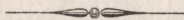


RÉPONSE AUX QUESTIONS DE CAVALIERI.



Il y a longtemps qu'à l'exemple d'Archimède pour sa *parabole*, j'ai carré toutes celles en nombre indéfini dans lesquelles les abscisses sont proportionnelles aux ordonnées élevées à une puissance quelconque. Cette découverte, que j'ai été le premier à faire, a été communiquée à M. de Beaugrand et à d'autres; cependant je dois dire que M. de Roberval, qui, sur mes indications, s'était attaqué à ces questions, en a trouvé de lui-même la solution, et a ainsi donné une preuve de l'heureuse perspicacité de son génie en Mathématique.

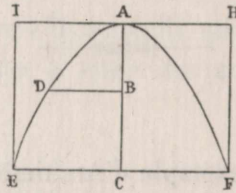
J'ai également trouvé les centres de gravité de ces figures et de celles qui en dérivent; j'ai employé à cet effet cette méthode qui m'appartient et grâce à laquelle j'ai aussi bien construit les tangentes des courbes quelconques, ainsi que leurs asymptotes, enfin tous les problèmes qui se rapportent à la recherche du maximum et du minimum.

Mais arrivons à la question : le savant Bonaventure Cavalieri demande ce que l'on peut dire des quadratures précitées. J'ai établi une règle générale qui donne la solution, non seulement quand il y a rapport constant entre l'abscisse et une puissance de l'ordonnée, mais aussi quand le rapport est donné entre une puissance quelconque de l'abscisse et une puissance quelconque de l'ordonnée; voici l'énoncé général.

Soit une figure parabolique quelconque EAF (*fig. III*), et supposons, par exemple, $\frac{CA^3}{BA^3} = \frac{EC^4}{DB^4}$. Je prends les exposants des puissances, tant des ordonnées que des abscisses : l'exposant est 4 pour le bicarré

de l'ordonnée; 3 pour le cube de l'abscisse. Je dis donc que le rapport du parallélogramme EH à l'aire de la figure EAF est le même que celui de la somme des exposants des deux puissances à l'exposant de la

Fig. III.



puissance des ordonnées. Ainsi, dans l'exemple proposé, le rapport du parallélogramme à la figure inscrite sera de 7 à 4.

Dès lors, si, par exemple, $\frac{EC^4}{DB^4} = \frac{CA}{AB}$, l'exposant de l'abscisse étant simplement l'unité, le rapport du parallélogramme à la figure sera de 5 à 4.

Il en sera de même indéfiniment pour toutes les figures de ce genre.

Donc on peut affirmer ce que le savant Cavalieri ne proposait qu'avec doute, à savoir que s'il y a rapport constant entre les puissances des ordonnées et la simple longueur de l'abscisse (ou avec le côté, comme disent les analystes), le rapport du parallélogramme à la figure est de 2 à 1 pour le triangle, de 3 à 2 pour la parabole simple, de 4 à 3 pour la parabole cubique, de 5 à 4 pour la biquadratique, et ainsi de suite indéfiniment.

Si maintenant, en laissant fixe la droite CA, on fait tourner la figure autour d'elle de façon à engendrer un solide, le rapport du cylindre EH à ce solide se trouvera comme suit :

Le cylindre est au solide dans le rapport de la somme du double de l'exposant de la puissance de l'abscisse et de l'exposant de la puissance de l'ordonnée à ce dernier exposant.

Soit, par exemple, $\frac{EC^3}{DB^3} = \frac{CA^2}{BA^2}$. L'exposant du carré de l'abscisse est 2, dont le double est 4; ajoutant 3, exposant de la puissance de

l'ordonnée, on a 7; le rapport du cylindre au solide est donc de 7 à 3 (exposant de la puissance de l'ordonnée).

Par là, j'ai répondu à la seconde question.

Les *centres de gravité* de toutes ces figures, tant planes que solides, divisent le diamètre dans le rapport soit du parallélogramme à la figure plane, soit du cylindre au solide.

Si *l'on fait tourner la figure autour de EF*, le solide engendré n'est plus simple comme précédemment, mais composé. Cependant un habile géomètre peut facilement établir une proposition simple entre ce solide et le cylindre circonscrit. Je pourrai le montrer plus longuement et avec des preuves à M. Cavalieri, s'il le désire.

Mais quand il demande si des courbes de ce genre, en dehors du triangle et de la parabole, peuvent être des sections coniques, il semble ne pas penser à leurs propriétés spécifiques; il est tout aussi impossible qu'elles soient des sections coniques qu'il est impossible que la section de la sphère par un plan soit une parabole, une hyperbole, ou une ellipse.

Je lui demanderai en grâce de vouloir bien nous envoyer d'Italie quelques problèmes.

