

XV Krajowa Konferencja Automatyki

Tom II



Redaktorzy:
Zdzisław Bubnicki
Roman Kulikowski
Janusz Kacprzyk

XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom II



Redaktorzy:
Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska

Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów

Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący	Zdzisław BUBNICKI
Zastępca Przewodniczącego	Roman KULIKOWSKI

CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA	Michał BIAŁKO
Mikołaj BUSŁOWICZ	Władysław FINDEISEN
Ryszard GESSING	Henryk GÓRECKI
Jakub GUTENBAUM	Jerzy JÓZEFczyk
Stanisław KACZANOWSKI	Tadeusz KACZOREK
Janusz KACPRZYK	Jerzy KLAMKA
Józef KORBICZ	Zbigniew KOWALSKI
Krzysztof KOZŁOWSKI	Juliusz L. KULIKOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI	Kazimierz MALANOWSKI
Krzysztof MALINOWSKI	Wojciech MITKOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI	Władysław PEŁCZEWSKI
Tadeusz PUCHAŁKA	Leszek RUTKOWSKI
Stanisław SKOCZOWSKI	Roman SŁOWIŃSKI
Jerzy ŚWIĄTEK	Andrzej ŚWIERNIAK
Ryszard TADEUSIEWICZ	Piotr TATJEWSKI
Krzysztof TCHOŃ	Leszek TRYBUS
Jan WĘGLARZ	Andrzej P. WIERZBICKI

KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący	Roman KULIKOWSKI
Zastępcy Przewodniczącego	Janusz KACPRZYK
	Stanisław KACZANOWSKI
	Tadeusz KACZOREK
	Krzysztof MALINOWSKI
Członkowie	Roman OSTROWSKI
	Tadeusz PUCHAŁKA
	Dariusz WAGNER
Sekretarze naukowci	Jan STUDZIŃSKI
	Jan W. OWSIŃSKI

ISBN 83-89475-01-4

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

ROBOTY

POWTARZALNY ALGORYTM KINEMATYKI ODWROTNEJ DLA PODWÓJNIE NIEHOLONOMICZNYCH MANIPULATORÓW MOBILNYCH[†]

Krzysztof TCHOŃ, Janusz JAKUBIAK

Politechnika Wroclawska, Instytut Informatyki, Automatyki i Robotyki
 ul. Janiszewskiego 11/17, 50-372, Wroclaw, e-mail: tchon|jjakubia@ict.pwr.wroc.pl

Streszczenie: Manipulator mobilny jest układem robotycznym złożonym z platformy mobilnej i stacjonarnego manipulatora pokładowego zamontowanego na platformie. Przedmiotem referatu są podwójnie nieholonomiczne manipulatory mobilne, w których zarówno platforma jak i manipulator pokładowy są nieholonomiczne. Dla takich układów zaproponowano algorytm kinematyki odwrotnej typu jakobianu rozszerzonego. Algorytm ma własność powtarzalności i wyznacza w endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej podrozmaitość niezmienniczą, która może być wykorzystana do koordynacji ruchów platformy i manipulatora pokładowego. Działanie algorytmu zostało zilustrowane symulacjami komputerowymi.

Słowa kluczowe: Manipulator mobilny, manipulator nieholonomiczny, algorytm kinematyki odwrotnej, jakobian rozszerzony, powtarzalność

1. WPROWADZENIE

Manipulator mobilny definiujemy jako układ robotyczny złożony z platformy mobilnej i umieszczonego na niej stacjonarnego manipulatora pokładowego. Do najczęściej rozważanych w literaturze należą manipulatory mobilne złożone z nieholonomicznej platformy i holonomicznego manipulatora pokładowego [3–6, 8, 9, 16]. Do analizy tego typu manipulatorów mobilnych została zaproponowana metoda endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej [13, 14].

Przedmiotem niniejszego referatu są manipulatory mobilne zwane podwójnie nieholonomicznymi, złożone z nieholonomicznej platformy, na której umieszczono nieholonomiczny manipulator. Konstrukcja, modelowanie i algorytmy sterowania manipulatora nieholonomicznego zostały opisane w pracach [2, 7, 10]. Podstawową cechą konstrukcyjną tego manipulatora jest możliwość poruszania wieloma przegubami przy pomocy dwóch układów napędowych, dzięki zastosowaniu tzw. przekładni nieholonomicznych. Kinematyka manipulatora podwójnie nieholonomicznego opisuje zależność położenia i orientacji efektora od sterowań platformy i manipulatora pokładowego. Z punktu widzenia teorii sterowania kinematyka ta może być opisana przez dwa niezależne bezdry-

kowe układy sterowania ze wspólną funkcją wyjścia wyznaczającą współrzędne efektora w przestrzeni zadaniowej. Taka konceptualizacja umożliwia naturalne rozszerzenie metody endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej na manipulatory podwójnie nieholonomiczne; wystarczy w tym celu zdefiniować endogeniczną przestrzeń konfiguracyjną jako przestrzeń funkcji sterujących platformy i manipulatora pokładowego. Dzięki temu rozszerzeniu definiujemy dla manipulatora podwójnie nieholonomicznego kinematykę chwilową, jakobian analityczny, konfiguracje regularne i osobliwe, jakobian pseudoodwrotny, wyróżniamy konfiguracje zręczne i izotropowe, a także wyprowadzamy jakobianowe algorytmy kinematyki odwrotnej [15].

Celem niniejszej pracy jest skonstruowanie nowego jakobianowego algorytmu kinematyki odwrotnej dla manipulatorów podwójnie nieholonomicznych, tzw. algorytmu typu jakobianu rozszerzonego. W tym celu wybieramy w endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej pewnej bazy ortogonalnej, po czym dekomponujemy tę przestrzeń na podprzestrzeń skończenie wymiarową, odpowiadającą początkowym funkcjom bazowym i na pozostałą podprzestrzeń nieskończenie wymiarową, dopełniającą przestrzeń zadaniową manipulatora mobilnego do endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej. Następnie definiujemy odwzorowanie rozszerzające kinematykę manipulatora mobilnego, a odpowiednie odwzorowanie styczne, zwane jakobianem rozszerzonym, wykorzystujemy do zdefiniowania odwrotności jakobianu manipulatora mobilnego. Algorytm rozszerzonego jakobianu odwrotnego ma dwie podstawowe zalety. Po pierwsze, algorytm jest powtarzalny, co oznacza, że jeżeli zostanie on zastosowany do rozwiązania sekwencji odwrotnych zadań kinematyki, w których pewne zadanie powtarza się, za każdym razem rozwiązanie zadania powtarzającego się będzie takie samo, niezależnie od punktu startowego algorytmu [11]. Po drugie, w endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej pojawia się podrozmaitość niezmiennicza ze względu na dynamikę algorytmu, zależna od sposobu rozszerzenia kinematyki. Przy odpowiednim wyborze odwzorowania rozszerzającego rozmaitość ta powinna umożliwić koordynację ruchów platformy i manipulatora pokładowego. W referacie propo-

[†]Praca wykonana w ramach grantu statutowego KBN.

ujemy specyficzny algorytm jacobianu rozszerzonego, zwany odsprężonym, hiperboliczno-liniowym, z dominacją platformy. Układ referatu jest następujący. W rozdziale 2 przedstawiamy podstawowe pojęcia związane z metodą endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej, przeprowadzamy dekompozycję tej przestrzeni, a także definiujemy w sposób ogólny algorytm kinematyki odwrotnej typu jacobianu rozszerzonego. W rozdziale 3 uszczegóławiamy te pojęcia w odniesieniu do podwójnie nieholonomicznego manipulatora mobilnego. Wyniki badań symulacyjnych algorytmu rozszerzonego jacobianu odwrotnego zawiera rozdział 4. Rozdział 5 stanowi podsumowanie pracy.

2. POJĘCIA PODSTAWOWE

Rozważmy pewien układ robotyczny, którego kinematyka we współrzędnych jest opisana za pomocą następującego układu sterowania z wyjściem

$$\begin{cases} \dot{q} = G(q)u = \sum_{i=1}^m g_i(q)u_i \\ y = k(q) = (k_1(q), \dots, k_r(q)). \end{cases} \quad (1)$$

W równaniach (1) $q \in R^n$ oznacza wektor współrzędnych uogólnionych układu, $u \in R^m$ jest wektorem sterowań, $y \in R^r$ oznacza wektor współrzędnych zadaniowych. Pola wektorowe $g_i(q)$ i funkcje $k_j(q)$ są analityczne. Niech $T > 0$ oznacza horyzont sterowania układu. Zakładamy, że funkcje sterujące $u(\cdot)$ układu (1) są całkowalne z kwadratem na interwale $[0, T]$. Zbiór tych funkcji definiuje endogeniczną przestrzeń konfiguracyjną $\mathcal{X} = L_m^2[0, T]$ układu. \mathcal{X} jest przestrzenią Hilberta z iloczynem skalarnym

$$\langle u(\cdot), v(\cdot) \rangle_R = \int_0^T u^T(t)R(t)v(t)dt, \quad (2)$$

gdzie $R(t) = r(t)I_m$, $r(t) > 0$ i normą $\|u(\cdot)\|_R^2 = \int_0^T u^T(t)R(t)u(t)dt$. Dla zadanych współrzędnych początkowych q_0 układu i konfiguracji endogenicznej $u(\cdot) \in \mathcal{X}$ możemy z równań (1) wyznaczyć trajektorie $q(t) = \varphi_{q_0, t}(u(\cdot))$ układu i odpowiadającą jej trajektorie zadaniową $y(t) = k(q(t))$, $t \in [0, T]$. Odwzorowanie wejście-wyjście układu (1)

$$K_{q_0, T}(u(\cdot)) = k(\varphi_{q_0, T}(u(\cdot))) \quad (3)$$

nazywamy kinematyką chwilową układu robotycznego. Jacobian analityczny jest pochodną kinematyki

$$J_{q_0, T}(u(\cdot))v(\cdot) = DK_{q_0, T}(u(\cdot))v(\cdot) = C(T) \int_0^T \Phi(T, s)B(s)v(s)ds. \quad (4)$$

Do jego obliczenia wykorzystujemy przybliżenie liniowe układu (1) wzdłuż pary sterowanie-trajektoria $(u(t), q(t))$

$$\dot{\xi} = A(t)\xi + B(t)v, \quad \eta = C(t)\xi \quad (5)$$

zainicjowane w punkcie $\xi_0 = 0$. Macierze przybliżenia definiujemy jako

$$A(t) = \frac{\partial(G(q(t))u(t))}{\partial q}, B(t) = G(q(t)), C(t) = \frac{\partial k(q(t))}{\partial q},$$

a macierz tranzycji $\Phi(t, s)$ spełnia równanie ewolucyjne

$$\frac{\partial \Phi(t, s)}{\partial t} = A(t)\Phi(t, s), \quad \Phi(s, s) = I_n.$$

Wybermy w przestrzeni konfiguracyjnej \mathcal{X} bazę $\{\varphi_i(t)e_j | i \geq 0, e_j \in R^m, j = 1, \dots, m\}$ funkcji ortogonalnych ze względu na iloczyn skalarny (2) i przedstawmy endogeniczną przestrzeń konfiguracyjną w postaci sumy

$$\mathcal{X} \cong \underbrace{L^2[0, T] \oplus \dots \oplus L^2[0, T]}_{m \text{ składników}}, \quad (6)$$

w której każdy ze składników ma tę samą bazę $\{\varphi_i(t) | i \geq 0\}$. Weźmy pod uwagę jeden ze składników dekompozycji (6). Dla każdej funkcji $f \in L^2[0, T]$ istnieje jednoznaczne przedstawienie

$$f(t) = P_k(t)x + \tilde{f}(t), \quad (7)$$

gdzie $x = (c_0, c_1, \dots, c_k) \in R^{k+1}$ jest wektorem $k+1$ początkowych współczynników rozwinięcia funkcji $f(t)$ w bazie ortogonalnej, $P_k(t) = [\varphi_0(t), \dots, \varphi_k(t)]$ zawiera początkowe funkcje bazowe, a $\tilde{f}(t) = \sum_{i=k+1}^{\infty} c_i \varphi_i(t)$. Przedstawienie (7) wyznacza izomorfizm

$$L^2[0, T] \cong R^{k+1} \oplus \tilde{L}^k[0, T], \quad (8)$$

gdzie $\tilde{L}^k[0, T]$ zawiera funkcje, których rozwinięcie ortogonalne zaczyna się od $\varphi_{k+1}(t)$.

Załóżmy, że dla każdego składnika sumy (6) i dla wybranych liczb całkowitych $k_1, k_2, \dots, k_m \geq -1$ utworzyliśmy przedstawienie (7), przy czym $k_i = -1$ oznacza, że dla składnika i -tego $P_{-1}(t) \equiv 0$. Przy takich założeniach otrzymujemy izomorfizm

$$\mathcal{X} \cong R^s \oplus \tilde{L}_{k_1, k_2, \dots, k_m}^2[0, T], \quad (9)$$

gdzie $s = m + \sum_{i=1}^m k_i$ i $\tilde{L}_{k_1, k_2, \dots, k_m}^2[0, T] \cong \tilde{L}^{k_1}[0, T] \oplus \dots \oplus \tilde{L}^{k_m}[0, T]$. Wykorzystując wzór (9) każdą funkcję sterującą $u(\cdot) \in \mathcal{X}$ potrafimy wyrazić w następującej postaci

$$u(t) = P_s(t)x + \tilde{u}(t), \quad (10)$$

dla pewnego $x \in R^s$, gdzie

$$P_s(t) = \text{macierz blokowo-diagonalna } \{P_{k_1}(t), \dots, P_{k_m}(t)\}. \quad (11)$$

Przyjmujemy teraz, że liczba wszystkich początkowych współczynników rozwinięcia jest równa wymiarowi przestrzeni zadaniowej, $s = r$. Rozszerzmy kinematykę chwilową (3) używając odwzorowania

$$H_{q_0, T} : \mathcal{X} \rightarrow \tilde{L}_{k_1, k_2, \dots, k_m}^2[0, T], \quad (12)$$

tak aby rozszerzony jacobian

$$J_{q_0, T}(u(\cdot))v(\cdot) = (J_{q_0, T}(u(\cdot))v(\cdot), DH_{q_0, T}(u(\cdot))v(\cdot))$$

był endomorfizmem endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej \mathcal{X} . Poza konfiguracjami osobliwymi możemy zdefiniować prawostronną odwrotność jacobianu w następujący sposób

$$J_{q_0, T}^{E\#}(u(\cdot))\eta = \tilde{J}_{q_0, T}^{-1}(u(\cdot))(\eta, 0(\cdot)). \quad (13)$$

$J_{q_0, T}^{E\#}(u(\cdot))$ nazywamy odwrotnością typu jacobianu rozszerzonego. Na mocy definicji odwrotność ta ma następujące własności ($\eta \in R^r$)

$$J_{q_0, T}(u(\cdot))J_{q_0, T}^{E\#}(u(\cdot))\eta = \eta \quad \text{oraz} \\ DH_{q_0, T}(u(\cdot))J_{q_0, T}^{E\#}(u(\cdot))\eta = 0(\cdot). \quad (14)$$

Pierwsza z nich mówi, że $J_{q_0, T}^{E\#}(u(\cdot))$ jest w istocie odwrotnością prawostronną. Z drugiej własności wynika, że dystrybucja rozpięta przez kolumny $J_{q_0, T}^{E\#}(u(\cdot))$ jest inwolutywna.

Korzystając z metody kontynuacji [1] i odwrotności typu jacobianu rozszerzonego nietrudno wyprowadzić następujący algorytm kinematyki odwrotnej dla układu (1)

$$\frac{d}{d\theta}u_0(t) = -\gamma(J_{q_0, T}^{E\#}(u_0(\cdot))(K_{q_0, T}(u_0(\cdot)) - y_d)(t)). \quad (15)$$

Na mocy twierdzenia wykazanego w pracy [11], z inwolutywności dystrybucji stowarzyszonej z tym algorytmem wynika jego powtarzalność.

Konkretna postać algorytmu kinematyki odwrotnej typu jacobianu rozszerzonego zależy od zastosowanego odwzorowania rozszerzającego. Zauważmy, że zgodnie ze wzorem (10) funkcję sterującą $u(\cdot)$ utożsamiamy z parą $(x, \tilde{u}(\cdot))$, taką że $u(t) = P_r(t)x + \tilde{u}(t)$, przy czym $x \in R^r$ i $\tilde{u}(\cdot) \in L_{k_1, k_2, \dots, k_m}^2[0, T]$. W niniejszej pracy będziemy używać dwóch odwzorowań rozszerzających zdefiniowanych poniżej. W tym celu wybierzmy spośród r współrzędnych wektora x m współrzędnych, niekoniecznie różnych, za pomocą selektora $S_{m, r}x = (x_{i_1}, \dots, x_{i_m})^T$. Pierwsze odwzorowanie rozszerzające definiujemy jako

$$H_{1, q_0, T}(x, \tilde{u}(\cdot))(t) = (x_{i_1} \tilde{u}_1(t), \dots, x_{i_m} \tilde{u}_m(t)), \quad (16)$$

a drugie jako

$$H_{2, q_0, T}(x, \tilde{u}(\cdot))(t) = \left(\frac{\tilde{u}_1(t)}{x_{i_1}}, \dots, \frac{\tilde{u}_m(t)}{x_{i_m}} \right). \quad (17)$$

Po zróżniczkowaniu otrzymujemy odpowiednio

$$DH_{1, q_0, T}(x, \tilde{u}(\cdot))(w, \tilde{v}(\cdot))(t) = \\ (x_{i_1} \tilde{v}_1(t) + w_{i_1} \tilde{u}_1(t), \dots, x_{i_m} \tilde{v}_m(t) + w_{i_m} \tilde{u}_m(t)),$$

$$DH_{2, q_0, T}(x, \tilde{u}(\cdot))(w, \tilde{v}(\cdot))(t) = \\ \left(\frac{x_{i_1} \tilde{v}_1(t) - w_{i_1} \tilde{u}_1(t)}{x_{i_1}^2}, \dots, \frac{x_{i_m} \tilde{v}_m(t) - w_{i_m} \tilde{u}_m(t)}{x_{i_m}^2} \right).$$

W rezultacie przekształceń opisanych wzorem (13) otrzymujemy dwie odwrotności typu jacobianu rozszerzonego

$$(J_{1, q_0, T}^{E\#}(u(\cdot))\eta)(t) = (J_{1, q_0, T}^{E\#}(x, \tilde{u}(\cdot))\eta)(t) = v(t) = \\ \left(P_r(t) - \text{diag} \left\{ \frac{\tilde{u}_k(t)}{x_{i_k}} \right\}_m S_{m, r} \right) E^{-1} \eta, \quad (18)$$

$$(J_{2, q_0, T}^{E\#}(u(\cdot))\eta)(t) = (J_{2, q_0, T}^{E\#}(x, \tilde{u}(\cdot))\eta)(t) = v(t) = \\ \left(P_r(t) + \text{diag} \left\{ \frac{\tilde{u}_k(t)}{x_{i_k}} \right\}_m S_{m, r} \right) E^{-1} \eta, \quad (19)$$

przy czym $\text{diag}\{a_k\}_m = \text{diag}\{a_1, \dots, a_m\}$, a macierze E i F zostały zdefiniowane w następujący sposób

$$E = C(T) \int_0^T \Phi(T, s) B(s) \left(P_r(s) - \text{diag} \left\{ \frac{\tilde{u}_k(s)}{x_{i_k}} \right\}_m S_{m, r} \right) ds, \\ F = C(T) \int_0^T \Phi(T, s) B(s) \left(P_r(s) + \text{diag} \left\{ \frac{\tilde{u}_k(s)}{x_{i_k}} \right\}_m S_{m, r} \right) ds.$$

3. MANIPULATOR PODWÓJNIE NIEHOLO- NICZNY

Jak już zaznaczyliśmy, manipulator podwójnie nieholonomiczny składa się z nieholonomicznej platformy mobilnej i nieholonomicznego manipulatora pokładowego. Kinematykę takiego manipulatora można opisać przy pomocy następującego układu sterowania [15]

$$\dot{q} = G(q)u^1 = \sum_{i=1}^{m_1} g_i(q)u_i^1, \quad \dot{p} = F(p)u^2 = \sum_{i=1}^{m_2} f_i(p)u_i^2 \\ y = k(q, p) = (k_1(q, p), \dots, k_r(q, p)). \quad (20)$$

W równaniach (20) $q \in R^{n_1}$ i $p \in R^{n_2}$ oznaczają współrzędne uogólnione platformy i współrzędne przegubowe manipulatora pokładowego, $u^1(t) \in R^{m_1}$, $u^2(t) \in R^{m_2}$ są sterowaniami platformy i manipulatora, a $y \in R^r$ oznacza położenie i orientację efektora. Niech $T > 0$ będzie horyzontem sterowania. Endogeniczna przestrzeń konfiguracyjna $X = L_{m_1}^2[0, T] \times L_{m_2}^2[0, T]$ manipulatora podwójnie nieholonomicznego jest produktem odpowiednich przestrzeni Hilberta. Iloczyn skalarny w X jest dany formułą $\langle (u^1(\cdot), v^1(\cdot)), (u^2(\cdot), v^2(\cdot)) \rangle_{R_1 R_2} = \int_0^T ((u^1)^T(t)R_1(t)v^1(t) + (u^2)^T(t)R_2(t)v^2(t)) dt$. Będziemy zakładać, że $R_1(t) = r_1(t)I_{m_1}$, $R_2(t) = r_2(t)I_{m_2}$.

Dla zadanych współrzędnych początkowych (q_0, p_0) i zadanej konfiguracji endogenicznej $(u^1(\cdot), u^2(\cdot)) \in X$ manipulatora podwójnie nieholonomicznego wyliczamy trajektorię stanu $(q(t), p(t)) = (\Phi_{q_0, t}^1(u^1(\cdot)), \Phi_{p_0, t}^2(u^2(\cdot)))$, $t \in [0, T]$, i odpowiadającą jej trajektorię zadaniową $y(t) = k(q(t), p(t))$.

Kinematykę chwilową i jacobian manipulatora podwójnie nieholonomicznego zdefiniujemy stosownie do wzorów (3) and (4), tzn.

$$K_{q_0, p_0, T}(u^1(\cdot), u^2(\cdot)) = k(\Phi_{q_0, T}^1(u^1(\cdot)), \Phi_{p_0, T}^2(u^2(\cdot))),$$

$$J_{q_0, p_0, T}(u^1(\cdot), u^2(\cdot))(v^1(\cdot), v^2(\cdot)) = C_1(T) \int_0^T \Phi_1(T, s) \\ B_1(s)v^1(s)ds + C_2(T) \int_0^T \Phi_2(T, s)B_2(s)v^2(s)ds, \quad (21)$$

przy oznaczeniach

$$A_1(t) = \frac{\partial(G(q(t))u^1(t))}{\partial q}, \quad A_2(t) = \frac{\partial(F(p(t))u^2(t))}{\partial p}, \\ B_1(t) = G(q(t)), \quad B_2(t) = F(p(t)), \\ C_1(t) = \frac{\partial k(q(t), p(t))}{\partial q}, \quad C_2(t) = \frac{\partial k(q(t), p(t))}{\partial p}.$$

Macierze $\Phi_1(t, s)$, $\Phi_2(t, s)$ są macierzami tranzycji dla przybliżenia liniowego

$$\dot{\xi} = A_1(t)\xi + B_1(t)v^1(t), \quad \dot{\zeta} = A_2(t)\zeta + B_2(t)v^2(t) \\ \eta = C_1(t)\xi + C_2(t)\zeta$$

układu (20) wzdłuż $(u^1(t), u^2(t), p(t), q(t))$ przy warunku $(\xi_0, \zeta_0) = 0$.

Wybermy teraz bazy ortogonalne $\{\varphi_i(t)e_k | i \geq 0, e_k \in R^{m_1}, k = 1, \dots, m_1\}$ i $\{\psi_j(t)e_l | j \geq 0, e_l \in R^{m_2}, l = 1, \dots, m_2\}$ dla funkcji sterujących platformy $L_{m_1}^2[0, T]$ i manipulatora pokładowego $L_{m_2}^2[0, T]$. Ustalmy liczby $k_1, k_2, \dots, k_{m_1} \geq -1$ i $l_1, l_2, \dots, l_{m_2} \geq -1$, i dokonajmy utożsamienia $(u^1(\cdot), u^2(\cdot)) \cong (x^1, x^2, \tilde{u}^1(\cdot), \tilde{u}^2(\cdot))$, gdzie $x^1 \in R^{s_1}, x^2 \in R^{s_2}, s_1 = m_1 + \sum_{i=1}^{m_1} k_i, s_2 = m_2 + \sum_{i=1}^{m_2} l_i, \tilde{u}^1(\cdot) \in L_{k_1, k_2, \dots, k_{m_1}}^2[0, T], \tilde{u}^2(\cdot) \in L_{l_1, l_2, \dots, l_{m_2}}^2[0, T]$.

W celu zdefiniowania dla jakobianu (21) odwrotności typu jakobianu rozszerzonego zastosujemy odwzorowanie rozszerzające

$$H_{q_0, p_0, T}(u^1(\cdot), u^2(\cdot))(t) = \left(x_{i_1}^1 \tilde{u}_{i_1}^1(t), \dots, x_{i_{m_1}}^1 \tilde{u}_{i_{m_1}}^1(t), \frac{\tilde{u}_{j_1}^2(t)}{x_{j_1}^2}, \dots, \frac{\tilde{u}_{j_{m_2}}^2(t)}{x_{j_{m_2}}^2} \right), \quad (22)$$

będące połączeniem odwzorowań (16) i (17), przy oznaczeniach $u^1(t) = P_{s_1}(t)x^1 + \tilde{u}^1(t)$, $u^2(t) = P_{s_2}(t)x^2 + \tilde{u}^2(t)$, oraz selektorach

$$(x_{i_1}^1, \dots, x_{i_{m_1}}^1)^T = S_{m_1, s_1} x^1, \quad (x_{j_1}^2, \dots, x_{j_{m_2}}^2)^T = S_{m_2, s_2} x^2,$$

takich że $s_1 + s_2 = r$. Jak łatwo zauważyć, rozszerzenia kinematyki platformy i manipulatora pokładowego widoczne w (22) są wzajemnie niezależne. Z tego powodu algorytm kinematyki odwrotnej wykorzystujący odwzorowanie (22) nazywamy odsprężonym.

Postępując podobnie jak w poprzednim rozdziale, używamy odwrotność jakobianu

$$(J_{q_0, p_0, T}^{E\#}(u^1(\cdot), u^2(\cdot))\eta)(t) = (v^1(t), v^2(t)) = \begin{bmatrix} M_{11}(t) & 0 \\ 0 & M_{22}(t) \end{bmatrix} L^{-1} \eta \quad (23)$$

manipulatora podwójnie nieholonomicznego, gdzie

$$M_{11}(t) \equiv P_{s_1}(t) - \text{diag} \left\{ \frac{\tilde{u}_k^1(t)}{x_k^1} \right\}_{m_1} S_{m_1, s_1},$$

$$M_{22}(t) \equiv P_{s_2}(t) + \text{diag} \left\{ \frac{\tilde{u}_k^2(t)}{x_k^2} \right\}_{m_2} S_{m_2, s_2},$$

zaś $L = [E_1, E_2]$, przy określeniu

$$E_k = C_k(T) \int_0^T \Phi_k(T, s) B_k(s) M_{kk}(s) ds, \quad k = 1, 2.$$

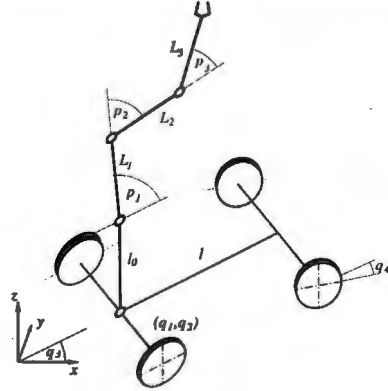
W rezultacie, algorytm kinematyki odwrotnej oparty na odwrotności (23) i stowarzyszony z odwzorowaniem rozszerzającym (22) ma następującą postać

$$\frac{d}{d\theta} \begin{pmatrix} u_\theta^1(t) \\ u_\theta^2(t) \end{pmatrix} = -\gamma (J_{q_0, p_0, T}^{E\#}(u_\theta^1(\cdot), u_\theta^2(\cdot))e_\theta)(t), \quad (24)$$

gdzie $e_\theta = K_{q_0, p_0, T}(u_\theta^1(\cdot), u_\theta^2(\cdot)) - y_d$ oznacza błąd w przestrzeni zadaniowej. Algorytm (24) ma własność powtarzalności. W przypadku, gdy $s_1 > s_2$ mówimy o algorytmie z dominacją platformy, jeżeli $s_1 < s_2$, mamy do czynienia z dominacją manipulatora pokładowego.

4. SYMULACJE

Symulacje działania algorytmu (24) przeprowadzimy dla podwójnie nieholonomicznego manipulatora mobilnego złożonego z platformy typu samochód kinematyczny i z nieholonomicznego planarnego manipulatora pokładowego o 3 stopniach swobody, pokazanych na rysunku 1.



Rysunek 1. Manipulator mobilny

Kinematyka tego manipulatora jest opisana w następujący sposób [15]

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = lu_1^1 \cos q_3 \cos q_4 \\ \dot{q}_2 = lu_1^1 \sin q_3 \cos q_4 \\ \dot{q}_3 = u_1^1 \sin q_4 \\ \dot{q}_4 = u_2^1 \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{p}_1 = u_1^2 \\ \dot{p}_2 = a_2 u_2^2 \sin p_1 \\ \dot{p}_3 = a_3 u_2^2 \sin p_2 \cos p_1, \end{cases}$$

$$y = (q_1 + lc(p) \cos q_3, q_2 + lc(p) \sin q_3, l_0 + ls(p)),$$

przy oznaczeniach $lc(p) = L_1 \cos p_1 + L_2 \cos(p_1 + p_2) + L_3 \cos(p_1 + p_2 + p_3)$ i $ls(p) = L_1 \sin p_1 + L_2 \sin(p_1 + p_2) + L_3 \sin(p_1 + p_2 + p_3)$. $q \in R^4$ oznacza współrzędne platformy, $p \in R^3$ opisuje położenie przegubów manipulatora pokładowego, a $y \in R^3$ oznacza położenie efektora w przestrzeni zadaniowej. Zakładamy, że funkcje sterujące platformy i manipulatora pokładowego zawierają składowe stałe i pierwsze harmoniczne rozwinięcia w szereg Fouriera, tzn.

$$u^1(t) = P(t)\lambda, \quad u^2(t) = P(t)\mu, \quad (25)$$

$$\text{gdzie } P(t) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \omega t & \cos \omega t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \sin \omega t & \cos \omega t \end{bmatrix},$$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$, a zestawy parametrów sterowań $\lambda = (\lambda_0^1, \lambda_1^1, \lambda_2^1, \lambda_0^2, \lambda_1^2, \lambda_2^2) \in R^6$ i $\mu = (\mu_0^1, \mu_1^1, \mu_2^1, \mu_0^2, \mu_1^2, \mu_2^2) \in R^6$. Przy przyjętej parametryzacji funkcji sterujących endogeniczna przestrzeń konfiguracyjna $\tilde{X} \cong R^{12}$. Do badań wybraliśmy zbiór ośmiu położenia początkowych A, \dots, H platformy rozłożonych równomiernie na okręgu o promieniu 9, tak że $A = (9, 0)$. Badany algorytm kinematyki odwrotnej ma postać (24) przy $k_1 = k_2 = 0, l_1 = 0, l_2 = -1$, co pociąga za sobą $s_1 = 2, s_2 = 1$, a więc badany algorytm wykazuje dominację platformy. Wybierając $x^1 = (\lambda_0^1, \lambda_0^2), x^2 = \mu_0^1$ otrzymujemy następujący odpowiednik $\tilde{H}_{q_0, p_0, T}: R^{12} \rightarrow R^9$ odwzorowania

rozszerzającego (22)

$$\tilde{H}_{q_0, p_0, T}(\lambda, \mu) = \left(\lambda_0^1 \lambda_1^1, \lambda_0^1 \lambda_2^1, \lambda_0^2 \lambda_1^2, \lambda_0^2 \lambda_2^2, \frac{\mu_1^1}{\mu_0^1}, \frac{\mu_2^1}{\mu_0^1}, \frac{\mu_0^2}{\mu_0^1}, \frac{\mu_1^2}{\mu_0^1}, \frac{\mu_2^2}{\mu_0^1} \right). \quad (26)$$

Jakobian rozszerzony przyjmuje postać

$$\tilde{J}_{q_0, p_0, T}(\lambda, \mu) = \begin{bmatrix} \tilde{J}_{1 q_0, p_0, T}(\lambda, \mu) & \tilde{J}_{2 q_0, p_0, T}(\lambda, \mu) \\ \frac{\partial \tilde{H}_{1 q_0, p_0}(\lambda, \mu)}{\partial \lambda} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \tilde{H}_{2 q_0, p_0}(\lambda, \mu)}{\partial \mu} \end{bmatrix}, \quad (27)$$

gdzie

$$\tilde{J}_{1 q_0, p_0, T}(\lambda, \mu) = C_1(T) \int_0^T \Phi_1(T, s) B_1(s) P(s) ds,$$

$$\tilde{J}_{2 q_0, p_0, T}(\lambda, \mu) = C_2(T) \int_0^T \Phi_2(T, s) B_2(s) P(s) ds$$

oraz

$$\frac{\partial \tilde{H}_{1 q_0, p_0}(\lambda, \mu)}{\partial \lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1^1 & \lambda_0^1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_2^1 & 0 & \lambda_0^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_1^2 & \lambda_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2^2 & 0 & \lambda_0^2 \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_{2 q_0, p_0}(\lambda, \mu)}{\partial \mu} = \frac{1}{\mu_0^1} \begin{bmatrix} -\frac{\mu_1^1}{\mu_0^1} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_2^1}{\mu_0^1} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_0^2}{\mu_0^1} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_1^2}{\mu_0^1} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\mu_2^2}{\mu_0^1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Po niezbędnych przekształceniach wyznaczamy odwrotność jacobianu

$$\tilde{J}_{q_0, p_0, T}^{\#}(\lambda, \mu) = \begin{bmatrix} E_1(\lambda) \\ E_2(\mu) \end{bmatrix} F^{-1}(\lambda, \mu). \quad (28)$$

Macierze E_1 i E_2 są postaci

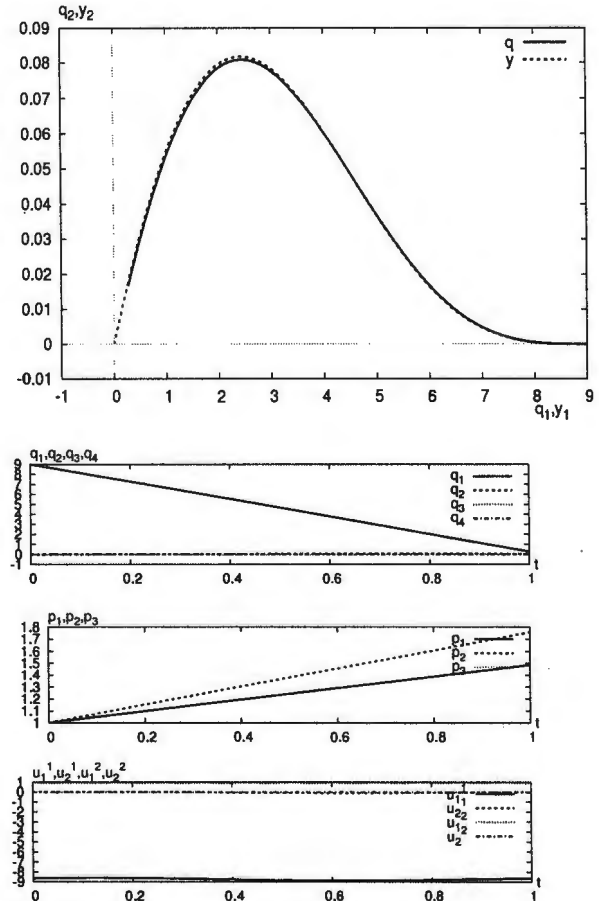
$$E_1(\lambda) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\lambda_1^1}{\lambda_0^1} & 0 & 0 \\ -\frac{\lambda_2^1}{\lambda_0^1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{\lambda_1^2}{\lambda_0^2} & 0 \\ 0 & -\frac{\lambda_2^2}{\lambda_0^2} & 0 \end{bmatrix}, \quad E_2(\mu) = \frac{1}{\mu_0^1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mu_0^1 \\ 0 & 0 & \mu_1^1 \\ 0 & 0 & \mu_2^1 \\ 0 & 0 & \mu_0^2 \\ 0 & 0 & \mu_1^2 \\ 0 & 0 & \mu_2^2 \end{bmatrix},$$

$$F(\lambda, \mu) = \tilde{J}_{1 q_0, p_0, T}(\lambda, \mu) E_1(\lambda) + \tilde{J}_{2 q_0, p_0, T}(\lambda, \mu) E_2(\mu).$$

Użyteczna dla symulacji komputerowych, dyskretna postać algorytmu kinematyki odwrotnej dla manipulatora mobilnego z rysunku 1 jest następująca

$$\begin{pmatrix} \lambda_{\theta+1} \\ \mu_{\theta+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_{\theta} \\ \mu_{\theta} \end{pmatrix} - \gamma \tilde{J}_{q_0, p_0, T}^{\#}(\lambda_{\theta}, \mu_{\theta}) (\tilde{K}_{q_0, p_0, T}(\lambda_{\theta}, \mu_{\theta}) - y_d). \quad (29)$$

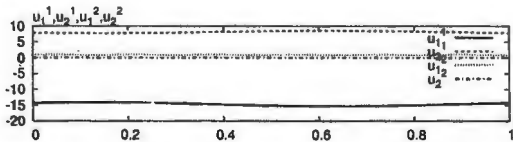
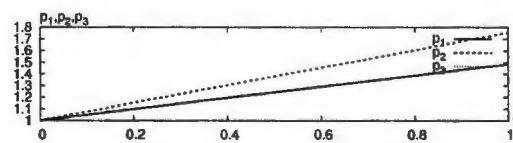
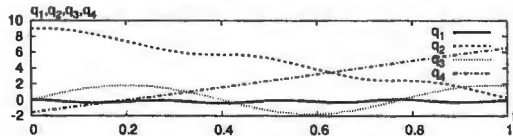
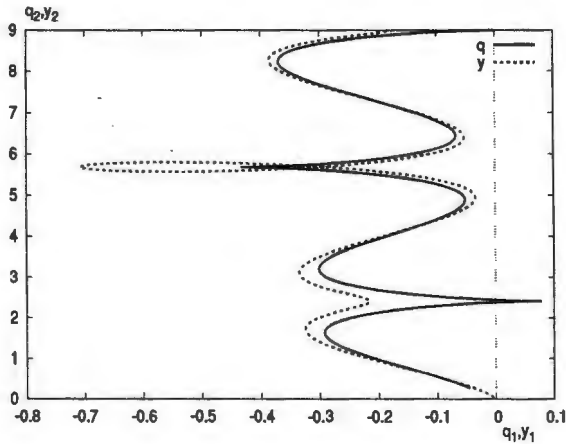
Z definicji odwzorowania rozszerzającego (26) wynika, że podrozmaitość niezmiennicza algorytmu (29) jest hiperboliczno-liniowa. Pełna nazwa algorytmu (29) brzmi: algorytm typu jacobianu rozszerzonego, hiperboliczno-liniowy, z dominacją platformy. Symulacje zostały przeprowadzone dla wartości parametrów $l_0 = l = 1, L_1 = L_2 = L_3 = 0.2, T = 1, a_2 = a_3 = 0.1$. Wybrane wyniki przedstawiono na wykresach 2-3.



Rysunek 2. Dane początkowe: $q_0 = (A, 0, 0)$, $p_0 = (1, 1, 1)$, $\lambda_0 = \mu_0 = (1, -0.01, 0.01, 0.01, -0.0001, -0.0001)$. Zbieżność: liczba iteracji 15, błąd końcowy $6.34267e - 07$.

5. ZAKOŃCZENIE

Wykorzystując metodę endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej zaproponowaliśmy nowy algorytm kinematyki odwrotnej typu jacobianu rozszerzonego dla podwójnie nieholonomicznych manipulatorów mobilnych. Algorytm ma własność powtarzalności. Wyznaczona przez algorytm podrozmaitość niezmiennicza w endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej stwarza możliwość koordynacji ruchów platformy i manipulatora pokładowego w trakcie wykonywania zadania przez manipulator mobilny. Zbadanie tej możliwości będzie przedmiotem naszych przyszłych prac.



Rysunek 3. Dane początkowe: $q_0 = (C, 0, -\pi/2)$, $p_0 = (1, 1, 1)$, $\lambda_0 = \mu_0 = (1, -0.01, 0.01, 0.01, -0.0001, -0.0001)$, $\mu_0 = (1, -0.01, 0.01, 0.01, -0.0001, -0.0001)$. Zbieżność: liczba iteracji 82, błąd końcowy $9.58167e - 07$.

REPEATABLE INVERSE KINEMATICS ALGORITHM FOR DOUBLY NONHOLONOMIC MOBILE MANIPULATORS

Abstract: By a mobile manipulator we mean a robotic system composed of a mobile platform and an onboard manipulator mounted on the platform. The paper is devoted to doubly nonholonomic mobile manipulators whose both the platform and the onboard manipulator are nonholonomic. For these mobile manipulators we have derived an extended Jacobian inverse kinematics algorithm. The algorithm is repeatable. Its performance is illustrated with computer simulations.

Literatura

[1] Chitour Y., Sussmann H. J. (1998) Motion planning using the continuation method. *Essays on Mathematical Robotics*. Springer-Verlag, New York, 91-125.

[2] Chung W., Nakamura Y. (2002) Design and control of a chained form manipulator. *Int. J. Robot. Res.*, 21(5-6), 389-408.

[3] Desai J. P., Kumar V. (1997) Nonholonomic motion planning for multiple mobile manipulators. *Proc. 1997 IEEE Int. Conf. Robot. Automat.*, Albuquerque, New Mexico, 3409-3414.

[4] Galicki M. (2003) Inverse kinematics solution to mobile manipulators. *Int. J. Robot. Res.*, 22(2), 1041-1064.

[5] Gardner J. F., Velinsky S. A. (2000) Kinematics of mobile manipulators and implications for design. *J. Robotic Systems*, 17(6), 309-320.

[6] Mazur A. (2004) Hybrid adaptive control laws solving a path following problem for nonholonomic mobile manipulators. *Int. J. Control*, 77(15), 1297-1306.

[7] Nakamura Y., Chung W., Sordalen O.J. (2001) Design and control of the nonholonomic manipulator. *IEEE Trans. Robot. Automat.* 17(1), 48-59.

[8] Papadopoulos E., Dubowsky S. (1991) Coordinated manipulator/spacecraft motion control for space robotics. *Proc. 1991 IEEE Int. Conf. Robot. Automat.*, Sacramento, CA, 1696-1701.

[9] Seraji H. (1998) A unified approach to motion control of mobile manipulators. *Int. J. Robotics Res.*, 17(2), 107-118.

[10] Sordalen O. J., Nakamura Y., Chung W. (1994) Design of a nonholonomic manipulator. *Proc. 1994 IEEE Int. Conf. Robot. Automat.*, San Diego, CA, 8-13.

[11] Tchoń K. (2002) Repeatability of inverse kinematics algorithms for mobile manipulators. *IEEE Trans. Autom. Control*, 47(8), 1376-1380.

[12] Tchoń K., Jakubiak J. (2003) Endogenous configuration space approach to mobile manipulators: a derivation and performance assessment of Jacobian inverse kinematics algorithms. *Int. J. Control*, 76(14), 1387-1419.

[13] Tchoń K., Muszyński R. (2000) Instantaneous kinematics and dexterity of mobile manipulators. *Proc. 2000 IEEE Int. Conf. Robot. Automat.*, San Francisco, CA, 2493-2498.

[14] Tchoń K., Jakubiak J., Muszyński R. (2001) Kinematics of mobile manipulators: a control theoretic perspective. *Archives of Control Sciences*, 11(3-4), 195-221.

[15] Tchoń K., Jakubiak J., Zadarnowska K. (2004) Doubly nonholonomic mobile manipulators. *Proc. 2004 IEEE Int. Conf. Robot. Automat.*, New Orleans, LA, 4590-4595.

[16] Yamamoto Y., X. Yun X. (1994) Coordinating locomotion and manipulation of a mobile manipulator. *IEEE Trans. Autom. Control*, 39(6), 1326-1332.



Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk

ISBN 83-89475-01-4