

5. Wybrane zagadnienia modelowania pomp ciepła w układach grzewczych w budownictwie mieszkaniowym

5.1. Wstęp

Zastosowanie w procesie projektowania komputerów ułatwia analizowanie opłacalności i efektów stosowania różnych rozwiązań źródeł ciepła w instalacjach grzewczych, ale wymaga określenia modelu matematycznego rozpatrywanego systemu.

Rozdział ten dotyczy wybranych zagadnień związanych z modelowaniem pomp ciepła.

5.2. Pojęcia podstawowe

Systemem lub układem przyjęto określać zespół obiektów powiązanych ze sobą określonymi zależnościami lub oddziaływaniami stałymi lub zmiennymi w czasie.

Modelowaniem można nazwać tworzenie opisu matematycznego lub zastępczego modelu fizycznego obiektu rzeczywistego. Sam model to zbiór informacji o systemie, zebranych celem jego zbadania. W przypadku modelowania matematycznego obiekty i ich atrybuty są przedstawione przez zmienne matematyczne.

Pod względem sposobu podejścia do opisu matematycznego można wyróżnić:

- modele korelacyjne, wykorzystujące znalezione korelacje między znanymi wielkościami wejściowymi a wyjściowymi, bez wnikania w istotę zjawisk zachodzących w rozpatrywanym systemie,
- modele symulacyjne, wykorzystujące opis matematyczny badanych zjawisk.

W obu grupach można wyróżnić:

- modele statyczne, opisujące system w stanie równowagi,
- modele dynamiczne, szczególnie przydatne przy rozpatrywaniu warunków pracy systemu w zmiennych warunkach, w stanach nieustalonych np. rozruch lub zmiana trybu pracy.

Stosowanie modelowania jako metody projektowej lub badawczej jest przydatne, gdy badania obiektu rzeczywistego są niemożliwe, trudne do przeprowadzenia lub bardzo kosztowne.

Opisywana metoda pozwala na przedstawienie i analizowanie wzajemnych zależności poszczególnych elementów rozpatrywanego systemu wraz z jego otoczeniem. Wiarygodność wyników zależy od dokładności przygotowanego modelu.

Skojarzona z modelowaniem - symulacja procesów polega na odtwarzaniu następujących po sobie fragmentów przebiegu procesu w kolejności zgodnej z upływem czasu. Stosując technikę symulacji komputerowej procesy ciągle zastępuje się procesami skokowymi.

5.3. Modelowanie pomp ciepła

5.3.1. Modele dynamiczne ([2, 6, 14, 15, 23])

W celu badania systemu w stanach przejściowych lub dla zaprojektowania układu automatycznej regulacji budowane są modele dynamiczne. Podstawą ich opracowania są najczęściej równania bilansowe: masy, pędu i energii w postaci nieliniowych równań różniczkowych cząstkowych:

- równanie ciągłości dla cieczy:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v) = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (5.1)$$

- równanie momentu pędu:

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla(\rho v v) = \rho F + \nabla \sigma \quad (5.2)$$

- równanie energii:

$$\frac{d\rho u}{dt} = \lambda \nabla^2 T - p \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \Phi + q_v \quad (5.3)$$

gdzie:

ρ - gęstość,

t - czas,

\bar{v} - wektor prędkości:

v_x, v_y, v_z - składowe wektora prędkości,

F - wektor sił masowych,

σ - tensor naprężeń,

u - energia wewnętrzna,

T - temperatura

p - ciśnienie statyczne,

Φ - funkcja dysypacji,

q_v - moc źródła wewnętrznego.

Są to równania podstawowe. W konkretnych przypadkach możliwe jest wprowadzenie szeregu uproszczeń ułatwiających ich rozwiązanie.

Wymienniki ciepła: parownik i skraplacz

Dla opisu wymienników rozważania można ograniczyć do jednowymiarowego przypadku. Wówczas pomijając przestrzenną zmienność ciśnienia, lepkość płynu oraz przewodzenie ciepła w kierunku osiowym otrzymuje się:

- równanie ciągłości:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0 \quad (5.4)$$

- równanie energii:

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x h)}{\partial x} + \frac{KU}{A}(T_f - T_w) = 0 \quad (5.5)$$

gdzie:

- h - entalpia,
- v_x - składowa prędkości wzdłuż osi OX,
- K - współczynnik przenikania ciepła,
- U - obwód,
- A - przekrój poprzeczny,
- T_f - temperatura rozpatrywanego płynu,
- T_w - temperatura ścianki wymiennika.

Mnożąc oba równania przez przekrój poprzeczny (A), oraz zastępując wyrażenie $\rho v_x A$ przez \dot{m} - strumień masowy rozpatrywanego płynu otrzymuje się:

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial \dot{m}}{\partial x} = 0 \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial(\rho A h)}{\partial t} + \frac{\partial(\dot{m} h)}{\partial x} + KU(T_f - T_w) = 0 \quad (5.7)$$

Równania są słuszne dla czynnika roboczego oraz dla płynu oddającego (przejmującego) ciepło w skraplaczu i parowniku. Dla konkretnego przypadku należy podstawić za temperaturę T_f i T_w odpowiednie wartości określające temperaturę czynnika roboczego lub temperaturę płynu.

Uzupełnieniem jest równanie energii dla przegrody wymiennika:

$$(\rho A c_p)_w \frac{\partial T_w}{\partial t} - K_1 U_1 (T_1 - T_w) + K_2 U_2 (T_w - T_2) = 0 \quad (5.8)$$

Rozwiązanie tego układu równań parabolicznych wymaga podania warunków początkowych i granicznych. Warunki początkowe można określić następująco: brak przepływu, wyrównane temperatury wewnątrz urządzenia - układ w stanie równowagi termodynamicznej).

Warunki graniczne:

- strumień masowy czynnika roboczego zasilającego skraplacz i jego entalpia odpowiadają warunkom w króćcu tłocznym sprężarki,
- strumień masowy czynnika roboczego zasilającego parowniki jego entalpia odpowiadają warunkom na wylocie z zaworu regulacyjnego.

Obliczenie ciśnienia umożliwia znajomość przepływu na wylocie z urządzeń: dla skraplacza odpowiada przepływowi przez zawór regulacyjny, a dla parownika - przez sprężarkę.

Sprężarka, ([11, 14, 20])

Sprężarkę tłokową można opisać znając:

- liczbę cylindrów, I ,
- prędkość obrotowa wału, n ,
- objętość skokową cylindra, V ,
- masę pary czynnika roboczego wypełniającą przestrzeń skokową, m ,
- objętość przestrzeni szkodliwej, V_0 ,
- masę pary czynnika roboczego wypełniającą przestrzeń szkodliwą, m_0 ,
- gęstość czynnika roboczego dla zadanych warunków, ρ ,
- sprawność sprężania, η ,
- współczynnik strat dławienia, λ_d ,
- względną przestrzeń szkodliwą, e_s .

Czynnik roboczy dopływa do sprężarki o temperaturze T i ciśnieniu p . Jego strumień masowy wynosi \dot{m} . Na skutek strat dławienia w zaworze ssawnym ciśnienie obniża się o wartość Δp_s i osiąga wartość p_{s1} ($p_{s1} = p - \Delta p_s$). Równanie energii dla tej przemiany ma postać:

$$m_0 u_1 + m h_i = (m_0 + m) u_2 + W_{1-2}, \quad (5.9)$$

gdzie:

u - właściwa energia wewnętrzna,

h_i - właściwa entalpia początkowa,

W_{1-2} - praca podczas zasysania:

$$W_{1-2} = p_{s1} (V_2 - V_1) \quad (5.10)$$

$$V_2 = (m_0 + m) v_2 \quad (5.11)$$

$$V_1 = m_0 v_1 \quad (5.12)$$

gdzie:

v_1, v_2 - objętość właściwa czynnika roboczego dla warunków przed i po zasaniu,

$\Delta p_s = 0.5 k_s \dot{m}^2 v_i$,

k_s - stała charakteryzująca wpływ kształtu zaworów ssawnych na straty ciśnienia,

Podstawiając powyższe wyrażenia do wzoru 9 otrzymano:

$$m (h_1 - h_2) + m_0 (h_1 - h_2) = 0. \quad (5.13)$$

Następnie pary czynnika są sprężane politropowo do ciśnienia p . Praca sprężania wynosi:

$$W_{sp} = (m_0 + m)(u_{3t} - u_2) / \eta, \quad (5.14)$$

gdzie:

u_{sp} - wartość właściwej energii wewnętrznej dla teoretycznego punktu końcowego sprężania (gdyby sprężanie było izentropowe).

Wartość właściwej energii wewnętrznej dla końcowego punktu sprężania:

$$u_3 = u_2 + (u_{3t} - u_2) / \eta. \quad (5.15)$$

Na skutek strat ciśnienia w zaworze tłocznym następuje spadek ciśnienia o Δp_t , tak że wymagane ciśnienie skraplania p_k można osiągnąć jeśli:

$$p_3 = p_k + \Delta p_t. \quad (5.16)$$

gdzie:

$$\Delta p_t = 0.5 k_t \dot{m}^2 v_3,$$

k_t - stała charakteryzująca wpływ kształtu zaworów tłoczych na straty ciśnienia.

Znajomość ciśnienia p_3 oraz właściwej energii wewnętrznej pozwala na wyznaczenie pozostałych wielkości charakterystycznych.

Praca przetłaczania wykonywana jest przy ciśnieniu p_3 , stąd też jest ona równa:

$$W_{3-4} = p_3 m v_3. \quad (5.17)$$

Postępując podobnie jak dla przypadku sprężania pracę rozprężania między ciśnieniami p_3 a p_1 można określić jako:

$$W_r = m_0 (u_4 - u_1). \quad (5.18)$$

Całkowita praca wykonywana podczas cyklu wynosi:

$$W = -W_s + W_{1-2} + W_{3-4} - W_r, \quad (5.19)$$

a moc wynosi:

$$\dot{W} = \frac{W n I}{60}. \quad (5.20)$$

Przy założeniu politropowego sprężania strumień masy czynnika roboczego przetłaczanego przez sprężarkę wynosi:

$$\dot{m} = \frac{V_s n}{V_1} \left\{ 1 - e_s \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1/\lambda} - 1 \right] \right\} \lambda_d, \quad (5.21)$$

gdzie:

- p_1 - ciśnienie początkowe sprężania,
- p_2 - ciśnienie końcowe sprężania,
- χ - wykładnik politropy.

Przedstawiony model jest znacznie uproszczony, zakłada bowiem stałość strumienia przetwarzanego czynnika roboczego, jednak dla sprężarek wielocylindrowych może być stosowany. Istotnym zagadnieniem jest uwzględnienie wymiany ciepła między przepływającym czynnikiem roboczym a ściankami cylindrów i korpusem sprężarki. Opracowanie modelu uwzględniającego to zjawiska wymaga np. sformułowania szeregu równań bilansu energii - zależnych od konstrukcji sprężarki.

Osuszacz

Zakładając, że:

- czynnik roboczy bezpośrednio z parownika przepływa do osuszacza,
- parametry wejściowe są takie same jak wyjściowe dla parownika,
- parametry wyjściowe dla osuszacza odpowiadają parametrom wejściowym dla sprężarki można napisać równania energii i zachowania masy uzupełnione dodatkowo bilansem masy czynnika roboczego w stanie gazowym i ciekłym w całym urządzeniu.

Zawór regulacyjny

Jeśli jako zawór regulacyjny jest stosowany termostacyjny zawór rozprężny lub rurka kapilarna wówczas można określić przepływ czynnika roboczego posługując się wzorem:

$$\dot{m} = CA(\rho\Delta p)^{0.5}, \quad (5.22)$$

gdzie:

- C - stała,
- A - przekrój poprzeczny,
- ρ - gęstość,
- Δp - różnica ciśnienia między skraplaczem a parownikiem.

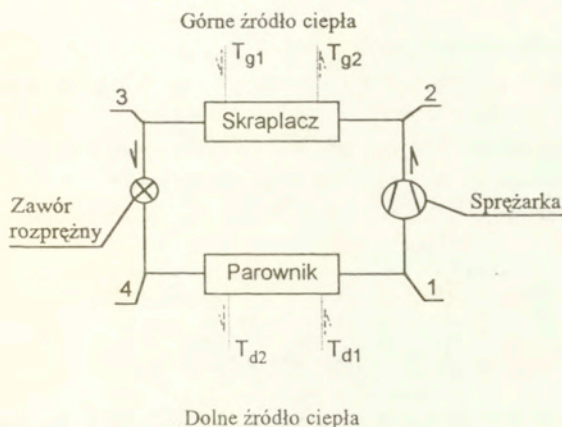
W rozważaniach założono adiabatyczność oraz izobaryczność przepływu przez przewody łączące poszczególne elementy pompy ciepła.

Definiując model całego urządzenia należy bilansować poszczególne wielkości. Jeśli parametry "przekazywane" do następnego urządzenia nie odpowiadają wielkościom uzyskanym na drodze rozwiązywania równań należy odpowiednio korygować ich wartości, aż do uzyskania zgodności.

5.3.2. Modele statyczne ([1])

Model statyczny systemu może być traktowany jako szczególny przypadek modelu dynamicznego, gdy poszczególne zmienne nie są funkcją czasu.

Możliwe jest także przeprowadzenie analizy podstawowych wielkości charakteryzujących pompę ciepła i jej elementy na podstawie modelu statycznego wykorzystującego charakterystyki urządzeń wchodzących w skład urządzenia. Przykład prostego modelu pompy ciepła składającej się z parownika, skraplacza, sprężarki oraz elementu dławiącego (rys.5.1) zamieszczono poniżej.



Rys.5.1. Uproszczony schemat pompy ciepła.

Sprężarka

Model matematyczny sprężarki można opracować posługując się oferowanymi przez producentów sprężarek charakterystykami w postaci zależności mocy chłodniczej lub zapotrzebowania mocy napędowej w funkcji temperatury parowania i temperatury skraplania. Jeśli rzeczywiste warunki pracy nie różnią się w sposób istotny od warunków nominalnych, tzn. temperatury parowania T_{oN} , temperatury skraplania T_{kN} , w których moc chłodnicza wynosi Q_{oN} , a zapotrzebowanie mocy napędowej N_N to odpowiednie wielkości można linearyzować wyznaczając:

$$\dot{Q}_{os} = \dot{Q}_{oN} [1 + \alpha_1 (T_o - T_{oN}) - \beta_1 (T_k - T_{kN})], \quad (5.23)$$

$$N = N_N [1 + \alpha_2 (T_o - T_{oN}) - \beta_2 (T_k - T_{kN})], \quad (5.24)$$

przy czym $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 \geq 0$.

Z drugiej strony:

$$\dot{Q}_{os} = \dot{m}_r (h_1 - h_4) = \dot{m}_r \Delta h_o . \quad (5.25)$$

Zakładając izoentalpowe rozprężanie między wylotem ze skraplacza a wlotem do parownika (między punktami 3 i 1 obiegu), pomijając zmiany ciśnienia w parowniku i skraplaczu oraz przyjmując, że przechłodzenie cieczy opuszczającej skraplacz dla rozpatrywanej temperatury parowania i skraplania jest stałe można wówczas założyć, że Δh_o jest tylko funkcją T_o i T_k . Podobnie jeśli przegrzanie pary zasysanej przez sprężarkę jest stałe wówczas \dot{m}_r jest również funkcją T_o i T_k .

Parownik

Model parownika został opracowany przy założeniach:

- proces wymiany ciepła po stronie czynnika roboczego odbywa się przy stałym ciśnieniu,
- można pominąć efekt przegrzania pary odpływającej z parownika,
- współczynnik przenikania ciepła przyjęto jako średni dla całej powierzchni wymiany ciepła.

Stąd też równanie określające wymianę ciepła w parowniku ma postać:

$$\dot{Q}_o = \dot{m}_d c_{p,d} \varepsilon_o (T_{d1} - T_o) , \quad (5.26)$$

gdzie:

$$\varepsilon_o = 1 - \exp(-K_o A_o / (\dot{m}_d c_{p,d})) . \quad (5.27)$$

W prezentowanym modelu ważne jest właściwe wyznaczenie wielkości K WA oraz m .

Pisząc równanie bilansu otrzymano:

$$\dot{Q}_o = \dot{Q}_{os} . \quad (5.28)$$

Skraplacz

Podobnie, jak dla parownika równanie dla skraplacza ma postać:

$$\dot{Q}_k = \dot{m}_g c_{p,g} \varepsilon_k (T_k - T_{g1}) , \quad (5.29)$$

gdzie:

$$\varepsilon_k = 1 - \exp(-K_k A_k / (\dot{m}_g c_{p,g})) . \quad (5.30)$$

Od strony czynnika roboczego:

$$\dot{Q}_k = \dot{m}_r (h_2 - h_3) = \dot{m}_r \Delta h_k \quad (5.31)$$

Zawór regulacyjny

Jak opisano wyżej uproszczony opis zakłada izoentalpowe rozprężanie od ciśnienia skraplania do ciśnienia parowania, stąd też:

$$h_3 = h_4 \quad (5.32)$$

Końcowy bilans energetyczny pompy ciepła ma postać:

$$\dot{Q}_k = \dot{Q}_o + \delta N \quad (5.33)$$

gdzie:

δ - udział mocy napędowej przekazanej do obiegu pompy ciepła, gdy wartość tego współczynnika jest nieznana można przyjąć $\delta = 1$ (co jest słuszne dla małych sprężarek hermetycznych).

Przekształcenia podanych zależności prowadzą do sformułowania układu równań liniowych opisujących omawiane urządzenie:

$$T_k - T_{kN} = \frac{A_1}{A_3} \quad (5.34)$$

$$T_o - T_{oN} = \frac{A_2}{A_3} \quad (5.35)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} A_1 = & (\dot{Q}_{oN}\alpha_1 + \delta N_n\alpha_2)(\dot{m}_{dc_{p,d}}\varepsilon_o)(T_{d1} - T_{oN}) + \\ & - (\dot{Q}_{oN}\alpha_1 + \dot{m}_{dc_{p,d}}\varepsilon_o)(\dot{m}_{gc_{p,g}}\varepsilon_k)(T_{kN} - T_{g1}) + \\ & + (\dot{m}_{dc_{p,d}}\varepsilon_o)(\dot{Q}_{oN} + \delta N_n) + \dot{Q}_{oN}\delta N_n(\alpha_1 - \alpha_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2 = & \dot{Q}_{oN}[\delta N_n(\beta_1 + \beta_2) - (\dot{m}_{gc_{p,g}}\varepsilon_k)] + \\ & + (\dot{m}_{dc_{p,d}}\varepsilon_o)(T_{d1} - T_{oN})(\dot{m}_{gc_{p,g}}\varepsilon_k - \delta N_n\beta_2 - \dot{Q}_{oN}\beta_1) + \\ & - (\dot{Q}_{oN}\beta_1)(\dot{m}_{gc_{p,g}}\varepsilon_k)(T_{kN} - T_{g1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_3 = & (\dot{Q}_{oN}\alpha_1)[(\dot{m}_{gc_{p,g}}\varepsilon_k) - \delta N_n\beta_2] + \\ & + (\dot{m}_{dc_{p,d}}\varepsilon_o)(\dot{m}_{gc_{p,g}}\varepsilon_k - \delta N_n\beta_2 + \dot{Q}_{oN}\beta_1) + \\ & - (\dot{Q}_{oN}\beta_1)(\delta N_n\alpha_2) \end{aligned}$$

Równania (5.34) i (5.35) służą do wyznaczania wartości temperatury skraplania i parowania w zadanych warunkach. Znając je możliwe jest obliczenie wielkości charakterystycznych dla pracy pompy ciepła (patrz Zał.1).

Przedstawiony model można udoskonalić odstępując od przyjętych założeń uproszczających, wprowadzając do rozpatrywanego schematu kolejne elementy, np. zbiornik ciekłego czynnika, urządzenia automatycznej regulacji.

5.4. Zasady modelowania właściwości termodynamicznych czynników roboczych

5.4.1. Zagadnienia wstępne

Dla stworzenia pełnego opisu matematycznego pompy ciepła może zachodzić konieczność określenia parametrów termodynamicznych czynnika roboczego pośredniczącego w wymianie ciepła między źródłem i odbiornikiem.

Do modelowania właściwości rzeczywistych substancji stosowanych jest wiele różnych empirycznych, a także półempirycznych równań, dających dostateczną zgodność z doświadczeniem. Występujące w tych równaniach stałe zależą przede wszystkim od rodzaju czynnika roboczego, a ich wartości liczbowe wyznacza się zazwyczaj doświadczalnie, przy czym równania te są ważne w ściśle określonym zakresie temperatury i ciśnienia.

W pompach ciepła jako czynniki robocze stosowane są nie tylko czyste związki, ale również jednorodne mieszaniny dwu- i trójskładnikowe. Ponadto, w urządzeniach sprężarkowych ze sprężarkami mechanicznymi w obiegu znajduje się mieszanina czynników roboczych z olejem smarowym. Stąd też w celu przeprowadzenia analizy rzeczywistych obiegów realizowanych w tych urządzeniach należałoby rozważać mieszaniny trójskładnikowe.

Pod względem sposobu matematycznego opisu właściwości termodynamicznych czynników roboczych należy wyróżnić:

- czyste czynniki robocze i mieszaniny azeotropowe,
- mieszaniny nieazeotropowe.

W przypadku mieszanin azeotropowych w stanie równowagi fazowej skład pary jest równy składowi cieczy, stąd jeśli położenie punktu azeotropowego znajduje się w obszarze realizowanego obiegu urządzenia sprężarkowego to zmiana właściwości termodynamicznych jest niewielka i w obliczeniach technicznych może być pominięta. Dlatego dane dotyczące mieszanin azeotropowych podawane są w ten sam sposób, jak dla czystych składników. Należy zaznaczyć, że dokładne obliczenie obiegu lub poszczególnych przemian w warunkach odbiegających od warunków punktu azeotropowego wymaga przeprowadzenia analizy jak dla mieszanin nieazeotropowych. Jest możliwe, że przy zbyt wysokiej temperaturze mieszanina będzie zachowywała się jak mieszanina nieazeotropowa, np. mieszanina R22/R12 powyżej 30°C nie ma punktu azeotropowego.

5.4.2. Modelowanie właściwości termodynamicznych czynników roboczych:

R11, R12, R12B1, R13, R13B1, R22, R23, R113, R114, R115, R133a, R142b, R500, R502, R503 (wg [26])

W podrozdziale podano podstawowe równania służące do określania właściwości termodynamicznych czynników roboczych.

Równania stanu gazu:

R11, R12, R13, R22, R23, R114, R133a, R142b, R500, R502, R503

Równanie Martina - Hou:

$$p = \frac{RT}{v - b} + \sum_{i=2}^5 \frac{A_i + B_i T + D_i \exp(-kT)}{(v - b)^i} + \frac{A_6 + B_6 T + D_6 \exp(-kT)}{e^{av} (1 + c' e^{av})} \quad (5.36)$$

gdzie:

p - ciśnienie, 10^5Pa

R - względna stała gazowa, $\text{J}/(\text{kg K})$,

$A_i, B_i, D_i, (i=2+6), a, b, c', k$ - stałe równania (tab.5.1).

v - objętość właściwa, m^3/kg ,

T - temperatura, K .

Tab.5.1. Stałe równania (5.36)

	R11	R12	R13
R	$6.052241 \cdot 10^{-4}$	$6.874809 \cdot 10^{-4}$	$7.959018 \cdot 10^{-4}$
A_2	$-8.401787 \cdot 10^{-4}$	$-9.162139 \cdot 10^{-4}$	$-8.285325 \cdot 10^{-4}$
B_2	$6.377309 \cdot 10^{-7}$	$7.711390 \cdot 10^{-7}$	$1.132609 \cdot 10^{-6}$
D_2	$-9.611609 \cdot 10^{-3}$	$-1.525249 \cdot 10^{-2}$	$-4.893845 \cdot 10^{-3}$
A_3	$-4.250893 \cdot 10^{-7}$	$1.010502 \cdot 10^{-6}$	$9.872619 \cdot 10^{-7}$
B_3	$1.472022 \cdot 10^{-9}$	$-5.675428 \cdot 10^{-10}$	$-1.712415 \cdot 10^{-9}$
D_3	$2.047137 \cdot 10^{-5}$	$2.199841 \cdot 10^{-5}$	$9.594461 \cdot 10^{-6}$
A_4	$1.766941 \cdot 10^{-9}$	$-5.746452 \cdot 10^{-10}$	$-1.074506 \cdot 10^{-9}$
B_4	$-3.402516 \cdot 10^{-12}$	0.0	$2.523391 \cdot 10^{-12}$
D_4	0.0	0.0	0.0
A_5	$-1.542161 \cdot 10^{-12}$	0.0	$3.458786 \cdot 10^{-13}$
B_5	$2.881061 \cdot 10^{-15}$	$4.081978 \cdot 10^{-16}$	$-8.702257 \cdot 10^{-16}$
D_5	$-9.664970 \cdot 10^{-12}$	$-1.663090 \cdot 10^{-12}$	$-2.532797 \cdot 10^{-12}$
A_6	$7.291233 \cdot 10^6$	0.0	$5.087366 \cdot 10^6$
B_6	$-1.175541 \cdot 10^4$	0.0	$-9.227955 \cdot 10^3$
D_6	0.0	0.0	0.0
b	$1.186131 \cdot 10^{-4}$	$4.063678 \cdot 10^{-4}$	$2.996542 \cdot 10^{-4}$
k	$9.551098 \cdot 10^{-3}$	$1.421524 \cdot 10^{-2}$	$1.324503 \cdot 10^{-2}$
a	$9.290709 \cdot 10^3$	0.0	$1.001154 \cdot 10^4$
c'	0.0	0.0	0.0

	R22	R23
R	$9.614692 \cdot 10^{-4}$	$1.187484 \cdot 10^{-3}$
A ₂	$-1.169824 \cdot 10^{-3}$	$-1.257409 \cdot 10^{-3}$
B ₂	$1.164317 \cdot 10^{-6}$	$1.679681 \cdot 10^{-6}$
D ₂	$-1.184102 \cdot 10^{-2}$	$-4.293255 \cdot 10^{-2}$
A ₃	$-2.929544 \cdot 10^{-7}$	$-2.092651 \cdot 10^{-7}$
B ₃	$2.303209 \cdot 10^{-9}$	$2.335063 \cdot 10^{-9}$
D ₃	$2.488977 \cdot 10^{-5}$	$9.966243 \cdot 10^{-5}$
A ₄	$2.419213 \cdot 10^{-9}$	$2.165683 \cdot 10^{-9}$
B ₄	$-6.796736 \cdot 10^{-12}$	$-6.944736 \cdot 10^{-12}$
D ₄	0.0	0.0
A ₅	$-2.434610 \cdot 10^{-12}$	$-2.529079 \cdot 10^{-12}$
B ₅	$6.302087 \cdot 10^{-15}$	$7.596730 \cdot 10^{-15}$
D ₅	$-1.206210 \cdot 10^{-11}$	$-4.834001 \cdot 10^{-11}$
A ₆	$9.400222 \cdot 10^6$	$5.172693 \cdot 10^6$
B ₆	$-2.075805 \cdot 10^4$	$-1.382787 \cdot 10^4$
D ₆	0.0	0.0
b	$1.248559 \cdot 10^{-4}$	$7.803945 \cdot 10^{-5}$
k	$1.137718 \cdot 10^{-2}$	$1.839095 \cdot 10^{-2}$
a	$8.781321 \cdot 10^3$	$8.329601 \cdot 10^3$
c'	0.0	0.0

	R114	R133a	R142b
R	$4.864044 \cdot 10^{-4}$	$7.016794 \cdot 10^{-4}$	$8.272757 \cdot 10^{-4}$
A ₂	$-6.410438 \cdot 10^{-4}$	$-1.209872 \cdot 10^{-3}$	$-3.786050 \cdot 10^{-3}$
B ₂	$5.224227 \cdot 10^{-7}$	$1.047264 \cdot 10^{-6}$	$6.996859 \cdot 10^{-6}$
D ₂	$-1.763883 \cdot 10^{-3}$	$-2.709723 \cdot 10^{-2}$	0.0
A ₃	$5.712761 \cdot 10^{-7}$	$1.526901 \cdot 10^{-6}$	$9.105356 \cdot 10^{-6}$
B ₃	$-1.610472 \cdot 10^{-10}$	$-1.002594 \cdot 10^{-9}$	$-2.046842 \cdot 10^{-8}$
D ₃	$2.745367 \cdot 10^{-6}$	$4.513793 \cdot 10^{-5}$	0.0
A ₄	$-4.039609 \cdot 10^{-10}$	$-9.468790 \cdot 10^{-10}$	0.0
B ₄	0.0	0.0	0.0
D ₄	0.0	0.0	0.0
A ₅	$1.047161 \cdot 10^{-13}$	$-5.250818 \cdot 10^{-14}$	0.0
B ₅	$7.370311 \cdot 10^{-17}$	$8.906171 \cdot 10^{-16}$	0.0
D ₅	$-6.645620 \cdot 10^{-13}$	$-1.156494 \cdot 10^{-11}$	0.0
A ₆	0.0	0.0	0.0
B ₆	0.0	0.0	0.0
D ₆	0.0	0.0	0.0
b	$3.692555 \cdot 10^{-4}$	$3.955015 \cdot 10^{-4}$	0.0
k	$7.162468 \cdot 10^{-3}$	$1.286268 \cdot 10^{-3}$	0.0
a	0.0	0.0	0.0
c'	0.0	0.0	0.0

	R500	R502	R503
R	$8.371348 \cdot 10^{-4}$	$7.447439 \cdot 10^{-4}$	$9.530314 \cdot 10^{-4}$
A ₂	$-1.222582 \cdot 10^{-3}$	$-8.763399 \cdot 10^{-4}$	$-1.002133 \cdot 10^{-3}$
B ₂	$1.116512 \cdot 10^{-6}$	$9.952147 \cdot 10^{-7}$	$1.249042 \cdot 10^{-6}$
D ₂	$-2.496749 \cdot 10^{-2}$	$-6.515794 \cdot 10^{-3}$	$-1.875430 \cdot 10^{-2}$
A ₃	$1.452800 \cdot 10^{-6}$	$5.848814 \cdot 10^{-7}$	$1.111364 \cdot 10^{-6}$
B ₃	$-9.486124 \cdot 10^{-10}$	$-2.620626 \cdot 10^{-10}$	$-1.076663 \cdot 10^{-9}$
D ₃	$4.600113 \cdot 10^{-5}$	$5.581765 \cdot 10^{-6}$	$2.946438 \cdot 10^{-5}$
A ₄	$-9.138008 \cdot 10^{-10}$	$-8.981504 \cdot 10^{-10}$	$-5.939881 \cdot 10^{-10}$
B ₄	0.0	$1.324024 \cdot 10^{-12}$	0.0
D ₄	0.0	$2.347055 \cdot 10^{-8}$	0.0
A ₅	$-8.995387 \cdot 10^{-14}$	$5.777161 \cdot 10^{-13}$	$-5.951868 \cdot 10^{-14}$
B ₅	$1.076683 \cdot 10^{-15}$	$-9.316170 \cdot 10^{-16}$	$8.243832 \cdot 10^{-16}$
D ₅	$-1.374624 \cdot 10^{-11}$	$-2.429824 \cdot 10^{-11}$	$-6.535487 \cdot 10^{-12}$
A ₆	0.0	$-2.637780 \cdot 10^6$	0.0
B ₆	0.0	$6.927091 \cdot 10^3$	0.0
D ₆	0.0	$1.060301 \cdot 10^8$	0.0
b	$3.767046 \cdot 10^{-4}$	$1.042546 \cdot 10^{-4}$	$3.440809 \cdot 10^{-4}$
k	$1.445926 \cdot 10^{-2}$	$1.182062 \cdot 10^{-2}$	$1.870835 \cdot 10^{-2}$
a	0.0	$9.755244 \cdot 10^3$	0.0
c'	0.0	$7.000000 \cdot 10^{-7}$	0.0

uogólnione równanie Benedicta - Webba - Rubina

dla R12B1, R113, R115:

$$\begin{aligned}
 p_r = & Wa T_r \rho_r + \left(A_2 + B_2 T_r + \frac{C_2}{T_r^2} + \frac{D_2}{T_r^4} \right) \rho_r^2 + & (5.37) \\
 & + \left(A_3 + B_3 T_r + \frac{C_3}{T_r^2} \right) \rho_r^3 + \\
 & + \left(\frac{A_4}{T_r^2} + \frac{A_5}{T_r^4} \right) \rho_r^3 (1 + \beta \rho_r^2) \exp(-\beta \rho_r^2) + \\
 & + A_6 \rho_r^6,
 \end{aligned}$$

gdzie:

Wa⁽¹⁾ - stała van der Waalsa,

(1) $Wa = \frac{R T_k}{p_k v_k}$

R - względna stała gazowa, J/(kg K),

$A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, B_2, B_3, C_2, C_3, \beta$ - stałe równania, (tab.5.2),

p_r, T_r, ρ_r - parametry zredukowane:

$$T_r = T / T_k,$$

$$v_r = v / v_k,$$

$$\rho_r = \rho / \rho_k,$$

T - temperatura, K,

p - ciśnienie, 10^5 Pa,

v - objętość właściwa, m^3/kg ,

ρ - gęstość, kg/m^3

Tab.5.2. Stałe równania (5.37)

	R12B1	R113	R115
R	$5.027938 \cdot 10^{-4}$	$4.437100 \cdot 10^{-4}$	$5.382171 \cdot 10^{-4}$
Wa	$3.718690 \cdot 10^0$	$3.6542241 \cdot 10^0$	$3.690728 \cdot 10^0$
A_2	$4.867397 \cdot 10^0$	$-5.489884 \cdot 10^0$	$-9.855759 \cdot 10^{-1}$
B_2	$-4.652115 \cdot 10^0$	$2.209589 \cdot 10^0$	$2.543762 \cdot 10^{-1}$
C_2	$-6.499745 \cdot 10^0$	$-1.226001 \cdot 10^0$	$-3.930529 \cdot 10^0$
D_2	$8.821840 \cdot 10^{-1}$	$-4.692374 \cdot 10^{-2}$	0.0
A_3	$-2.695105 \cdot 10^0$	$-2.508082 \cdot 10^2$	$-6.817466 \cdot 10^0$
B_3	$3.586372 \cdot 10^0$	$1.453084 \cdot 10^2$	$4.273887 \cdot 10^0$
C_3	$9.462100 \cdot 10^{-1}$	$1.170213 \cdot 10^2$	0.0
A_4	$-4.716400 \cdot 10^{-1}$	$2.992017 \cdot 10^1$	$4.553801 \cdot 10^0$
A_5	$1.764129 \cdot 10^0$	$-3.936084 \cdot 10^1$	0.0
A_6	$1.033210 \cdot 10^{-1}$	$-1.180016 \cdot 10^0$	$3.150539 \cdot 10^{-1}$
β	$1.450000 \cdot 10^0$	$5.500000 \cdot 10^{-1}$	$4.590000 \cdot 10^{-1}$
T_k	$4.277500 \cdot 10^2$	$4.872500 \cdot 10^2$	$3.530900 \cdot 10^2$
p_k	$4.123700 \cdot 10^1$	$3.410000 \cdot 10^1$	$3.157000 \cdot 10^1$
v_k	$1.402000 \cdot 10^{-3}$	$1.735000 \cdot 10^{-3}$	$1.631000 \cdot 10^{-3}$

Równanie Rombusha:

R13B1:

$$p = p_k (1 + f_1 + f_2 + f_3), \quad (5.38)$$

$$f_1 = -1(1 - \rho_r)^5 \left[1 + A_0 \rho_r + \frac{A_1 (A_2 - \rho_r) \rho_r^2}{1 + 4(1 - \rho_r)^2} \right],$$

$$f_2 = (T_r - 1) \sum_{i=1}^6 B_i \rho_r^i,$$

$$f_3 = \frac{(T_r - 1)^2}{T_r} \sum_{i=2}^4 D_i \rho_r^i,$$

gdzie:

p_r, T_r, ρ_r - parametry zredukowane:

$$T_r = T / T_k,$$

$$v_r = v / v_k,$$

$$\rho_r = \rho / \rho_k,$$

T - temperatura, K,

p - ciśnienie, 10^5 Pa,

v - objętość właściwa, m^3/kg

ρ - gęstość, kg/m^3

A_i, B_i, C_i - stałe równania, (tab.5.3).

Tab.5.3. Stałe równania (5.38)

R13B1			
R	$5.583604 \cdot 10^{-4}$	D_2	$-6.516300 \cdot 10^0$
A_0	$1.449800 \cdot 10^0$	D_3	$1.147110 \cdot 10^1$
A_1	$4.527200 \cdot 10^0$	D_4	$-4.361650 \cdot 10^0$
A_2	$1.725090 \cdot 10^0$		
B_1	$3.548794 \cdot 10^0$	T_k	$3.401500 \cdot 10^2$
B_2	$5.537640 \cdot 10^0$	p_k	$3.985000 \cdot 10^1$
B_3	$-8.741400 \cdot 10^{-1}$	v_k	$1.343000 \cdot 10^{-3}$
B_4	$-5.132100 \cdot 10^0$		
B_5	$4.833180 \cdot 10^0$		
B_6	$-1.000000 \cdot 10^0$		

Ciepło właściwe gazu doskonałego przy stałej objętości:

Ciepło właściwe pary suchej nasyconej i pary przegrzanej można określić:

$$c_v'' = c_v^0 + T \int_{\infty}^v \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_v d v, \quad (5.39)$$

gdzie:

c_v'' - ciepło właściwe pary suchej nasyconej, kJ/(kg K),

$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_v$ - z równania stanu gazu,

c_v^0 - ciepło właściwe przy stałej objętości gazu doskonałego:

$$c_v^0 = \sum_{i=0}^{10} c_i T^i \cdot 5 \quad \text{kJ/(kg K)}, \quad (5.40)$$

gdzie:

c_i - stałe równania (tab.5.4).

Tab.5.4. Stałe równania (5.40)

	R11	R12	R12B1
c ₀	$4.980207 \cdot 10^9$	$1.165198 \cdot 10^{11}$	0.0
c ₁	$-6.253121 \cdot 10^8$	$-2.602811 \cdot 10^9$	0.0
c ₂	$8.263887 \cdot 10^6$	$2.126071 \cdot 10^7$	0.0
c ₃	$-3.465065 \cdot 10^4$	$-6.965262 \cdot 10^4$	0.0
c ₄	$-2.843343 \cdot 10^1$	$-1.851929 \cdot 10^1$	0.0
c ₅	$7.621375 \cdot 10^{-1}$	$8.576710 \cdot 10^{-1}$	$6.563262 \cdot 10^{-2}$
c ₆	0.0	0.0	$1.550340 \cdot 10^{-3}$
c ₇	0.0	0.0	$-1.411170 \cdot 10^{-6}$
c ₈	0.0	0.0	$7.319000 \cdot 10^{-11}$
c ₉	0.0	0.0	0.0
c ₁₀	0.0	0.0	0.0

	R13	R13B1	R22
c ₀	0.0	0.0	$1.990639 \cdot 10^{11}$
c ₁	0.0	0.0	$-3.677542 \cdot 10^9$
c ₂	0.0	0.0	$2.240164 \cdot 10^7$
c ₃	0.0	0.0	$-2.532625 \cdot 10^4$
c ₄	0.0	0.0	$-2.625215 \cdot 10^2$
c ₅	$6.361476 \cdot 10^{-2}$	$5.158396 \cdot 10^{-2}$	$1.254192 \cdot 10^0$
c ₆	$2.116006 \cdot 10^{-3}$	$1.701100 \cdot 10^{-3}$	0.0
c ₇	$-1.089071 \cdot 10^{-6}$	$-1.898490 \cdot 10^{-6}$	0.0
c ₈	$-1.979416 \cdot 10^{-9}$	$8.053720 \cdot 10^{-10}$	0.0
c ₉	$2.819424 \cdot 10^{-12}$	0.0	0.0
c ₁₀	$-1.169556 \cdot 10^{-15}$	0.0	0.0

	R23	R113	R114
c ₀	0.0	$1.757092 \cdot 10^{11}$	$2.932236 \cdot 10^{11}$
c ₁	0.0	$-3.633985 \cdot 10^9$	$-5.528323 \cdot 10^9$
c ₂	0.0	$2.635637 \cdot 10^7$	$2.635637 \cdot 10^7$
c ₃	0.0	$-7.667310 \cdot 10^4$	$-1.092883 \cdot 10^5$
c ₄	0.0	$-3.194712 \cdot 10^1$	$-2.539341 \cdot 10^1$
c ₅	$4.028753 \cdot 10^{-1}$	$9.870415 \cdot 10^{-1}$	$1.065937 \cdot 10^0$
c ₆	$-1.671970 \cdot 10^{-3}$	$-2.046232 \cdot 10^{-5}$	$1.433239 \cdot 10^{-5}$
c ₇	$1.681117 \cdot 10^{-5}$	$2.957158 \cdot 10^{-8}$	0.0
c ₈	$-4.343768 \cdot 10^{-8}$	0.0	0.0
c ₉	$5.523807 \cdot 10^{-11}$	0.0	0.0
c ₁₀	$-2.924474 \cdot 10^{-14}$	0.0	0.0

	R115	R133a	R142b
c ₀	6.355406·10 ¹¹	4.676431·10 ¹¹	-4.251674·10 ¹¹
c ₁	-1.098543·10 ¹⁰	-8.313881·10 ⁹	6.264099·10 ⁹
c ₂	7.048211·10 ⁷	5.307927·10 ⁷	-3.955123·10 ⁷
c ₃	-1.883955·10 ⁵	-1.141751·10 ⁵	1.728323·10 ⁵
c ₄	2.547242·10 ¹	-2.115033·10 ²	-6.631855·10 ²
c ₅	1.173900·10 ⁰	1.532838·10 ⁰	1.917519·10 ⁰
c ₆	0.0	0.0	0.0
c ₇	0.0	0.0	0.0
c ₈	0.0	0.0	0.0
c ₉	0.0	0.0	0.0
c ₁₀	0.0	0.0	0.0

	R500	R502	R503
c ₀	-6.058273·10 ¹⁰	4.225315·10 ¹¹	0.0
c ₁	5.976879·10 ⁸	-7.419029·10 ⁹	0.0
c ₂	-4.409206·10 ⁶	4.701788·10 ⁷	0.0
c ₃	5.310129·10 ⁴	-1.088157·10 ⁵	0.0
c ₄	-3.800041·10 ²	-1.150645·10 ²	0.0
c ₅	1.425761·10 ⁰	1.213052·10 ⁰	1.997566·10 ⁻¹
c ₆	0.0	0.0	5.959295·10 ⁻⁴
c ₇	0.0	0.0	6.094117·10 ⁻⁶
c ₈	0.0	0.0	-1.861620·10 ⁻⁸
c ₉	0.0	0.0	2.385450·10 ⁻¹¹
c ₁₀	0.0	0.0	-1.243585·10 ⁻¹⁴

Ciśnienie nasycenia:

$$\ln(p) = \frac{a_1}{T} + a_2 + a_3 T + a_4 T^2 + a_5 T^3 + a_6 T^6 + a_{13} T^7 + \quad (5.41)$$

$$+ (a_7 + a_{14} T) \ln(T) + \left(\frac{a_8}{T} + a_9 \right) \ln(a_{10} - T),$$

gdzie:

a_i, i=1,2,3...14 - stałe (tab.5.5),

p - ciśnienie, 10⁵ Pa,

T - temperatura, K.

Tab.5.5. Stale równania (5.41)

	R11	R12	R12B1
a ₁	$-5.548529 \cdot 10^3$	$-4.396188 \cdot 10^3$	$-3.530375 \cdot 10^3$
a ₂	$8.680379 \cdot 10^1$	$8.183088 \cdot 10^1$	$3.007812 \cdot 10^1$
a ₃	$1.661335 \cdot 10^{-2}$	$1.960604 \cdot 10^{-2}$	$9.985021 \cdot 10^{-3}$
a ₄	0.0	0.0	0.0
a ₅	0.0	0.0	0.0
a ₆	0.0	0.0	$3.742728 \cdot 10^{-17}$
a ₇	$-1.284597 \cdot 10^1$	$-1.247152 \cdot 10^1$	$-3.143122 \cdot 10^0$
a ₈	$1.501943 \cdot 10^1$	0.0	0.0
a ₉	$-3.136054 \cdot 10^{-2}$	0.0	0.0
a ₁₀	$4.789278 \cdot 10^2$	0.0	0.0
a ₁₃	0.0	0.0	$7.506318 \cdot 10^{-21}$
a ₁₄	0.0	0.0	$-1.382467 \cdot 10^{-3}$

	R13	R13B1	R22
a ₁	$-3.416103 \cdot 10^3$	$-2.834723 \cdot 10^3$	$-4.819968 \cdot 10^3$
a ₂	$5.273862 \cdot 10^1$	$2.906206 \cdot 10^1$	$6.004136 \cdot 10^1$
a ₃	$1.054880 \cdot 10^{-2}$	0.0	$9.080702 \cdot 10^{-3}$
a ₄	0.0	0.0	0.0
a ₅	0.0	0.0	0.0
a ₆	0.0	$1.372992 \cdot 10^{-16}$	0.0
a ₇	$-7.172344 \cdot 10^0$	$-2.960200 \cdot 10^0$	$-7.861031 \cdot 10^0$
a ₈	$8.502468 \cdot 10^1$	0.0	$1.699038 \cdot 10^2$
a ₉	$-2.803011 \cdot 10^{-1}$	0.0	$-4.457466 \cdot 10^{-1}$
a ₁₀	$3.033333 \cdot 10^2$	0.0	$3.811667 \cdot 10^2$
a ₁₃	0.0	0.0	0.0
a ₁₄	0.0	0.0	0.0

	R23	R113	R114
a ₁	$-3.039034 \cdot 10^3$	$-4.862445 \cdot 10^3$	$-6.345472 \cdot 10^3$
a ₂	$4.396443 \cdot 10^1$	$4.155994 \cdot 10^1$	$5.549224 \cdot 10^1$
a ₃	$5.893820 \cdot 10^{-3}$	0.0	$2.865206 \cdot 10^{-3}$
a ₄	$-2.648600 \cdot 10^{-5}$	0.0	0.0
a ₅	$6.728300 \cdot 10^{-8}$	0.0	0.0
a ₆	0.0	$2.055540 \cdot 10^{-17}$	0.0
a ₇	$-5.458538 \cdot 10^0$	$-4.577048 \cdot 10^0$	$-6.308676 \cdot 10^0$
a ₈	0.0	0.0	$3.335583 \cdot 10^2$
a ₉	0.0	0.0	$-7.814211 \cdot 10^{-1}$
a ₁₀	0.0	0.0	$4.268611 \cdot 10^2$

	R115	R133a	R142b
a ₁	-4.448914·10 ³	-4.278087·10 ³	-5.601280·10 ³
a ₂	8.969850·10 ¹	2.161383·10 ¹	1.128005·10 ²
a ₃	2.317480·10 ⁻²	-3.016990·10 ⁻²	2.710600·10 ⁻²
a ₄	0.0	2.749679·10 ⁻⁵	0.0
a ₅	0.0	0.0	0.0
a ₆	0.0	0.0	0.0
a ₇	-1.394918·10 ¹	0.0	-1.770500·10 ¹
a ₈	0.0	0.0	0.0
a ₉	0.0	0.0	0.0
a ₁₀	0.0	0.0	0.0

	R500	R502	R503
a ₁	-4.273220·10 ³	-4.521900·10 ³	-2.634006·10 ³
a ₂	3.585795·10 ¹	2.113942·10 ¹	1.956003·10 ¹
a ₃	2.083613·10 ⁻³	-7.238020·10 ⁻³	-3.839540·10 ⁻²
a ₄	0.0	0.0	5.193740·10 ⁻⁵
a ₅	0.0	0.0	0.0
a ₆	0.0	0.0	0.0
a ₇	-3.636910·10 ⁰	-3.698350·10 ⁻¹	0.0
a ₈	1.788929·10 ²	2.965214·10 ²	0.0
a ₉	-4.629401·10 ⁻¹	-8.161139·10 ⁻¹	0.0
a ₁₀	3.864278·10 ⁻²	3.633333·10 ⁻²	0.0

Gęstość cieczy wrzącej:

(rozszerzona postać równania Martina):

$$\rho' = b_0 + \sum_{i=1}^4 b_i (1 - T_r)^{i/3} + b_6 (1 - T_r)^{1/2} + b_5 (1 - T_r)^2, \quad (5.42)$$

gdzie:

ρ' - gęstość, kg/m³,

b_i , $i = 0, 1 \dots 6$ - stałe (tab.5.6).

Tab.5.6. Stałe równania (5.42)

	R11	R12	R12B1
b ₀	5.537583·10 ²	5.580883·10 ²	7.130113·10 ²
b ₁	9.232740·10 ²	8.544438·10 ²	1.365348·10 ³
b ₂	6.989208·10 ²	0.0	0.0
b ₃	-6.859676·10 ²	2.994070·10 ²	5.806775·10 ²
b ₄	5.879838·10 ²	0.0	-3.346881·10 ¹
b ₅	0.0	-5.047408·10 ¹	0.0
b ₆	0.0	3.521493·10 ²	0.0
T _k	4.711500·10 ²	3.851500·10 ²	4.277500·10 ²

	R13	R13B1	R22
b ₀	5.777854·10 ²	7.447900·10 ²	5.247700·10 ²
b ₁	8.713263·10 ²	1.265700·10 ³	8.751600·10 ²
b ₂	0.0	0.0	5.886600·10 ²
b ₃	1.363616·10 ²	3.904000·10 ²	-3.570900·10 ²
b ₄	0.0	0.0	3.279500·10 ²
b ₅	1.536011·10 ²	5.536300·10 ⁰	0.0
b ₆	4.145563·10 ²	3.257900·10 ²	0.0
T _k	3.020000·10 ²	3.401500·10 ²	3.691600·10 ²

	R23	R113	R114
b ₀	5.250200·10 ²	5.763700·10 ²	5.817900·10 ²
b ₁	1.015200·10 ³	1.025000·10 ³	9.794700·10 ²
b ₂	-4.053500·10 ²	4.799600·10 ²	0.0
b ₃	2.309200·10 ³	-3.084200·10 ²	2.629900·10 ²
b ₄	-1.700100·10 ³	3.728800·10 ²	0.0
b ₅	0.0	0.0	1.793800·10 ¹
b ₆	0.0	0.0	2.799500·10 ²
T _k	2.990600·10 ²	4.872500·10 ²	4.188500·10 ²

	R115	R133a	R142b
b ₀	6.131000·10 ²	5.106000·10 ²	4.350000·10 ²
b ₁	1.502400·10 ³	8.388300·10 ²	-9.658000·10 ¹
b ₂	-2.058300·10 ³	8.511700·10 ²	4.274300·10 ³
b ₃	4.035100·10 ³	-9.301500·10 ²	-5.803000·10 ³
b ₄	-2.021400·10 ³	7.128500·10 ²	2.953400·10 ³
b ₅	0.0	0.0	0.0
b ₆	0.0	0.0	0.0
T _k	3.530900·10 ²	4.256500·10 ²	4.102500·10 ²

	R500	R502	R503
b ₀	4.965700·10 ²	5.606500·10 ²	5.640000·10 ²
b ₁	6.978000·10 ²	8.567400·10 ²	1.280200·10 ³
b ₂	1.196700·10 ³	1.023000·10 ³	-1.681700·10 ³
b ₃	-1.402900·10 ³	-1.122600·10 ³	4.421000·10 ³
b ₄	9.047700·10 ²	7.765600·10 ²	-2.915800·10 ³
b ₅	0.0	0.0	0.0
b ₆	0.0	0.0	0.0
T _k	3.786500·10 ²	3.553100·10 ²	2.926500·10 ²

Entalpia właściwa pary suchej nasyconej i pary przegrzanej:

$$h'' = \int_{T_{ref}}^T c_v^o dT + \int_{p_{ref}, v_{ref}}^{p, v} d(pv) + \int_{v_{ref}}^v \left[p - T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v \right] dv + h_{(T_{ref}, p_{ref})} \quad (5.43)$$

Postać dla równania stanu Martina - Hou:

$$h'' = \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq 4}}^{10} c_i \frac{T^{i-4}}{i-4} + c_4 \ln(T) + 100 \left[pv + \sum_{i=2}^5 \frac{A_i + D_i(1+kT)\exp(-kT)}{(i-1)(v-b)^{i-1}} \right] +$$

$$+ 100 \left\{ A_6 + D_6[(1+kT)\exp(-kT)] \right\} \left\{ \frac{e^{-av} - c' \ln(1 + e^{-av/c'})}{a} \right\} + K_1$$

gdzie:

p - ciśnienie, 10^5 Pa

R - względna stała gazowa, J/(kg K),

v - objętość właściwa, m^3/kg ,

T - temperatura, K,

$A_i, B_i, D_i, (i=2-6), a, b, c', k$ - stałe równania 5.36 (tab.5.1, str. 81).

c_i - stałe równania 5.40 (tab.5.4, str. 86),

$K_1^{(2)}$ - stała całkowania, (tab.5. 7).

Tab.5.7. Stałe całkowania.

	K_1
R11	$+2.433800 \cdot 10^2$
R12	$+5.855000 \cdot 10^1$
R13	$+2.049000 \cdot 10^2$
R22	$+1.525281 \cdot 10^3$
R23	$+2.357500 \cdot 10^2$
R114	$-4.168000 \cdot 10^1$
R133a	$+9.862800 \cdot 10^2$
R142b	$+4.045480 \cdot 10^3$
R500	$+2.282980 \cdot 10^3$
R502	$+4.637900 \cdot 10^2$
R503	$+2.034500 \cdot 10^2$

⁽²⁾ stała zdefiniowana tak, aby entalpia właściwa cieczy wrzącej h' każdego czynnika roboczego pompy ciepła lub czynnika chłodniczego była równa 200 kJ/kg w temperaturze 0°C.

Postać dla uogólnionego równania stanu Benedicta - Webba - Rubina:

$$h'' = \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq 4}}^{10} c_i \frac{T^{i-4}}{i-4} + c_4 \ln(T) + \\ + \frac{R T_k}{W a} \left\{ \frac{p_r}{\rho_r} \left(A_1 + 3 \frac{A_3}{T_r^2} + 5 \frac{A_4}{T_r^4} \right) \rho_r + \left(A_5 + 3 \frac{A_7}{T_r^2} \right) \frac{\rho_r^2}{2} + \right. \\ \left. + \left(3 \frac{A_8}{T_r^2} + 5 \frac{A_9}{T_r^4} \right) \frac{1}{k} \left(1 - \left(1 + \frac{k \rho_r^2}{2} \right) \exp(-k \rho_r^2) \right) + A_{10} \frac{\rho_r^5}{5} \right\} + K_1$$

gdzie:

Wa - stała van der Waals,

R - względna stała gazowa, J/(kg K),

p_r, T_r, ρ_r - parametry zredukowane:

$$T_r = T / T_k,$$

$$v_r = v / v_k,$$

$$\rho_r = \rho / \rho_k,$$

T - temperatura, K,

p - ciśnienie, 10^5 Pa,

v - objętość właściwa, m^3/kg ,

$A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, B_2, B_3, C_2, C_3, \beta$ - stałe równania 5.37, (tab.5.2, str. 84),

c_i - stałe równania 5.40 (tab.5.4, str. 86),

$K_1^{(3)}$ - stała całkowania, (tab.5. 8).

Tab.5.8. Stałe całkowania.

	R12B1	R113	R115
K_1	$1.402000 \cdot 10^{-3}$	$1.735000 \cdot 10^{-3}$	$1.631000 \cdot 10^{-3}$

(³) stała zdefiniowana tak, aby entalpia właściwa cieczy wrzącej h' każdego czynnika roboczego pompy ciepła lub czynnika chłodniczego była równa 200 kJ/kg w temperaturze 0°C.

Postać dla równania stanu Rombusha:

$$\begin{aligned}
 h'' = & \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq 4}}^{10} c_i \frac{T^{i-4}}{i-4} + c_4 \ln(T) + \\
 & + \frac{R T_k}{W a} \left\{ \frac{p_r}{\rho_r} (5 - A_0) \sum_{i=1}^5 \frac{(1 - \rho_r)^i}{i} - \left[1 - (1 - \rho_r)^5 \right] \frac{1 - \rho_r}{\rho_r} + \right. \\
 & + \frac{A_1 (A_2 - 1)}{16} \left[(1 - \rho_r)^4 - \frac{(1 - \rho_r)^2}{2} + \frac{1}{8} \ln(1 + 4(1 - \rho_r)^2) \right] + \\
 & + \frac{A_1}{4} \left[\frac{(1 - \rho_r)^5}{5} - \frac{(1 - \rho_r)^3}{12} + \frac{1 - \rho_r}{16} - \frac{1}{32} \arctan(2(1 - \rho_r)) \right] + \\
 & \left. - (A_0 + B_1 - 5) \ln(\rho_r) - \sum_{i=2}^6 B_i \frac{\rho_r^{i-1}}{i-1} - 2 \left(1 - \frac{1}{T_r} \right) \sum_{i=2}^4 C_i \frac{\rho_r^{i-1}}{i-1} \right\} + K_1
 \end{aligned}$$

p_r, T_r, ρ_r - parametry zredukowane:

$$T_r = T / T_k,$$

$$v_r = v / v_k,$$

$$\rho_r = \rho / \rho_k,$$

T - temperatura, K,

p - ciśnienie, 10^5 Pa,

v - objętość właściwa, m^3/kg

ρ - gęstość, kg/m^3

A_i, B_i, D_i - stałe równania 5.38, (tab.5.3, str. 85),

c_i - stałe równania 5.40 (tab.5.4, str. 86),

K_1 (*) - stała całkowania, (tab.5.9).

Tab.5.9. Stałe całkowania.

	R13B1
Wa	3.5487936
K_1	$2.276046 \cdot 10^2$

(*) stała zdefiniowana tak, aby entalpia właściwa cieczy wrzącej h' każdego czynnika roboczego pompy ciepła lub czynnika chłodniczego była równa 200 kJ/kg w temperaturze 0°C.

Entropia właściwa pary suchej nasyconej i pary przegrzanej:

$$s'' = \int_{T_{ref}}^T \frac{c_v^o}{T} dT + \int_{v_{ref}}^v \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dv + s_{(T_{ref}, Pref)} \quad (5.44)$$

Postać dla równania stanu Martina - Hou:

$$s'' = \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq 5}}^{10} c_i \frac{T^{i-5}}{i-5} + c_5 \ln(T) + \\ + 100 \left[R \ln(v - b) - \sum_{i=2}^5 \frac{B_i - D_i k \exp(-kT)}{(1-i)(v-b)^{i-1}} + \right. \\ \left. - \frac{B_6 - D_6 k \exp(-kT)}{a} (c' \ln(c' + \exp(-av)) - \exp(-av)) \right] + K_2$$

gdzie:

p - ciśnienie, 10^5Pa

R - względna stała gazowa, $\text{J}/(\text{kg K})$,

v - objętość właściwa, m^3/kg ,

T - temperatura, K,

$A_i, B_i, D_i, (i=2-6), a, b, c', k$ - stałe równania 5.36 (tab.5.1, str. 81).

c_i - stałe równania 5.40 (tab.5.4, str. 86),

$K_2^{(5)}$ - stała całkowania, (tab.5. 10).

Tab.5.10. Stałe całkowania.

	K_2
R11	$-2.755800 \cdot 10^0$
R12	$-3.336600 \cdot 10^0$
R13	$+8.682510 \cdot 10^{-1}$
R22	$-5.878600 \cdot 10^0$
R23	$-4.608800 \cdot 10^{-2}$
R114	$-4.787700 \cdot 10^0$
R133a	$-7.699100 \cdot 10^0$
R142b	$-1.049300 \cdot 10^1$
R500	$-7.162400 \cdot 10^0$
R502	$-5.65520000 \cdot 10^0$
R503	$+4.683700 \cdot 10^{-1}$

⁽⁵⁾ stała zdefiniowana tak, aby entropia właściwa cieczy wrzającej s' każdego czynnika roboczego pompy

Postać dla uogólnionego równania stanu Benedicta - Webba - Rubina:

$$s'' = \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq 5}}^{10} c_i \frac{T^{i-5}}{i-5} + c_5 \ln(T) +$$

$$+ \frac{R}{W_a} \left\{ -W_a \ln(\rho_r) - \left(A_2 - 2 \frac{A_3}{T_r^3} - 4 \frac{A_4}{T_r^5} \right) \rho_r - \left(A_6 - 2 \frac{A_7}{T_r^3} \right) \frac{\rho_r^2}{2} + \right.$$

$$\left. + \left(2 \frac{A_8}{T_r^3} + 4 \frac{A_9}{T_r^5} \right) \frac{1}{k} \left(1 - \left(1 + \frac{k \rho_r^2}{2} \right) \exp(-k \rho_r^2) \right) \right\} + K_2$$

gdzie:

W_a - stała van der Waalsa,

R - względna stała gazowa, J/(kg K),

p_r, T_r, ρ_r - parametry zredukowane:

$$T_r = T / T_k,$$

$$v_r = v / v_k,$$

$$\rho_r = \rho / \rho_k,$$

T - temperatura, K,

p - ciśnienie, 10^5 Pa,

v - objętość właściwa, m^3/kg ,

ρ - gęstość, kg/m^3

$A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, B_2, B_3, C_2, C_3, \beta$ - stałe równania 5.37, (tab.5.2, str. 84),

c_i - stałe równania 5.40 (tab.5.4, str. 86),

$K_2^{(6)}$ - stała całkowania, (tab.5. 11).

Tab.5.11. Stałe całkowania.

	R12B1	R113	R115
K_2	$+5.249364 \cdot 10^{-1}$	$-4.561643 \cdot 10^0$	$-5.761900 \cdot 10^0$

ciepła lub czynnika chłodniczego była równa 1 kJ/(kg K) w temperaturze 0°C.

⁽⁶⁾ stała zdefiniowana tak, aby entropia właściwa cieczy wrzącej s' każdego czynnika roboczego pompy ciepła lub czynnika chłodniczego była równa 1 kJ/(kg K) w temperaturze 0°C.

Postać dla równania stanu Rombusha:

$$s'' = \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq 5}}^{10} c_i \frac{T^{i-5}}{i-5} + c_5 \ln(T) + \frac{R}{W_a} \left\{ -B_1 \ln(\rho_r) + \right. \\ \left. - \sum_{i=2}^6 B_i \frac{\rho_r^{i-1}}{i-1} - \left(1 - \frac{1}{T_r}\right) \sum_{i=2}^4 C_i \frac{\rho_r^{i-1}}{i-1} \right\} + K_2$$

p_r, T_r, ρ_r - parametry zredukowane:

$$T_r = T / T_k,$$

$$v_r = v / v_k,$$

$$\rho_r = \rho / \rho_k,$$

T - temperatura, K,

p - ciśnienie, 10^5 Pa,

v - objętość właściwa, m^3/kg

ρ - gęstość, kg/m^3

A_i, B_i, C_i - stałe równania 5.38, (tab.5.3, str. 85),

c_i - stałe równania 5.40 (tab.5.4, str. 86),

K_2 (*) - stała całkowania, (tab.5. 12).

Tab.5.12. Stałe całkowania

	R13B1
K_2	$+5.334667 \cdot 10^{-1}$

Właściwe ciepło parowania:

(równanie Clausiusa-Clapeyrona)

$$l = (v'' - v')T \frac{dp}{dT} \quad (5.45)$$

gdzie:

$\frac{dp}{dT}$ - z równania (5.41), str. 88

Entalpia właściwa cieczy wrzącej:

$$h' = h'' - l \quad (5.46)$$

(*) stała zdefiniowana tak, aby entropia właściwa cieczy wrzącej s' każdego czynnika roboczego pompy ciepła lub czynnika chłodniczego była równa $1 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ w temperaturze 0°C .

Entropia właściwa cieczy wrzącej:

$$s' = s'' - \frac{l}{T} \quad (5.47)$$

Entalpia właściwa pary mokrej:

$$h_{pm} = (1-x)h' + xh'' \quad (5.48)$$

gdzie:

x - stopień suchości pary mokrej.

Entropia właściwa pary mokrej:

$$s_{pm} = (1-x)s' + xs'' \quad (5.49)$$

gdzie:

x - stopień suchości pary mokrej.

5.4.3. Uproszczona metoda modelowania właściwości termodynamicznych:

R12, R22, R114, R502, R717 (wg [8])

Często nie jest konieczne wyznaczenie wszystkich właściwości czynników roboczych lub też wymagana dokładność pozwala na zastosowanie uproszczonej metody - skracającej znacznie czas obliczeń numerycznych dzięki uniknięciu dużej liczby iteracji. Wówczas można się posłużyć metodą przedstawioną w [8] pozwalającą na obliczenie:

- temperatury nasycenia na podstawie zadanego ciśnienia,
- ciśnienia nasycenia na podstawie zadanej temperatury,
- entalpii cieczy na podstawie ciśnienia nasycenia oraz temperatury dochłodzenia cieczy,
- entalpii pary na podstawie temperatury nasycenia i temperatury przegrzania pary,
- objętości właściwej pary na podstawie temperatury nasycenia i temperatury przegrzania pary,
- zmiany entalpii podczas izoentropowego sprężania na podstawie temperatury przegrzania pary przed sprężaniem i ciśnienia ssania i tłoczenia (lub odpowiedniej temperatury nasycenia), dla czynników roboczych:

R12, R22, R114, R502 i R717.

Tab.5.13. Dopuszczalny zakres stosowania równań

	Temperatura nasycenia(°C)		Maksymalne przegrzanie pary (K)
	minimalna	maksymalna	
R12	-60	60	60
R22	-60	60	60
R114	-20	100	60
R502	-60	60	60
R717	-60	60	120

Obliczenie ciśnienia i temperatury nasycenia

Można zastosować równanie Antoine'a w postaci:

$$p_{\text{nas}} = \exp\left(\frac{a_1 - a_2}{T_{\text{nas}} + a_3}\right), \quad (5.50)$$

lub

$$T_{\text{nas}} = \frac{a_2}{\ln(p_{\text{nas}}) - a_1 - a_3}, \quad (5.51)$$

gdzie:

p_{nas} , Pa,

T_{nas} , K,

a_1, a_2, a_3 - stałe (tab.5.14).

Tab.5.14. Stałe równań (5.50) i (5.51)

	a_1	a_2	a_3
R11	20.82963	-2033.5646	248.30
R22	21.25384	-2025.4518	248.94
R114	20.76379	-2235.3078	238.18
R502	21.00668	-1924.9516	248.46
R717	22.11874	-2233.8226	244.20

Obliczenie entalpii cieczy

Entalpia cieczy praktycznie nie zależy od ciśnienia. Dla cieczy w temperaturze T''' i ciśnieniu p''' z równania (5.51) można obliczyć temperaturę T_{nas} odpowiadającą założonemu ciśnieniu p''' . Dochłodzenie cieczy równe jest wówczas:

$$\Delta T_d = T_{\text{nas}} - T_d. \quad (5.52)$$

Tab.5.15. Stałe równania (5.53)

	a_4 (I)	a_4 (II)	a_5	a_6	a_7
R12	200000	36006	923.88	0.83716	5.3772
R22	200000	44518	1170.36	1.68674	5.2703
R114	200000	36145	954.99	1.24882	-0.9871
R502	200000	41103	1114.60	2.12743	-1.7679
R717	200000	184311	4751.63	2.04493	-37.875

I - wartości zalecane przez International Institute of Refrigeration (IIR)
 III - wartości zalecane przez American Society of Heating Refrigerating and Airconditioning Engineers (ASHRAE)

Zakładając, że dochłodzenie cieczy nie wpływa na zmianę entalpii oraz że $\Delta T_d \geq 0$, do obliczeń można przyjąć:

$$h_d = a_4 + a_5 T_d + a_6 T_d^2 + a_7 T_d^3, \quad (5.53)$$

gdzie:

h_d , J/kg

T_d , K,

a_4, a_5, a_6, a_7 - stałe (tab.5.15).

Obliczenie entalpii pary suchej nasyconej:

$$h_{pom1} = a_8 + a_9 T_{nas} + a_{10} T_{nas}^2 + a_{11} T_{nas}^3 \quad (5.54)$$

$$h'' = h_{pom} + a_{12} \quad (5.55)$$

gdzie:

$a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}$ - stałe (tab.5.16).

Tab.5.16. Stałe równań (5.54) i (5.55)

	a_8	a_9	a_{10}
R12	187565	428.992	-0.75152
R22	250027	367.265	-1.84133
R114	173522	622.742	0.21971
R502	187890	406.454	-1.59402
R717	1441467	920.154	-10.20556
	$a_{11} \cdot 10^{-3}$	a_{12} (IIR)	
R12	-5.6695	163994	
R22	-11.4556	155482	
R114	-5.9329	163856	
R502	-13.6010	158898	
R717	-26.5126	15689	

Obliczenie entalpii pary przegrzanej

Dla pary o temperaturze T i ciśnieniu p można wyznaczyć temperaturę nasycenia T przy ciśnieniu p''' z równania (5.51). Przegrzanie pary wynosi wówczas:

$$\Delta T_p = T''' - T_{nas}, \quad (5.56)$$

$$h_{pom2} = h_{pom1} (1 + a_{13} \Delta T_p + a_{14} \Delta T_p + a_{15} \Delta T_p T_{nas} + a_{16} (\Delta T_p)^2 T_{nas} + a_{17} \Delta T_p (T_{nas})^2 + a_{18} (\Delta T_p)^2 (T_{nas})^2), \quad (5.57)$$

$$h''' = h_{pom2} + a_{12}, \quad (5.58)$$

gdzie:

 $a_{13}, a_{14}, a_{15}, a_{16}, a_{17}, a_{18}$ - stałe (tab.5.17).

Tab.5.17. Stałe równania (5.57)

	$a_{13} \cdot 10^{-3}$	$a_{14} \cdot 10^{-7}$	$a_{15} \cdot 10^{-6}$
R12	3.43263	7.27473	7.27759
R22	2.85446	4.0129	13.3612
R114	3.92169	35.0776	-5.29945
R502	3.08815	14.4572	16.5858
R717	1.68973	-3.47675	8.55525
	$a_{16} \cdot 10^{-8}$	$a_{17} \cdot 10^{-8}$	$a_{18} \cdot 10^{-10}$
R12	-6.63650	6.95693	-4.17264
R22	-8.11617	14.1194	-9.53194
R114	-2.40700	5.79432	-2.32032
R502	-12.5256	20.5676	-15.5967
R717	-3.04755	9.79201	-3.62549

Obliczenie objętości właściwej pary suchej nasyconej:

$$v'' = \exp\left(a_{19} + \frac{a_{20}}{T_{\text{nas}}}\right) \left(a_{21} + a_{22} T_{\text{nas}} + a_{23} T_{\text{nas}}^2 + a_{24} T_{\text{nas}}^3\right), \quad (5.59)$$

gdzie:

 v'' , m³/kg $a_{19}, a_{20}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{24}$ - stałe (tab.5.18).

Tab.5.18. Stałe równania (5.59)

	a_{19}	a_{20}	a_{21}
R12	-11.58643	2372.495	1.00755
R22	-11.82344	2390.321	1.01859
R114	-12.05430	2769.710	0.99304
R502	-12.03131	2327.862	1.03208
R717	-11.09867	2691.680	0.99675
	$a_{22} \cdot 10^{-4}$	$a_{23} \cdot 10^{-6}$	$a_{24} \cdot 10^{-7}$
R12	4.94025	-6.04777	-2.29472
R22	5.09433	-14.8464	-2.49547
R114	2.22323	13.4631	-1.88579
R502	5.57865	-25.5008	-2.86511
R717	4.02288	2.64170	-1.75152

Obliczenie objętości właściwej pary przegrzanej:

$$v''' = v'' \left(1 + a_{25} \Delta T_p + a_{26} (\Delta T_p)^2 + a_{27} \Delta T_p T_{\text{nas}} + \right) \quad (5.60)$$

$$+ a_{28} (\Delta T_p)^2 T_{nas} + a_{29} \Delta T_p (T_{nas})^2 +$$

$$+ a_{30} (\Delta T_p)^2 (T_{nas})^2 ,$$

gdzie:

$a_{25}, a_{26}, a_{27}, a_{28}, a_{29}, a_{30}$ - stałe (tab.5.19).

Tab.5.19. Stałe równania (5.60)

	$a_{25} \cdot 10^{-3}$	$a_{26} \cdot 10^{-6}$	$a_{27} \cdot 10^{-5}$
R12	4.99659	-5.11093	2.04917
R22	5.23275	-5.59394	3.45555
R114	4.02294	-0.73783	-0.81366
R502	5.56373	-6.39208	5.51452
R717	4.77321	-3.11142	1.58632
	$a_{28} \cdot 10^{-7}$	$a_{29} \cdot 10^{-7}$	$a_{30} \cdot 10^{-9}$
R12	-1.51970	3.64536	-1.67593
R22	-2.31649	5.80303	-3.20189
R114	0.15406	3.70281	-1.72164
R502	-3.69505	9.29879	-6.02967
R717	-0.91676	2.97255	-0.86668

Obliczenie zmiany entalpii w procesie izoentropowego sprężania pary bez przegrzania w króćcu ssawnym.

W celu wyznaczenia poszukiwanej wielkości posłużono się równaniem wyprowadzonym dla gazu doskonałego, przy czym wprowadzono empiryczny współczynnik korygujący:

$$\Delta h = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_1 v_1 \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right), \quad (5.61)$$

gdzie:

p_1 - ciśnienie w króćcu ssawnym sprężarki, Pa,

p_2 - ciśnienie w króćcu tłocznym sprężarki, Pa,

κ - średnia wartość wykładnika adiabaty w rozpatrywanym zakresie temperatury.

Przyrost temperatury podczas sprężania:

$$\Delta T_s = T_{nas, 2} - T_{nas, 1} \quad (5.62)$$

Współczynnik empiryczny:

$$\kappa_{pom} = a_{31} + a_{32} \Delta T_{nas, 1} + a_{33} (\Delta T_{nas, 1})^2 + a_{35} \Delta T_{nas, 1} \Delta T_s + \quad (5.63)$$

$$+ a_{35} (T_{nas, 1})^2 \Delta T_s + a_{36} T_{nas, 1} (\Delta T_{nas})^2 +$$

$$+ a_{37} (T_{nas, 1})^2 \Delta T_s + a_{38} \Delta T_s ,$$

$$\kappa = \kappa_{\text{pom}},$$

(5.64)

gdzie:

$a_{31}, a_{32}, a_{33}, a_{34}, a_{35}, a_{36}, a_{37}, a_{38}$ - stałe (tab.5.20).

Dla R114 ze względu na kształt krzywych granicznych sprężanie musi zachodzić po wstępnym przegrzaniu w obszarze pary przegrzanej.

Tab.5.20. Stałe równania (5.63)

	a_{31}	$a_{32} \cdot 10^{-3}$	$a_{33} \cdot 10^{-6}$	$a_{34} \cdot 10^{-6}$
R12	1.086089	-1.81486	-14.8704	2.20685
R22	1.137423	-1.50914	-5.59643	-8.74677
R114	1.051539	-1.39414	-4.57831	21.0115
R502	1.050613	-2.42242	-120.401	-2.80193
R717	1.325798	0.24520	3.10683	-11.3335
	$a_{35} \cdot 10^{-7}$	$a_{36} \cdot 10^{-8}$	$a_{37} \cdot 10^{-9}$	$a_{38} \cdot 10^{-4}$
R12	1.97069	-7.86500	-1.96889	-5.62656
R22	-1.49547	5.97029	1.41458	-4.52580
R114	0.17306	-25.6651	-2.83947	-2.94040
R502	0.05957	-2.95399	-0.13106	-6.69841
R717	-1.42736	6.35817	0.95979	-3.82295

Zakres zastosowania:

- temperatura nasycenia odpowiadająca ciśnieniu po stronie ssawnej:
 - $t_{\text{nas}} = -60 \div +30 \text{ }^\circ\text{C}$ (R12, R22, R502, R717)
 - $t_{\text{nas}} = -20 \div +70 \text{ }^\circ\text{C}$ (R114)
- zmiana temperatury nasycenia przed i po sprężaniu, odpowiadająca zmianie ciśnienia:
 - $\Delta t_{\text{spr}} = +10 \div +80 \text{ }^\circ\text{C}$

Obliczenie zmiany entalpii w procesie izoentropowego sprężania pary z przegrzaniem w króćcu ssawnym

Przegrzanie pary w króćcu ssawnym:

$$\Delta T_{\text{ss}} = T_s - T_{\text{nas}, 1} \quad (5.65)$$

Współczynnik empiryczny:

- dla R12, R22, R502, R717:

$$\kappa = \kappa_{\text{pom}} \left[1 + a_{39} \Delta T_{\text{ss}} + a_{40} (\Delta T_{\text{ss}})^2 + a_{41} \Delta T_{\text{ss}} T_{\text{nas}, 1} + a_{42} (\Delta T_{\text{ss}})^2 T_{\text{nas}, 1} \right], \quad (5.66)$$

- dla R114:

$$\kappa = \kappa_{\text{pom}} \left[1 + a_{39} (\Delta T_{\text{ss}} - 30) + a_{40} (\Delta T_{\text{ss}} - 30)^2 + a_{41} (\Delta T_{\text{ss}} - 30) T_{\text{nas}, 1} + a_{42} (\Delta T_{\text{ss}} - 30)^2 T_{\text{nas}, 1} \right], \quad (5.67)$$

gdzie:

a_{39} , a_{40} , a_{41} , a_{42} - stałe (tab.5.21).

W tym przypadku w celu obliczenia objętości właściwej pary (równanie 5.60) należy użyć równania (5.67). Dodatkowo dla R114 należy sprawdzić czy sprężanie zachodzi w obszarze pary przegrzanej, np. warunek:

$$h_{nas, 1} \geq h_1 + \Delta h . \quad (5.68)$$

Tab.5.21. Stałe równań (5.66) i (5.67)

	$a_{39} \cdot 10^{-3}$	$a_{40} \cdot 10^{-6}$	$a_{41} \cdot 10^{-5}$	$a_{42} \cdot 10^{-7}$
R12	7.29893	-8.58521	1.89573	-1.77018
R22	3.68417	-6.26076	1.45839	-1.65730
R114	1.32329	5.53163	1.28656	-1.51783
R502	13.4094	-14.7519	3.11613	-3.08970
R717	-3.80431	0.31883	-0.41557	0.33181

Zakres zastosowania:

- temperatura nasycenia odpowiadająca ciśnieniu po stronie ssawnej:
 - $t_{nas} = -60 \div +30 \text{ } ^\circ\text{C}$ (R12, R22, R502, R717)
 - $t_{nas} = -20 \div +70 \text{ } ^\circ\text{C}$ (R114)
- zmiana temperatury nasycenia przed i po sprężaniu, odpowiadająca zmianie ciśnienia:
 - $\Delta t_{spr} = +10 \div +80 \text{ } ^\circ\text{C}$
- przegrzanie pary:
 - $\Delta t_{przeg} = +0 \div +30 \text{ } ^\circ\text{C}$ (R12, R22, R502, R717)
 - $\Delta t_{przeg} = +20 \div +50 \text{ } ^\circ\text{C}$ (R114)

Błąd standardowy przedstawionej metody według autora wynosi $\pm 0.25\%$. Największym błędem obarczone są wyniki obliczeń wykonywanych na krańcach dopuszczalnego obszaru, na przykład dla R12 jeśli $t_{nas, 1}$ zawiera się w przedziale od -40 do $20 \text{ } ^\circ\text{C}$, zaś Δt_{spr} od 10 do $60 \text{ } ^\circ\text{C}$, oraz Δt_{przeg} jest mniejsze niż $20 \text{ } ^\circ\text{C}$, wówczas największy błąd wynosi 0.30% .

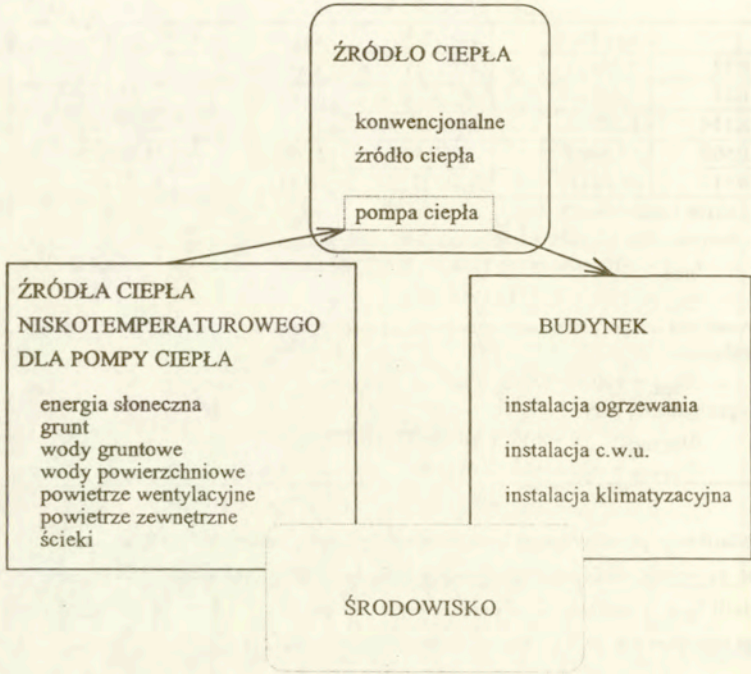
Inne równania przedstawiono w pracy [9] dla czynników R11, R12, R13, R21, R22, R502 oraz R717.

5.5. Zagadnienia modelowania układów z pompami ciepła

W instalacjach ogrzewania, przygotowania ciepłej wody użytkowej czy klimatyzacyjnych istotnym zagadnieniem jest przyjęcie właściwego rozwiązania źródła ciepła. Pojęcie "właściwe rozwiązanie" uwzględnia konieczność spełnienia wymagań odnośnie kosztu inwestycyjnego instalacji, kosztu jej eksploatacji, wartości i zmienności strumienia ciepła dostarczanego do instalacji, temperatury nośnika, emisji zanieczyszczeń stałych i gazowych, itp.

W pełnej analizie układu dostarczania ciepła do budynku należy określić poszczególne jego elementy (rys.5.1) oraz oddziaływania między nimi. W ogólnej postaci jest to układ składający się z:

- budynku, którego otoczenie (klimat), lokalizacja, konstrukcja decydują o wielkości strat ciepła, a przeznaczenie i sposób użytkowania itp. o wielkości zapotrzebowania ciepła na przygotowanie c.w.u.,



Rys.5.2. Schemat systemu dostarczania ciepła do budynku.

- sprzężonych z budynkiem instalacji, rozprowadzających ciepło i bezpośrednio współpracujących z rozpatrywanym źródłem ciepła,
- samego źródła lub źródeł ciepła, współdziałających ze sobą w określonej konfiguracji, ewentualnie wspomaganych przez zasobnik ciepła oraz źródła lub źródła ciepła niskotemperaturowego, które mogą ze sobą współpracować (ewentualnie wspomaganych przez zasobnik ciepła).

Budowanie modelu omawianego systemu wymaga opisanego równaniami matematycznymi wielu zjawisk "zewnętrznych" dla pompy ciepła np. klimatu, wymiany ciepła i masy między

otoczeniem a budynkiem, wymiany ciepła i masy w budynku, rozbiórów ciepłej wody użytkowej itp.

Należy również określić charakterystyczne parametry:

- temperaturę i inne wielkości charakteryzujące źródła ciepła,
- zużycie energii elektrycznej (lub innych nośników energii) niezbędnej do napędu pompy ciepła i innych układów wchodzących w skład systemu (pomp, wentylatorów, urządzeń regulacyjnych),
- koszty instalacyjne i eksploatacyjne danego rozwiązania lub inne, istotne ze względu na sformułowane zadanie.

Wymagane jest również podanie danych dotyczących warunków pracy systemu np.:

- dostępności danego źródła ciepła niskotemperaturowego oraz maksymalnego strumienia pozyskiwanego ciepła,
- dopuszczalnych wahań temperatury po stronie odbiornika ciepła.

W przedstawianym materiale celowo pominięto zagadnienia modelowanie samych źródeł ciepła: górnego i dolnego - stanowią one rozległy, zasługujący na osobne opracowanie temat.

5.6. Uwagi końcowe

W pracy przedstawiono przykładowe proste modele pomp ciepła.

Modelowanie umożliwia przeprowadzenie analizy rozpatrywanych układów, ich przebadanie w warunkach ekstremalnych bez konieczności budowania rzeczywistego obiektu. Jednakże tak uzyskane dane trzeba weryfikować doświadczalnie, ale nie w całym zakresie modelu, np. tylko poszczególne jego elementy.

Testowanie różnych układów i ich porównywanie wymaga opracowania ujednoczonych modeli wejściowych (np. pogody), opisań zjawisk związanych z danym zagadnieniem w stopniu odpowiednim do założonej szczegółowości.

Bibliografia

- [1] Ahrens, F.W.: Heat pump modelling, simulation and design, Heat Pumps Fundamentals, Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Heat Pump Fundamentals, Espinho, Spain, September 1-12, 1980
- [2] Brodowicz, K.: Teoria wymienników ciepła i masy, PWN, Warszawa 1982
- [3] Chan, C.Y., Haselden, G.G.: Computer-based refrigerant thermodynamic properties. Part 1: Basic equations, International Journal of Refrigeration, vol.4 (1981) No 1
- [4] Chan, C.Y., Haselden, G.G.: Computer-based refrigerant thermodynamic properties. Part 2: Program listings, International Journal of Refrigeration, vol.4 (1981) No 2
- [5] Chan, C.Y., Haselden, G.G.: Computer-based refrigerant thermodynamic properties. Part 3: Use

- of the program in the computation of standard refrigeration cycles, *International Journal of Refrigeration*, vol.4 (1981) No 3
- [6] Chi, J., Didion, D.: A simulation model of the transient performance of heat pump, *International Journal of Refrigeration*, vol.5 (1982) No 3
- [7] Clarke, J.A.: *Energy simulation in building design*, Adam Hilgier Ltd, Bristol 1985,
- [8] Cleland, A.C.: Computer subroutines for rapid evaluation of refrigerant thermodynamic properties, *International Journal of Refrigeration*, vol.9 (1986) No 6
- [9] Dvorak, Z., Petrak, J.: *Własności cieplne czynników chłodniczych*, WNT, Warszawa 1982
- [1] Ekroth, I.A.: *Termodynamiska egenskaper för köldmedier*, Kungl Tekniska Högskolan, Stockholm 1979
- [10] Gordon, G.: *Symulacja systemów*, WNT, Warszawa 1974
- [11] Kołodziejczyk, L., Rubik, M.: *Technika chłodnicza w klimatyzacji*, Arkady, Warszawa 1976
- [12] Krakow, K.I., Lin, S.: A computer model for the simulation of multiple source heat pump performance, *ASHRAE TRANSACTIONS*, vol 89 (1983), Part 2a
- [13] Leigh, J.R.: *Modelling and simulation*, IEE Topics in Control Series 1, Peter Peregrinus Ltd, 1983
- [14] MacArthur, J.W.: *Transient heat pump behaviour: a theoretical investigation*, *International Journal of Refrigeration*, vol.7 (1984) No 2
- [15] MacArthur, J.W., Grald, W.: *Unsteady compressible two-phase flow model for predicting cyclic heat pump performance and a comparison with experimental data*, *International Journal of Refrigeration*, vol.12 (1989) No 1
- [16] Maczek, K., Schnotale, J., Wojtas, K.: *Komputerowe modelowanie lewobieżnych obiegów termodynamicznych realizowanych na mieszaninach nieazeotropowych*, referat wygłoszony na Konferencji Naukowo - Technicznej n.t. Komputery w projektowaniu i eksploatacji urządzeń chłodniczych i klimatyzacyjnych, Poznań 11-12 czerwca 1984
- [17] Nicolas, J., Poncelet, J.P.: *Computer simulation of a bivalent heating instalation*, *Energy*, vol.11 (1986) No 6
- [18] *Praca zbiorowa: Budynki i ich elementy przystosowane do akumulacji energii cieplnej ze źródeł odnawialnych promieniowania słonecznego i ciepła powierzchniowych warstw gruntu*, CPBR 4.1 Blok P3-07, 1989
- [19] Rubik, M.: *Energetyczna ocena metod regulacji sprężarkowych urządzeń chłodniczych stosowanych w systemach klimatyzacji*, *Nowa technika w Inżynierii Sanitarnej*, zeszyt 14, Arkady, Warszawa 1982
- [20] Rubik, M.: *Energetyczne aspekty stosowania pomp ciepła w ogrzewnictwie i klimatyzacji*, COW 1-2/1983
- [21] Rubik, M.: *Chłodnictwo*, PWN, Warszawa 1985
- [22] Rubik, M.: *Pompy ciepła i możliwości ich zastosowania w Polsce*, Konferencja Naukowo-

Techniczna" Oszczędność energii w obiektach budowlanych ", Kretowiny 3-5 września 1987,
Wyd. ITB część II, Warszawa 1987

- [23] Staniszewski, B.: Termodynamika, WNT, Warszawa 1978
 [24] Staniszewski, B.: Wymiana ciepła. Podstawy teoretyczne, PWN, Warszawa 1980
 [25] Szücs, E.: Modelowanie matematyczne w fizyce i technice, WNT, Warszawa 1977
 [26] Thermophysical properties of FRORANE, Centre d'Application de Levallois
 [27] Winkowski, J.: Programowanie symulacji procesów, WNT, Warszawa 1974

Załącznik I

Zestawienie podstawowych wzorów służących do oceny pracy pompy ciepła
 [11, 19, 20, 21, 22, 23]:

- teoretyczny współczynnik wydajności grzejnej pompy ciepła:

$$\varepsilon_t = \frac{T_g}{T_g - T_d}$$

T_g - temperatura górnego źródła ciepła,

T_d - temperatura dolnego źródła ciepła,

- współczynnik wydajności grzejnej pompy ciepła (ang. COP - coefficient of performance):

$$\varepsilon_g = \frac{Q_g}{L} = \frac{Q_d + L}{L} = \frac{Q_d}{L} + 1$$

Q_g - ilość ciepła oddanego do źródła górnego,

Q_d - ilość ciepła pobranego ze źródła dolnego,

L - praca doprowadzona do obiegu pompy ciepła,

- współczynnik sprawności termicznej pompy ciepła:

$$\eta_{te} = \frac{Q_g}{Q_d + L}$$

- sprawność egzergetyczna pompy ciepła:

$$\eta_b = \frac{Q_g}{L} \frac{T_g - T_d}{T_g} = \frac{\varepsilon_g}{\varepsilon_c}$$

ε_c - współczynnik wydajności chłodniczej obiegu Carnota wstecz,

- stopień doskonałości (odwracalności) obiegu:

$$\eta = \frac{\varepsilon_g}{\varepsilon_{gc}}$$

ε_g - współczynnik wydajności obiegu nieodwracalnego,

ε_{gc} - współczynnik wydajności grzejnej obiegu odwracalnego,

- rzeczywisty współczynnik wydajności grzejnej pompy ciepła:

$$\varepsilon_g = \varepsilon_t \eta_b = \frac{T_g}{T_g - T_d} \eta_b$$

- rzeczywisty współczynnik wydajności grzejnej pomp ciepła wyposażonych w sprężarki tłokowe (wzór przybliżony):

$$\varepsilon_g = 0.74 \frac{T_d}{T_g - T_d} - \left(0.0032 T_d + 0.765 \frac{T_d}{T_g} \right) + 0.9$$

- rzeczywisty współczynnik wydajności grzejnej pomp ciepła - znane charakterystyki silnika i sprężarki:

$$\varepsilon_g = \eta_s \eta_m \left[1 + \eta_i \left(\frac{T_g}{T_g - T_d} - 1 \right) \right]$$

η_s - sprawność silnika,

η_m - sprawność mechaniczna sprężarki i układu przenoszenia napędu,

η_i - sprawność indykowana sprężarki,

- sezonowy (średnioroczny) współczynnik sprawności grzejnej pompy ciepła (ang. SPF - seasonal performance factor, niem. die Arbeitzahl):

$$\varepsilon_g^r = \frac{Q_g^r}{L^r + L_p^r}$$

Q_g^r - ilość ciepła użytecznego dostarczonego przez pompę ciepła w sezonie grzewczym, MJ/a,

L^r - nakłady energetyczne ponoszone na pracę pompy ciepła w rozpatrywanym okresie, MJ/a.

L_p^r - nakłady energetyczne ponoszone na pracę urządzeń towarzyszących (pomp, wentylatorów, urządzeń regulacyjnych), MJ/a

- współczynnik odnoszący ilość ciepła dostarczaną przez pompę ciepła do energii pierwotnej (ang. PER primary energy ratio, niem. die Primärenergienutzungszahl):

$$\varepsilon_g^p = \frac{Q_g^r}{\sum E^r}$$

Q_g^r - ilość ciepła użytecznego dostarczonego przez pompę ciepła w sezonie grzewczym, MJ/a,

$\sum E^r$ - całkowite zużycie energii pierwotnej, MJ/a.

- orientacyjny czas zwrotu nakładów inwestycyjnych poniesionych na pompę ciepła według [18]:

$$\tau_z = \frac{K_{ip} - K_{it}}{K_{et} - K_{ep}}$$

- K_{ip} - koszty inwestycyjne instalacji pompy ciepła,
 K_{it} - koszty inwestycyjne ogrzewania tradycyjnego,
 K_{et} - roczny koszt eksploatacji ogrzewania tradycyjnego,
 K_{ep} - roczny koszt eksploatacji pompy ciepła,

- graniczna wartość współczynnika wydajności grzewczej pompy ciepła, zapewniająca energetyczną opłacalność stosowania sprężarkowych pomp ciepła napędzanych silnikami elektrycznymi [18]:

$$\varepsilon_{ek} = \frac{Q_i \eta_k \eta_{sc}}{Q_{ie} \eta_e \eta_{se}}$$

- Q_i - wartość opałowa paliwa spalane w kotle grzewczym,
 η_k - sprawność kotła,
 η_{sc} - sprawność układu przesyłania ciepła,
 Q_{ie} - wartość opałowa paliwa spalane w elektrowni,
 η_e - sprawność ogólna elektrowni,
 η_{se} - sprawność układu przesyłania i transformacji energii elektrycznej.

- stopień dyspozycyjności kryterium oceny istniejących systemów:

$$d = \frac{\sum t_p}{\sum t_p + \sum t_u}$$

$\sum t_p$ - całkowity czas pracy urządzenia, h/a,

$\sum t_u$ - łączny czas nieplanowanych przestołów, h/a.

Załącznik II

Wybrane właściwości fizyczne czynników roboczych

Oznaczenie	Parametry punktu krytycznego			Temperatura	
	temperatura	ciśnienie	gęstość	wrzenia (normalna)	krzepnięcia
	°C	MPa	kg/dm ³	°C	°C
R717	132.3	11.28	0.235	-33.35	-77.7
R11	198.0	4.41	0.570	23.65	-111.0
R12	112.0	4.11	0.579	-29.74	-155.9
R12B1	153.8	4.26	0.713	-3.83	-160.5 -80.0
R13	28.9	3.87	0.599	-81.59	-180.0
R13B1	67.0	3.96	0.745	-57.77	-168 -143.2
R21	178.55	5.17	0.528	8.73	-135.0
R22	96.0	4.98	0.525	-40.81	-160.0
R23	25.9	4.83	0.525	-82.1	-155.2
R113	214.1	3.389	0.6076	46.82	-35.0
R114	145.7	3.333	0.6230	3.63	-93.9
R115	79.94	3.192	0.6673	-38.97	-106.0
R142b	136.45	4.138	0.4590	-9.20	-138.0
R143a	73.10	4.110	0.4487	-47.58	-111.3
R152a	113.5	4.491	0.3514	-34.54	-117.0
RC318	115.32	2.780	0.5479	-5.97	-40.2
R500	105.50	4.360	0.513	-33.3	-160.0
R502	82.16	4.010	0.5717	-45.62	-
R503	19.50	4.338	0.5894	-87.84	-

- - wg Freon fluorocarbons properties and applications, Bulletin B-2E, DU PONT DE NEMOURS, Genewa,

.. - wg Scholz'a i Weigand'a (wartości cytowane w Tiejlofiziceskije osnovy poluczenija isskustwiennowo choloda, Piszcziewaja promysliennost, Moskwa 1980) Chłodilnaja Tiejchnika.