_{xx} + p_{yy}) - p}{T} + \frac{p_m - p}{T'} = 0.$$

A ce résultat comparons l'équation suivante qui fait partie du système (13) (page 410) du Mémoire de M. Zaremba:

$$(5) \quad \frac{p_{xx} - p}{T} + \frac{p_m - p}{T'} = 0;$$

nous aurons évidemment

$$(6) \quad p_{xx} = \frac{1}{2}(p_{xx} + p_{yy}) \quad \text{c'est-à-dire} \quad p_{xx} = p_m.$$

¹⁾ Bulletin Int. de l'Acad. d. Sc. de Cracovie, Cl. d. Sc. Math. et Nat., Année 1903, p. 403. Je me réserve d'examiner de plus près les conclusions de ce Mémoire à une future occasion.

Portée dans l'équation (5) l'égalité $p_{xx} = p_m$ montre que l'on a

$$p_m - p = 0. \quad (7)$$

Dans ce cas, par conséquent, l'égalité (7) est une conséquence immédiate des équations que l'on trouve dans le Mémoire même de M. Zaremba.

§ 6. La théorie de M. Zaremba, ainsi que celle d'ailleurs que j'ai proposée moi-même, ne nécessite point l'introduction de coefficients de viscosité tels que ceux que l'on considère dans la Théorie Classique. Mais puisque l'on peut regarder la théorie exposée par M. Zaremba comme une généralisation de la Théorie Classique (ainsi qu'il le dit lui-même à la page 399) on est certainement en droit de s'attendre à trouver dans son Mémoire les relations qui existent entre les coefficients classiques et les constantes qu'il fait intervenir dans son exposé. C'est précisément le problème que se propose de résoudre M. Zaremba dans le passage des pages 398 et 399 qui débute en ces termes: „Voyons maintenant à quelles „équations-limites on arrive etc.“; donc ce passage, dans le Mémoire de M. Zaremba, a une réelle importance. Malheureusement le raisonnement qui s'y trouve exposé est tout à fait incorrect; et le résultat auquel M. Zaremba y arrive est absolument inacceptable.

Voici le raisonnement que fait M. Zaremba à l'endroit indiqué. Il part des équations (28), page 395, de son Mémoire; il les multiplie par la constante T ; la première équation du système (28) devient donc

$$T \frac{dp_{xx}}{dt} = -\lambda T \tilde{\omega} - 2\mu T a_1 - (p_{xx} - p) - \frac{T}{T'}(p_m - p). \quad (1)$$

M. Zaremba suppose que T tende vers zéro; il admet que dans ce cas le rapport T/T' tend aussi vers zéro, tandis que les produits λT et μT tendent vers les limites finies λ_0 et μ_0 non nécessairement nulles. Nous nous placerons évidemment dans les mêmes hypothèses. A la limite, l'équation (1) devra être remplacée, d'après M. Zaremba, par la suivante

$$0 = -\lambda_0 \tilde{\omega} - 2\mu_0 a_1 - (p_{xx} - p). \quad (2)$$

„On voit“, dit M. Zaremba, „que l'on retombe sur la théorie „classique de la viscosité“. J'affirme que ce raisonnement est illu-

soire; l'omission du produit $T dp_{xx}/dt$ au premier membre de l'équation (2) n'est nullement justifiée.

Considérons la quantité dp_{xx}/dt ; d'après l'hypothèse II de M. Zaremba, elle se compose des deux termes: $d_1 p_{xx}/dt$ et $d_2 p_{xx}/dt$; dans les conditions dans lesquelles nous nous sommes placés, l'un et l'autre croît indéfiniment; c'est ce qu'indiquent les équations (21) et (26) de M. Zaremba. Admettre a priori et sans démonstration que, à la limite, la quantité dp_{xx}/dt reste finie, c'est évidemment se donner la proposition qu'il s'agissait de prouver¹⁾.

Considérons la quantité dp/dt ; elle est donnée par l'équation (14) du § 2 qui, rappelons-le, se déduit des équations mêmes de M. Zaremba; on aura

$$(3) \quad T \frac{dp}{dt} = -(\lambda + \frac{2}{3}\mu) T \frac{d_1 [\Theta^*]}{dt}.$$

La quantité $d_1 [\Theta^*]/dt$ est de l'ordre de $\bar{\omega}$; il est évident qu'elle ne peut pas être constamment égale à zéro; par conséquent, lorsque T tend vers zéro et lorsque les produits λT et μT tendent, par hypothèse, vers les limites finies et non nulles λ_0 et μ_0 , la quantité $T dp/dt$ tendra vers une limite qui, en général, sera différente de zéro. Écrivons maintenant:

$$(4) \quad T \frac{dp_{xx}}{dt} = T \frac{d(p_{xx} - p)}{dt} + T \frac{dp}{dt}.$$

La limite de $T dp/dt$ étant différente de zéro, celle vers laquelle tend l'expression $T dp_{xx}/dt$ ne peut être égale à zéro que dans le cas où la limite de $T d(p_{xx} - p)/dt$ est différente de zéro. Or cela suppose que la quantité $d(p_{xx} - p)/dt$ devient infinie à la limite. On voit donc que la méthode de démonstration adoptée par M. Zaremba est assurément illégitime lorsque la valeur de $d(p_{xx} - p)/dt$ reste finie; elle ne pourrait s'appliquer que dans le cas où la déri-

¹⁾ Il est impossible de supposer que les composantes ε_i^* de la déformation du corps fictif (et par conséquent leur somme Θ^*) soient, à la limite, constamment égales à zéro; en effet, les quantités a_i et $\bar{\omega}$ seraient alors égales à zéro d'après les équations de la page 394 (dernière ligne). Les équations (8) conduiraient donc à des valeurs infinies pour les quantités p_{xx} , p_{yy} , p_{zz} . On verra avec un peu d'attention que les équations de la page 394 (dernière ligne) et avec elles, la conception du corps fictif, doivent être abandonnées dans le cas-limite $T = 0$. Or les équations (28) ont été obtenues en s'appuyant sur ces équations.

vée précédente de la différence $(p_{xx} - p)$ croîtrait indéfiniment lorsque T tend vers zéro. J'ajoute que l'équation que M. Zaremba se propose de démontrer sert précisément au calcul de cette différence.

Les remarques précédentes pourraient suffire; considérons cependant, en guise d'exemple, un cas particulier. Supposons que, pour un fluide donné, l'hypothèse D du § 3 soit (rigoureusement ou approximativement) vérifiée. La démonstration donnée par M. Zaremba doit assurément s'appliquer dans le cas d'un pareil fluide. Pour simplifier, supposons qu'à une époque donnée t , la quantité a_1 ait la valeur particulière $\frac{1}{3}\tilde{\omega}$. Si l'on se reporte aux équations: (10) du § 3 et (3) de ce paragraphe, on se rendra compte aisément de la justesse de la remarque suivante: M. Zaremba conserve dans ses équations deux termes dont la valeur, à l'époque t , est

$$\lambda T \tilde{\omega} \quad \text{et} \quad \frac{2}{3} \mu T \tilde{\omega} \quad (5)$$

et (sans avoir admis entre λ et μ une relation quelconque) il omet, dans les mêmes équations, un terme dont la valeur peut fort bien (en adoptant l'hypothèse D) être (rigoureusement ou approximativement) la suivante

$$(\lambda + \frac{2}{3} \mu) T \tilde{\omega}. \quad (6)$$

Peut-être croira-t-on que la déduction, donnée par M. Zaremba, des équations (34) de son Mémoire pourrait être rendue correcte en admettant que la somme

$$\lambda + \frac{2}{3} \mu \quad (7)$$

reste finie à la limite $T = 0$, malgré que les quantités λ et μ , prises isolément, tendent chacune à devenir infinies lorsque T tend vers zéro. Au point de vue où M. Zaremba s'est placé, rien ne justifie une pareille hypothèse. Si on l'admettait pourtant, on n'arriverait plus à la théorie à laquelle il s'agissait d'arriver; on serait amené à une théorie particulière, celle notamment qui a été proposée, en 1845, par Stokes et d'après laquelle il existe une relation déterminée entre les coefficients λ_0 et μ_0 . En effet: les équations

$$\lambda_0 = \lambda T \quad \text{et} \quad \mu_0 = \mu T \quad (8)$$

données par M. Zaremba, entraînent alors la relation

$$\lambda_0 + \frac{2}{3} \mu_0 = 0; \quad (9)$$

c'est la relation que Stokes a proposée. L'hypothèse précédente est-elle admissible, dans les conditions où M. Zaremba s'est placé? Calculons la valeur σ que présenterait alors le rapport de Poisson pour le corps élastique fictif de M. Zaremba. Soit f la valeur de la somme $\lambda + \frac{2}{3}\mu$; d'après l'hypothèse adoptée cette valeur doit rester finie à la limite. Donc nous aurons

$$(10) \quad \sigma = \text{Lim} \left(\frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \right) = \text{Lim} \left(\frac{\lambda}{3f - \lambda} \right) = -1;$$

une hypothèse qui aboutit à de pareils résultats est jugée.

La conclusion qui se dégage de la discussion précédente est que les résultats auxquels M. Zaremba est arrivé à la page 398 de son Mémoire ne peuvent pas se mettre d'accord avec la théorie de Stokes; or cette théorie n'est qu'une forme particulière de la Théorie Classique et elle est précisément celle qui est adoptée par la grande majorité des savants.

Voici maintenant quelle est la solution correcte du problème que s'est proposé M. Zaremba. Soient λ_0 et μ_0 les deux coefficients de viscosité que l'on considère dans la Théorie Classique. Ces coefficients sont liés, aux constantes de la Théorie de la Relaxation, par les formules suivantes que l'on trouve à la page 108 de mon Mémoire du 4. Février 1901:

$$(11) \quad \mu_0 = nT; \quad \lambda_0 = (k - h - \frac{2}{3}n)T.$$

Les symboles k et n sont les constantes élastiques bien connues dont il a été question plus haut et h a la signification définie par l'équation (18) du § 2. Si, dans les équations (11), nous posons $k = h$, nous arrivons tout de suite à la relation (9); nous sommes donc ramenés à la même conclusion à laquelle nous sommes parvenus par une voie différente dans le § 3. de ce Travail, à savoir: que l'égalité $k = h$ dans nos notations, peut-être considérée comme l'expression la plus simple de l'hypothèse de Stokes.

Si l'on adopte les notations de M. Zaremba, la deuxième équation du système (11) s'écrira

$$(12) \quad \lambda_0 = (\lambda - h)T;$$

en la comparant au résultat, trouvé par M. Zaremba,

$$(13) \quad \lambda_0 = \lambda T$$

on voit bien que ce dernier est inacceptable.

Il n'y a rien de changé dans ces conclusions si l'on suppose que le rapport T/T' de M. Zaremba tende vers une limite finie et différente de zéro lorsque T tend vers zéro. Soit 3α cette limite; l'équation (13) dans ce cas, devra être remplacée par la suivante

$$\lambda_0 = \left(\lambda - \frac{\alpha(3\lambda + 2\mu)}{1 + 3\alpha} \right) T. \quad (14)$$

Cette valeur du coefficient λ_0 peut-elle vérifier la relation de Stokes? Supposons que la somme

$$\lambda - \frac{\alpha(3\lambda + 2\mu)}{1 + 3\alpha} + \frac{2}{3}\mu = f_1 \quad (15)$$

reste finie lorsque T tend vers zéro; la limite vers laquelle tend l'expression (14) précédente sera alors égale à la limite vers laquelle tend le produit $-\frac{2}{3}\mu T$. Calculons la limite vers laquelle tend, dans ces conditions, le rapport de Poisson. Nous aurons

$$\sigma = \text{Lim} \left(\frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \right) = \text{Lim} \left(\frac{\lambda}{(1 + 3\alpha)3f_1 - \lambda} \right) = -1; \quad (16)$$

on retombe ainsi sur les résultats précédents.

Dans les Mémoires cités dans l'introduction, je suppose que, pour les fluides de la Nature, le temps de relaxation T , sans être rigoureusement nul, est de très faible durée; je suppose aussi que les constantes k et n (qui caractérisent les propriétés élastiques non directement observables du fluide) sont très grandes, sans cependant être infinies. On voit que, au point de vue où je me suis placé, les équations (11) de ce paragraphe ont une réelle importance.

Pour terminer, je prierai le lecteur de se reporter à mon Mémoire „Sur la propagation d'un petit mouvement dans un fluide „visqueux“, présenté à l'Académie dans la séance du 7 Janvier 1902 (Bull. Int. pour 1902, p. 19). Il verra que le principe d'où M Zaremba est parti, dans son Mémoire du 8. Juin 1903, page 398, pour établir que la théorie classique doit être regardée comme un cas-limite de la Théorie de la Relaxation, est énoncé de la façon la plus explicite, à la page 28 du Mémoire que je viens de citer.

52. M. ED. de JANCZEWSKI m. t. **Płciowość porzeczek. (La sexualité des Groseillers [*Ribes* L.]**

Les groseillers cultivés pour leurs fruits dans nos jardins produisent des fleurs bisexuées, dont chacune peut donner naissance à un fruit. Les anthères contiennent un pollen parfait, composé de grains libres; l'ovaire renferme de nombreux ovules anatropes, bitegminés, avec sac embryonnaire occupant environ $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{4}$ du nucelle et contenant les mêmes éléments que dans la plupart des angiospermes.

Notre *Ribes alpinum* se comporte tout autrement et ne donne des fruits que sur des pieds femelles, lorsque les mâles ne manquent pas dans le voisinage. Les fleurs femelles y sont, il est vrai, munies d'étamines; mais les anthères sont bien maigres, les loges entièrement vides et recouvertes uniquement par l'épiderme, sans



Fig. 1. *Ribes alpinum*.
Coupe de l'anthère d'une
fleur femelle. Gr. 57.

couche fibreuse sous-jacente. Sauf le connectif, tout le reste du tissu se trouve dissous dans l'anthère adulte (fig. 1). Dans les fleurs mâles, c'est l'ovaire qui manque et se trouve remplacé par un pédoncule articulé avec le pédicelle, aussi mince que celui-ci et à peine un peu plus large tout près de la fleur. C'est en cet endroit que le pédoncule est creusé par un canal étroit, correspondant à la cavité ovarienne, mais ne renfermant ni ovules ni placentas. Le style et les stigmates, bien que développés, ne peuvent plus remplir leur fonction habituelle, et sont devenus superflus. Au point de vue physiologique, le *R. alpinum* est donc une plante dioïque, comme toutes les espèces rapportées au sous-genre *Berisia*¹⁾.

Nous ne connaissons aucune espèce de groseiller où le dimorphisme fonctionnel des fleurs soit plus accentué que dans le *R. alpinum*. Il l'est moins, ou bien moins, dans quelques autres *Berisia*. Ainsi, dans les fleurs mâles du *R. orientale*, le canal creusé dans le pédoncule est sensiblement plus large et muni de deux placentas, quoique bien rudimentaires encore. Dans celles du *R. fasciculatum*, le pédoncule devient légèrement pyriforme; sa cavité, nécessairement plus large, contient deux placentas distincts, portant

¹⁾ Janczewski. Essai d'une disposition naturelle des espèces dans le genre *Ribes*. Bull. de l'Acad. de Cracovie, Mai 1903.

chacun quelques ovules. Mais les ovules y sont bien petits et rudimentaires, semianatropes, sans trachées dans le funicule. Bien que le nucelle contienne une grande cellule, représentant le sac embryonnaire stérile, les téguments sont loin de l'envelopper assez complètement pour former un micropyle (fig. 2).

Le dimorphisme sexuel des fleurs dont nous venons de constater quelques degrés dans les *Berisia*, est bien moins apparent dans tous les groseillers de l'Amérique méridionale¹⁾ qui rentrent, sans aucune



Fig. 2. *Ribes fasciculatum*.
Coupe de l'ovaire d'une fleur mâle.
Gr. 38.

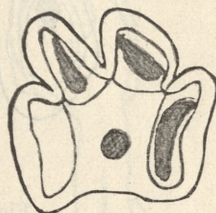


Fig. 3. *Ribes Gayanum*.
Coupe de l'anthère d'une fleur femelle
La languette est tombée de l'une
des loges. Gr. 57.

exception, dans les sous-genres *Calobotrya* et *Coreosma*. C'est aussi la raison pour laquelle il a presque entièrement échappé jusqu'à présent à l'attention des phytographes et ne fut mentionné que par Spach, en 1835, pour les: *R. Gayanum*, *R. punctatum* et *R. alpinoides*, et, environ un demi-siècle plus tard, par M. R. A. Philippi pour son *R. Ahrendsi*. En effet, les fleurs de ces plantes peuvent avoir toutes les apparences des fleurs complètes, bisexuées. Dans les mâles, l'ovaire est presque aussi gros que dans les femelles, et peut contenir des ovules assez nombreux, quoique toujours stériles et rudimentaires; dans les femelles, les anthères, souvent maigres (fig. 3), peuvent être quelquefois aussi larges que hautes (*R. ecuadoriense* sp. n.) et avoir l'apparence d'anthères fertiles. Toutefois ces fleurs sont toujours dioïques, comme l'atteste l'analyse des plantes vivantes ou conservées en herbier.

Ainsi, dans les fleurs femelles l'ovaire est presque entièrement

¹⁾ Excepté le *R. floridum* de l'Amérique du Nord, trouvé aussi sur les hautes Andes de l'Equateur, et le *R. nigrum* de l'Europe et de l'Asie, récolté à Carrenleofü, dans la Rép. Argentine, en 1901, par M. Spegazzini.

rempli par les ovules (fig. 4 *a*); l'anthère contient, dans chacune des quatre loges, protégées par l'épiderme et la couche fibreuse, parfaitement constituée, une languette qui n'en remplit qu'une partie (fig. 3, 4 *b*) et ne ressemble pas du tout au pollen normal (fig. 4 *c*). Cette

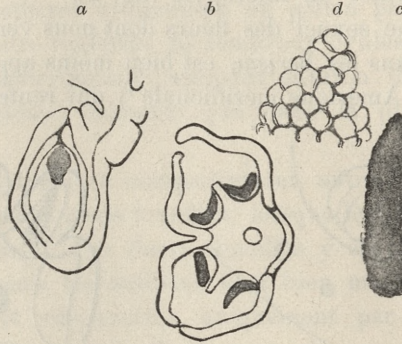


Fig. 4. *Ribes ecuadoriense*.

Fleur femelle: *a* = ovule; *b* = coupe de l'anthère; *c* = languette extraite d'une loge pollinique. Gr. 38. *d* = bout de cette languette gonflée dans l'hydrate de potasse Gr. 210.

languette est composée de cellules vides, intimement soudées, entièrement comprimées et simulant un tissu parenchymateux, si on

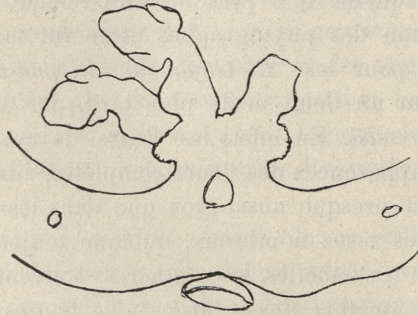


Fig. 5. *Ribes polyanthes*.

Coupe de l'ovaire d'une fleur mâle. Gr. 38.

la fait gonfler dans l'hydrate de potasse (fig. 4 *d*). Elle n'a rien de commun avec le pollen stérile des hybrides et semble représenter les cellules-mères du pollen, mortes avant de se dissocier.

Dans les fleurs mâles, l'ovaire est souvent vide dans sa moitié inférieure; dans la supérieure, les placentas produisent toujours des

ovules, plus ou moins nombreux et portés sur des funicules qui sont assez longs, quelquefois dépourvus de trachées, droits ou courbes. L'ovule lui-même est tantôt très petit (*R. polyanthes*), à nucelle dépourvu de sac embryonnaire, embrassé par le tégument jusqu'à la moitié, comme par une cupule (fig. 5); tantôt plus gros (*R. valdivianum*, *R. densiflorum*, *R. cucullatum*) avec sac embryonnaire stérile

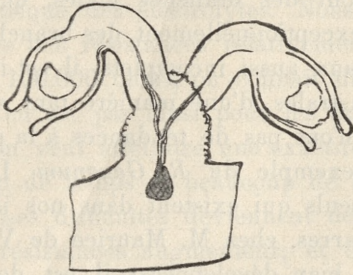


Fig. 6. *Ribes densiflorum*.
Ovules d'une fleur mâle. Gr. 37.

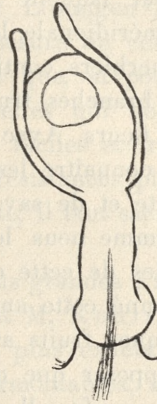


Fig. 7. *Ribes valdivianum*.
Ovule d'une fleur mâle. Gr. 57.

et rudimentaire, et avec tégument urcéolé, embrassant le nucelle, mais ne formant pas de micropyle (fig. 6, 7). Des ovules anatropes et bitegminés n'ont été trouvés que dans une seule espèce (*R. Lehmannii* sp. n.); elles y sont également stériles, avec tégument interne qui n'embrasse pas entièrement le nucelle, et tégument externe qui laisse une fente prolongée jusqu'au funicule et ne forme pas de micropyle normal¹⁾.

Quant au port de la plante même, nous ne savons pas si les pieds mâles sont plus robustes que les femelles, comme dans le *R. orientale*, car dans nos jardins on ne cultive pas les deux sexes de la même espèce et on n'y trouve en tout que six espèces exclu-

¹⁾ Nous venons de trouver des ovules de la même structure dans le *R. ambiguum* japonais, également dioïque, comme le montre l'examen d'échantillons plus complets. Cette espèce constitue, avec le *R. Davidii*, *R. Fargesii*, *R. Henryi* et *R. Maximowiczii*, que nous avons eu tort de rapporter autrefois aux *Berisia* et *Calobotrya*, un sous-genre probablement particulier, propre à la Chine centrale et au Japon. Malheureusement aucune de ces espèces ne se trouve dans nos cultures, et les échantillons d'herbier en sont fort rares et incomplets.

sivement chiliennes, presque toutes en pieds mâles. En ce qui concerne les grappes et les fleurs mâles, les premières sont en général plus longues que les grappes femelles, les fleurs mâles plus grandes et plus ouvertes que les fleurs femelles (*R. andicola* sp. n., *R. cullatum*, *R. Gayanum*); quelquefois ces différences n'ont pu être constatées (*R. Lindenii* sp. n., *R. peruvianum* sp. n.). C'est justement la raison pour laquelle les botanistes voyageurs récoltaient, dans l'Amérique méridionale, les échantillons mâles plutôt que les femelles, et que les herbiers contiennent surtout des branches mâles, quelquefois des branches fructifiées, et exceptionnellement des branches femelles en fleurs. Avec des matériaux aussi incomplets, il est impossible de connaître les espèces australes d'une manière tant soit peu suffisante et de savoir si elles n'ont pas de tendances à la polygamie, comme nous le suggère l'exemple du *R. Gayanum*. Les pieds femelles de cette espèce, les seuls qui existent dans nos jardins, ont donné cette année, aux Barres, chez M. Maurice de Vilmorin, quelques fruits avec graines bien développées; il est donc juste de supposer que quelques fleurs bisexuées se sont trouvées parmi les fleurs femelles et ont donné lieu à une fécondation normale.

Dans ce qui précède, nous avons constaté que tous les groseillers, habitant l'Amérique du Sud sont bien réellement dioïques. Ceux de l'Amérique du Nord sont au contraire tous bisexués, soit qu'il appartiennent à d'autres sous-genres: *Grossularia*, *Grossularioides* et *Ribesia*, soit qu'ils rentrent dans les mêmes sous-genres, *Calobotrya* et *Coreosma*, qui sont les seuls représentés dans l'hémisphère austral. Il semble donc que l'isthme de Panama constitue une limite naturelle entre les habitats d'espèces qui, très voisines sous tous les autres rapports, diffèrent cependant en ce que la fécondité des organes sexuels est complète chez les septentrionales et partielle chez les australes.

53. MM. J. KOWALSKI et B. ZDANOWSKI. Nowa metoda oznaczania oporów elektrycznych płynów i kilka jej zastosowań. (*Nouvelle méthode pour la mesure des résistances électrolytiques liquides et plusieurs de ses applications*). Mémoire présenté par M. A. Witkowski m. t.

L'excellent ouvrage de MM. Kohlrausch et Holborn: „Leitvermögen der Elektrolyte insbesondere der Lösungen¹⁾“ contient un aperçu complet des méthodes pour la mesure de conductibilité électrique des électrolytes. Nous y trouvons que, si pour les mesures des résistances relativement petites, celles qui ne dépassent pas 100.000 ohms, on connaît des méthodes faciles et très exactes, il n'en est pas ainsi pour les mesures des résistances plus élevées. Si on veut atteindre une exactitude suffisante, il faut sacrifier beaucoup de temps et beaucoup de travail.

Les difficultés deviennent de plus en plus grandes à mesure que les résistances augmentent; et comme le dit M. Kohlrausch en parlant de celle de ces méthodes qui est la plus exacte et la plus ingénieuse, ces difficultés sont presque insurmontables, s'il s'agit de mesurer les résistances supérieures à 10^6 ohms²⁾.

Pour combler cette lacune qui existait dans l'ensemble des mesures électriques, nous nous sommes proposés de rechercher une méthode qui fût facile à appliquer et très exacte en même temps. Pour y arriver, nous avons modifié la méthode proposée par Siemens pour l'étude de la résistance des câbles électriques, méthode dite „du condensateur“, de façon à ce qu'elle puisse donner des résultats exacts en l'appliquant à la mesure de la conductibilité électrique.

Nous chargeons un condensateur d'une capacité C à travers une résistance $R + W$, où R est une résistance connue purement ohmique; et W la résistance électrolytique cherchée. Le temps de charge peut être réglé très exactement au moyen d'un pendule de Helmholtz. Après la charge, nous déchargeons le condensateur à travers un galvanomètre balistique et nous trouvons ainsi le potentiel E_i auquel le condensateur était chargé. Connaissant la force électromotrice E_0 que nous avons employée pour charger notre con-

¹⁾ Leipzig 1898, chez B. G. Teubner.

²⁾ F. Kohlrausch „Über Widerstandsbestimmungen von Elektrolyten mit konstantem, oder mit Wechselstrom. Z. f. ph. Ch. XV, p. 126.

densateur, nous pouvons en déduire la résistance W en nous appuyant sur la formule

$$(1) \quad R + W = \frac{t \log e}{C \{ \log E_0 - \log (E_0 - E_i) \}}$$

Cette formule n'est exacte que dans le cas où l'influence de la polarisation et de la capacité électrostatique des électrodes entre lesquelles nous mesurons la résistance du liquide peut être négligée.

Le calcul montre que ces conditions sont remplies dans le cas où les rapports $\frac{C}{k}$ et $\frac{C_1}{C}$ sont petits par rapport à l'unité et quand la résistance de passage ΔW est petite par rapport à la résistance mesurée. Dans cet énoncé, nous désignons par k la capacité dite de polarisation des électrodes et par C_1 leur capacité électrostatique. Nous avons choisi nos dispositions expérimentales de façon que ces conditions soient remplies.

Une étude de la conductibilité de l'alcool éthylique et de l'eau nous ont démontré que les mesures pouvaient se faire avec une approximation allant jusqu'à 0,3%. La méthode est très facile en pratique, les mesures peuvent s'exécuter très rapidement. Nous avons appliqué cette méthode à deux études différentes: dans la première, nous nous sommes proposés de nous assurer si la loi d'Ostwald pouvait être appliquée aux dissolutions de l'acide trichloracétique dans de l'alcool éthylique. Les expériences ont donné une réponse affirmative: il était possible alors de calculer, pour la première fois par une méthode électrique, la valeur d'une constante de dissociation, dans un liquide autre que l'eau, pris comme dissolvant. Cette valeur pour l'acide trichloracétique dissous dans l'alcool éthylique est:

$$K = 7,1 \cdot 10^{-5}.$$

Dans la seconde étude, nous nous occupons de l'influence qu'exerce, sur la conductibilité d'une dissolution, l'addition à cette dissolution, d'un corps nonélectrolyte. En particulier, l'étude des dissolutions de l'alcool trichloracétique dans des mélanges d'alcool éthylique et de benzine, nous a permis de vérifier la loi d'Arrhenius

$$K = K_0 \left(1 - \frac{a}{2} X \right)^2$$

pour des mélanges à hautes teneurs du corps non-conducteur.

54. MM. J. HETPER et L. MARCHLEWSKI m. t. **Studia nad barwikiem krwi, I.** (*Studies on the blood colouring matter, 1st preliminary note*). (*Recherches sur la matière colorante du sang*).

The authors studied the correlation of so called β -haemin of Moerner and acethaemin, described by Nencki and Zaleski. The latter authors ascribed to acethaemin the formula $C_{34}H_{33}O_4N_4FeCl$ and consider Moerners haemin to be an ethylaether of acethaemin. This conclusion has been opposed by W. Küster who believes β -haemin to be a haemin sui generis. According to the latest researches by Zaleski, „acethaemin“ is a misnomer, and the substance known under this name must be considered as the first coloured product, produced from haemoglobin under the influence of hydrolytical agents. Under these conditions it was necessary to clear up, if possible, the real correlation of the two substances named. We propose to communicate in this preliminary note the results we have obtained hitherto, and we hope to be able to return to the subject on a further occasion.

Based upon a series of experiments, of which only a few will be named here, we arrived at the conclusion that the composition of Moerners haemin depends in a considerable degree on the physical conditions, under which the experiments are carried out, and that, in most cases, this haemin contains only very little of ethoxyl groups, although it is never quite free from them. In other words, we find that firstly, the view advanced by Nencki and Zaleski concerning Moerners haemin cannot be applied in general, although we deem it quite possible that under certain conditions one may obtain a product that will contain as much as 6.6% OC_2H_5 in form of ethoxyl groups, and secondly that Küsters contention cannot be upheld. In our opinion Moerners haemin is a mixture of acethaemin with greater or smaller quantities of its ethers, a view based upon the fact that it is possible to obtain acethaemin from Moerners haemin.

Acethaemin. 1 L. of glacial acetic acid, saturated with sodium chloride, was heated to 95° and added to this 200cm^3 of blood (free from fibroine); the mixture was heated up again to 95° and left to cool and crystallize. We obtained well developed crystals corresponding exactly to the description given by Nencki and Zaleski. The crystals were recrystallized according to Schalfiejew's method, and gave on being analyzed the following results: C: 62.35%,

62.65%, 62.34%. N: 8.20%, 8.76%, 8.57%. Fe: 8.80%, OC_2H_5 traces.

Moerners haemin. 1st preparation. 1½ liters of water were heated to 95°, acidulated by adding 50cm³ 1% solution of H_2SO_4 , and mixed with 500cm³ of blood. The precipitate was filtered off in a filter press, mixed with 250cm³ of alcohol and pressed again. The purified precipitate was next mixed with 800cm³ of alcohol to which 8cm³ of conc. sulphuric acid were added, stirred for an hour and filtered. The filtrate heated to the boil, 4cm³ of 25% hydrochloric acid added, and left to crystallize. The crystals obtained were not well developed, they possessed the shape of needles; uncrystallized matter was also present. The analysis gave: 63.34, 63.10, 63.79% C, 8.19%, 8.54% N and 1.72, 1.81% OC_2H_5 .

Second preparation. The procedure differed from the foregoing in as much, as the addition of hydrochloric acid took place in the cold and the liquors left to crystallize at a temperature of 25°. In this manner nearly rectangular plates were obtained which, on being analyzed, gave 63.21%, 63.28% C; 8.69% N 8.70% N, 1.06% OC_2H_5 , 1.13% OC_2H_5 .

Third preparation. The treatment with hydrochloric acid took place this time at a still lower temperature namely at 14°, and the solution left at this temperature for 24 hours. The precipitate obtained has been amorphous and could not be crystallized either from acetic acid or alcohol.

The fourth preparation was obtained similarly to the second, but the treatment with hydrochloric acid took place at the temperature of the boil and kept at it for 1½ hours. The substance obtained was amorphous and gave on being analyzed 64.76% C, 7.54% N, 3.61% OC_2H_5 .

The fifth preparation, was obtained like the second, but the treating with hydrochloric acid took place at 50°. Well developed crystals were this time obtained, which resembled those of the second preparation, and did not appreciably alter, even at the boil, by hydrochloric acid. The crystals were next recrystallized using a method similar to that of Schalfew, but with the difference, that instead of quinine, dilute ammonia, and instead of chloroform water had been used, (4 gr. haemin, 5cm³ ammonia and 200cm³ H_2O). The solution has been filtered quickly and poured into boiling acetic acid, which had been previously saturated with sodium chlo-

ride. The crystals obtained resembled in every respect acethaemin and contained 62.94% C, 8.12%, 8.62% N and 0.3% OC_2H_5 .

The conversion of Moerners haemin into acethaemin may be carried out just as easily, if not easier, using the corresponding bromine compound.

Sixth preparation. 2.5 liters of an alcoholic solution of haemin, prepared similarly as in the case of the first preparation, were treated with a 10% solution of hydrobromic acid, in the following manner:

a) $\frac{1}{2}$ litre of the solution was treated at once with 15cm³ of the hydrobromic acid named, and left to stand to crystallize. The crystals obtained varied in character, predominantly flat prisms were found. A determination of ethoxylgroups gave 2.25% OC_2H_5 ,

b) the remaining 2 litres were heated to 50° and treated with 50cm³ of hydrobromic acid of 10%. This time crystals were obtained in the shape of marbles, which contained 6.00% OC_2H_5 .

c) the mother liquor from b, containing still a considerable amount of colouring matter, was treated with hydrochloric acid. After standing for some time, there were deposited crystals in the shape of marbles and needles, which were dissolved in 400cm³ of alcohol, hydrochloric acid added, and the mixture kept at the boil for some time. After cooling crystals were deposited in the shape of marbles, although not well developed. They contained, according to a determination of ethoxylic groups — 8.9% OC_2H_5 .

Seventh preparation. 2 gr. of the preparation VI b, were dissolved in 100cm³ of chloroform, two gramms of quinine added, and the solution obtained poured into 500cm³ of glacial acetic acid, saturated with potassium bromide. After cooling splendidly developed crystals were formed, resembling in every particular those of ordinary acethaemin; they contained however a small amount of chlorine, a fact which explains sufficiently the somewhat high amount of carbon found in them, namely 59.66% C. They were also not quite free from ethoxylic groups (found 0.89%), but there cannot be any doubt that another recrystallisation, which could not be carried out for want of a sufficient quantity of the substance, would have lead to a product quite free from an admixture of acethaemin-ethers.

It is highly probable that acethaemin is the first coloured decomposition product of haemoglobin, that this name cannot in

any way imply the presence of an acetylic group in this body, a view which has also been accepted by Zaleski. In view of the great difficulty of proving such a contention we endeavoured to prepare a substance according to a method, similar to the one leading to acethaemin, in which however acetic acid was substituted by propionic acid. We obtained in this manner a substance resembling in every respect acethaemin. We propose in our next communication to give a detailed description of this body and its composition.

-
55. M. K. WÓJCIK. Dolno-oligoceńska fauna Kruhela małego pod Przemyślem. [Warstwy z Clavulina Szabói]. I. Otwornice i mięczaki. (*Die unteroligocäne Fauna von Kruhel mały bei Przemyśl. [Die Clavulina Szabóischichten]. I. Teil Die Foraminiferen und Mollusken*). (*La faune infraoligocène de Kruhel mały près de Przemyśl. [Couches de Clavulina Szabói] I. Les Foraminifères et les Mollusques*). Mémoire présenté par M. L. Szajnocha m. c.

(Planche XVII).

In einem kleinen Bachtale in Kruhel mały bei Przemyśl am nördlichen Rande des mittelkarpatischen Zuges befinden sich zwischen den weissen in dieser Gegend sich sehr weit erstreckenden Mergelschiefern dunkle Ton- oder Sandmergeschiefer, in welchen in beiden letzten Jahren vom Verfasser eine reiche und ziemlich gut erhaltene Fauna gefunden worden ist.

Diese mit grosser Mühe grösstenteils aus den in den Schiefeln steckenden Sandsteinkonkretionen herauspräparierte Fauna repräsentiert fast alle Gruppen, von denen am zahlreichsten (in 110 bestimmten Arten) die Foraminiferen vorkommen. Den Foraminiferen folgen kleine Mollusken (60 bestimmte Arten). Die Korallen kommen nur in einigen Arten vor und die nur generisch bestimmbareren Bryozoen repräsentieren ebenfalls nur einige Formen. Zu diesen mannigfaltigen Typen kommen noch Stacheln und Plättchen von Echiniden und schliesslich Otolithen und Fischzähne hinzu.

Die Bearbeitung erfolgte im geologischen Universitätsinstitute in Krakau unter der Leitung von Herrn Prof. Dr. L. Szajnocha.

Es wurden folgende Arten bestimmt:

Foraminifera.

Lagena apiculata Reuss s.¹⁾, — *L. laevis* Montagu s. s. — *Nodosaria latejugata* Gümbel. s. s., — *N. filiformis* d'Orb. h., — *N. consobrina* d'Orb. s. h., — *N. cf. plebeia* Reuss s., — *N. soluta* Reuss s., — *N. bifurcata* d'Orb. s. s., — *N. obliqua* L. s. s., — *N. fissicostata* Gümb. s. s., — *N. acuminata* Hantk. s. s., — *N. Paueri* Gümb. s. s., — *N. cf. Marcki* Reuss s. s., — *N. raphanistrum* L. h., — *N. sp. ind.* s. s., — *Glaudulina laevigata* d'Orb. s., — *G. mutabilis* Reuss s. s., — *Bigenerina capreolus* d'Orb. h., — *B. pennatula* Batsch. s., — *Textularia carinata* d'Orb. s. s. — *cf. Spiroplecta brevis* Grzyb. s. s., — *Clavulina Szabói* Hantk. h., — *C. Szabói v. kruhelensis* n. v. h., — *C. communis* d'Orb. s. h., — *C. cylindrica* Hantk. h., — *C. variabilis* Schwag. s. s., — *C. subparisiensis* Grzyb. s. s., — *Gaudryina Reussi* Hantk. s. s., — *Verneuilina pygmaea* Egger. s. s., — *Bulimina pyrula* d'Orb. s., — *B. pupoides* d'Orb. s., — *Polymorphina gibba* d'Orb. s. s., — *P. ovata* d'Orb. s. s., — *P. problema* d'Orb. h., — *P. austriaca* d'Orb. s., — *P. cf. communis* d'Orb. s., — *P. acuta* Hantk. s. h., — *Uvigerina pygmaea* d'Orb. s. s., — *Flabellina cf. budensis* Hantk. s. s., — *Lingulina cf. glabra* Hantk. s. s., — *Cristellaria Wetherelli* Jones. h., — *C. gladius* Reuss s. h., — *C. cf. crepidula* F. u. M. s. s., — *C. italica* DeFrance s. s., — *C. budensis* Hantk. s. s., — *C. depauperata* Reuss h., — *C. deformis* Reuss s., — *C. prominula* Reuss s. s., — *C. nitida* Reuss s. s., — *C. similis* d'Orb. s. s., — *C. limbosa* Reuss s. s., — *C. cultrata* Montfort. s. s., — *C. mammilligera* Karrer. s. s., — *C. granulata* Hantk. h., — *C. granulataeformis. sp. h.*, — *C. radiata* Bornem. s. s. — *C. princeps* Reuss s., — *C. Kubinyi* Hantk. s. s., — *C. insignis* Reuss s. h., — *C. arcuato-striata* Hantk. s. s., — *C. clypeiformis* d'Orb. s., — *C. intermedia* d'Orb. s. s., — *C. inornata* d'Orb. s. s., — *C. articulata* Reuss s. s., — *C. confusa* Segu. s. s., — *C. semiimpressa* Reuss s. s., — *C. sp. s. s.*, — *C. Kubinyiformis* n. sp. s. s., — *C. pterodiscoidea* Gümb. s., — *C. galeata* Reuss h., — *Marginulina pediformis* Bornem. s. s., — *Cornuspira involvens* Reuss s., — *Miliolina (Quinqueloculina) seminulum* L. s. s., — *M. oblonga* d'Orb. s., — *M. cf. triangularis* d'Orb. h., — *M. venusta* Karrer. h., — *M. auberiana* d'Orb. s. s., — *M. cuvieriana* d'Orb. s. h., — *M. longirostra* d'Orb. s., —

¹⁾ s. s. = sehr selten = 1—2, s. = selten = 3—5, h. = häufig = 6—10, s. h. = sehr häufig = 11—000.

M. magna n. sp. s. s., — *M. (Triloculina) tumida* Terq. s. s., — *M. circularis* Born. s. s., — *M. sp. s. s.*, — *Biloculina ringens* Lam., h. — *B. ringens v. turgida* Rss., s. s. — *B. inornata* d'Orb., s. s. — *B. paradoxa* n. sp., s. h. — *Allomorphina macrostoma* Karrer. h., — *Haplophragmium cf. tuba* Reuss. s. s., — *Sphaeroidina bulloides* d'Orb. s., — *Pulvinulina elegans* d'Orb. s. h., — *Rotalia Soldanii* d'Orb. s. h., — *R. cf. nitidula* Schwag. s., — *R. sp. s. h.*, — *R. orbicularis* Terq. s. h., — *Discorbina rugosa* d'Orb. s., — *D. Bertheloti* d'Orb. s. s., — *D. pusilla* Uhlig. s. s., — *Truncatulina Dütemplei* d'Orb. s. s., — *T. propinqua* Reuss h., — *T. Wüllerstorfi* Schwag. h., — *T. costata* Hantk. s. s., — *Globigerina bulloides* d'Orb. s. s., — *G. bulloides* var. *triloba* Reuss. s., — *G. helicina* d'Orb. s. s., — *Nummulites Boucheri* de la Harpe. h., — *N. cf. semicostata* Kaufm. s., — *N. budensis* Hantk. s. h., *Orbitoides tenuicostata* Gümb. s. s.

Lamellibranchiata.

Pecten pictus Gldf. s., — *Nuculella lamellosa* K. s. s., — *Limopsis retifera* Semp. s. s., — *L. striata* Renault. h., — *Astarte pygmaea* Münster. s. s., — *Lutetia ovalis* K. s. s., — *Lucina gracilis* K. s. s.

Scaphopoda.

Dentalium acutum Hébert. s. s., — *D. exiguum* K. s. s., — *D. tenuicinctum* K. s., — *D. decagonum* K. s. s., — *D. perfragile* K. s. s., — *Cadulus cucumis* K. s. s.

Gastropoda.

Discohelix Grzybowskii n. sp. s. h., — *Tinostoma solidum* K. h., — *Trochus Kickxi* Nyst. s. s., — *Lacuna ovalina* K. s. s., — *Natica Pasinii* Bayan. s. s., — *N. lacunoides* K. s. s., — *Rissoa obtusa* K. s. s., — *R. Düboisi* Nyst. s. s., — *Turritella infundibulum* K. s. — *Vermetus crassus* K. h., — *V. cellulosus* K. s. s., — *Turbonilla incisa* K. s. s., — *T. spelta* K. s. s., — *T. impressa* K. s. s., — *Syrnola lanceolata* K. s. s., — *Eulima Neumanni* K. s. s., — *E. microstoma* K. s. s., — *Cerithium breve* Fuchs. s. s., — *C. Rauffi* Oppenh. s. s., — *Cassidaria cf. elongata* K. s. s., — *Marginella perovalis* K. s. s., — *M. globulosa* K. s. s., — *M. conoides* K. s. s., — *M. bifidoplicata* Charlesworth. s., — *M. obtusa* Fuchs. h., — *Mitra laevi-*

gata Phil. s. s., — *Ancillaria canalis* K. s. s., — *A. obovata* K. s. s., — *Cancellaria subcylindrica* K. s. s., — *Pleurotoma plebeia* Fuchs. s. s., — *P. praepustulata* Vin. de Regny. s. s., — *Drillia aberrans* K. s. s., — *Clavatula Strombecki* K. s. s., — *Borsonia pentagona* Vin. de Regny. s. s., — *B. pyrenaica* Renault. s. s., — *Ringicula gracilis* Sandb. s. s., — *R. aperta* K. s. s., — *R. marginata* K. s. s., — *Tornatella cf. simulata* Selander s. s., — *T. cf. curta* K. s. s., — *T. punctato-sulcata* Phil. s. s., — *T. regularis* K. s. s., — *Solidula plicatula* K. s. s., — *Cylichna bicamerata* K. s. s., — *C. interstincta* K. s. s., — *C. cf. intermissa* K. s. s.

Cephalopoda.

Spirulirostra Szajnochae n. sp. s. s.

Vom paläontologischen Standpunkte aus verdienen von dieser Fauna eine ausführlichere Berücksichtigung zwei neue Spezies, und zwar ein Gastropode *Discohelix Grzybowskii*, Taf. XVII. Fig. 27 und ein Cephalopode *Spirulirostra Szajnochae*. Taf. XVII. Fig. 32.

Aus der Familie Euomphalidae aus der ursprünglich für mesozoische Gastropoden geschaffenen Gattung *Discohelix* sind meines Wissens in tertiären Ablagerungen bis jetzt nur 3 Spezies bekannt. Diese sind: *Orbis semiclastratus* Speyer¹⁾, *O. rotella* Lea²⁾ und *Discohelix Beyrichi* Oppenheim³⁾. Die unsrige Form stellt also den vierten Vertreter dieser Gattung vor.

Die Schale ist rund, aus 4 sehr langsam an Breite zunehmenden Umgängen zusammengesetzt, welche durch eine deutliche Naht getrennt werden. Oben ist sie fast vollständig eben, unten stark konkav. Die Umgänge sind inwendig rund, von aussen viereckig, und zwar ausser den beiden oberen und unteren scharfen Rändern noch mit einem scharfen, den ganzen Umgang entlang laufenden, leistenförmigen Vorsprunge versehen. Zwischen diesem Vorsprunge und dem oberen Randkiele ist die Schale schwach vertieft, mehr

¹⁾ Speyer: Die Conchylien der Casseler Tertiärbildungen. Palaeontographica XVI. p. 331, t. XXXIV. f. 9.

²⁾ Cossmann: Notes complémentaire sur la faune éocénique de l'Alabama. Annales de Géologie et Paléontologie. XII. Palerme 1893.

³⁾ Oppenheim: Das Alttertiär d. Colli Berici in Venetien, die Stellung d. Schichten v. Priabona u. die oligocäne Transgression im alpinen Europa. Z. d. D. G. G. XLVIII. 1896.

aber zwischen den beiden Rändern. Der letzte Umgang besitzt unweit der Mündung eine starke, kragenförmige Verdickung.

Die Form von Krübel nähert sich dem Oppenheimschen *Discohelix Beyrichi* von Zovencedo, unterscheidet sich jedoch von ihm durch das Vorhandensein der kragenförmigen Verdickung der Schale, durch die Grösse und durch den Verlauf des oberen leistenförmigen Vorsprunges.

Der erste Unterschied folgt vielleicht daraus, dass die Exemplare Oppenheims, was man aus der Abbildung schliessen darf, beschädigt waren, der andere die Grösse betreffende ist nicht so leicht erklärbar. Die Art Oppenheims besitzt beim Durchmesser von 10 mm kaum 6 Umgänge, während unsere Exemplare beim Durchmesser von 1—2.5 mm 4—5 Umgänge zählen. Sie können also im Verleiche mit jenen von Oppenheim nicht jugendlich sein, was auch daraus folgt, dass 11 komplette Exemplare und viele Bruchstücke gefunden waren und kein einziges grösser als 2.5 mm ist. Der leistenförmige Vorsprung schliesslich läuft bei *Discohelix Beyrichi* näher dem Rande, so dass das Feld zwischen ihm und dem Rande weniger als den dritten Teil der ganzen Oberfläche des Umganges, bei unseren Form dagegen fast die Hälfte derselben bildet.

Die andere Form ist *Spirulirostra Szajnochae*.

Es sind bis jetzt 2 Arten der Gattung *Spirulirostra* beschrieben worden: *Sp. Bellardi* d'Orb. und *Sp. Hoernesii* Koen. Unsere Art ist die dritte.

Sie ist zwar ziemlich ähnlich der von Koenen beschriebenen Form¹⁾, es sind jedoch auch grosse Unterschiede vorhanden und diese scheinen mir hinreichend zu sein, um daraus eine neue Art zu bilden.

Leider ist bei unserer Form nur das Rostrum, dieses aber vorzüglich erhalten; der Rest ist nicht vorhanden. Im allgemeinen ist die Form, wie gesagt, der Art von Koenen ähnlich. Der Unterschied besteht darin, dass die Zusammenpressung an den Seiten unseres Exemplars nicht bis ans Ende des Rostrums reicht, sondern etwa nur bis $\frac{2}{3}$ nach oben. Der untere Teil des Rostrums ist zylindrisch und zeigt an jener Stelle, von welcher angefangen es den Phragmokon nicht umgab, keine nasenförmige Erhebung wie bei *Sp. Hoernesii*, sondern im Gegenteil es ist da eine Einbiegung ge-

¹⁾ Palaeontographica XVI. p. 145, t. XIV. f. 6.

gen die Mitte. Von dieser Stelle aus erstreckt sich die Medianlinie in Form eines ziemlich tiefen, aber schmalen Schlitzes.

Die Oberfläche ist nicht glatt, besonders nicht an der Rückenseite, d. i. an jener Fläche, welche von den seitlichen Einengungen begrenzt wird und an der Ventralseite im unteren Teile vom Rostrum. In der Alveole kann man 7 horizontale Streifen, die die Anzahl der Kammern bezeichnen, deutlich erkennen. Das abgebrochene Ende des Rostrums lässt die strahlige Struktur deutlich erkennen.

Unter den Foraminiferen sind 7 Arten neu, deren Beschreibung folgt.

Cristellaria granulataeformis n. sp. Taf. XVII. Fig. 5.

Das Gehäuse ist gross, zusammengedrückt und mit einem ziemlich breiten Flügelsaume versehen. Der letzte Umgang besitzt 10 — 16 durch lineare Nähte geschiedene Kammern. Die Nähte sind entweder gar nicht gekörnelt oder nur in der Mitte, oder aber zum grössten Teile und dann ist unsere Form der *Crist. mamiligera* und *Crist. granulata* ähnlich und bildet vielleicht den Übergang von den gekörnelt zu den von Körnern freien Formen.

Durchmesser 1·5—3·5 mm.

Häufig.

Cristellaria Kubinyiformis n. sp. Taf. XVII. Fig. 10.

Das zusammengedrückte Gehäuse besteht aus 7 durch vertiefte Nähte geschiedenen Kammern. Die letzte Kammer besitzt die gestrahlte Öffnung. Der Rand ist mit einem ziemlich breiten Kiele versehen. Von der *Cr. Kubinyi* unterscheidet sich unsere Form durch die kleinere Anzahl der Kammern und durch die weniger bedeutende Zusammendrückung.

Durchmesser 1 mm.

Sehr selten.

Cristellaria sp. Taf. XVII. Fig. 9.

Das Gehäuse ist kreisförmig, aufgewölbt, besteht aus 5 grossen fast dreieckigen Kammern, welche durch lineare Nähte geschieden werden. Die Nabelgegend ist etwas dunkler angedeutet. Die Mündung gestrahlt.

Durchmesser 1·5 mm.

Sehr selten.

Miliolina (Quinqueloculina) magna n. sp. Taf. XVIII. f. 11.

Die Schale oval, hinten etwas verschmälert. Die sehr aufge-

wölbten Kammern sind durch undeutliche Nähte geschieden. Der Rand abgerundet. Die Öffnung quer spaltförmig.

Länge 1·5. Breite 1·2. Dicke 0·9 mm.

Sehr selten.

Miliolina (Triloculina) sp. Taf. XVII. Fig. 14.

Die Schale oval, dreieckig, glatt. Der Rand nicht sehr scharfkantig. Die Nähte deutlich. Die Mündung rundlich mit einem grossen Zahne versehen.

L. 0·8. B. 0·5. D. 0·3 mm.

Sehr selten.

Biloculina paradoxa n. sp. Taf. XVII. Fig. 19.

Das ovale Gehäuse besteht aus sehr gewölbten Kammern, die durch tiefe Nähte geschieden werden. Bei manchen Exemplaren bedecken die letzten Kammern die älteren nicht vollständig, so dass an der Stelle, wo die äusseren Kammern zusammentreffen, eine innere herausragt. Die Öffnung oval mit zweizackigem Zahne.

L. 0·6. D. 0·3 mm.

Häufig.

Rotalia sp. Taf. XVII. Fig. 15.

Die ovale oder kugelförmige Schale ist beiderseits etwas abgeflacht, auf der Spiralseite jedoch mehr als auf der Nabelseite. Auf der Spiralseite sind zwei Umgänge undeutlich zu sehen, auf der Nabelseite nur ein einziger. Die Mündung breit von dem Nabel bis zu dem Rande reichend.

Durchmesser 0·8—1·2. Dicke 0·3 mm.

Häufig.

Was nun die stratigraphische Altersbestimmung anbelangt, so zeigen unsere Foraminiferen die grösste Verwandtschaft mit der unteroligocänen, aus dem *Clavulina Szabóihorizonte* der Gegend von Ofen von Hantken bearbeiteten und mit mancher anderen südalpiner und der euganeischen analogen Foraminiferenfauna. Mit der Fauna von Ofen besitzt die unsrige 49 gemeinsame Formen, mit den auch von Hantken bearbeiteten Faunen von Euganeen 20, von den Meeralpen 16, von den oberitalienischen Alpen 18, mit der von Liebus und Oppenheim bearbeiteten Fauna von Priabona 26 und mit der von Schubert von Val di Non im südlichen Tirol 15.

Von den karpatischen Foraminiferenfaunen kann man eine Verwandtschaft nur in der von Uhlig bearbeiteten Fauna von Wola lużańska und mit den von Grzybowski bearbeiteten Faunen von

Dukla und Krosno finden. Mit der von Wola łużańska besitzt unsere Fauna 11, mit der von Dukla 13 und mit der von Krosno 12 gemeinsame Formen.

Im ganzen besitzt also mit allen diesen auf ein Alter hinweisenden Faunen die Fauna von Kruhel 55 auf 110, also 50% gemeinsame Formen, dazwischen einige, die ausschliesslich nur aus dem Unteroligocän bekannt sind, und zwar: *Clavulina Szabói*, — *Gaudryina Reussi*, — *Cristellaria granulata*, — *C. princeps*, — *C. Kubinyi*, — *C. arcuato-striata*, — *Truncatulina costata*, — *Nummulites budensis*, — *N. Boucheri*, — *Orbitoides tenuicostata*.

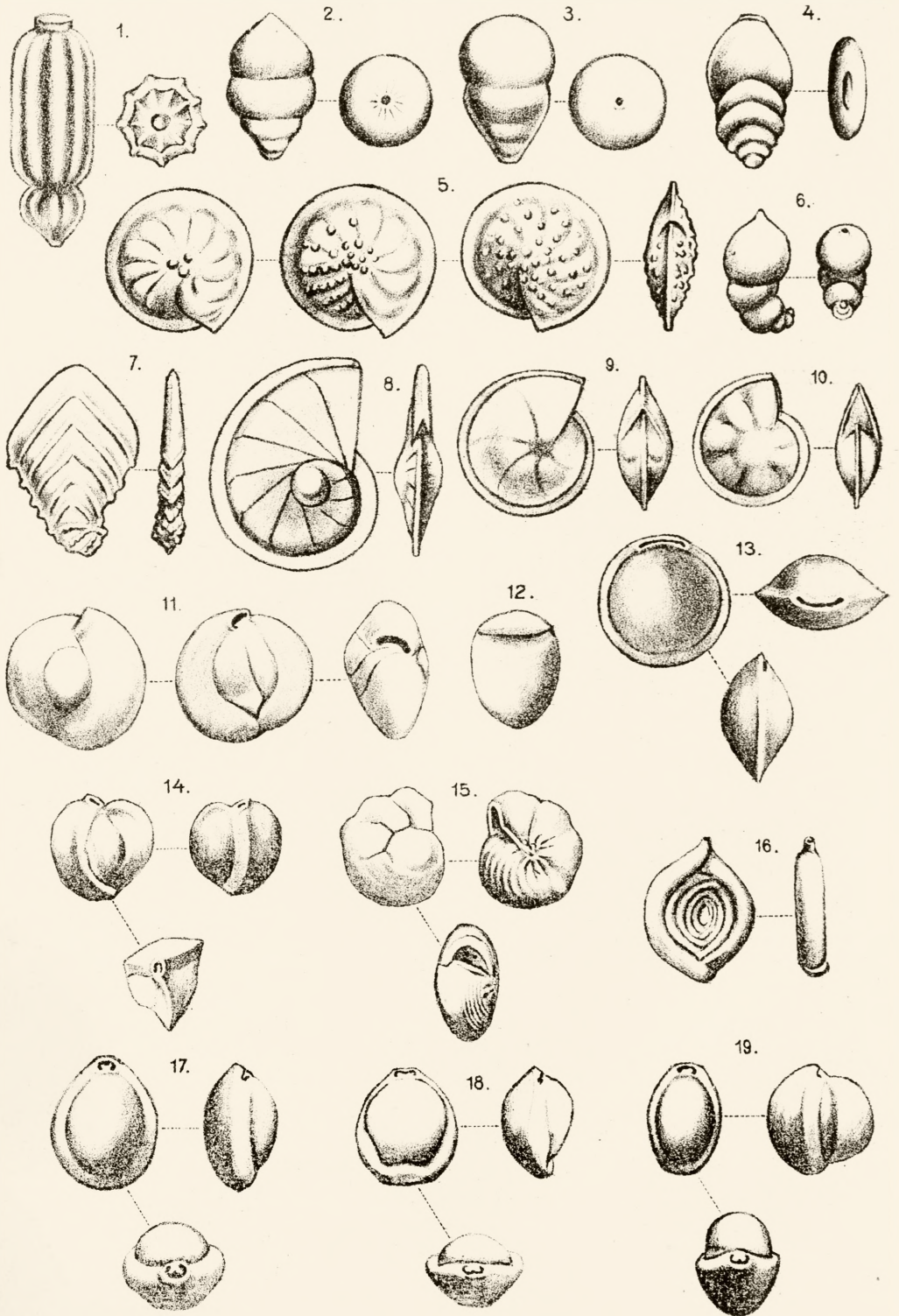
Ausser diesen gehören hierzu noch andere, die zwar auch aus anderen Horizonten bekannt sind, für das Unteroligocän aber charakteristisch sind, und zwar: *Clavulina cylindrica*, — *C. communis*, — *Flabellina budensis*, — *Lingulina glabra*, — *Nodosaria fissicostata*, — *N. bifurcata*, — *N. gladius*, — *N. crepidula (arcuata Phil.)*, — *N. Wetherelli (fragaria Gumb.)* und andere.

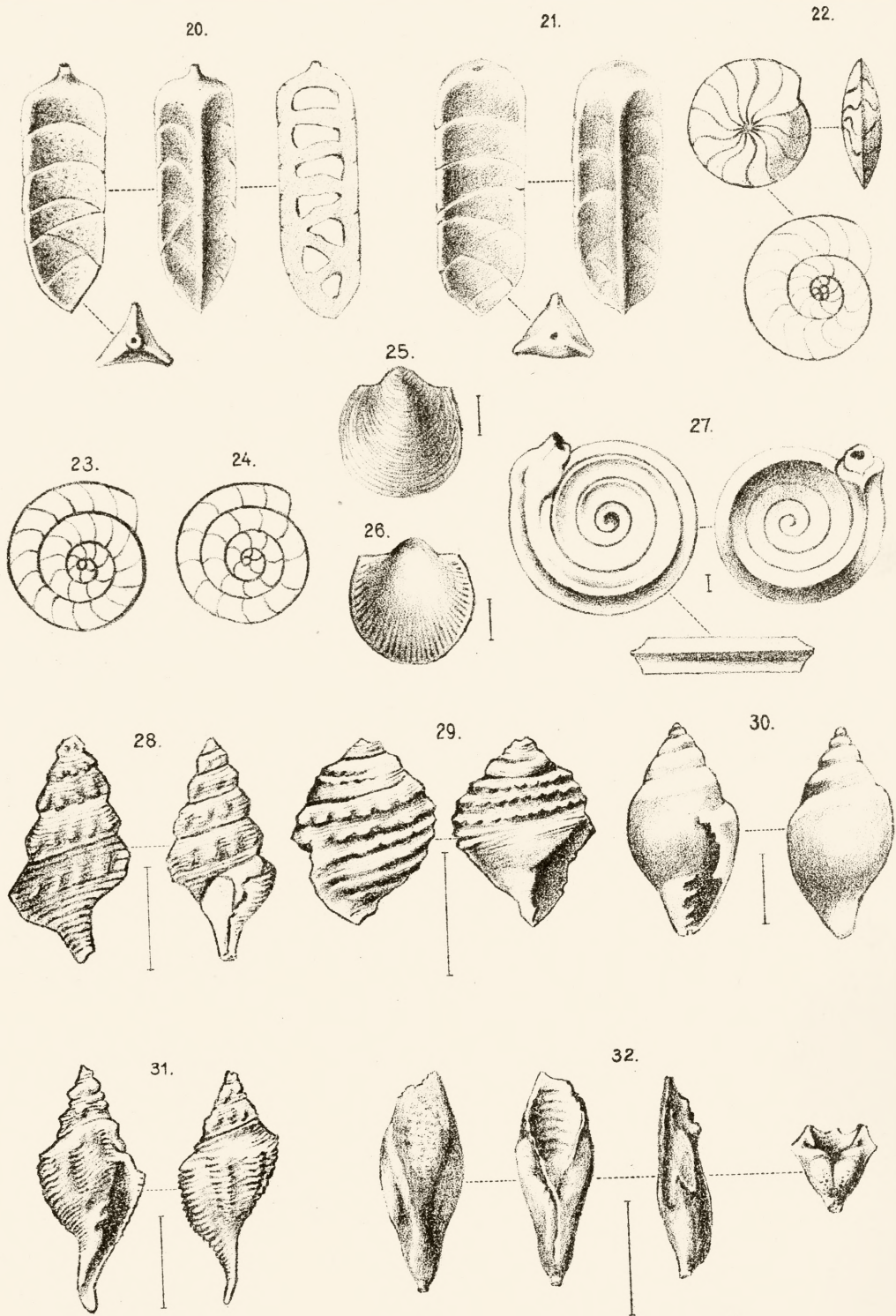
Wenn wir für stratigraphische Zwecke jetzt die Mollusken gebrauchen, so sehen wir, dass die in Rede stehende auf 60 Arten mit der norddeutschen unteroligocänen von Könen bearbeiteten Fauna 46 gemeinsame Formen besitzt. Von den 14 übrig bleibenden sind noch 8 Formen mit den vicentinischen von Fuchs und Oppenheim bearbeiteten und eine d. i. *Cassidaria cf. elongata* mit der ungarischen in den *Clavulina Szabóis*schichten von Hantken gefundenen, die zwar nicht publiziert wurde, die sich aber im geologischen Universitätsmuseum in Budapest befindet, gemeinsam. Im ganzen besitzt also die Fauna von Kruhel 55 auf 60 also 92% unteroligocäne Formen. Drei sind eocäne und zwei neue Formen.

Um die Verwandtschaftsverhältnisse zwischen der Fauna von Kruhel und den anderen unteroligocänen ersichtlich zu machen, wollen wir eine tabellarische Zusammenstellung derselben beifügen.

	Norddeutschland			Vicentinisches			Südrußland			Anmerkung.			
	U. O.	M. O.	O. O.	E.	M. O.	U. O.	O. O.	E.	U. O.		M. O.	O. O.	
	Pecten Pictus	+	+	+	—	—	—	—	—		—	—	—
Nuculella lamellosa	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Limopsis retifera	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
" striata	—	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	—	
Astarte pygmaea	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Lutetia ovalis	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Lucina gracilis	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Dentalium acutum	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
" exiguum	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
" tenuicinctum	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
" dekagonum	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
" perfragile	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Cadulus cucumis	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Discobelix Grzybowskii	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Tinostoma solidum	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Trochus Kickxii	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Lacuna ovalina	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Natica Pasinii	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
" lacunoides	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Rissoa obtusa	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
" Duboisi	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Turritella infundibulum	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Vermetus crassus	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
" cellulosus	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Turbonilla incisa	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
" impressa	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
" spelta	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Syrnola lanceolata	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
Eulima Neumanni	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
" microstoma	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	n. sp.







Lith. A. Pruszyński. Cracovie.



	Norddeutschland				Vicentinisches				Südrußland				Anmerkung	
	U. O.		M. O.		O. O.		U. O.		M. O.		O. O.			
<i>Cerithium breve</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
" <i>Rauffi</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<i>Cassidaria cf. elongata</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<i>Marginella perovalis</i>	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
" <i>globulosa</i>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
" <i>conoides</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
" <i>bifido-plicata</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
" <i>obtusa</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<i>Mitra laevigata</i>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<i>Ancillaria canalis</i>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
" <i>obovata</i>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<i>Cancellaria subcylindrica</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<i>Pleurotoma plebeta</i>	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
" <i>praepustulata</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<i>Drillia aberrans</i>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<i>Clavatula Strombecki</i>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<i>Borsonia pentagona</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
" <i>pyrenaica</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<i>Ringicula gracilis</i>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
" <i>aperta</i>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
" <i>marginata</i>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<i>Tornatella cf. simulata</i>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
" <i>cf. curta</i>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
" <i>punctato-sulcata</i>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
" <i>regularis</i>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<i>Solidula plicatula</i>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<i>Cylichna bicamerata</i>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
" <i>interstincta</i>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
" <i>cf. intermissa</i>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<i>Spirulirostra Szajnochae</i>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	n. sp.

Die Verwandtschaft der unserigen Fauna mit der unteroligocänen Südrusslands und besonders der von Jekaterinoslaw wird nach der Bearbeitung der Korallen besser ersichtlich werden.

Es ist also evident, dass die Fauna von Kruhel unteroligocänen Alters ist, und zwar entspricht sie, was den Reichtum der Foraminiferen anbelangt, dem *Clavulina Szabó*ihorizonte in Ungarn und bezüglich der Häufigkeit der Mollusken den vicentinischen und norddeutschen unteroligocänen Schichten.

Die geologischen Verhältnisse dieser dunklen Schiefer zu den umherliegenden Bildungen kommen in der beiliegenden Situations-skizze sehr klar zum Vorschein. Es sind nämlich in den weissen Mergeln, den sogenannten Fukoidenmergeln, zwei Einlagen. Die eine Einlage (auf der Situation N. 4, 6, 7, 14, u. z. T. 15) besteht aus den dunklen Ton- oder Sandmergelschiefern (4, 7) und in der Verlängerung derselben aus den Menilitschiefern und Hornsteinen, die je mehr nach Süden desto mehr verwittert und zerbröckelt sind und schliesslich ganz in die dunklen Schiefer, die in den weissen Mergeln (15) eine dünne Einlage bilden, übergehen. Die andere Einlage (N. 1, 2, 8, u. z. T. 12) besteht nur aus den typischen dunklen Schiefen von Kruhel. Alle diese Bildungen gehen unmerklich ineinander über, bilden also einen Komplex von demselben Alter.

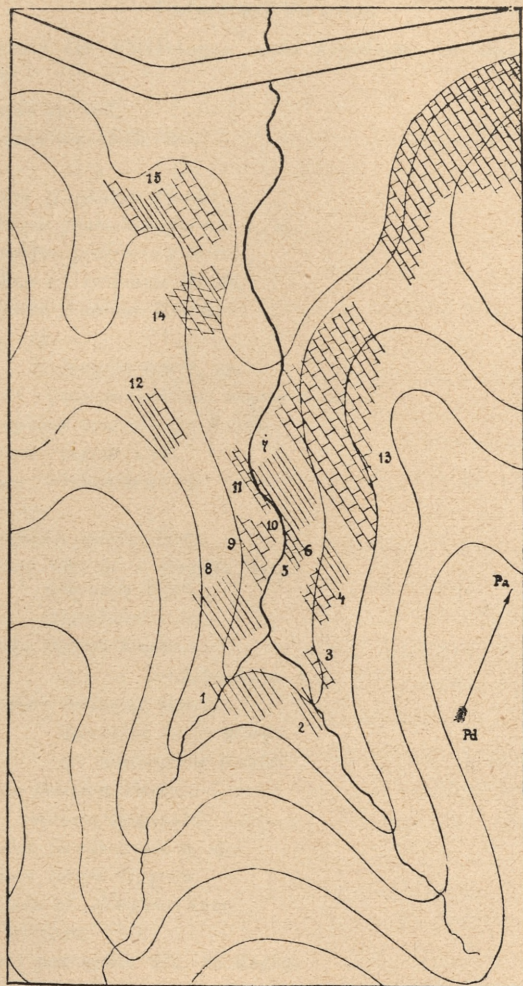
Es folgt also daraus, dass die weissen Mergelschiefer der Umgebung von Przemyśl, die von vielen Forschern dieser Gegend stratigraphisch verschieden gestellt worden, unteroligocänen Alters sind, und zwar das Aequivalent der *Clavulina Szabó*ischichten bilden, was schon vor Jahren Dr. Bośniacki auf Grund der dort gefundenen Fischschuppen richtig ermessen hatte¹⁾.

Es handelt sich vorläufig nur um die Mergelschiefer der nächsten Umgebung von Kruhel. Die Schlüsse über die in der weiteren Gegend liegenden Mergelschiefer reserviert sich der Verfasser für die nächste Zukunft, sobald er Gelegenheit haben wird, seine Studien über dieselben erweitern zu können.

Es ist durch die vorliegende Fauna auch das unteroligocäne Alter der Menilitschiefer, die nämlich das Aequivalent der *Clavulina Szabó*ischichten bilden, bestätigt worden. Die Schichten von

¹⁾ Tietze: Mittheilung über einige Flyschbildungen. Verhandl. d. geol. Reichsanstalt. Wien 1881, p. 286.

Zur Seite 808.



Situationskizze von Kruhel maly.

Kruehel, die Menilitschiefer und die weissen Mergel bilden, was in der Situations-skizze ersichtlich ist, nur in einander übergehende, verschieden ausgebildete Bildungen.

Tafelnerklärung.

Wo die Grösse der Abbildungen nicht angedeutet ist, sind die Objecte 30 mal vergrössert.

1. *Nodosaria* sp. ind.
2. *Glandulina mutabilis* Rss.
3. " " "
4. *Lingulina* cf. *glabra* Hantk.
5. *Cristellaria granulataeformis* n. sp.
6. *Marginulina pediformis* Born.
7. *Flabellina* cf. *budensis* Hantk.
8. *Cristellaria Kubinyi* Hantk.
9. " sp.
10. " *Kubinyiformis* n. sp.
11. *Miliolina (Quinqueloculina) magna* n. sp.
12. *Allomorphina macrostoma* Karrer.
13. *Biloculina ringens* Lam.
14. *Miliolina (Triloculina)* sp.
15. *Rotalia* sp.
16. *Spiroloculina nitida* d'Orb.
17. *Biloculina ringens* v. *turgida* Rss.
18. " *inornata* d'Orb.
19. " *paradoxa* n. sp.
20. *Clavulina Szabó* Hantk.
21. " " v. *kruhelensis* n. v.
22. *Nummulites budensis* Hantk.
23. " *Boucheri de la Harpe*.
24. " cf. *semicostata* Kaufm.
25. *Limopsis retifera* Semp.
26. " *striata* Regnault.
27. *Discohelix Grzybowskii* n. sp.
28. *Cerithium Rauffi* Oppenh.
29. *Cassidaria* cf. *elongata* Koen.
30. *Mitra laevigata* Phil.
31. *Borsonia pentagona* Vin. de Regny.
32. *Spirulirostra Szajnochae* n. sp.

56. M. T. GARBOWSKI. **O rozwoju partenogenetycznym rozgwiazd. (Über parthenogenetische Entwicklung der Asteriden).** (Sur le développement parthénogénétique des Astéries). Mémoire présenté par K. Kostanecki m. t.

(Planche XVIII).

Während eines gemeinsamen Aufenthaltes an der zoologischen Station der Sorbonne in Roscoff im Sommer l. J., wo sich der Verfasser mit morphogenetischen Experimenten an Echinodermen befasste, wurde er von Herrn Y. Delage mit dem Vorschlage beehrt, sich demselben Thema zuzuwenden, welches diesen Forscher bereits seit drei Jahren mit dem bekannten Erfolge beschäftigt: der parthenogenetischen Morphogenie der Asteriden. Da Herr Delage selbst dem Studium der postembryonalen Entwicklung, der Larvenmetamorphose, obliegt, fiel dem Verfasser die Aufgabe zu, die eigentliche Embryogenie, den Furchungsvorgang und das Verhalten der Zellkerne an parthenogenetischen Keimen zu verfolgen. Als Versuchstier diente *Asterias glacialis* O. F. Müll.; als Mittel zur Auslösung künstlicher Parthenogenese wurde Kohlenstoffdioxid verwendet.

Trotzdem die Arbeit sofort in Angriff genommen wurde, konnte sie wegen der für den betreffenden Seestern stark vorgerückten Jahreszeit nicht mehr zu Ende geführt werden. Unter den weiblichen Exemplaren, die stets in beliebiger Menge zu haben waren, befanden sich im August nur noch einzelne, deren Ovarien von erwachsenen Eizellen strotzten; im September hatten fast sämtliche Weibchen bereits abgelaicht und die Beschaffung reifungsfähiger Oocyten gestaltete sich immer mühevoller, bis sich der Verfasser schliesslich gezwungen sah, die Untersuchungen vorläufig abzubrechen. Im September war es auch nicht mehr möglich, Vergleiche mit Furchungsprozessen an befruchteten Eiern vorzunehmen, da die Drüsen-schläuche der Männchen in der Regel noch vollständiger entleert und zusammengeschrumpft waren als die Ovarien und die etwa vorhandenen Spermatozoen wenig Bewegung zeigten. Doch dürfte es angezeigt sein, noch vor dem Abschluss der Untersuchung, aus dem Furchungsprozesse eine Reihe von Tatsachen und Verhältnissen mitzuteilen, welche nicht nur als auffallende Episoden einer speziellen Ontogenie von Interesse sind, sondern allgemeine Bedeutung besitzen, indem sie zu einer richtigen Beurteilung wichtiger ent-

wicklungsgeschichtlicher Geschehnisse beitragen. Deshalb wird dieser partielle Bericht der definitiven Darstellung vorausgeschickt.

(*Verlauf des Experimentes*).

1. Da von dem Zeitpunkte, wo die Oocyten in reines Seewasser entleert werden, bis zum Erscheinen der ersten Furchungsteilung 7—8 Stunden vergehen, so empfiehlt es sich das Experiment gegen 11 oder 12^h nachts zu beginnen, um den Furchungsvorgang den ganzen Tag hindurch verfolgen zu können.

Beim Öffnen der Seesterne wurden selbstverständlich alle nötigen Massregeln eingehalten, um die Möglichkeit einer eventuellen Befruchtung auszuschliessen. Die Tiere wurden mit Seewasser abgspült, in einer Glasschüssel unter süssem Wasser geöffnet, die mit einer sterilisierten Pinzette am Distalende abgezwickten Ovarien nochmals in einer zweiten Cüvette in Süsswasser gelegt und erst nachher in ein Seewasser gebracht, welches man seit etwa 10 Monaten in einem genügend grossen, verschlossenen Behälter zu diesem Zwecke aufbewahrte. Waren die korallenroten Ovarien prall mit Eiern gefüllt, so wird der Inhalt sofort und rasch ohne fremdes Zutun infolge heftiger Kontraktionen sowohl des Hauptstammes als der feineren Verästelungen der Drüsenschläuche herausgepresst. Hat das Tier schon vorher die Geschlechtsprodukte ausgestossen, dann wird es nötig, die Endstücke der Ovarialästchen abzuschneiden, worauf die freien Oocyten langsam hervorquellen. Ein Herausdrücken derselben ist stets zu vermeiden.

2. Die Eizellen befinden sich im Oocytenstadium erster Ordnung. Ein solches Vorei ist entweder kugelrund oder eiförmig, von 0.18 bis 0.23 *mm* Durchmesser; oft ist der Unterschied in der Länge der beiden Hauptachsen des Rotationsellipsoids sehr stark ausgeprägt. Die Beschaffenheit des Ooplasmas ist isolecithal. Die Dotterkörperchen sind in der ganzen Zelle gleichmässig verlagert. Dies tritt besonders bei Vitalfärbung mit Neutralrot deutlich hervor. Der aufgenommene Farbstoff, der das ganze Ei diffus rosarot färbt, wird an eine gewisse Sorte von Körnchen besonders gebunden und da wird deren gleichmässige Verteilung augenfällig. Die Dotterkörnchen differieren unter einander in Bezug auf Grösse, Durchsichtigkeit und Lichtbrechungsvermögen. Körnchenfrei und heller erscheint nur ein Hof von mässiger Breite, der das sehr grosse,

exzentrisch gelegene Keimbläschen umgiebt. Das rötliche Pigment ist ebenfalls gleichmässig durch das ganze Plasma verteilt und verleiht der Eizelle einen einheitlichen, zart korallenroten Ton. Nur selten ist das Pigment auf ein oder mehrere Nester konzentriert, die in Form von rostroten, zusammengeballten oder streifenartig zerstückelten Wolken auftreten und offenbar eine ganz regellose, rein zufällige Lage im Zellplasma erhalten. Dort wo bloss ein Farbstoffnest vorhanden ist, liegt dasselbe fast immer dicht unter der Oberfläche der Zelle. Ab und zu sind im Ooplasma helle, durchsichtige, vakuolenartige, bis 5μ grosse Gebilde zu bemerken. Manchmal sind diese Tröpfchen rund, manchmal elliptisch; zuweilen sind sie zu zwei in das Plasma eingebettet und persistieren lange nach Beginn der Furchung. Das grosse Keimbläschen, dessen Durchmesser dem Eiradius gleichkommt, lässt im Leben in seinem gleichmässig grau-rötlichen Inhalt gar kein Liningergüst erkennen, besitzt einen runden, dichtgekörnten Amphinucleolus und befolgt in seiner exzentrischen Lage keineswegs die Achsenverhältnisse der Oocyte, wenn die Zelle eiförmig ist; das eine Mal ist es ein Pol der Längsachse, das andere Mal eine beliebig andere Gegend der Oberfläche, der sich das Keimbläschen nähert. Auch die Entfernung des Kernes von der Oberfläche wechselt in ruhenden Oocyten beträchtlich.

3. Bei einer Wassertemperatur von $17-18^{\circ} \text{C}$. — in Roscoff war die Wassertemperatur in der Regel bis um 1°C . niedriger als die Zimmertemperatur — macht sich der Reifungsprozess etwa 30 Minuten nach Entleerung der Oocyten durch ein Schwinden des intravesiculären Turgors bemerkbar (Fig. 1). Die starke Membran des Keimbläschens beginnt einzufallen, wirft Falten und wird immer undeutlicher, bis sie sich nach 50—55 Minuten auflöst. Nach anderthalb Stunden ist vom Keimbläschen samt dem Amphinucleolus jede Spur verschwunden. Nach etwa 2 Stunden 45 Minuten hellt sich der Eihalt sichtlich auf, die Richtungsspindel wird ausgebildet und nach etwa 3 Stunden 25 Minuten erscheinen die ersten Polkörperchen. Dies ist der richtige, von Delage experimentell und durch theoretische Erwägungen ermittelte Zeitpunkt, wo die Oocyten der Einwirkung des Kohlenstoffdioxyds ausgesetzt werden müssen, um parthenogenetische Entwicklung auszulösen.

Das gewöhnliche Seewasser, welches inzwischen zwei- bis dreimal gewechselt wurde, um den schädlichen Einfluss des Atemwassers nach Möglichkeit fernzuhalten, wird bis auf eine wenige *mm* hohe

Schichte weggeschüttet und spermatozoenfreies, in einem Sparklet-Apparat unter Druck von mehreren Atmosphären mit dem Anhydrid chargiertes Wasser, sobald es nicht mehr aufbraust, aufgegossen, was in den Zellen einen sofortigen Stillstand jedweder Reifungsaktion zur Folge hat. Da nach den Erfahrungen Delage's selbst ein zweistündiger Aufenthalt im kohlsauren Wasser den Eiern nicht schadet, hat der Verfasser dieselben niemals kürzer als 70, andererseits aber niemals länger als 90 Minuten in der Lösung belassen, worauf sie in grosse Mengen frischen, jede halbe Stunde erneuerten Seewassers zurückgelangten.

4. In Betreff der Wirkungsweise des Kohlendioxyds hat Delage bereits im Vorjahre in einer an die Pariser Akademie gerichteten Mitteilung darauf hingewiesen, dass der Erfolg des Experimentes weder auf spezifische Ionen, auf eine spezifisch exzitierende, beziehungsweise katalytisch beschleunigende Wirkung zurückzuführen ist, noch auf osmotischer Beeinflussung — Tonogamie Giard's — beruhen kann. Tatsächlich hat der Verfasser durch Süswasserzusatz den osmotischen Druck um reichlich 12 Prozent in einem Kontrollversuche erniedrigt, ohne irgendwelchen Unterschied in der Wirksamkeit des Agens aufzufinden. Auch asphyktisch wirkt das Kohlendioxyd sicher nicht, weil unter den Tausenden von Eiern, die sich nachher nicht entwickelten, kein einziges gefunden wurde; welches früher oder unter anderen Begleiterscheinungen abgestorben wäre, als dies unter normalen Bedingungen bei ausgestossenen Eiern der Fall zu sein pflegt. Dagegen sei, angesichts der Schlussfolgerung des berühmten Forschers, das Kohlendioxyd könne auch anästhesierend und als Gift nicht wirken, weil die Anwesenheit anderer Anästhetika keine Parthenogenese herbeiführt, dem Verfasser die Bemerkung gestattet, dass jener Schluss nichts weniger als zwingend ist, da ja die Kohlensäure notorisch den Stoffwechsel durch Atmung unterbindet und auch Intoxikationszustände verursacht. Der Verfasser sah die Einwirkung des kohlsauren Wassers auf Seeigel, auf eine marine und eine Süswasserschnecke (*Nassa* und *Physa*); bei allen diesen Tieren treten unter Erschlaffung der Muskeln vorübergehend Lähmungserscheinungen auf. Der sofort eintretende Stillstand in Reifungsvorgängen spricht für eine verwandte Wirkungsweise bei Seestern-eiern, für eine Art von Narkose, in welche die Oocyten versetzt werden, und lässt die Auslösung von Furchungsprozessen nach der

Narkose, beziehungsweise die Umwandlung der Reifungsteilung in eine Furchungsteilung, als spezifisches Geschehen, mit dem Agens in einen ähnlich zufälligen, losen Zusammenhang bringen, wie etwa die Parthenogenese bei einer Bombycide mit der Aktion des „Bürstens“ der Eizellen. Bei Reifeiern bleibt ja doch jede Wirkung aus. Auf keinen Fall ist die Wirksamkeit eines Anhydrids mit der Wirksamkeit der Samenzellen zu vergleichen, geschweige denn ihr gleichzustellen. Einerseits weisen auf die Richtigkeit der hier vorgetragenen Auffassung alle jene anormalen Erscheinungen hin, die weiter unten als postnarkotische Regulationsversuche beschrieben werden, andererseits ist der Erfolg der Wirkung keineswegs gleichmässig und untrüglich. Obwohl auch dem Verfasser im August riesige, von Eiern strotzende Weibchen zur Verfügung standen, waren es stets gegen 2 Drittel Eier, die sich nicht entwickelten, darunter reichlich die Hälfte solcher, deren Kern nicht das Stadium des Keimbläschens, sondern des Pronucleus zeigte. In einem günstigsten Falle, bei Eiern die aus sehr geschrumpften Ovarien eines halberwachsenen Exemplars stammten, befanden sich unter 19 Eizellen im Gesichtsfelde nur drei, unter 21—22 vier oder sechs, unter 24 nur zwei, im Durchschnitt 20% Eier, bei denen durch das kohlen saure Bad kein Furchungsprozess ausgelöst wurde. Der Grad, in welchem die Oocyten hiezu geeignet sind, hängt weder von der Menge, in der sie die Ovarien füllen, noch von der Grösse des Versuchstieres ab. Immerhin wurden stets höhere Prozente der Furchungsfälle erreicht, als sie bei anderen physikalischen und chemischen Agentien zu verzeichnen waren. Demgegenüber wurden bei den Originalversuchen mit dem Anhydrid 100% Furchungen bis zum Larvenstadium erzielt; das Resultat wäre also weit günstiger als bei spermatischer Normalbefruchtung. Wenn man indessen bedenkt, dass in jenem vorjährigen Originalberichte nicht nur die Oocyten mit intaktem Keimbläschen nicht mitgezählt wurden, sondern auch alle jene, die als zu wenig reif an sich beurteilt worden sind, so wird in Anbetracht der Unbestimmtheit einer solchen Aussage über kaum beurteilbare Zustände auch dort die Prozentzahl wesentlich niedriger zu setzen sein. Aber selbst dann, wenn der Effekt des künstlichen Eingriffes durchgreifender wäre als bei Befruchtung, wird es sich schon aus der Tatsache der Entwicklung ohne vorhergegangene gametische Behebung des chreozygialen Zustandes ergeben müssen, dass die Ei-

zelle nur durch eine heterogen, also pathologisch verursachte, wahrscheinlich postnarkotische Desorientierung sich von der Notwendigkeit herangezüchteter Verhältnisse emanzipiert und auf die Entwicklungsbahn gebracht werden kann.

5. Deshalb hält der Verfasser die vielfach eingeführten Bezeichnungen, wie Ionenbefruchtung, Tonogamie (osmotische Befruchtung) u. dgl. für unlogisch und völlig verwerflich.

(*Richtungskörperchen*).

Nach der Narkose vergehen 3:30—4:15 Stunden, bis sich die nunmehr zum Reifei gewordenen Oocyten zum ersten Male teilen. Sie besitzen — wie dies bereits von Herrn Delage angegeben wurde — eine nach Art der Befruchtungsmembran abgehobene Hülle und ein oder zwei oder keine Richtungskörperchen, je nach dem Stadium des Reifungsprozesses, in welchem sie in das kohlen saure Medium gelangten. Es kamen hierbei wichtige Einzelheiten zur Beobachtung, aus denen sich weittragende Tatsachen ergeben.

6. Es bestehen keine Wechselbezüge zwischen den Achsenverhältnissen bei ellipsoidischen Oocyten und der Ausstossung der Polkörper. Diese kann in beliebiger Entfernung von den Polen des Ellipsoids gegen den Aequator hin stattfinden. Dasselbe gilt von runden Oocyten; die Lage der Richtungsspindeln hängt demnach auch von der Schwerkraft keineswegs ab.

Die Richtungskörperchen wechseln in Grösse und Gestalt. Die grössten, kugelrunden Körperchen erreichen im Durchmesser ein Zwölftel oder sogar ein Elftel des Eidurchmessers. Zuweilen sind sie sehr stark abgeplattet, knopfförmig.

7. Auf die Auslösung der Furchung scheint ihre Gegenwart, ihre Zahl oder ihr Mangel gar keinen Einfluss zu nehmen. Auch der Zeitpunkt der Auslösung hängt von diesen Umständen nicht ab und wechselt in allen drei Fällen gleichmässig je nach dem Grade der Affizierung, welche die Eizellen im kohlen sauren Bade erlitten haben. In allen drei Fällen kann die Furchung einen streng normalen¹⁾ Verlauf nehmen.

8. Aus der Lage der Polkörperchen am Ei ergibt es sich, dass

¹⁾ Die Bezeichnung „typisch“ wird hier nur wegen der Einschränkungen, die sie von W. Roux (1903) erfährt, nicht verwendet.

die Oocyte I-ter Ordnung von *Asterias isotrop* und *isolecithal* ist. Die Polkörperchen rechtfertigen hier ihren Namen auch deshalb nicht, weil sie die Furchungsebene bei der ersten Teilung gar nicht bestimmen. Diese Befunde gewinnen ein besonderes Interesse angesichts der von Boveri bei *Paracentrotus* festgestellten Eipolarität¹⁾. Doch geht aus früheren Beobachtungen Selenka's hervor, dass auch bei *Paracentrotus* die erste Furche gar oft ohne aufweisbare Beziehung zu den Polkörpern und dem Gallertkanal einschneidet.

9. Aus der Tatsache, dass sowol bei Oocyten beider Ordnungen als bei Reifeiern der Entwicklungsprozess in derselben Zeit nach der Narkose einsetzt und — wie dies aus den diesjährigen Zuchtversuchen des Herrn Delage mit parthenogenetischen Auricularien zu folgern ist — bis zum Stadium der Imago normal abläuft, ergibt sich zweierlei:

Zum ersten, dass zwischen den Oocyten und dem ausgereiften und befruchteten Ei kein prinzipieller Gegensatz besteht, d. h. keine so tief gehenden Unterschiede, dass sie die Organisation des sich entwickelnden Tieres gefährden würden. (Wenn jemand dieser Schlussfolgerung gegenüber auf die Ergebnisse des Herrn Delage v. J. 1901 bei dessen Experimenten mit Merogonie hinweisen wollte, wo es sich gezeigt hat, dass kernlose Fragmente unreifer Seeigeleier keine Befruchtung zulassen, so ist daran zu erinnern, dass gerade bei *Asterias* die Samenzellen auch in die Oocyten beider Ordnungen ohne Schwierigkeit eindringen).

Zum zweiten, dass mit den Richtungsteilungen der Eizelle keine spezifisch qualitative Reduktion der Chromosomen verbunden ist.

Dieses Ergebnis stimmt gut mit den Schlussfolgerungen von Delage überein, dass weder etwaige Reifteilungen zur Reduktion des Chromatins nötig sind, noch dass das Zustandekommen der Befruchtung von der Quantität des Chromatins abhängt. Bekanntlich ist es auch R. Hertwig gelungen, ganz reife Echinodermeneier zu Teilungsvorgängen durch Einwirkung von Strychnin zu bewegen; ausserdem hat es sich gezeigt, dass *Asterias*-Eier, die bereits zwei

¹⁾ Es möge bei dieser Gelegenheit erwähnt werden, dass der Verfasser weder an bretonischen, noch an Neapler, noch an südsizilianischen *Paracentrotus*-Eiern einen ähnlichen Pigmentring gesehen hat wie bei jenen südfranzösischen aus Villefranche.

Polkörperchen abgeschnürt haben, auch durch Schütteln zur parthenogenetischen Entwicklung gebracht werden.

10. Die Eier mit zwei Polkörperchen sind bei den geschilderten Versuchen bedeutend seltener als andere Stadien, so dass sie zunächst von Delage selbst übersehen wurden. Dies ist jedoch leicht erklärlich, wenn man bedenkt, dass die Eier, sobald der Reifungsprozess des Keimbläschens einzusetzen beginnt, in das kohlen saure Wasser gelangen; es sind folglich nur die wenigen, in der Entwicklung vorauseilenden Eier, die sich zu jener Zeit bereits zweimal geteilt haben, da der durch CO_2 unterbrochene Reifungsprozess nach der Narkose niemals fortgesetzt wird. Ferner wird man sich bei jedem Nachversuche überzeugen können, dass von den ganz ausgereiften Eiern ein weit grösserer Prozentsatz die Entwicklung eingeht als von den übrigen Sorten. Somit wird der hier mögliche Einwand beseitigt und wäre eher die Aussage berechtigt, dass die Chreozygie von Reifeiern leichter überwunden wird als von Oocyten.

Ein anderer Einwand wäre dahin zu erheben, dass bei der Mehrzahl der nicht direkt beaufsichtigten Eizellen das zweite Polkörperchen überhaupt nicht zur Abschnürung gelangt ist, sondern dass sich der erste Polkörper geteilt hat, zumal bei reifenden Eizellen mehrerer Tierformen die zweite Reifungsteilung zwar ausgelöst, bald jedoch rückgängig gemacht wird, so dass die beiden bereits kernartig abgesonderten Chromatinportionen, die des ausstehenden Polkörpers und die des Eies, mit einander verschmelzen und einen echten Befruchtungsvorgang ersetzen. Tatsächlich wurde ein solches Zurückziehen der Reifungsteilung für Seeigel und Seesterneier von mehreren Autoren angegeben und bei Arthropoden, Mollusken u. dgl. beobachtet. Demgegenüber ist zu bemerken, dass es nicht schwer hält, die eventuelle Teilung des ersten Körperchens von zwei gleichwertigen Polkörperchen schon nach ihrer Lage allein zu unterscheiden, und dass normal ausgereifte Eier auch z. B. bei Insekten entwickelungsfähig sind: und zwar nicht etwa bei solchen Formen, wo natürliche Parthenogenese bereits herangezüchtet wurde wie bei Apiden, sondern bei Arten, wo sie zu ausserordentlichen Ausnahmen gehört. So unterliegt es gar keinem Zweifel, dass die Eier eines ♀ von *Porthesia similis* Fuessl., über deren Parthenogenese der Verfasser an anderem Orte berichtet, normal ausgereift waren.

Eine Selbstbefruchtung hat der Verfasser an seinem *Asterias-*

Materiale gar nicht gesehen. Auch für andere Formen, z. B. für *Artemia*, werden die betreffenden Vorgänge neuerdings in einer anderen Weise gedeutet.

11. An einem sich atypisch furchenden, gesunden Ei, welches bereits ein 14-zelliges Stadium erreicht hat, hat der Verfasser die beiden, recht ansehnlichen Polkörperchen geteilt vorgefunden. Der Fall bietet ausserordentliches Interesse, indem er

erstens, den Nachweis liefert, dass die Wirkungsweise des Kohlendioxyds wirklich in der von Delage und vom Verfasser geschilderten Weise aufzufassen ist — in beiden Polkörperchen war offenbar das Ruhestadium der Kerne noch nicht eingetreten —;

zweitens, was noch wichtiger ist, indem er zeigt, dass die Kerne der beiden Polkörper, bei gleicher morphogenetischen Reaktion auch einen untereinander und mit der Eizelle gleichartigen morphologischen und physiologischen Wert besitzen. Sämtliche vier Zwergzellen lagen in einer Aussackung der Eihaut und waren von den Blastomeren isoliert.

(*Erste Furchungsebene*).

Der Furchungsprozess, der nach der mehrstündigen, postnarkotischen Ruhepause einsetzt, bietet desgleichen viel bemerkenswertes; zunächst in Betreff der ersten Furchungsebene.

Die oft höchst auffallenden Unterschiede, welche einzelne Eier diesbezüglich aufweisen, beruhen einerseits auf der verschiedenen Richtung der Eidurchschnürung, anderseits auf der verschiedenen Grösse der ersten Blastomere.

12. Die Fälle, wo die erste Furchungsebene mit den Meridianen der Polkörperchen zusammenfällt, sind so selten und offenbar zufällig, dass man als die Haupteigenschaft dieser Eier den vollständigen Mangel irgend welcher Relationen zwischen jener Ebene und den Richtungskörperchen zu bezeichnen hat. Selbst bei Eiern, bei denen die erste Furche das Ei genau halbiert und die sich auch nachher sehr regelmässig — man möchte sagen „typisch“ — abfurchen, bleiben die Polkörper an jeder beliebigen Stelle der beiden Halbkugeln liegen, auch an einer beliebigen Stelle des durch die erste bei typischer Furchung vertikale Teilungsebene bestimmten Aequator der Eizelle.

Hieraus erhellt, dass den Polkörpern auch die Bedeutung von „Richtungskörperchen“ im Sinne F. Müller's nicht zukommt: der

Ort ihrer Abgabe steht in keiner aufweisbaren Beziehung zur Furchung, wirkt also nicht auf eine polare Einstellung der Eistruktur zurück.

13. Der Verfasser schlägt vor, bezüglich der Lokalisation der Reifungsteilungen 4 verschiedene Eitypen zu unterscheiden:

solche, bei denen zwischen der Lage der Polkörper und den Furchungsebenen, beziehungsweise der polaren Hauptachse des künftigen Embryos kein struktureller Zusammenhang besteht — wie im vorliegenden Falle;

solche, bei denen durch die Polkörperchen zugleich die Hauptachse angegeben erscheint, jedoch ohne Bestimmung der künftigen Pole des Keimes, wo also die Polkörper sowohl am animalen wie am vegetativen Pole abgeschnürt werden — wie bei *Diplogaster*;

solche, wo die Polkörper stets das animale Polfeld bezeichnen — wie bei *Paracentrotus*;

endlich solche, wo die Polkörperchen am vegetativen Polfelde abgeschnürt werden — wie bei *Ciona*.

14. Obschon die erste Teilungsebene an sich bei normaler Furchung die polare Achse des Keimes enthält, so tut sie dies bei anderen Furchungstypen, wie sie hier bei der Mehrzahl der Eier auftreten, nicht; auch ihr kommt also das Vermögen, die für die Furchungsrichtung entscheidenden Momente der Eistruktur definitiv einzustellen, nicht zu. Ein Beispiel dafür giebt die Fig. 3. wo sich die erste Teilungsebene mit der senkrecht orientierten Polachse des Keimes unter einem bestimmten Winkel schneidet.

Noch weniger lässt sich die künftige Bilateralsymmetrie der Larve auf die Richtung der ersten Furchung zurückführen, selbst dann nicht, wo sie die Polachse enthält.

15. Nur manchmal wird das Ei durch die erste Furchungsteilung halbiert. Sonst begegnet man hier allen Übergängen, von subaequaler, fast symmetrischer Teilung bis zu dermassen inaequalen Zerschnürungen, dass die resultierenden Schwesterzellen beinahe das Ergebnis einer neuerlichen Reifungsteilung vortäuschen.

16. Geht die Frage dahin, welche Momente die faktische Richtung der ersten Furchungsebene und die hierbei zutage tretende Mannigfaltigkeit unmittelbar bewirken, so sind nach Überzeugung des Verfassers die jeweilige Lage des Keimbläschens, respektive des reifenden Kernes und die je nach der Individualität der narkotisierten Eizellen variierenden Folgen des chemischen Ein-

griffes, ihre Qualität und Intensität, als unmittelbare Ursache der ersten Teilungsrichtung anzusprechen.

Es möge an die Verhältnisse bei *Paracentrotus* erinnert werden, wo trotz der direkt sichtbaren, polaren Verteilung der Stoffe in der Eizelle der Kern vor der Einstellung zu der stets polar verlaufenden ersten Furchungsteilung, in seiner exzentrischen Lage in keiner Beziehung zur Eipolarität steht. Im vorliegenden Falle, wo der Kern in verschiedensten Gegenden der Eizelle, je nach seiner „zufälligen“ Einstellung als Keimbläschen und je nach der Reifungsphase, ergriffen worden sein kann, hat die Einwirkung der Kohlensäure stets eine mehr oder weniger tiefgreifende Desorientierung der ganzen Eizelle in deren Organisation zur Folge, eine Desorientierung, die bei nicht ausgereiften Oocyten darauf beruht, dass die vorbereitete Reifungsteilung in eine Furchungsteilung umschlägt, bei Reifeiern indessen den Kern nicht in das chreozygiale Ruhestadium eintreten lässt, sondern zu neuerlicher Teilung veranlasst. Je nach dem Grade der narkotischen Affektion wird sich diese Teilung mehr oder weniger von der für *Asterias* herangezüchteten Furchungsform entfernen, in manchen, sub 15. erwähnten Fällen wird sie sich von der vorher beabsichtigten Richtungsteilung nur wenig unterscheiden. Je nach dem Grade der erfolgten Furchungsaberration müssen nachher durchgreifende oder partielle Regulationsprozesse ausgelöst werden. Je nach der Intensität der Einwirkung der Kohlensäure wird die Auslösung dieser Prozesse früher oder später erfolgen.

Diese Auffassung gewinnt an Wahrscheinlichkeit, wenn man bedenkt, dass bei verwandten und andersartigen Organismen (*Toxopneustes* nach Wilson – *Rana* nach Roux) die erste Furchungsebene ebenfalls nicht strukturell vorbezeichnet ist, sondern erst durch den Spermimpfad bestimmt wird.

Es bliebe zu untersuchen, ob die für die Reifungsteilungen indifferente Schwerkraft nicht irgend welchen formativen Wert für die erste Furchungsrichtung besitze.

Zu dem Behufe hat der Verfasser eine Reihe von Oocyten mit den Polkörperchen nach oben gerichtet, einige Zellen dagegen in äquatorialer Lage der Körperchen fixiert. Nirgends war eine Beeinflussung der Teilungsrichtung nachzuweisen. Die Furchung wurde in verschiedenster Richtung eingeleitet, was die Richtigkeit der hier vertretenen Auffassung über allen Zweifel stellt.

17. Die sich aus dem Delage'schen Kohlensäure-Experiment ergebende Umwandlung von Reifungsteilungen in Furchungsteilungen ist insofern von grosser Tragweite, als sie die prinzipielle Gleichwertigkeit der beiden Vorgänge nahelegt und die Reifungsteilungen als das zu erkennen erlaubt, was sie tatsächlich sind: die der Spermatogenese prinzipiell konforme, phyletisch angestammte Zerlegung einer Mutterzelle in vier Keimzellen, von denen drei in ihrer Entwicklungsfähigkeit durch Einfluss sekundärer Momente unterdrückt werden, jedoch prospektiv der Eizelle gleichwertig sind. Hierher das sub 11. Gesagte.

(Verlauf der Furchung).

Beim typischen Verlaufe der Furchung folgt auf die erste, aequale Teilung eine zweite, ebenfalls aequale und meridionale, woraus vier gleich grosse, in einer Ebene liegende Blastomere entstehen, und einige Zeit ruhen. Die dritte Teilungsebene verläuft wie bei Seeigeln aequatorial und bringt zwei Zellkränze hervor, die über einander liegen und bei subaequaler Grösse die erste Anlage der animalen und der vegetativen Hemisphäre darstellen. Durch weitere meridionale und latitudinale Teilungen wird das Ei in weitere, mehrzellige Blastomerenkränze zerlegt, bis nach etwa 24 Stunden die Blastulation vollendet ist und nach weiteren 10—16 Stunden die Darmeinstülpung vor sich geht.

18. Die Furchungsbilder parthenogenetischer Eier bieten die grösste, auffallendste Mannigfaltigkeit. Schon im Tempo der Teilungen machen sich weitgehende Differenzen bemerkbar. Während das Vierzellenstadium gewöhnlich in 15—20 Minuten nach der ersten Teilung und 4—4½ Stunden nach der Narkose erreicht wird, um nach etwa einer Stunde in das achtzellige Stadium überzugehen, giebt es unabhängig von der Zahl der Polkörperchen Eier, die sich erst zur ersten Teilung anschicken, wenn die anderen bereits in das Sechszellenstadium übergegangen sind. Demgemäss ist auch der Zeitpunkt des Ausschwärmens der Larven recht verschieden, so dass das Alter der Larven derselben Zucht bis um 14 Stunden differieren kann.

Andere Abweichungen von dem Normalbilde des Furchungsmosaiks werden durch die ungleiche Grösse von Blastomeren derselben Generation bedingt. Fig. 4 zeigt ein Vierzellenstadium

von hochgradiger Ungleichheit der Zellvolumina bei normaler Zellanordnung. Aus der Figur ist zu entnehmen, dass die Abweichung erst bei der zweiten Furchungsteilung eingetreten ist, während die erste aequal verlief. Weit häufiger wird jedoch die Unregelmässigkeit schon durch die erste Furchungsebene veranlasst. Stets werden derartige Unregelmässigkeiten nachherweise ausgeglichen und verhältnismässig selten werden die Regulationsprozesse erst nach der Blastulation oder noch später beendet.

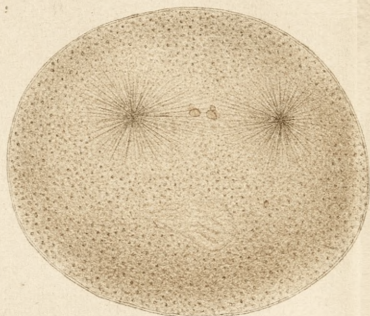
Indem hier von einer eingehenden Besprechung der Furchungsvariabilität Umgang genommen und bezüglich des Details auf die ausführliche Darstellung hingewiesen werden muss, mögen an zwei Beispielen die Fälle erläutert werden, wo die prospektive Bedeutung der Blastomere dauernd verändert erscheint und gewisse offenbar affizierte, aber entwickelungsfähige Zellen ihre Beteiligung am Keimaufbau einschränken, während andere mit gesteigerter Tätigkeit aushelfend einspringen. Das in Fig. 5 abgebildete Vierzellenstadium (bei senkrecht orientierter Polachse) ist aus einem beinahe aequalen Zweizellenstadium hervorgegangen, jedoch in der Weise, dass sich das linke Blastomer zweimal teilte, das rechte dagegen sich passiv verhielt. Von den zwei Tochterzellen hat die höher liegende Ältere durch geeignete Gleitbewegung eine zentrale Lage am animalen Pol angenommen, wobei der obere Teil der ungeteilt gebliebenen Zelle von der Beteiligung am Polfelde abgedrängt wurde, und der später ausgebildete animale Zellenkranz nahm seinen Ursprung von einem einzigen Blastomer, anstatt sich aus allen vier Elementen des Viererstadiums zu entwickeln. Nicht weniger beachtenswert ist der andere Fall derselben Kategorie, der in den Figg. 8—10 dargestellt ist. Aus einem normalen Vierer entstand hier das Achterstadium nicht durch eine sämtliche Elemente gleichmässig schneidende Horizontalfurche wie beim normalen Geschehen (vgl. Fig. 7), sondern durch zweimalige Teilung des Quadranten *A*; die Zelle *D* teilte sich nicht. Dadurch ist auch die gegenseitige Lage der Achterzellen ganz unregelmässig geworden. Während sonst der vierzellige animale Kranz genau über den vegetativen Zellen oder nach dem Typus der Spiralfurchung mit leichter Verschiebung im Sinne des Uhrzeigers abgeschnürt wird, liegt hier der zweizellige Quadrant *B* zuoberst, — wenn wir das Ei vom vegetativen Pol der künftigen Larve betrachten. Das abnorme Lageverhältnis wurde auch hier nach und nach ausgeglichen. Der in mehrere Deszen-



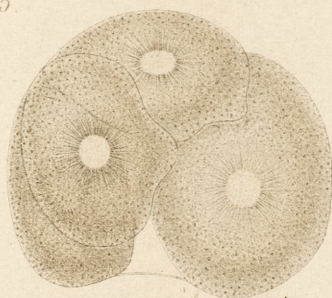
1.



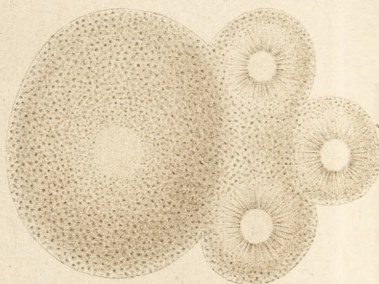
2.



5.



6.



9.

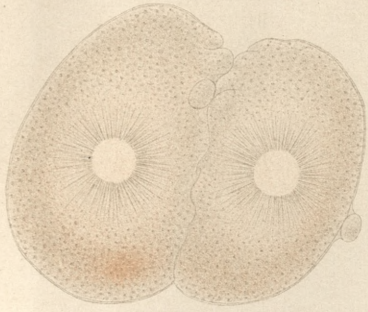


10.

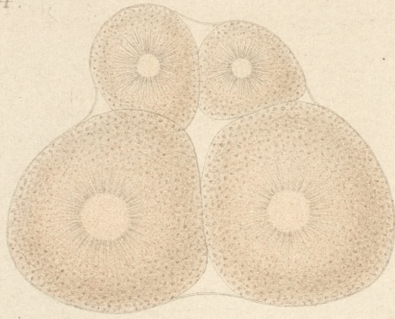


Ad. nat. del. T. Garbowski.

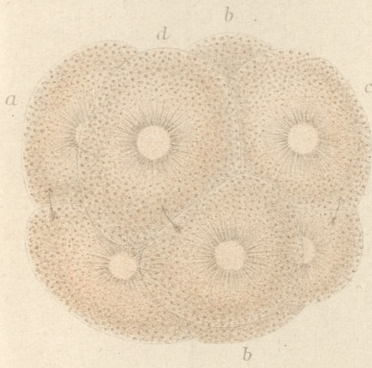
3.



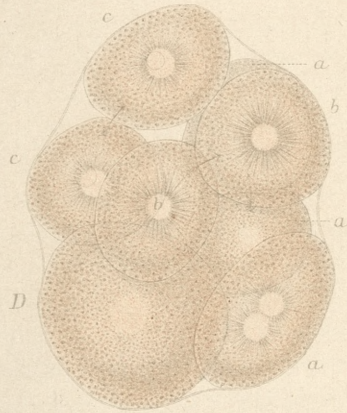
4.



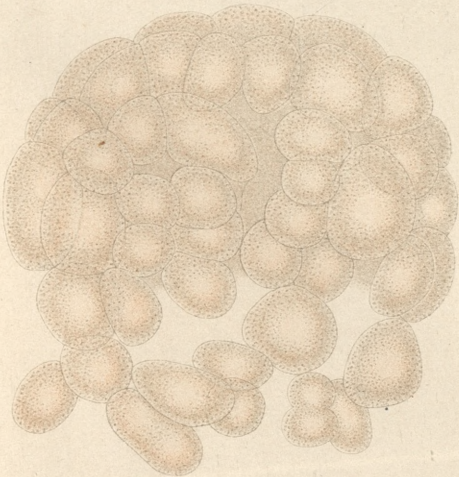
7.



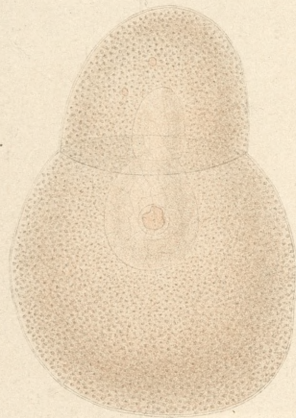
8.



11.



12.



Lith. u. Druck A. Berger. Wien VIII/2.



dentem aufgeteilte Quadrant *B* hat indessen seine vegetative Lage dauernd beibehalten. Das 28-zellige Stadium (Fig. 9) bestand aus 11 Deszendenten des *A*, 6 *b*, 7 *c* und nur 4 *d*. In Fig. 10 wird das 52-zellige Stadium vorgeführt, bei welchem das Verhältnis der Zellenzahl in den vier Gruppen annähernd dasselbe geblieben ist; der Keim ist hier um die Polachse nach rechts umgedreht, um die bedeutenden Abweichungen von der kugeligen Form des Ganzen zur Geltung zu bringen.

Es soll ferner jener Fälle gedacht werden, wo das Vierzellenstadium durch Dreier vertreten wird. Diese sind entweder symmetrisch und aus koätanen Zellen zusammengesetzt, wie dies unter gewissen Bedingungen auch bei Seeigeln nicht selten vorkommt, oder aber sie entstehen aus vollständig oder unvollständig entwickelten Zweizellenstadien, was gewöhnlich mit weitgehender Assymetrie verbunden ist. Auch bei der letzteren Entstehungsweise haben die isolierten Dreier tadellos bilaterale Larven geliefert; ein Beweis, dass die Bilateralsymmetrie erst in späteren Entwicklungsstadien im abgeturechten Keime etabliert wird.

Überaus häufig tritt schliesslich eine Knospenfurchung (Barockfurchung Born's) auf, die ihrerseits rein cytoplasmatisch oder mit echter Kernteilung verbunden sein kann. Fast immer ist sie durch die Begleiterscheinung charakterisiert, dass bereits geformte, abgeschnürte Elemente zurückgezogen und entstaltet werden. Die Knospenfurchung führt zuweilen zu abenteuerlichen Gebilden, die zwar oft zugrunde gehen, manches Mal aber, wie aus derart aberranten, isolierten Keimanlagen gezüchtete Normallarven belehren, nach durchgreifenden Regulationsprozessen in die richtige Entwicklungsbahn gebracht werden können.

19. Die Frage nach den Ursachen all' dieser Mannigfaltigkeit im Furchungsprozesse kann mit dem blossen Hinweise auf das sub 16. über Nachwirkungen der Narkose Gesagte abgetan werden. Die zur Entwicklung hingedrückte Eizelle führt sichtlich einen Kampf mit lokalen Störungen, welche die Teilungsmechanismen in verschiedenstem Umfange und verschieden lange hemmen. Es bezeugen dies gewisse Eigentümlichkeiten, wie sie bei parthenogenetischen Furchungsteilungen überaus häufig vorkommen und auch bei Experimenten mit befruchteten Echinodermeneiern ab und zu beobachtet werden.

Schon äusserlich machen sich an den Eizellen Vorwölbungen

und höckerartige Auswüchse bemerkbar, die lebhaft an ähnliche Gebilde bei Seeigeleiern in hypotonischen Medien erinnern. Durch lokal zentrierte Kontraktionen des Zelleibes werden mitunter Plasmatrophen einzeln oder gruppenweise vorgetrieben und zellartig abgeschnürt, um bald nachher eingezogen oder, was seltener vorkommt, dauernd abgestossen zu werden. Besonders häufig zeigen sich diese Bildungen im Bereiche der Furchungsebene (Fig. 3). Ein abgeschnürter Plasmateil besitzt zuweilen grosse Ähnlichkeit mit einem Richtungskörper. In anderen Fällen unterbleibt die vollständige Abschnürung und die ausgeschiedenen Teile hängen mit der Eizelle vermittels dünner, ziemlich langer Stielchen zusammen, so dass sie das Aussehen dicht gedrängter Pilze gewinnen.

Auf innere Kontraktionen und Plasmaströmungen sind auch Abweichungen in der Pigmentverteilung zurückzuführen, die bereits oben erwähnt wurden. Der Farbstoff lag in einer Oocyte, die sich nach Isolierung zu einer Normallarve entwickelt hat, schräg gegenüber dem Polkörper zu einem Ballen zusammengedrängt, direkt unter der Zelloberfläche; das Ei erschien dadurch glasig entfärbt. Diese Anhäufung bildete offenbar für die dicht daneben einsetzende Furchungsteilung ein schwer zu überwindendes Hindernis. Es kam zur Abstossung mehrerer, umfangreicher Plasmatrophen. Die Ränder der nachträglich erfolgten Zerschnürung waren stark runzelig und mehrfach ausgezackt. Ähnliches Verhalten hat neulich Boveri für Seeigeleier mit Monasterbildung angegeben und, vielleicht nicht ganz glücklich, als amöboides Oberflächenwachstum aufgefasst.

In diesem Zusammenhange will der Verfasser erwähnen, dass er zweimal, im März und Ende Mai l. J., auch in Neapler *Paracentrotus*-Eiern analoge Pigmentballen gesehen hat. In einem Falle war das Ei befruchtet und furchte sich regelmässig ab. Im Vierer Stadium kam der kompakte Pigmentkörper in eine, etwas höher gewölbte Zelle zu liegen. Diese Zelle teilte sich sodann im gleichen Tempo wie die übrigen pigmentlosen Blastomere und in einem späteren Stadium war der Farbstoff in zwei mittleren Zellkränzen zu sehen, wo er mehrere nebeneinander liegende Blastomere auffällig tingierte.

Es kann übrigens das Pigment in diesen Eiern auch künstlich, durch gesteigerte Salinität des Mediums in ähnlicher Weise lokalisiert werden.

Die regulatorischen Vorgänge im Ooplasma, welche auf die Ein-

leitung einer normalen Embryogenese hinauslaufen, können manchmal auch in spontaner Ausbildung von Strahlensystemen ihren Ausdruck finden. Ein derartiger Fall ist in Fig. 2 dargestellt. Die betreffende Eizelle ist von der Narkose ergriffen worden, als sie sich zur ersten Reifungsteilung vorbereitete. Nach der Narkose konnte das Keimbläschen weder eine karyokinetische Phase ausbilden, noch sich als Kern restituieren; man sieht nämlich, dass die Wand des Keimbläschens nur teilweise zum Schwunde gebracht wurde. Vom Kerne nicht unterstützt, hat nun das Ooplasma die Errichtung von 2 Teilungszentren versucht. Dass eine entsprechend gerichtete Traktion tatsächlich aktiviert wurde, erweist sich aus dem Verhalten einer grossen, zufällig in der präsumptiven Teilungsebene befindlichen, rötlich gefärbten Vakuole, die unter der Wirkung der beiden Zentren in 2 Tröpfchen zerrissen wurde; nach einiger Zeit waren die Strahlungen spurlos verschwunden. Der geschilderte Fall ist am 22. August beobachtet und von Zeugen gesehen worden.

Eiteilungen, die durch chromatinlose Spindeln im Ooplasma hervorgerufen wurden, werden fast immer rückgängig gemacht, vielleicht weil sie fast immer dem Plateau'schen Gesetze der kleinsten Flächen widersprechen und weil die neugebildeten Elemente kernlos sind.

Bei entgegengesetzten Verhältnissen, wo das Ooplasma stärker als der Kern affiziert wurde, kommen Kernteilungen ohne Plasmateilung zur Auslösung. Es kann hierbei zweierlei stattfinden. Entweder werden Eizerschnürungen eingeleitet, worauf die Zellfurchen — häufig unter vorheriger, mehrfacher Brechung und Knickung — rasch und spurlos verstreichen, wie es bei dem in Fig. 5 abgebildeten Keime der Fall gewesen, oder es setzt die Plasmafurchung überhaupt erst nach mehrfacher Kernteilung ein. Erfolgt dies ziemlich früh, so zerfällt das Ei in Simultandreier oder gar in Simultanfünfer; bleibt die plasmatische Teilung längere Zeit aus, dann kommt es zur Knospenfurchung, welche gewöhnlich mit Sterroblastulation endigt.

Als ein besonders interessanter Fall ist ein Keim zu erwähnen, bei welchem zunächst ein aus drei hintereinander gelegenen, also wohl nicht koätanen Zellen bestehendes Dreierstadium zu sehen war, sodann zerfiel die mittlere Zelle in zwei Blastomere dritter Generation; die Zellteilung war aber stets nur zur Hälfte durchgeführt und die Zellgrenzen lediglich durch tiefe Furchen angedeutet (Fig. 6).

Die stärker affizierte und sich nur träge aufteilende linke Eihälfte übte auch offenbar auf das Plasma der anderen Hälfte mit normal tätigen Kernen einen hemmenden Einfluss aus. Auch diese, ein Polkörperchen tragende Eizelle hat sich nach Isolierung zu einer regelrechten Gastrula entwickelt.

20. Zweimal hat der Verfasser Gelegenheit gehabt, die Zweiteilung einer unreifen Oocyte mit intaktem Keimbläschen zu beobachten. Der Vorgang verdient wegen seiner theoretischen Tragweite mit besonderem Nachdruck hervorgehoben zu werden. Das eine Mal trat eine inaequale Plasmadurchschnürung auf, die das Keimbläschen bei unverminderter, intravesiculärer Pression förmlich einklemmte (Fig. 12); das andere Mal hat die Teilungswand, bei zentraler Lage des Keimbläschens, das Ei genau halbiert, um nach einiger Zeit zu verstreichen. Die erstere Oocyte ist in der dargestellten Form mit stark in die Länge gezogenem Keimbläschen abgestorben.

Die strahlungslose Zellzerschnürung bei intaktem Kerne beweist direkt und auf das deutlichste die wichtige, aktive Rolle des Zellplasmas beim Teilungsprozesse, eine Rolle, die auf Grund der vorher geschilderten und bei sonstigen Embryogenesen oft beobachteten Erscheinungen nur mittelbar gefolgert werden konnte. Ein Zentrenapparat ist auch in Zellen, wo er regelmässig auftritt, zur Durchführung des Teilungsprozesses des Cytoplasmas, als ein Zugmechanismus nicht erforderlich.

21. Der Verlauf der Furchung parthenogenetischer Asteriden-eier und ihre sich in weitesten Grenzen bewegende Mannigfaltigkeit eröffnen einen tiefen Einblick in das Wesen des Entwicklungsprozesses und verhelfen zu einer richtigen Bewertung der einzelnen morphogenetischen Vorgänge.

Das Problem der qualitativen Determinierung der Furchungselemente braucht nicht mehr diskutiert zu werden. Wenn man das Ergebnis von Druck-Versuchen mit Unterdrückung normaler Furchungsebenen und völligem Derangement der Blastomere dahin zu deuten trachtet, dass die unterdrückten Furchen nachgeholt werden und die derangierten Zellen den Weg zur normalen Position wiederfinden, so wird hier ein solcher Erklärungsversuch schon deshalb gegenstandslos, weil hier in jedem Falle überhaupt neue Zelleinheiten geschaffen werden — es sei nur auf Ganzfurchung und Knospenfurchung hingewiesen — die jede Vergleichung, als inkom-

mensurable Grössen, unmöglich machen. Das eine ist ihnen allen gemeinsam, dass sie prospektiv gleichwertig sind und auch gleiche prospektive Bedeutung haben können. Was sie von einander unterscheidet, ist von Grösse und Form abgesehen lediglich ihr innerer, physiologischer Zustand, der es ihnen verwehrt, sich als homodyname energetische Systeme zu gebahren.

Die Furchung wird als „Sukzession aufeinander folgender Zellteilungen“ aufgefasst, „von denen eine jede in ihrem Charakter durch die Konstellation im Keim, Protoplasma und Nahrungsdotter bestimmt wird, wie sie sich aus dem Verlauf der vorangegangenen Teilung ergeben hat“. Es lässt sich nicht leugnen, dass jedes Blastomer die Ursachen für die Lage der Furchungsebene und für die Verteilung seiner Stoffe an die Deszendenten in sich selbst enthält, als auch dass die Ursache, warum ein Blastomer einen gewissen Entwicklungsweg verfolgt, für dasselbe zu einer äusseren Bedingung wird, während sie zu inneren Bedingungen des ganzen Keimes gehört. Dasjenige aber, was die Blastomere zu einem geordneten Zusammenspiel veranlasst, ist — wie sich der Verfasser in seinen „Morphogenetischen Studien“ ausgedrückt hat — ihre Vergangenheit. Nur sie verleiht ihnen eine Variationsmöglichkeit von verschiedenster Breite und gestaltet das Zusammensein sich selbständig entwickelnder Aktionszentren zu einem bestimmt gerichteten Regulationsprozesse.

Durch jene gemeinsame und gemeinsam variierte Vergangenheit wird die allgemeine Polarität der Embryogenese bedingt, die auch bei homolecithaler Eiarchitektur existiert und existieren muss. Die Aequipotenz der Zellen zeigt, dass diese Polarität keinen fixierenden, aber einen determinierenden Wert besitzt und im einzelnen von äusseren Bedingungen abhängt, wie vom postnarkotischen Zustande der Eiteile u. dgl., wonach sie über die jedesmalige absolute Polarität entscheidet. Es unterliegt gar keinem Zweifel, dass sie in einer und derselben Ontogenese die absolute, definitive Polarität des Keimes im Bedarfsfalle noch während der Furchung je nach den sich einstellenden Hindernissen mehrfach zu wechseln vermag. Nur so findet sich eine Erklärung für die scheinbare Zufälligkeit und Beziehungslosigkeit der Reifungs- und Furchungsebenen zu der Polachse des Embryos. Nur so wird auch ein normaler Ausgang der

Embryogenese verständlich, trotzdem die verschiedenartig individualisierten und physiologisch affizierten Blastomere den Rythmus und das Tempo der Aufteilung in verschiedenen Regionen des Keimes wechseln, hier vorausseilen, dort zurückbleiben. Denn auch bei extremen Abweichungen wird jede einzelne Zelle nur im Rahmen ihrer immanenten Fähigkeiten variieren, welche ihr in dem spezifischen Zellgefüge (mit spezifisch bestimmter Richtung morphogenetischer Vorgänge), dem die Zelle angehört, angestammt sind. Deshalb erscheint auch der Satz des Verfassers berechtigt und einzig zulässig, dass die Eifurchung keine blosse Zellenspaltung bedeutet, weil Furchung ohne gleichzeitige Differenzierung sowohl physiologisch als phylogenetisch undenkbar ist.

22. Diese theoretischen Ergebnisse parthenogenetischer Furchungsstudien decken sich nicht mit dem Standpunkte der Neo-Epigenetiker.

Wären die nacheinander folgenden Furchungsstadien lediglich durch die Konstellation des früheren Furchungsbildes bedingt und wäre der Ablauf der Furchungsteilungen einfach dem blinden (wenn auch bei normalem Geschehen stets demselben) Zusammenspiel äusserer Faktoren und nachträglich geschaffener Komplikationen überlassen, dann wäre ein normaler Ausgang einer so atypisch und abnorm einsetzenden Morphogenie, wie dies oben an einer Reihe von Fällen dargestellt wurde, nicht nur unwahrscheinlich, sondern unbedingt ausgeschlossen.

(*Sonstige Beobachtungen*).

23. Obgleich die weiteren Schicksale der Blastulen in den Plan dieser Untersuchungen nicht mehr gehören, so sei dem Verfasser mit Rücksicht auf das sub 21. und 22. Angeführte die Bemerkung gestattet, dass die Regulationsprozesse aberranter, pathologischer Larven hauptsächlich auf zweierlei Vorgängen beruhen.

Einerseits handelt es sich um Aufarbeitung des massiven Plasmamateriales, welches die nur superfizial abgefurchten Keime nach Knospungsfurchung ausfüllt. Solche Sterroblastulae besitzen gewöhnlich eine sehr unregelmässige, höckerige, oft birnförmig-höckerige Gestalt, wenn das Ei bei den ersten Zerklüftungsversuchen die erlangte monströse Form bei rein superfizialer Blastomerenbildung

nicht mehr abzuändern vermochte. Auch das Blastoderm ist in der Regel aus sehr ungleichen Zellen zusammengesetzt und stellenweise dünn, stellenweise sehr dick oder gar mehrschichtig. Das ungefurchte Ooplasma wird partienweise einem körnigen Zerfall unterworfen, auch einzelne zellige Elemente können auf diese Weise rückgebildet werden, bis eine Leibeshöhle geschaffen und dem Blastoderm plastische Umbildung ermöglicht wird.

Andererseits werden bei abnormen Larven sehr oft einzelne Zellen aus dem Epithelialverbände losgelöst und nach aussen ausgeschieden. Zuweilen ist dann die Blastula mit den abgerundeten Zellen nach Art einer Maulbeere bedeckt. Meistens gehen solche Exemplare zu Grunde. Nur bei einigen wenigen Stücken, bei denen der Ausscheidungsprozess erst begonnen hat, gelang es bei sorgfältiger, lange dauernder Isolierzucht in beträchtlichen Wassermengen lebensfähige Larven zu erhalten.

24. Es wurden auch Versuche mit Merotomie angestellt. Der Verfasser hat entweder den Keimen einen Teil der Blastomere direkt weggeschnitten, oder — wie das in Fig. 11 abgebildete, etwa 90-zellige Stadium — durch Zusatz von destilliertem Wasser zum Platzen gebracht. In normales Seewasser zurückversetzt, pflegen solche Keime eine beträchtliche Zahl von Zellen beim Schliessen der Wunde abzustossen. Die frei gewordenen Blastomere runden sich ab und können eine Zeit lang am Leben bleiben; solche die in der Teilung begriffen waren, sind imstande, den Prozess zu Ende zu bringen.

Merotomie gelingt noch bei Stadien von über 500 Zellen; ein neuerlicher Beweis des hohen Regulationsvermögens der Asteridenkeime.

25. Es wurde schliesslich Vitalfärbung der Eier und Keime mit Neutralrot versucht. Der Farbstoff wird leicht aufgenommen und übt auf den Fortgang der Entwicklung keinen nachteiligen Einfluss aus.

Methylenblau wird hingegen von *Asterias* sehr schlecht vertragen.

Zusammenfassend mögen einige der beobachteten Tatsachen noch kurz verzeichnet werden:

A) Die Narkose der Asterideneier mit CO_2 beugt dem Eintritte

der Chreozygie vor und wirkt bei $1\frac{1}{2}$ -stündiger Dauer niemals deletär (4).

B) Zu postnarkotischen Erscheinungen gehören kleine Vorwölbungen und Plasmahöcker, wie sie durch Einwirkung eines hypotonischen Mediums hervorgerufen werden (19).

C) Die Oocyte von *Asterias* verhält sich wie eine anaxone Zelle (8).

D) Die Polkörperchen etablieren keine Polarität der Oocyte (12).

E) Der Ort der Ausstossung der Polkörperchen hängt nicht ab von der Schwerkraft (6).

F) Die Polkörperchen sind der Eizelle prospektiv, morphologisch und physiologisch gleichwertig; auch sie können durch CO_2 -Narkose zur Furchung veranlasst werden (11, 17).

G) Die Reifungsteilungen sind nicht mit einer spezifisch qualitativen Reduktion des Idioplasmas der Eizelle verbunden (9).

H) Zwischen der Oocyte und dem Reifei besteht kein prinzipieller Gegensatz (9).

I) Parthenogenetische Eientwicklung hängt von dem ausbleibenden oder stattfindenden Reifungsprozesse gar nicht ab (7).

J) Das Ooplasma hat das Vermögen Centrosphären zu bilden und kernlose Blastomere abzuschneiden (19).

K) Der Zelleib vermag ohne Strahlungsapparate und ohne Beteiligung des Kernes aktiv echte Teilungsprozesse auszulösen (20).

L) Die Richtung der ersten Furchungsebene wird nicht durch die Schwerkraft beeinflusst (16).

M) Die erste Furchungsebene macht die Eizelle weder monaxon noch heteropol (14, 16).

N) Im 8-zelligen und 16-zelligen Stadium sind die Blastomere noch nicht polar (als animale und vegetative) determiniert (18).

O) Weder verschiedene Grösse schwesterlicher Blastomere noch ihre Verlagerung noch Unterschiede in ihrem Furchungstempo beeinflussen den Ausgang der Embryogenese (18).

P) Ein bis über 500-zelliges Stadium besteht aus prospektiv aequipotenten Blastomeren (24).

Q) Bilateralsymmetrie kann erst nach beendeter Blastulation etabliert werden (14, 24).

Über das Verhalten der Kerne, insbesondere des Chromatins, und über innere Zellvorgänge soll in einer späteren Mitteilung berichtet werden.

57. M. T. ESTREICHER. **O punktach topliwości tlenu i azotu.** (*Über die Schmelzpunkte von Sauerstoff und Stickstoff*). (*Sur les points de fusion de l'oxygène et de l'azote*). Mémoire présenté par M. A. Witkowski m. t.

I. Als ich im Jahre 1895 die Dampfdrucke des Sauerstoffs bestimmte¹⁾, war der niedrigste von mir bei dieser Gelegenheit erzielte Druck 7·5 mm und die entsprechende Temperatur 61·7° abs. = — 211·3°; der Sauerstoff verblieb dabei flüssig. Bei nachherigen Versuchen wurde der Dampfdruck sogar bis auf 2 mm erniedrigt, — wobei leider die Temperatur nicht genau gemessen werden konnte — ohne jedoch eine Erstarrung der Flüssigkeit herbeizuführen²⁾; es hat sich bloss gezeigt, dass die Temperatur dabei — 220° nicht erreicht. Es würde kaum möglich sein, eine weitere Temperaturerniedrigung mit Hilfe der Dampfdruckerniedrigung zu erzielen; infolgedessen konnte der Erstarrungspunkt des Sauerstoffs nicht gemessen werden.

Erst nachdem es gelungen war, den Wasserstoff mit Leichtigkeit zu verflüssigen, ist es möglich geworden, Sauerstoff zur Erstarrung zu bringen und die entsprechenden Druck- und Temperaturumstände zu bestimmen. Es hat sich gezeigt, dass Sauerstoff in der Temperatur des siedenden Wasserstoffs einen festen Körper bildet³⁾, dessen Dampfspannung verschwindend klein ist, was übrigens zu erwarten war. Um die Dampfspannung bei dem Schmelzpunkte zu bestimmen, bediente ich mich des in der nebenstehenden Figur 1 schematisch abgebildeten Apparates.

Das Gas, welches aus chemisch reinem Kaliumchlorat dargestellt wurde, passierte zuerst eine weite Glasröhre von ca. 30 cm Länge, die mit Glaswolle gefüllt und mit einem Asbeststopfen versehen war; sie diente zum Zurückhalten des mitgerissenen Kaliumchlorat- und -chloridstaubes. Darauf ging das Gas durch eine U-Röhre mit Glasperlen und Kalilauge, dann durch eine U-Röhre mit kleinen Stückchen Kaliumhydroxyd und gelangte schliesslich durch eine U-Röhre mit Phosphorpentoxyd und ein kleines mit Quecksilber gefülltes Gasometer zu einem Dreiweghahn, dessen andere Enden mit einer Luftpumpe, bzw. mit der Abzweigung a

¹⁾ Bull. Intern. 1895, p. 203. — Phil. Mag. 40, 454, 1895.

²⁾ Olszewski, Ein Versuch, das Helium zu verflüssigen. Bull. Intern. 1896, p. 303. — Wied. Ann. 59, 189, 1896.

³⁾ Z. B. Dewar. Ann. chim. phys. 14, 149, 1898.

des abgebildeten Apparates in Verbindung standen. Der Apparat bestand aus einem ca. 38 mm weiten Glasrohre *b*, welches als Reservoir diente; unten war es mit einem Röhrrchen von kleiner lichter Weite (ca. 2 mm) verbunden, welches in einer Kugel *d* endete.

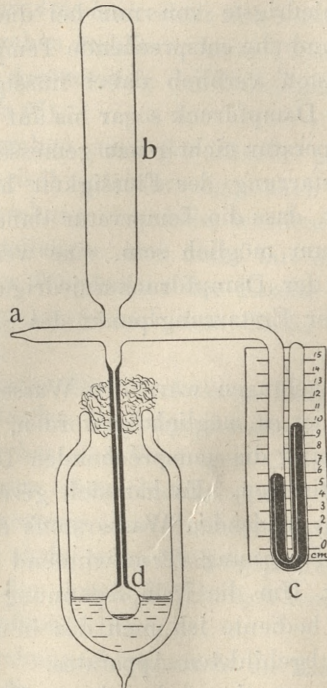


Fig. 1.

Den inneren Druck (wenn gehörig niedrig), zeigte das seitlich angebrachte Vakuummeter *c* an. Der Fassungsraum des ganzen Apparates betrug etwa 220 cm³.

Man liess den in einer Retorte aus schwer schmelzbarem Glase entwickelten Sauerstoff zuerst frei in die Atmosphäre entweichen, bis angenommen werden konnte, dass alle Luft, welche in den Reinigungsapparaten enthalten war, verdrängt wurde; das auf diese Weise gereinigte Gas war vollkommen geruchlos, enthielt also keine Chlorverbindungen, welche immer beim Zersetzen von Kaliumchlorat durch Erhitzen entstehen. Dieses reine Gas wurde darauf in den Erstarrungsapparat, welcher inzwischen leerpumpt wurde, geleitet; sodann wurde das Hineinlassen des Gases in den Apparat

unterbrochen; man liess dasselbe sich im Gasometer ansammeln, und evakuierte unterdessen durch entsprechende Umstellung des Dreiweghahnes den Erstarrungsapparat. Dieser Vorgang wurde einige Male wiederholt, bis man sicher sein konnte, dass der Apparat mit Sauerstoff gehörig ausgespült und nunmehr mit reinem Gas gefüllt war; darauf wurde der Apparat bei *a* abgeschmolzen.

Wasserstoff wurde in einem der von Prof. Olszewski konstruierten Apparate verflüssigt; es war derjenige, dessen Beschreibung sich im Maihefte dieses Bulletins befindet. Die Flüssigkeit war ganz klar und erlaubte die darin getauchten Gegenstände zu beobachten.

Um den Erstarrungsdruck des Sauerstoffs zu bestimmen, wurde zuerst das kapillare Röhrchen, welches die Kugel *d* trägt, mit Schafwolle umwickelt, damit diese eine Art Stopfen bildet. Darauf wurde ein Vakuumgefäß mit flüssigem Wasserstoff unter die Kugel *d* des in einer Klemme gehaltenen Apparates untergestellt. Nun wurde der Schafwollestopfen des Vakuumgefäßes entfernt und die Kugel *d* in das Innere des Vakuumgefäßes eingeführt, so dass die Mündung des Gefäßes nunmehr durch die Wolle an dem Kugelhalse verstopft wurde. Diese Massregel ist bekanntlich unumgänglich nötig, da sonst Luft in das Vakuumgefäß förmlich hineinschneit, den flüssigen Wasserstoff undurchsichtig macht und ihn binnen weniger Minuten zum Verdampfen bringt. Die Kugel *d* brachte man in Berührung mit flüssigem Wasserstoff; nach wenigen Sekunden kühlte sie sich so weit ab, dass das Gas aus dem ganzen Apparate sich an dem Kugelboden im festen Zustande absetzte und das Quecksilber in den beiden Manometerschenkeln auf gleichem Niveau zu stehen kam: im Apparat war kein Druck vorhanden, es bestand darin ein vollkommenes Vakuum. Nun wurde das Vakuumgefäß so weit gesenkt, dass die Kugel *d* aus der Flüssigkeit herauskam und sich nunmehr nur im Wasserstoffdampfe befand; derselbe besass zwar eine niedrige Temperatur, konnte aber die Kugel nicht ganz vor Erwärmung schützen; infolgedessen stieg die Temperatur des festen Sauerstoffs, was sich durch Ansteigen des Druckes im Manometer offenbarte. Bald schmolz auch der erstarrte Sauerstoff und während des Schmelzens sah man die Quecksilbersäule im Manometer, welche bis nun langsam aber stetig stieg, auf kurze Zeit stehen bleiben. Gleichzeitig konnte man das

Schmelzen des Sauerstoffs im Inneren der Kugel mit dem Auge beobachten.

Der mittlere Druck, welcher bei sechs Bestimmungen erhalten wurde, beträgt 0.87 mm.

Wir können also den Schmelzdruck des Sauerstoffs zu 0.9 mm annehmen.

II. Um die Schmelztemperatur des Sauerstoffs zu bestimmen, war es nötig, mit grösseren Mengen dieses Körpers zu operieren, um in der festflüssigen Masse ein Heliumthermometer unterbrin-

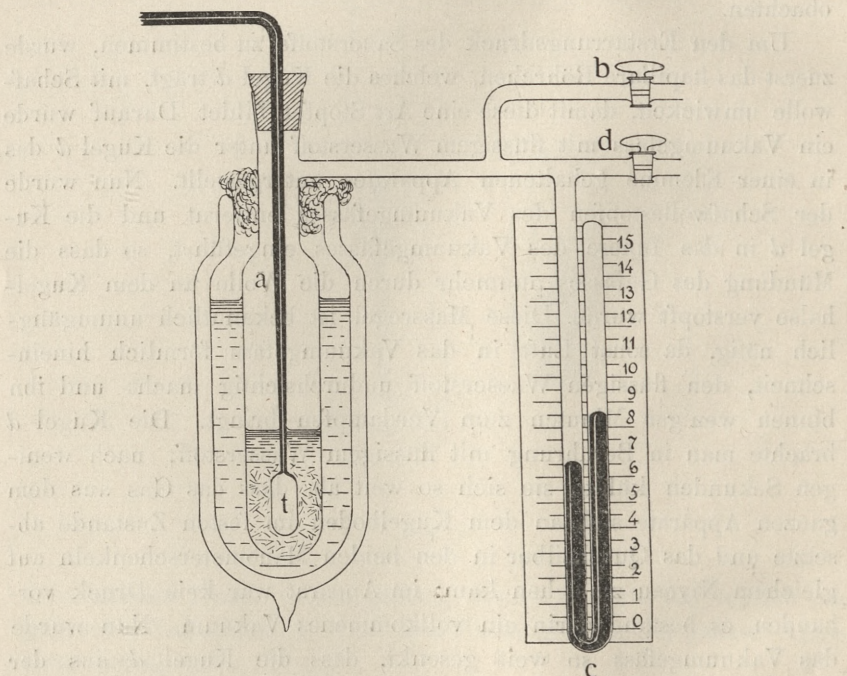


Fig. 2.

gen zu können. Zu diesem Zwecke wurde der nebenstehende Apparat angewendet (Fig. 2).

An den Hals des einwandigen Gefässes *a* war ein T-Rohr angelötet; dieses war durch die Abzweigung *b* mit dem Sauerstoffentwicklungsapparate (wie oben beschrieben), durch die andere Abzweigung mit einem Quecksilbermanometer *c* sowie einem Hahne *d* verbunden. Das Gefäss *a* besass etwa 50 cm³ Fassungsraum und

in seiner sich konisch erweiternden Mündung steckte ein Kautschukstopfen, durch dessen Bohrung das kapillare Röhrchen eines Heliumthermometers *t* ging. Dieses Thermometer war dasselbe, welches im hiesigen Laboratorium bereits zu wiederholten Malen behufs Temperaturmessung angewendet wurde, so z. B. von Prof. Olszewski zur Messung der Temperaturen in seiner Abhandlung über die kritische und die Siedetemperatur des Wasserstoffs und über den Versuch, das Helium zu verflüssigen¹⁾, und von mir bei der Messung der Dampfdrucke des Sauerstoffs und der Schmelz- und Siedepunkte der Halogenwasserstoffe²⁾, mit dem Unterschiede, dass es nunmehr mit reinem Helium gefüllt war, welches von Ramsay in 1895 aus Cleveit dargestellt und jetzt durch Abkühlen mit flüssigem Wasserstoff von den schwereren Verunreinigungen befreit wurde. Das Gas befand sich im Thermometer unter einem Anfangsdrucke (bei 0°) von 1158·3 mm; das Volum der Thermometerkugel beträgt 1·5269 cm³.

Beim Ausführen des Versuches wurde Sauerstoff in dem oben beschriebenen Apparate entwickelt und gereinigt und darauf in das Gefäß *a* geleitet, welches sich in einem Vakuumgefäß mit flüssiger Luft befand. In der Temperatur der siedenden Luft verflüssigt sich Sauerstoff sehr leicht, ohne dass man es nötig hätte, das Bad durch Druckerniedrigung abzukühlen. Nachdem ein wenig Sauerstoff im Gefäße *a* bereits flüssig war, wurde der zum Gasentwicklungsapparate führende Hahn *b* geschlossen, der Hahn *d*, welcher das Innere des Gefäßes mit der Atmosphäre verband, geöffnet und das Vakuumgefäß mit flüssiger Luft gesenkt. Auf diese Weise wurde der flüssige Sauerstoff zum Verdampfen gebracht und man konnte sicher sein, dass sich im Inneren keine Luft (kein Stickstoff) mehr befindet, umsomehr als dieser Vorgang noch zum zweiten Mal ausgeführt wurde. Nunmehr wurde der Hahn *d* definitiv geschlossen und mittels des Hahnes *b* regulierte man den Sauerstoffzufluss so, dass sich dieses Gas ungefähr so schnell verflüssigte, als es entwickelt wurde.

Dieses wurde so lange fortgesetzt, bis sich eine genügende Menge Flüssigkeit angesammelt hatte, um die ganze Thermometerkugel *t* zu bedecken, und um noch eine etwa 1—1·5 cm hohe

¹⁾ Bull. Intern. Crac., 1895, 200; 1896, 306.

²⁾ Bull. Intern. Crac., 1895, 207; 1896, 325.

Schichte darüber zu bilden. Nun wurde auch der Hahn *b* geschlossen, der Sauerstoffentwicklungsapparat davon abgeschnitten und das Vakuumgefäß mit flüssiger Luft durch ein solches mit flüssigem Wasserstoff ersetzt. Bereits nach kurzer Zeit kühlte sich der Sauerstoff so weit ab, dass das Manometer *c* (welches in diesem Falle nicht zu genauen Messungen, sondern behufs Orientierung angewendet wurde) beinahe auf Null sank und auch der Druck des Gases im Thermometer sich bedeutend erniedrigte. Gleichzeitig konnte man das Erstarren des Sauerstoffs mit dem Auge verfolgen. Nachdem man gesehen hatte, dass sich die ganze Menge der Flüssigkeit in einen festen Körper umgewandelt, wurde das Vakuumgefäß gesenkt, so dass der erstarrte Sauerstoff sich erwärmte und zu schmelzen anfing. Parallel zur Erwärmung des Sauerstoffs ging selbstverständlich auch das Steigen des Quecksilbers im Thermometer; während des Schmelzens verlangsamte sich die Aufwärtsbewegung des Quecksilbers und dieses blieb kurze Zeit auf einer Höhe stehen, welche abgelesen und notiert wurde. Die Feststellung dieses Punktes war nicht ganz leicht, da er wegen der Unmöglichkeit, die festflüssige Masse zu rühren, nicht ganz scharf ausgeprägt war. Es wurde aber dieser Vorgang einige Male wiederholt, so dass man mehrere Ablesungen vornehmen und so den Schmelzpunkt innerhalb eines Grades feststellen konnte. Die Thermometerkugel war unter diesen Umständen an ihrem unteren Ende noch von erstarrtem Sauerstoff umgeben, während ihr grösster Teil in schmelzenden Sauerstoff tauchte; infolgedessen ist es nicht unmöglich, dass die beobachtete Temperatur ein wenig zu niedrig ausgefallen ist. Der Druck im Thermometer betrug im Mittel aus 7 Bestimmungen 205·2 mm, was nach Anbringung der nötigen Korrekturen und unter Zugrundelegung des von Travers und Jaquerod¹⁾ bestimmten Druckkoeffizienten für Helium gleich 0·00366255 und des von Travers, Senter und Jaquerod²⁾ bestimmten Ausdehnungskoeffizienten für Glas 0·0000219 als Schmelzpunkt von Sauerstoff — 226·98° [46·05°³⁾ abs.] oder nach Weglassung der Dezimalstellen 46° abs. = — 227° ergibt.

¹⁾ Phil. Trans., 200, 133, 1902.

²⁾ Ibid. S. 138.

³⁾ Dem Druckkoeffizienten gemäss, ist der Eispunkt an der absoluten Skala mit Travers zu 273·03° angenommen.

Den Schmelzpunkt von Sauerstoff kann man zu 46° abs. und 0.9 mm Druck annehmen.

III. In ganz ähnlichen Apparaten wie der Fig. 1 abgebildete wurde auch der Schmelzdruck des Stickstoffs bestimmt, und zwar habe ich dabei sowohl den „chemischen“ Stickstoff wie auch den „atmosphärischen“ untersucht.

Der „chemische“ Stickstoff wurde aus Natriumnitrit und Salmiak entwickelt, und zwar wurde eine Lösung von chemisch reinem Salmiak mit dem halben Gewichte Kaliumbichromat zum Kochen erhitzt und in die siedende Flüssigkeit eine Auflösung von chemisch reinem Natriumnitrit in einer gleichen Menge Wasser mittels eines Hahntrichters eingetröpfelt. Man erzielte auf diese Weise einen gleichmässigen Gasstrom, welcher zuerst durch eine Waschflasche mit Natriumhydroxydlösung ging, darauf durch einen langen Verbrennungsofen, dessen Röhre zur Hälfte ihrer Länge mit Kupfer, zur anderen Hälfte mit Kupferoxyd gefüllt war; der Ofen wurde zur Rotglut erhitzt. Vom Ofen gelangte das Gas in ein U-Rohr mit Kalistückchen und dann in ein solches mit Phosphorpentoxyd. Schliesslich wurde das Gas durch Vermittelung eines Dreiweghahnes in ein kleines Quecksilbergasometer von dem von Travers in seinem Werke „Study of Gases“, S. 102, Fig. 70 abgebildeten Typus geleitet; mit Hilfe des erwähnten Dreiweghahnes konnte man es auch in die Atmosphäre, sei es aus dem Entwicklungsapparate, sei es aus dem Gasometer entweichen lassen.

Zuerst liess man es frei in die Luft entweichen; das ausströmende Gas war vollkommen geschmack- und geruchlos; eine zu wiederholten Malen ausgeführte Analyse desselben bewies, dass auch kein Sauerstoff und kein Kohlendioxyd vorhanden war, wenigstens in keiner nachweisbaren Menge. Nachdem man also sicher war, dass das Gas vollkommen rein ist, stellte man den Dreiweghahn und füllte mit Stickstoff etwa die Hälfte des über ein Viertel Liter fassenden Gasometers an. Dieses Gas liess man wieder durch Umstellen des Dreiweghahnes in die Luft entweichen und wiederholte diese Manipulation etwa sechsmal, so dass das Gasometer ganz vollkommen mit chemisch reinem Stickstoff ausgespült wurde. Schliesslich füllte man das Gasometer ganz mit Stickstoff aus, nahm es vom Stickstoffentwicklungsapparate ab und schritt zum Füllen des Schmelzdruckbestimmungsapparates.

Zu diesem Zwecke wurde ein T-Rohr einerseits an eine Töpler'sche Luftpumpe, andererseits an den Schmelzdruckbestimmungsapparat angelötet; der dritte Schenkel des T-Rohres wurde an den Hahn des Quecksilbergasometers mit Stickstoff angeschmolzen. Nachdem der Apparat vollkommen luftleer ausgepumpt wurde, schloss man den Hahn an der Luftpumpe und öffnete den am Gasometer; nachdem das Gas in den Apparat ganz hineingedrungen war, wurde die Verengung bei *a* mit einer Lötrohrflamme erhitzt und der Apparat von der Luftpumpe abgeschmolzen.

Darauf verfuhr ich mit dem Apparate in derselben Weise, wie es im § I über die Bestimmung des Schmelzdruckes von Sauerstoff geschildert wurde, und erzielte in zwei Versuchsreihen zu 8 bzw. zu 5 Ablesungen folgende Werte:

I. 93·4, 93·6, 93·5, 93·6, 93·5, 94·0, 93·5, 93·2 mm.

II. 93·6, 93·5, 93·3, 93·5, 93·6 mm.

Im Mittel also aus den obigen dreizehn Ablesungen haben wir 93·5 mm als den Schmelzdruck des chemisch reinen Stickstoffs. Der grösste Unterschied zwischen einzelnen Ablesungen beträgt 0·8 mm.

IV. Der atmosphärische Stickstoff wurde bereitet, indem man Luft aus einem Gasometer durch eine Waschflasche mit konzentrierter Schwefelsäure, durch einen Verbrennungsofen, in welchem sich rotglühendes Kupfer befand, und durch zwei U-Röhren streichen liess, welche Kaliumhydroxydstücke, bzw. Phosphorpentoxyd enthielten. Darauf wurde das resultierende Gas in dem oben beschriebenen Gasometer aufgefangen und in ganz analoger Weise wie oben, behandelt, um es in den Messapparat einzuschliessen. Das Gas befand sich unter einem niedrigeren Drucke als im vorigen Fall, wo der Druck dem atmosphärischen gleich war; hier betrug er bloss etwa 600 mm und diesem Umstande (d. i. der kleineren Gasmasse, welche sich im Apparate befand) ist es vielleicht zuzuschreiben, dass der Schmelzdruck nicht so leicht zu bestimmen war, da die Unterbrechung in der Aufwärtsbewegung des Quecksilbers nicht so scharf ausfiel. Die Ablesungen der beiden Versuchsreihen unterschieden sich im Mittel um 0·6 mm. Es folgen hier die Ergebnisse der beiden Ablesungsreihen:

I. 90·3, 90·3, 89·7, 89·4, 89·0, 89·4, 89·4 mm.

Im Mittel 89·6 mm,

II. 90·0, 90·2, 90·4, 90·2, 90·2 mm.

Im Mittel 90·2 mm.

Da die zweite Ablesungsserie unter günstigeren Umständen vorgenommen wurde und die Bestimmungen mit grösserer Genauigkeit ausgeführt werden konnten, lege ich der zweiten Serie ein grösseres Gewicht bei. Infolgedessen kann man als den Schmelzdruck des atmosphärischen Stickstoffs 90·2 mm annehmen.

V. Mit der Bestimmung des Schmelzpunktes des „chemischen“ Stickstoffs haben sich bereits im vorigen Jahre Fischer und Alt befasst¹⁾. Diese beiden Forscher verflüssigten eine grössere Menge Stickstoff auf einmal (ca. 100 cm³ Flüssigkeit) und bestimmten sowohl die Dampfdrucke vom atmosphärischen Drucke abwärts wie auch die entsprechenden Temperaturen mittels eines Wasserstoffthermometers. Ihre Messungen sind also an grossen Flüssigkeitsmengen ausgeführt worden und verdienen infolgedessen die grösste Beachtung, umsomehr als sie auch in sonstigen Beziehungen mit grösster Sorgfalt ausgeführt waren. Die Verfasser heben jedoch hervor (S. 131), dass eine Verunreinigung des Stickstoffs durch Sauerstoff war, welcher mit der Luft in den Apparat etwa hineingelangen könnte, nicht ausgeschlossen war; auch die Analyse (S. 118) zeigte Spuren von einer Sauerstoffverunreinigung, welche allenfalls geringer war, als 0·2%. Die hier geschilderte Methode besitzt den Vorteil, dass der Stickstoff vor einer etwaigen Verunreinigung mit Sauerstoff geschützt war, da er nicht über Wasser aufgefangen wurde, und von der Atmosphäre durch Zuschmelzen des Apparates vollständig abgeschnitten war. In ihrer ersten Abhandlung geben sie keinen Schmelzdruck an, sondern nur den Erstarrungsdruck, welcher 86 ± 4 mm beträgt; in der zweiten geben sie sowohl den Erstarrungsdruck an, welcher $89·2 \pm 0·6$ mm beträgt, wie auch den Schmelzdruck — $90·9 \pm 0·6$ mm; im Mittel $90·0 \pm 0·3$ mm. Dieser mittlere Druck ist also um 3·5 mm niedriger als der von mir beobachtete; die Differenz des Schmelzdruckes selbst und meiner Bestimmungen ist bloss 2·6 mm. Dieser Unterschied fällt zu Gunsten der hier be-

¹⁾ Sitz.- Ber. d. math. phys. Klasse d. Münchener Akad., Bd. 32, S. 113 und in demselben Bd. S. 209, 1902.

schriebenen Methode aus, da ein höherer Druck einem reineren Körper entspricht. Der Druck von 90·0 mm ist noch niedriger als der Schmelzdruck des atmosphärischen Stickstoffs nach meinen Bestimmungen. Angesichts dessen aber, dass die Bestimmungen von Fischer und Alt unter anderen Umständen und nach einer ganz anderen Methode ausgeführt wurden als die meinigen, ist die Übereinstimmung der Resultate der beiden Untersuchungen als eine ganz zufriedenstellende anzusehen.

Die erste Bestimmung des Erstarrungspunktes des Stickstoffs und zwar des atmosphärischen, verdanken wir Olszewski, welcher im Jahre 1885¹⁾ diesen Punkt zu -214° und 60 mm angab. Diese Zahlen weichen von den von Fischer und Alt ($-210\cdot52^{\circ}$ und 90 mm) sowie von meinigen (93·5 mm bzw. 90·2 mm) beträchtlich ab; die wahrscheinliche Ursache dieser Abweichung wird weiter unten besprochen.

VI. Die trockene Luft besteht hauptsächlich aus drei Komponenten: Stickstoff, Sauerstoff und Argon; die übrigen treten in so winziger Menge auf, dass sie bei unseren Erwägungen vernachlässigt werden können. Nach den Bestimmungen von Kreuzler enthält die Luft 20·91 Prozent Sauerstoff; der Rest, d. i. 79·09%, besteht aus 78·15% Stickstoff und 0·94% (genauer 0·937%, s. Travers Study of Gases, p. 116) Argon. Entfernen wir Sauerstoff aus der Luft, d. i. stellen wir atmosphärischen Stickstoff dar, dann erhalten wir ein Gemisch von 98·81 Volumprozenten Stickstoff mit 1·18 Volumprozenten Argon oder 100 Vol. Stickstoff und 1·199 Vol. Argon. Das Gewichtsverhältnis ist in diesem Falle: 98·33% Stickstoff und 1·67% Argon oder 100 Teile Stickstoff und 1·70 Teile Argon. Diese Zahlen werden uns erlauben, etwas näher in die Bedeutung des Unterschiedes der Zahlen für den chemisch reinen und den atmosphärischen Stickstoff einzugehen. Hätten wir nämlich ein Mittel, ausser den Schmelzdrucken noch die Schmelztemperaturen zu bestimmen, welche denselben entsprechen, dann würde es möglich sein, den Einfluss des Argons zahlenmässig auszudrücken.

Um dies zu erreichen, können wir uns der Methode von Ramsay und Young²⁾ bedienen, welche erlaubt, aus zwei bekannten Pun-

¹⁾ C. R. 100, 350.

²⁾ Phil. Mag. (5), 21, 33; 1886.

kten einer Dampfdruck-Kurve den ganzen Verlauf derselben zu berechnen. Man nimmt zu diesem Zwecke die Temperatur einer Flüssigkeit, deren Dampfspannungskurve genau bekannt ist, z. B. des Wassers, welche dem Dampfdrucke der untersuchten Substanz entspricht, und dividiert durch sie die Temperatur der Substanz; den erhaltenen Quotienten trägt man als Abszisse, die Temperatur des Wassers als Ordinate auf. Bestimmt man auf solche Weise mehrere Punkte, dann überzeugt man sich, dass sie alle auf einer Geraden liegen; eventuell kann mit Hilfe dieser Geraden die nicht ganz genau bestimmte Dampfdruckkurve korrigiert und ergänzt werden. Da die Linie eine Gerade ist, reichen zwei genau bestimmte Punkte aus, um alle anderen zu berechnen.

Für Stickstoff kennen wir in der Nähe des Erstarrungspunktes die Dampfdrucke, da sie ja von Fischer und Alt bestimmt worden sind. Ich bediente mich nur des Kurvenstückes, welches von diesen Verfassern in ihrer zweiten Abhandlung angegeben wurde, da sie diese Messungen für genauer und richtiger ansehen ¹⁾. Aus diesen Zahlen erhalten wir die folgende Tabelle:

P_{mm}	T_{N_2} abs.	T_{aq} abs. ²⁾	$T_{\text{N}_2} : T_{\text{aq}}$
120	64.54°	328.44°	0.196505
110	63.85	326.63	0.195450
105	63.56	325.68	0.195161
100	63.22	324.69	0.194709
95	62.88	323.65	0.194284
89.2	62.40	322.39	0.193802 ₅

Trägt man die Zahlen in der dritten und in der vierten Rubrik als Ordinaten bezw. als Abszissen auf, dann bekommt man eine Reihe von Punkten, welche fast genau auf einer Geraden liegen; die kleine Abweichung kann leicht graphisch korrigiert werden.

Nun bestimmt man mittels der Tabelle der Dampfspannungen des Wassers, welche Temperaturen des Wassers den Drucken 90.2 mm, bezw. 93.5 mm entsprechen. Man erhält:

¹⁾ L. c. S. 213 und 214.

²⁾ Nach Regnault's Messungen berechnet von Broch. Siehe Landolt und Börnstein, Phys. Chem. Tabellen, S. 53.

P	Temperatur
90.2 mm	entspricht 322.61° abs.
93.5 „	„ 323.37° abs.

Es werden darauf auf der Geraden die Abszissen abgelesen, welche diesen Temperaturen als Ordinaten entsprechen; es sind dies die Zahlen:

$T_{\text{aq.}}$	$T_{\text{N}_2} : T_{\text{aq.}}$
322.61°	0.193915
323.37°	0.194197

Werden die einander entsprechenden Koordinaten mit einander multipliziert, dann erhält man die dazu gehörigen Temperaturen des Stickstoffs:

P	T_{N_2}
90.2 mm (atm.)	62.56° abs. = — 210.47°
93.5 mm (chem.)	62.79° abs. = — 210.24°

Der Unterschied also, welchen 1.70 g Argon in 100 g Stickstoff aufgelöst in dem Schmelzpunkte hervorbringt, beträgt 0.23°. Setzt man diesen Wert in die Formel:

$$E = \frac{\Delta T \cdot g \cdot M}{m \cdot 100}$$

ein, wo ΔT die Temperaturerniedrigung, g die Menge des Stickstoffs, m die Menge und M das Molekulargewicht des Argons bedeutet, dann lässt sich die molekulare Gefrierpunktserniedrigung für Stickstoff berechnen. Von diesen Grössen sind alle direkt mit Sicherheit bekannt, bis auf die Molekulargrösse des Argons im flüssigen bzw. gelösten Zustande; wir haben jedoch keinen Grund anzunehmen, dass sich dieses vollkommen inaktive Element im flüssigen Zustande polymerisiert; nach den vor einigen Jahren in diesem Laboratorium ausgeführten Versuchen zeigt das gasförmige Argon als thermometrische Substanz angewendet noch weit unterhalb des kritischen Punktes keine Abweichung von den einfachen Gasgesetzen. Es darf also mit grosser Sicherheit das Molekulargewicht des Argons zu 39.92 angenommen werden.

Aus den obigen Zahlen berechnet sich die molekulare Gefrierpunktserniedrigung des Stickstoffs zu 5.39. Es ist dieses eine sehr niedrige Konstante, die unter die kleinsten der bekannten Gefrierpunktserniedrigungen zu zählen ist; man muss aber bedenken, dass

diese Zahl für so tiefe Temperaturen nie gross sein kann, es sei denn, dass die Schmelzwärme des untersuchten Lösungsmittels äusserst klein ist. Aus der van 't Hoff'schen Formel:

$$E = \frac{0.0198 \cdot T^2}{C},$$

wo T die Schmelztemperatur, C die Schmelzwärme bedeutet, berechnet sich mit Hilfe des oben gefundenen Wertes von E die Schmelzwärme zu $14.49 \text{ kal.} = 60.44 \text{ Joule}$.

Werden die obigen Rechnungen unter Zugrundelegung des Wertes für den Schmelzdruck aus der I Versuchsserie im § IV durchgeführt, dann erhält man folgende Zahlen:

$$\text{Schmelztemperatur} = 62.53^\circ = -210.50^\circ.$$

$$\text{Unterschied vom chemischen Stickstoff} = 0.26^\circ.$$

$$E = 6.23.$$

$$C = 12.82 \text{ kal.} = 53.47 \text{ Joule}.$$

Es muss betont werden, dass die Zahlen, welche eben berechnet wurden, nicht als genau anzusehen sind, dass sie vielmehr nur einen annähernden Charakter besitzen, da ja eine Extrapolation solcher Art keinen streng richtigen Schmelzpunkt ergeben, wohl aber zur Orientierung dienen kann.

VII. Es erübrigt noch zu überlegen, was der Grund der Abweichung der Zahlen von Fischer und Alt sowie der von Olszewski von den bei dieser Untersuchung gefundenen ist. Allem Anschein nach ist er in der Verunreinigung des Stickstoffs durch Sauerstoff bzw. durch Argon zu suchen. Diese niedrigen Drucke, wenn sie durch Siedenlassen der Flüssigkeit unter vermindertem Drucke erzielt werden, erreicht man erst nach längerer Zeit, nachdem der grösste Teil der Flüssigkeit durch Wegkochen entfernt wurde und der rückständige Teil sich an den vorher in kleiner Menge vorhandenen Verunreinigungen stark angereichert hat. Der Stickstoff, dessen sich Fischer und Alt bedienten, enthielt anfangs nicht einmal 0.2% Sauerstoff; durch Abdestillieren des Stickstoffs stieg die Menge des Sauerstoffs so weit, dass der Schmelzpunkt der Lösung dem des atmosphärischen nach meiner Bestimmung ungefähr gleich kam; dieses beweist, dass die molekulare Menge des Sauerstoffs in diesem Falle ungefähr gleich war der molekularen Menge des Ar-

gons im atmosphärischen Stickstoff, d. i. dass das Volumprozent von Sauerstoff zu dieser Zeit ca. 1·2 betrug. Es wäre interessant gewesen, eine Analyse des Gases am Schluss des Experimentes auszuführen.

Olszewski, welcher seine Messungen zehn Jahre von der Entdeckung von Argon ausführte, wandte einen Stickstoff an, der von Haus aus verunreinigt war, und zwar, da er sich des atmosphärischen Stickstoffs bediente, mit 1·70 Gewichtsprozenten Argon. Das Gas wurde in einem Gasometer über Wasser aufbewahrt und dann mittels einer Nattererschen Kompressionspumpe in Stahlflaschen unter einem Drucke von etwa 60 Atmosphären hineingepumpt; es war bei dieser Arbeitsmethode auch eine Verunreinigung mit Luft, also mit Sauerstoff und mit Spuren von Argon, nicht ausgeschlossen. Die Menge dieser Verunreinigungen musste sich durch Abdestillieren von Stickstoff vergrössern, so dass Olszewski schliesslich beim Erstarrenlassen der Flüssigkeit die Temperatur 59° abs. und den Druck 60 mm erhielt. Da er in seiner Abhandlung die Dampfdrucke des Stickstoffs bestimmt hat, ist es möglich, mittels des Verfahrens von Ramsay und Young die Temperatur bis zur Dampfspannung 60 mm zu extrapolieren, und zwar auf Grund der von ihm angegebenen Zahlen. Die Gleichung der mittels der Temperaturen 77° , 80° , 84° und $87\cdot5^{\circ}$ (abs.)¹⁾ aufgestellten Extrapolationslinie ist:

$$y = 3348 x - 321\cdot7,$$

wieder in Bezug auf die Dampfspannungen von Wasser nach Regnault und Broch. Die der Dampfspannung 60 mm entsprechende Temperatur ist für Wasser $+41\cdot7^{\circ}$ oder $314\cdot7^{\circ}$ abs. = y , woraus sich für x der Wert 0·1904 und die Temperatur des Stickstoffs zu $59\cdot85^{\circ}$ abs. oder $-213\cdot15^{\circ}$ ergibt; dieses bedeutet eine Differenz zwischen der extrapolierten und der gemessenen Temperatur von $0\cdot85^{\circ}$, was eine gute Übereinstimmung genannt werden darf, wenn man noch dazu bedenkt, mit welchen Schwierigkeiten man im Jahre 1885 bei Anstellung solcher Versuche zu kämpfen hatte.

¹⁾ Die Temperaturen sind der von Travers (Study of Gases, S. 242) berechneten Tabelle entnommen.

Table par noms d'auteurs des matières

contenues dans le Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie.
(Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles).

Année 1903.

- Balicka-Iwanowska (G.)** Recherches sur la décomposition et la régénération des corps albuminoïdes dans les plantes 9.
- Bruner (L.)** v. Tołoczko (St.).
- Brzeziński (J.)** Le chancre des arbres, et ses symptômes 95.
- Cybulski (N.)** Sur la théorie de l'origine des courants électriques dans les tissus des animaux et des plantes 622.
- Dobrowolski (St.)** La flore du vagin 82.
— Sur les cytotoxines placentaires 256.
- Dziewoński (K.)** Sur un nouveau hydrocarbure aromatique: le trinaphtylènebenzène ou décacyclène et sur un composé sulfuré rouge: le dinaphtyléthiophène 77.
— Sur un nouvel hydrocarbure aromatique: le décacyclène et sur un dérivé du thiophène de couleur rouge: le dinaphtyléthiophène 632.
- Eisenberg (Ph.)** Sur les lois quantitatives de la réaction entre les toxines et les antitoxines 260.
— Sur l'adaptation des microorganismes aux moyens de défense de l'organisme infecté 532.
- Estreicher (T.)** Sur les points de fusion de l'oxygène et de l'azote 831.
- Friedberg (G.)** Sur le bassin miocénique de Rzeszów 504.
- Garbowski (T.)** Sur le développement parthénogénétique des Astéries 810.
- Gliński (K.)** Les glandes à pepsine dans la partie supérieure de l'oesophage 740.
- Godlewski (É.)** père. Sur la formation des matières albuminoïdes dans les plantes 313.
- Gorczyński (L.)** Etudes sur la marche annuelle de l'insolation 465.
- Gutwiński (R.)** De algis, praecipue diatomaceis a Dre J. Holderer anno 1898 in Asia centrali atque in China collectis 201.
- Heinrich (W.)** Sur la fonction de la membrane du tympan 536.
- Hetper (J.)** v. Marchlewski (L.).
- Janczewski (Éd.)** Essai d'une disposition naturelle des espèces dans le genre Ribes L. 232.
— La sexualité des Groseillers (Ribes L.). 788.
- Kowalewski (M.)** Études helmintologiques, VII-me partie 517.
- Kowalski (J.)** v. Zdanowski (B.).

- Kulczyński (Vl.)** Araneorum et Opilionum species in insula Creta a Comite Dre Carolo Attems collectae 32.
- Marchlewski (L.)** Sur les causes de l'inactivité de l'acide antitartrique 7.
— Sur la phylloérytrine 638.
- Marchlewski (L.) et Hetper (J.)** Recherches sur la matière colorante du sang 795.
- Maziarski (St.)** Sur les rapports des muscles et de la cuticule chez les Crustacés 520.
- Natanson (M.)** Sur l'application des équations de Langrange dans la Théorie de la Viscosité 268.
— Sur l'approximation de certaines équations de la Théorie de la Viscosité 283.
— Remarques sur la théorie de la relaxation 767.
- Olszewski (Ch.)** Un appareil nouveau pour la liquéfaction de l'hydrogène 241.
- Pawlewski (B.)** Sur la réaction entre les oximes et le chlorure de thionyle et sur quelques constantes physiques du camphéronitryle 8.
— Sur une nouvelle synthèse directe du α -phénylbenzimidazole 227.
- Pawlewski (Br.) et Reutt (Ch.)** De la condensation des oximes avec les hydrazines et des propriétés des hydrazones 502.
- Puzyna (J.)** Sur les sommes d'un nombre infini de séries entières et sur le théorème de M. Mittag-Leffler 247.
- Reutt (Ch.)** v. Pawlewski (Br.).
- Russjan (C.)** Quelques propositions sur les Déterminants 1.
— Méthode de Pfaff pour l'intégration des équations différentielles aux dérivées partielles du 1^e ordre. Première communication 425.
— Méthode de Pfaff pour l'intégration des équations différentielles aux dérivées partielles du 1-er ordre 643.
- Satke (L.)** De l'état hygrométrique à Tarnopol 629.
- Smoluchowski (M.)** Sur les phénomènes aérodynamiques et les effets thermiques qui les accompagnent 143.
— Contribution à la théorie de l'endosmose électrique et de quelques phénomènes corrélatifs 182.
- Stekloff (W.)** Sur la théorie des séries trigonométriques 713.
- Tondera (F.)** Contribution à la connaissance de la gaine d'amidon 512.
- Tolloczko (St.) et Bruner (L.)** Sur la vitesse de dissolution des corps solides 555.
- Wójcik (K.)** La faune infraoligocène de Kruhel mały près de Przemyśl. (Couches de Clavulina Szabói). Les Foraminifères et les Mollusques 798.
- Wrzosek (A.)** Recherches sur les voies de passage des microbes du tube digestif dans les organes internes à l'état normal 759.

- Załoziński (R.)** Sur la nitration des fractions du pétrole de la Galicie dont le point d'ébullition est peu élevé 228.
- Zaremba (St.)** Remarques sur les travaux de M. Natanson relatifs à la théorie de la viscosité 85.
- Sur une généralisation de la théorie classique de la viscosité 380.
 - Sur un problème d'hydrodynamique lié à un cas de double réfraction accidentelle dans les liquides et sur les considérations théoriques de M. Natanson relatives à ce phénomène 403.
 - Sur une forme perfectionnée de la théorie de la relaxation 594.
 - Le principe des mouvements relatifs et les équations de la mécanique physique (Réponse à M. Natanson) 614.
- Zdanowski (B.) et Kowalski (J.)** Nouvelle méthode pour la mesure des résistances électrolytiques liquides et plusieurs de ses applications 793.

Errata.

Page 391, formules (18), première équation, lisez:

$$p'_i - p = (\Pi - p) e^{-\frac{t-t'}{T_1}} + (p_i - \Pi) e^{-\frac{t-t'}{T}}$$

Page 391, formule (20), lisez:

$$\Pi' - p = (\Pi - p) e^{-\frac{t-t'}{T_1}}$$

Page 408, formules (4); remplacez dans les valeurs des quantités p_{yz} , p_{zx} et p_{xy} la lettre λ par la lettre μ .

Nakładem Akademii Umiejętności.

Pod redakcją

Członka delegowanego Wydziału matem.-przyr., Dra Leona Marchlewskiego.

Kraków, 1904. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

13 Stycznia 1904.



PUBLICATIONS DE L'ACADÉMIE

1873 — 1902

Librairie de la Société anonyme polonaise

(Spółka wydawnicza polska)

à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof. (Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires), in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog. (Classe de philologie. Séances et travaux), in 8-vo, volumes II—XXXIII (vol. I épuisé). — 258 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof. (Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux), in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XLII, (vol. I, II, XIV épuisés, 61 pl.) — 276 k.

»Sprawozdania komisji do badania historii sztuki w Polsce. (Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne), in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisji językowej. (Comptes rendus de la Commission de linguistique), in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury oświaty w Polsce. (Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne), in 8-vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poetarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III, Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 6 k. Vol. IV, Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzy polskich. (Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle), in 8-vo, 41 livr. 51 k. 80 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed. Piekosiński. 20 k. — Vol. II, XII et XIV, Cod. epistol. saec. XV ed. A. Sokołowski et J. Szujski; A. Lewicki. 32 k. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. — Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński. 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed. Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI, XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol. II, Chroniconum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski. 6 k. — Vol. III, Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński. 6 k. — Vol. VII, X, XIV, XVII Annales Domus professorum S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. — Vol. XV, Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI, Stanisłai Temberski Annales 1647—1656, ed. V. Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wislocki 1546—1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 20 k. —

