

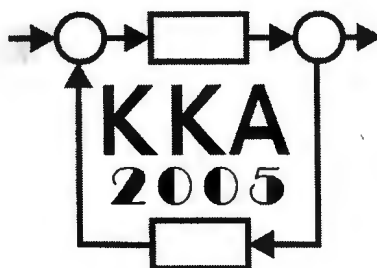
XV Krajowa Konferencja Automatyki

Tom II



**Redaktorzy:
Zdzisław Bubnicki
Roman Kulikowski
Janusz Kacprzyk**

XV Krajowa Konferencja Automatyki Tom II



Redaktorzy:
Zdzisław BUBNICKI
Roman KULIKOWSKI
Janusz KACPRZYK

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓLORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska

Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów

Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

ORGANIZATOR

Komitet Automatyki i Robotyki Polskiej Akademii Nauk
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

WSPÓŁORGANIZATORZY

Politechnika Warszawska
Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów
Polskie Stowarzyszenie Pomiarów, Automatyki i Robotyki

KOMITET PROGRAMOWY

Przewodniczący	Zdzisław BUBNICKI
Zastępca Przewodniczącego	Roman KULIKOWSKI

CZŁONKOWIE

Stanisław BAŃKA	Michał BIAŁKO
Mikołaj BUSŁOWICZ	Władysław FINDEISEN
Ryszard GESSING	Henryk GÓRECKI
Jakub GUTENBAUM	Jerzy JÓZEFczyk
Stanisław KACZANOWSKI	Tadeusz KACZOREK
Janusz KACPRZYK	Jerzy KLAMKA
Józef KORBICZ	Zbigniew KOWALSKI
Krzysztof KOZŁOWSKI	Juliusz L. KULIKOWSKI
Krzysztof KUŹMIŃSKI	Kazimierz MALANOWSKI
Krzysztof MALINOWSKI	Wojciech MITKOWSKI
Antoni NIEDERLIŃSKI	Władysław PEŁCZEWSKI
Tadeusz PUCHAŁKA	Leszek RUTKOWSKI
Stanisław SKOCZOWSKI	Roman SŁOWIŃSKI
Jerzy ŚWIĄTEK	Andrzej ŚWIERNIAK
Ryszard TADEUSIEWICZ	Piotr TATJEWSKI
Krzysztof TCHOŃ	Leszek TRYBUS
Jan WĘGLARZ	Andrzej P. WIERZBICKI

KOMITET ORGANIZACYJNY

Przewodniczący	Roman KULIKOWSKI
Zastępcy Przewodniczącego	Janusz KACPRZYK
	Stanisław KACZANOWSKI
	Tadeusz KACZOREK
	Krzysztof MALINOWSKI
Członkowie	Roman OSTROWSKI
	Tadeusz PUCHAŁKA
	Dariusz WAGNER
Sekretarze naukowci	Jan STUDZIŃSKI
	Jan W. OWSIŃSKI

ISBN 83-89475-01-4

Copyright © Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk
All rights reserved

Druk: ARGRAF, Warszawa

SYSTEMY STEROWANIA

DOBÓR KROKU ADAPTACJI DLA ALGORYTMU FX-LMS †

Małgorzata I. MICHALCZYK

Politechnika Śląska, Instytut Automatyki

ul. Akademicka 16, 44-100 Gliwice, e-mail: malgorzata.michalczyk@polsl.pl

Streszczenie: W adaptacyjnych układach aktywnego tłumienia hałasu jako algorytm sterowania stosuje się najczęściej algorytm FX-LMS. Jednym z warunków zbieżności tego algorytmu jest odpowiedni dobór jego parametru - kroku adaptacji. Literaturowe ograniczenia na krok adaptacji zostały jednak wyprowadzone przy silnych założeniach i wyniki przeprowadzonych badań symulacyjnych pokazały, że dobór kroku adaptacji według tych ograniczeń może nie zapewniać zbieżności algorytmu FX-LMS wykorzystanego w układach aktywnego tłumienia hałasu.

Słowa kluczowe: Adaptacyjne algorytmy sterowania, zbieżność, algorytm FX-LMS, aktywne tłumienie hałasu.

1. WSTĘP

Układy aktywnego tłumienia hałasu (ATH) realizowane są najczęściej jako układy automatycznej kompensacji. Z uwagi na silną niestacjonarność obiektu sterowania kompensator dostosowywany jest na bieżąco do zaistniałych zmian obiektu, wykorzystując adaptacyjny algorytm sterowania, najczęściej algorytm FX-LMS (*filtered-X least mean squares*) [4,7,9,14,15]. Jednym z warunków poprawnego działania układu ATH jest odpowiedni dobór kroku adaptacji algorytmu FX-LMS, zapewniający zbieżność algorytmu. Opublikowano wiele różnych zasad doboru (ograniczeń) kroku adaptacji, jednak zostały one wyprowadzone przy silnych założeniach, które w układach rzeczywistych nie zawsze są spełnione. Zwłaszcza, gdy wymaganiem jest szybkie nadążanie algorytmu sterowania za zmianami układu ATH.

W artykule krótko przypomniano analizę zbieżności algorytmu FX-LMS i wyprowadzenia literaturowych ograniczeń na krok adaptacji. Przeprowadzono dyskusję tychże ograniczeń i w oparciu o wyniki badań symulacyjnych pokazano, że mogą one nie zapewniać zbieżności algorytmu FX-LMS stosowanego jako algorytm sterowania w układach ATH tworzących lokalne przestrzenne strefy ciszy w pomieszczeniach.

2. ALGORYTM FX-LMS

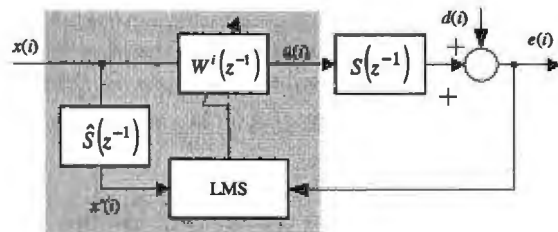
Schemat blokowy przykładowego układu ATH wykorzystującego algorytm FX-LMS przedstawiono na rys. 1

(por. [12]). Sygnał sterowania $u(i)$ wypracowywany jest przez filtr $W^i(z^{-1}) = w_0(i) + w_1(i)z^{-1} + \dots + w_N(i)z^{-N}$ kompensatora o wektorze $N+1$ współczynników $w(i) = [w_0(i) \ w_1(i) \ \dots \ w_N(i)]^T$:

$$u(i) = w^T(i)x(i) \quad (1)$$

na podstawie wektora wartości sygnału odniesienia $x(i) = [x(i) \ x(i-1) \ \dots \ x(i-N)]^T$. Sygnał błędu $e(i)$ jest wynikiem sumy sygnału zakłócenia $d(i)$ i sygnału sterowania przetworzonego przez obiekt sterowania $S(z^{-1})$, którym w układach ATH jest tzw. tor wtórny,

$$e(i) = d(i) + S(z^{-1})[w^T(i)x(i)] \quad (2)$$



Rys. 1. Schemat blokowy układu ATH.

Celem działania układu ATH jest minimalizacja funkcji kosztów – wartości średniokwadratowej sygnału błędu $e(i)$ [13]:

$$\xi(i) = E\{e^2(i)\} \quad (3)$$

Aby ten cel osiągnąć współczynniki filtru FIR kompensatora uaktualniane są w kierunku przeciwnym do kierunku gradientu funkcji kosztów z krokiem adaptacji μ . Gradient $\nabla_{w(i)} \xi(i)$ funkcji kosztów po wektorze $w(i)$ współczynników kompensatora jest dany:

$$\nabla_{w(i)} \xi(i) = \nabla_{w(i)} E\{e^2(i)\} \cong 2e(i) \nabla_{w(i)} E\{e(i)\} \quad (4)$$

Algorytm LMS, podstawa algorytmu FX-LMS, zapro-

†Badania współfinansowano ze środków budżetowych na naukę w roku 2005.

ponowano w celu uproszczenia wyrażenia (4) służącego obliczeniu gradientu [15]. Wykorzystując przekształconą zależność (2) otrzymuje się: [13]

$$\nabla_{w(i)} \xi(i) \equiv 2x'(i)e(i), \quad (5)$$

gdzie $x'(i) = [x'(i) \ x'(i-1) \ \dots \ x'(i-N+1)]^T$ jest wektorem wartości sygnału odniesienia filtrowanego przez obiekt sterowania $x'(i) = S(z^{-1})x(i)$. Ponieważ sygnał $x'(i)$ nie jest znany, jest zastępowany przez jego estymatę $\hat{x}'(i)$.

Ostatecznie otrzymuje się prawo adaptacji w algorytmie FX-LMS:

$$w(i+1) = w(i) - \mu \hat{x}'(i)e(i). \quad (6)$$

Krok adaptacji μ jest parametrem adaptacji wpływającym na szybkość zbieżności algorytmu [15]. Odpowiedni jego dobór powinien zapewnić zbieżność algorytmu FX-LMS. W literaturze przedstawiono wiele ograniczeń, które mają zapewnić zbieżność algorytmu FX-LMS, również, gdy model $\hat{S}(z^{-1})$ obiektu sterowania jest obciążony błędem ($\hat{S}(z^{-1}) \neq S(z^{-1})$).

3. ZBIEŻNOŚĆ ALGORYTMU FX-LMS

Aby przedstawić dyskusję literaturowych ograniczeń na krok adaptacji, należy przytoczyć analizę zbieżności algorytmu FX-LMS [4,9]. Bazuje ona na analizie algorytmu LMS [8,15]. Analiza zbieżności jednokanałowego algorytmu FX-LMS przytoczona poniżej zakłada, że model toru wtórnego jest bezbłędny (tzn. $\hat{S}(z^{-1}) = S(z^{-1})$). Zbieżność algorytmu FX-LMS może być rozważana jako:

- zbieżność wartości oczekiwanej wektora współczynników kompensatora do rozwiązania optymalnego w^* [15] (zbieżność parametrów)
- zbieżność błędu średniokwadratowego $\xi(i)$ do zera [8].

Wartość oczekiwana wektora współczynników kompensatora $w(i+1)$ jest [15] dana zależnością

$$\begin{aligned} E\{w(i+1)\} &= E\{w(i) - \mu e(i)x'(i)\} \\ &= E\{w(i) - \mu(d(i) + w^T(i)x'(i))x'(i)\} \\ &= E\{w(i)\} - \mu E\{d(i)x'(i)\} - \mu E\{x(i)x'^T(i)w(i)\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Niech $R_{x'x'} = E\{x'(i)x'^T(i)\}$ jest macierzą autokorelacji filtrowanego sygnału odniesienia $x'(i)$. Zakłada się, że wektor filtrowanego sygnału odniesienia $x'(i)$ i wektor

współczynników kompensatora $w(i)$ są statystycznie niezależne, tzn. spełniają warunek niezależności (ang. *independence assumption*):

$$E\{x'(i)x'^T(i)w(i)\} = E\{w(i)\}R_{x'x'}. \quad (8)$$

Wtedy (7) przyjmuje postać

$$E\{w(i+1)\} = (1 - \mu R_{x'x'})E\{w(i)\} - \mu E\{d(i)x'(i)\}, \quad (9)$$

gdzie $\mathbf{1}$ jest macierzą jednostkową. Wprowadzając optymalne rozwiązanie

$$w^* = -R_{x'x'}^{-1}E\{d(i)x'(i)\}, \quad (10)$$

dla którego osiągane jest minimum funkcji kosztów (3) oraz obciążenie $s(i)$ wektora współczynników kompensatora zdefiniowane jako

$$s(i) = E\{w(i)\} - w^*, \quad (11)$$

otrzymuje się z (9) zależność

$$s(i+1) = (1 - \mu R_{x'x'})s(i). \quad (12)$$

Czynnik $(1 - \mu R_{x'x'})$ jest zbieżny do $\mathbf{0}$ pod warunkiem, że krok adaptacji μ jest wybrany z zakresu

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{\max}}, \quad (13)$$

gdzie λ_{\max} jest największą wartością własną macierzy autokorelacji $R_{x'x'}$. Wartość oczekiwana wektora współczynników kompensatora $w(i+1)$ osiąga więc optymalną wartość w^* pod warunkiem, że (13) jest spełnione. Ograniczenie (13) było bezpośrednio używane przez niektórych autorów, np. [7] do parametryzacji algorytmu FX-LMS.

Błąd średniokwadratowy $\xi(i)$ zdefiniowany przez (3) jest zbieżny do zera, pod warunkiem, że spełnione jest ograniczenie [8]

$$0 < \mu < \frac{2}{\sum_{n=0}^N \lambda_n}, \quad (14)$$

gdzie λ_n jest n -tą wartością własną macierzy autokorelacji $R_{x'x'}$. Suma $\sum_{n=0}^N \lambda_n$ wszystkich $N+1$ wartości własnych macierzy $R_{x'x'}$ jest równa śladowi tej macierzy i stąd (14) jest równoznaczne z [4,8,15]

$$0 < \mu < \frac{2}{P_x(N+1)}, \quad (15)$$

gdzie $P_x = E\{x'^2(i)\}$ jest mocą filtrowanego sygnału odniesienia $x'(i)$, a $N+1$ jest liczbą współczynników kompensatora i zarazem wymiarem macierzy $R_{x'x'}$. Long i współpracownicy [10] zacytowali inne, podobne

do (14), ograniczenia na krok adaptacji wspomniane w literaturze. Sumę wartości własnych $\sum_{n=0}^N \lambda_n$ oszacowuje się w nich z góry przez $(N+1)\lambda_{\max}$:

$$0 < \mu < \frac{2}{(N+1)\lambda_{\max}}. \quad (16)$$

Na podstawie badań eksperymentalnych zaproponowano również uproszczoną wersję ograniczenia (15) [14]:

$$0 < \mu < \frac{2}{P_x(N+1+\Delta)}, \quad (17)$$

gdzie Δ jest całkowitym czasem opóźnienia w torze wtórnym a $P_x = E\{x^2(i)\}$.

4. WERYFIKACJA OGRANICZEŃ NA KROK ADAPTACJI

By zweryfikować literaturowe ograniczenia na krok adaptacji przeprowadzono eksperymenty symulacyjne [11]. Zidentyfikowano dokładne modele obiektu sterowania (toru wtórnego i toru zakłócenia) w rzeczywistym układzie ATH zbudowanym dla tworzenia lokalnych przestrzennych stref ciszy w pomieszczeniu [11]. Założono jedynie, że akustyczne sprzężenie zwrotne, występujące w tym układzie, jest idealnie neutralizowane, by wyodrębnić wpływ kroku adaptacji na działanie układu.

Zastosowano przemienne dwa różne, dokładne modele torów wtórnych – o mniej i bardziej złożonej dynamice. Układ był zakłócany przemienne dwoma typami sygnałów: białym szumem gaussowskim i tymże szumem przefiltrowanym przez filtr pasmowo-przepustowy. Dla celów przeprowadzanych symulacji wygenerowano po 100 realizacji każdego typu sygnału. Należy zauważyć, że zakłócenia takie są bardzo trudne do stłumienia w omawianym układzie, ze względu na małe rozmiary pomieszczenia i złożoność jego dynamiki. Wszystkie symulacje były przeprowadzane dla dwóch wartości rzędu filtru kompensatora $N=20$ i $N=200$. Tak więc dla każdej ze 100 realizacji zakłócenia zbadano 8 przypadków: dla 2 torów wtórnych, 2 rodzajów zakłócenia i 2 rzędów kompensatora. Dla każdego przypadku dobór kroku adaptacji μ przebiegał następująco:

- na podstawie wzorów (13), (14), (16) i (17) wyliczano górną granicę kroku adaptacji – a więc największą dopuszczalną wartość μ ,
- z tych wartości wybierano najmniejszą wartość – czyli największą dopuszczalną wartość obliczoną według najsilniejszego ograniczenia,
- do symulacji brano wartość z punktu b) oraz jej połowę – 0.5μ , która powinna również zapewnić zbieżność algorytmu FX-LMS.

Dla wspomnianych 8 przypadków przeprowadzono symulacje 2 razy – dla dwóch różnych wartości μ (a więc w sumie 16 przypadków x 100 realizacji sygnału zakłócenia). Symulacje przeprowadzono dla 10^6 próbek (ok. 33 minuty – przy okresie próbkowania 2 ms), o ile sygnał błędu $e(i)$ nie osiągnął wcześniej ograniczenia (tzn. algorytm FX-LMS był rozbieżny i symulację przerywano).

Najmniejsze wartości kroku adaptacji uzyskiwano dla ograniczenia (17) dla $N=20$ i dla ograniczenia (16) dla $N=200$. Jednakże, w większości przypadków wartość kroku adaptacji była zbyt duża i zbieżność algorytmu FX-LMS nie została zapewniona. Tylko w jednym przypadku uzyskano nieznaczne tłumienie (mniejsze niż 4 dB): dla toru wtórnego o prostszej dynamice, szumu przefiltrowanego przez filtr pasmowo-przepustowy, rzędu kompensatora $N=20$ i wartości 0.5μ otrzymanej na podstawie ograniczenia (17). Tłumienie uzyskano dla czterech ze stu realizacji zakłócenia. We wszystkich innych przypadkach algorytm FX-LMS był rozbieżny.

Podobne symulacje przeprowadzono stosując znormalizowany algorytm FX-LMS – NFX-LMS i krok adaptacji równy 2 lub 1. W żadnym przypadku nie uzyskano zbieżności algorytmu [11].

5. DYSKUSJA OGRANICZEŃ NA KROK ADAPTACJI

Okazuje się więc, że w przypadku zastosowania algorytmu FX-LMS dla tworzenia przestrzennych stref ciszy w pomieszczeniach zamkniętych krok adaptacji dobrany w oparciu o cytowane powyżej ograniczenia nie zawsze zapewnia zbieżność algorytmu sterowania.

Zacytowane powyżej idee wyprowadzenia ograniczeń na krok adaptacji dla algorytmu FX-LMS zostały przeprowadzone przy założeniu niezależności (8) [8,15]. Założono więc statystyczną niezależność wektora sygnału odniesienia $x'(i)$ i wektora współczynników filtru kompensatora $w(i)$. Jednakże, wektor $x'(i)$ jest wykorzystywany przy wyliczaniu współczynników kompensatora w (1). Założenie (8) jest prawdziwe tylko w przypadku bardzo małych wartości kroku adaptacji i zakończonego już procesu adaptacji – czyli dla stanu ustalonego w układzie.

Wyprowadzając warunki zbieżności nie brano pod uwagę stanów nieustalonych – podczas procesu adaptacji. Zakładano, że sygnał błędu ma małą wartość, i nie zależy już od sygnału odniesienia. Jednakże w układzie ATH tworzącym przestrzenne strefy ciszy w pomieszczeniu stan przejściowy, podczas którego współczynniki filtru kompensatora adaptowane są do najlepszego rozwiązania, a sygnał błędu zbiega się, trwa bardzo długo z powodu wysokiego rzędu filtru kompensatora i złożonej dynamiki obiektu sterowania (toru wtórnego). W takich układach bardzo rzadko osiąga się wysokie tłumienie zakłócenia (małą wartość sygnału błędu), szczególnie, gdy jest ono szerokopasmowym sygnałem losowym.

Dodatkowym problemem jest fakt, że krok adaptacji musi często przyjmować duże wartości z powodu silnych niestacjonarności obiektu sterowania [2,4]. Natomiast jego maksymalna wartość możliwa do zastosowania (górną granicę) została wyprowadzona przy założeniu małej wartości kroku adaptacji (wolnej adaptacji). Należy pamiętać, że algorytm FX-LMS jest algorytmem nieliniowym, a więc jego zachowanie dla różnych wartości kroku adaptacji może się diametralnie różnić. Dlatego dobierając dużą wartość kroku adaptacji należy być szczególnie ostrożnym, zwłaszcza, że układ może wtedy przejawiać zachowania chaotyczne [5,6,11,16]. Należy również uwzględnić fakt, że maksymalna wartość kroku adaptacji zależy również od wielu czynników [7], np. rodzaju zakłócenia, błędów modelowania obiektu sterowania, struktury układu ATH, i.in.

Pokazano już [3], że analogiczne ograniczenia dla algorytmu LMS mogą nie zapewnić zbieżności algorytmu LMS. Wyprowadzono również inne, silniejsze niż cytowane ograniczenia na krok adaptacji [1] dla algorytmu FX-LMS, jednak dotyczą one przypadku szczególnego – zakłócenia deterministycznego, sinusoidalnego. Dla zakłóceń losowych wciąż brak reguł doboru kroku adaptacji, które można by stosować w przypadku, gdy konieczna jest szybka adaptacja filtru kompensatora.

6. PODSUMOWANIE

Podsumowując, istnieje kilka przesłanek, poddających w wątpliwość możliwość zastosowania cytowanych ograniczeń na dobór kroku adaptacji μ w rzeczywistych układach ATH:

- założenia, przy których wyprowadzono ograniczenia nie są spełnione:
 - proces adaptacji trwa bardzo długo i tłumienie zakłócenia jest bardzo słabe,
 - założenie (13) może nie być spełnione ze względu na wysoki rząd filtru kompensatora,
 - warunki rzeczywiste wymuszają stosowanie wysokich wartości kroku adaptacji,
- pokazano symulacyjnie, że cytowane ograniczenia nie zapewniają zbieżności algorytmu FX-LMS na przykładzie układów ATH tworzących przestrzenne strefy ciszy w pomieszczeniach [11].

W większości publikacji poświęconych ATH autorzy nie stosują cytowanych ograniczeń literaturowych dobierając krok adaptacji „metodą prób i błędów”, eksperymentalnie i zalecając ostrożność [4]. Można więc stwierdzić, że nie istnieją praktyczne zasady doboru kroku adaptacji dla algorytmu FX-LMS stosowanego w układach ATH tworzących przestrzenne strefy ciszy.

FX-LMS ALGORITHM STEP SIZE CHOICE

Abstract: For adaptation of controller filter coefficients in active noise control (ANC) systems FX-LMS algorithm is

used most frequently. A proper choice of an adaptation parameter - a step size - is one of the algorithm convergence conditions. However, the literature bounds for the step size choice were derived using strong assumptions. Results of simulation experiments showed that step size choice according to those bounds often do not assure the FX-LMS algorithm convergence, especially if used in an ANC system.

Literatura

- [1] Bermudez J.C.M., Bershad N.J. (1999) Non-Wiener Behaviour of the Filtered LMS Algorithm, *IEEE Trans. on. Circuits and Systems II*, 46(8), 1110-1113.
- [2] Błażej M., Ogonowski Z. (2001) Niestacjonarność przestrzennych stref ciszy, *Mat. XLVIII Otwarte Seminarium Akustyki*, 197-202, Of. Wyd. Polit. Wroc.
- [3] Douglas S.C., Pan W. (1995), Exact Expectation analysis of the LMS adaptive filter, *IEEE Trans. SP*, 42(12), 2863-2871.
- [4] Elliott S.J. (2001), *Signal Processing for Active Control*, Academic Press.
- [5] Figwer J., Błażej M. (2003) A New Look on Adaptation In Active Noise Control Systems, *PAK*, 11(3).
- [6] Figwer J., Błażej M. (2003) Chaos in Active Noise Control Systems, *10th Int. Congress on Sound and Vibration ICSV 2003*, wersja CD, Stockholm.
- [7] Hansen C., Snyder S.D. (1997) *Active Control of Noise and Vibration*, Cambridge University Press.
- [8] Haykin S. (1986) *Adaptive Filter Theory*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NY.
- [9] Kuo S.M., Morgan D.R (1996) *Active Noise Control System, Algorithms and DSP Implementations*, J. Wiley & Sons Inc., New York.
- [10] Long G., Ling F., Proakis J.G (1989) The LMS Algorithm with Delayed Coefficient Adaptation, *IEEE Trans. ASSP*, 37(9), 1397-1405.
- [11] Michalczyk M.I. (2004) *Adaptive control algorithms for three-dimensional zones of quiet*. Skalmierski Computer Studio, Gliwice.
- [12] Michalczyk M.I. (2005) Adaptacyjne algorytmy sterowania dla przestrzennych stref ciszy, *Mat. XV KKA*.
- [13] Mitra S.K., Kaiser J.F. editors (1993) *Handbook of digital signal processing*. J. Wiley.
- [14] Nelson P.A., Elliott S.J. (1992) *Active Control of Sound*, Academic Press Ltd.
- [15] Widrow, B., Stearns, S.D. (1985) *Adaptive Signal Processing*. Prentice Hall, NJ.
- [16] Williams G.P. (1997) *Chaos Theory Tamed*. Joseph Henry Press, Washington D.C.



Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk

ISBN 83-89475-01-4