



**POLSKA AKADEMIA NAUK**  
**Instytut Badań Systemowych**

**KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE  
ZARZĄDZANIA I PROCESÓW  
DECYZYJNYCH W GOSPODARCE**

**pod redakcją:**  
**Jana Studzińskiego**  
**Ludostawa Drelichowskiego**  
**Olgierda Hryniewicza**



**KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE ZARZĄDZANIA  
I PROCESÓW DECYZYJNYCH W GOSPODARCE**

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

**Seria: BADANIA SYSTEMOWE**  
**tom 31**

---

**Redaktor naukowy:**

**Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum**

Warszawa 2002

# **KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE ZARZĄDZANIA I PROCESÓW DECYZYJNYCH W GOSPODARCE**

pod redakcją

Jana Studzińskiego, Ludosława Drelichowskiego  
i Olgierda Hryniewicza

Książka zawiera wybór artykułów poświęconych omówieniu aktualnego stanu badań w kraju w zakresie rozwoju i zastosowań technologii, modeli i systemów informatycznych w gospodarce narodowej.

Recenzenci artykułów:

Prof. dr hab. inż. Olgierd Hryniewicz

Prof. dr hab. inż. Janusz Kacprzyk

Dr inż. Lech Kruś

Dr inż. Edward Michalewski

Prof. dr hab. inż. Andrzej Straszak

Dr inż. Jan Studzinski

Dr inż. Sławomir Zadrozny

© Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa 2002

**Wydawca: Instytut Badań Systemowych PAN**  
**ul. Newelska 6 01-447 Warszawa**

Redakcja: Dział Informacji Naukowej i Wydawnictw IBS PAN  
tel. 837-68-22  
Barbara Kotuszewska

Druk: Zakład Poligraficzny Urzędu Statystycznego w Bydgoszczy  
Nakład 200 egz.    ark. wyd. 23,5    ark. druk. 20,0

**ISBN 83-85847-73-1**  
**ISSN 0208-8028**

Rozdział 5

**Techniki informatyczne w bankowości  
i finansach**

# ZASTOSOWANIE MODELI VEC<sup>1</sup> DO PROGNOZOWANIA KRÓTKOTERMINOWYCH STÓP PROCENTOWYCH W POLSCE\*

*Piotr Konieczny*

*Raiffeisen Bank Polska S.A., Warszawa*

*From theoretical point of view the cointegrated processes are well known in the theory of analysis of financial time series. Practical applications of the cointegrated processes are rather rare. The main reason of that is simple; the classical portfolio analysis is based on investigation of correlation matrices between rates of return, while the cointegrated processes analysis is based on prices of financial instruments. Therefore the classical portfolio analysis is not able to use out long time dependence of analysed variables.*

**Key words:** financial time series analysis, cointegrated processes.

## 1. Wstęp

Pomimo faktu, iż procesy współ-scałkowane<sup>2</sup> (ang. *cointegrated processes*) zostały już dobrze rozpoznane w teorii analizy finansowych szeregów czasowych to ich praktyczne zastosowania nadal należą do rzadkości. Głównym powodem takiej sytuacji jest fakt, iż klasyczna analiza portfelowa opiera się na badaniu macierzy korelacji pomiędzy zmiennymi finansowymi wyrażonymi w postaci stóp zwrotu<sup>3</sup> podczas gdy analiza wykorzystująca procesy kointegracyjne bazuje na poziomach cen instrumentów finansowych. Stąd klasyczna analiza portfelowa bazując na przekształconych szeregach czasowych pomija wszelkie długoterminowe zależności występujące między analizowanymi zmiennymi.

Pojęcia kointegracji i korelacji są powiązane ze sobą aczkolwiek istotnie się różnią. Wysoka korelacja między zmiennymi finansowymi nie oznacza, iż występuje między nimi również proces współ-scałkowany. Korelacja odzwierciedla poziom zależności między stopami zwrotu, który to z natury rzeczy jest wysoce nie-

---

\* Praca wykonana częściowo w ramach grantu KBN 5H02D01720

1 VEC – Vector Error Correction

2 Dla potrzeb niniejszego artykułu pojęcie współ-scałkowania i kointegracji będzie stosowane zamiennie.

3 Stopa zwrotu (ang. rate of return) wyraża dzienną/miesięczną/kwartalną lub inną zmianę ceny. Ze statystycznego punktu widzenia stopa zwrotu jest scałkowanym procesem rzędu pierwszego I(1) poziomu zmiennej finansowej.

stabilny w czasie. Jest ona miarą krótkoterminowych zależności stąd wszelkie techniki zabezpieczania ryzyka finansowego bazujące na korelacji wymagają częstych korekt przyjętych pozycji. Z drugiej strony modele współ-scałkowania badają długoterminowe relacje zachodzące pomiędzy poziomami cen instrumentów finansowych, które mogą się utrzymywać również w okresach gdy poziom korelacji pomiędzy stopami zwrotu jest niski. Otwierają one możliwości budowy bardziej efektywnych technik zabezpieczających ryzyko finansowe w długim okresie czasu.

Istotą analizy z wykorzystaniem procesów kointegracyjnych jest założenie, iż dwa niestacjonarne procesy mogą posiadać wspólny stacjonarny trend. Inaczej mówiąc jeżeli liniowa kombinacja niestacjonarnych procesów stochastycznych jest stacjonarna to nazywana jest ona procesem współ-scałkowanym. Przykładowo jeżeli dwie zmienne  $x_1$  i  $x_2$  są współ-scałkowane to proces  $(x_1 - \lambda x_2)$  jest procesem stacjonarnym z wektorem kointegracyjnym postaci  $(1 - \lambda)$ , gdzie parametr  $\lambda$  można interpretować jako siłę długoterminowej zależności pomiędzy zmiennymi  $x_1$  i  $x_2$ .

Podając definicje kointegracji w sposób formalny, rozważmy wektor postaci:

$$X_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

gdzie  $X_t = \{X_{1t}, X_{2t}\}$  oznacza dwa wektory danych,  $\mu_t = \{\mu_{1t}, \mu_{2t}\}$  oznacza dwa trendy stochastyczne,  $\varepsilon_t = \{\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}\}$  oznacza dwa procesy białego szumu

Jeżeli istnieje stacjonarna liniowa kombinacja dwóch wektorów danych to istnieje niezerowa macierz B o wymiarach  $2 \times 2$  taka że  $B\mu_t = 0$ . Testowanie istnienia procesu współ-scałkowanego sprowadza się więc do sprawdzenia rzędu macierzy B. W przypadku dwu zmiennych, może istnieć tylko jedna liniowa kombinacja wektorów, która jest stacjonarna. W takim przypadku, jeżeli rząd macierzy B wynosi 1 to zmienne  $(X_{1t}, X_{2t})$  posiadają wektor kointegracyjny.

Zakładając, iż  $\Delta X_t$  jest procesem stacjonarnym to wektor kointegracyjny pozwala zapisać model opisujący krótkoterminową dynamikę zmiennych w następującej postaci:

$$\Delta X_{1t} = \alpha_{10} + \gamma_1 (X_{1t-1} - \lambda X_{2t-1}) + \sum_{i=1}^k \alpha_{i,11} \Delta X_{1t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_{i,12} \Delta X_{2t-1} + \varepsilon_{1t} \quad (2)$$

$$\Delta X_{2t} = \alpha_{20} + \gamma_2 (X_{1t-1} - \lambda X_{2t-1}) + \sum_{i=1}^k \alpha_{i,21} \Delta X_{1t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_{i,22} \Delta X_{2t-1} + \varepsilon_{2t} \quad (3)$$

gdzie  $(1, -\lambda)$  - wektor kointegracyjny,  $(x_1 - \lambda x_2)$  - reprezentuje odchylenia od długoterminowego poziomu równowagi pomiędzy zmiennymi  $(X_{1t}, X_{2t})$



Model opisany równaniami (2) i (3) określany jest mianem VEC<sup>4</sup>. W modelach VEC odchylenie od długoterminowego poziomu równowagi oddziałowuje na krótkoterminowe zmiany  $\Delta X_t$  poprzez parametry  $\gamma_1$  i  $\gamma_2$  obrazujące prędkość odpowiedzi zmiennych na odchylenie  $(x_1 - \lambda x_2)$ .

Po tym krótkim wstępie teoretycznym przejdziemy do przedstawienia przykładowego zastosowania modelu VEC do budowy prognozy krótkoterminowych stóp procentowych w Polsce.

## 2. Przykład empiryczny

Analizie poddano krótkoterminowe stopy procentowe 1, 3 i 6 miesięcznych depozytów międzybankowych (WIBOR) z okresu 16 kwietnia 1997r. do 20 maja 2002r., tj. 1229 dziennych obserwacji. Dla potrzeb testowania jakości prognoz parametry modeli szacowano na bazie skróconej próby 1197 obserwacji natomiast 32 ostatnie obserwacje wykorzystano do sprawdzenia jakości sporządzonych prognoz.

W dalszej analizie przyjęto następujące nazwy zmiennych:

- PLN1M: Stopa 1 miesięcznych depozytów międzybankowych,
- PLN3M: Stopa 3 miesięcznych depozytów międzybankowych,
- PLN6M: Stopa 6 miesięcznych depozytów międzybankowych,
- RPLN1M: Stopa zwrotu 1 miesięcznych depozytów międzybankowych,
- RPLN3M: Stopa zwrotu 3 miesięcznych depozytów międzybankowych,
- RPLN6M: Stopa zwrotu 6 miesięcznych depozytów międzybankowych,

przy czym stopy zwrotu wyznaczono poprzez wzięcie pierwszych różnic logarytmowanych szeregów czasowych.

Na rysunkach 1 – 3 przedstawiono kształtowanie się poziomu analizowanych stóp procentowych oraz dziennych stóp zwrotu wyznaczonych na ich podstawie w okresie 16 kwietnia 1997r. - 20 maja 2002r.

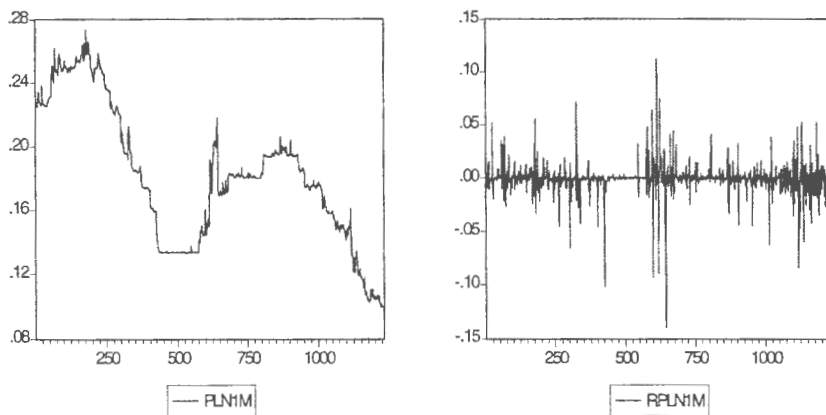
Graficzna analiza wykresów 1 – 3 pozwala wyróżnić trzy wyraźne okresy stosowania różnej polityki pieniężnej przez władze monetarne kraju. Pierwszy okres obejmuje obserwacje do stycznia 1999r. Był to okres gwałtownej redukcji stóp procentowych i prowadzenia łagodnej polityki pieniężnej. Następnie można wyróżnić okres restrykcyjnej polityki monetarnej wywołany dążeniem władz monetarnych do przywrócenia równowagi zewnętrznej bilansu płatniczego kraju. Okres ten trwał do grudnia 2000. Kolejnym okresem jest ponowny okres łagodzenia polityki pieniężnej kraju, przejawiający się gwałtownym spadkiem stóp procentowych.

Wyodrębnione powyżej okresy prowadzenia polityki pieniężnej kraju znajdują również swój wyraz w kształtowaniu się dziennych stóp zwrotu, których to wariancja istotnie wzrastała w punktach zmiany prowadzenia polityki pieniężnej.

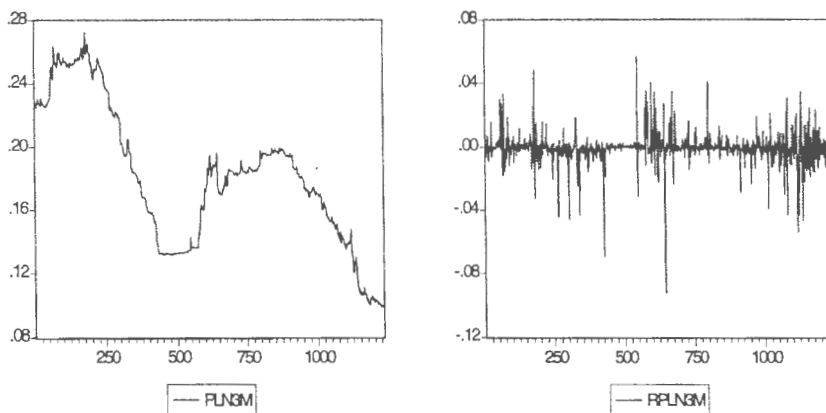
---

<sup>4</sup> Modele klasy VEC stanowią podgrupę modeli VAR (ang. *Vector Autoregressive*)

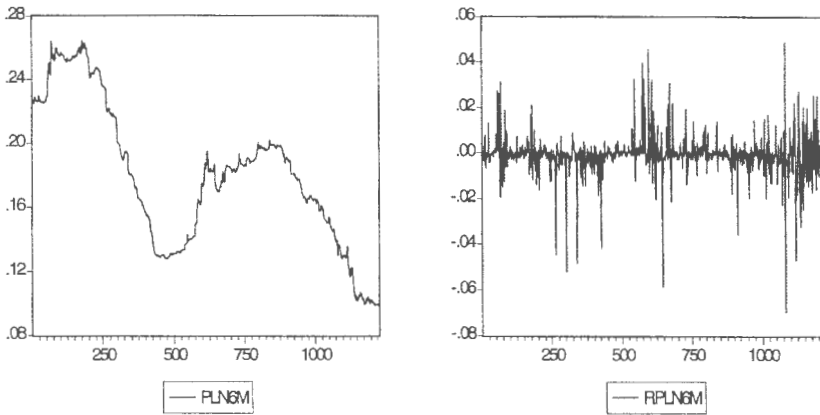
Podobieństwo przebiegu analizowanych zmiennych wskazuje na ich istotne skorelowanie.



Rysunek 1. Kształtowanie się PLN1M i RPLN1M w Polsce w okresie 16-04-97 do 20-05-02 (źródło: obliczenia własne)



Rysunek 2. Kształtowanie się PLN3M i RPLN3M w Polsce w okresie 16-04-97 do 20-05-02 (źródło: obliczenia własne)



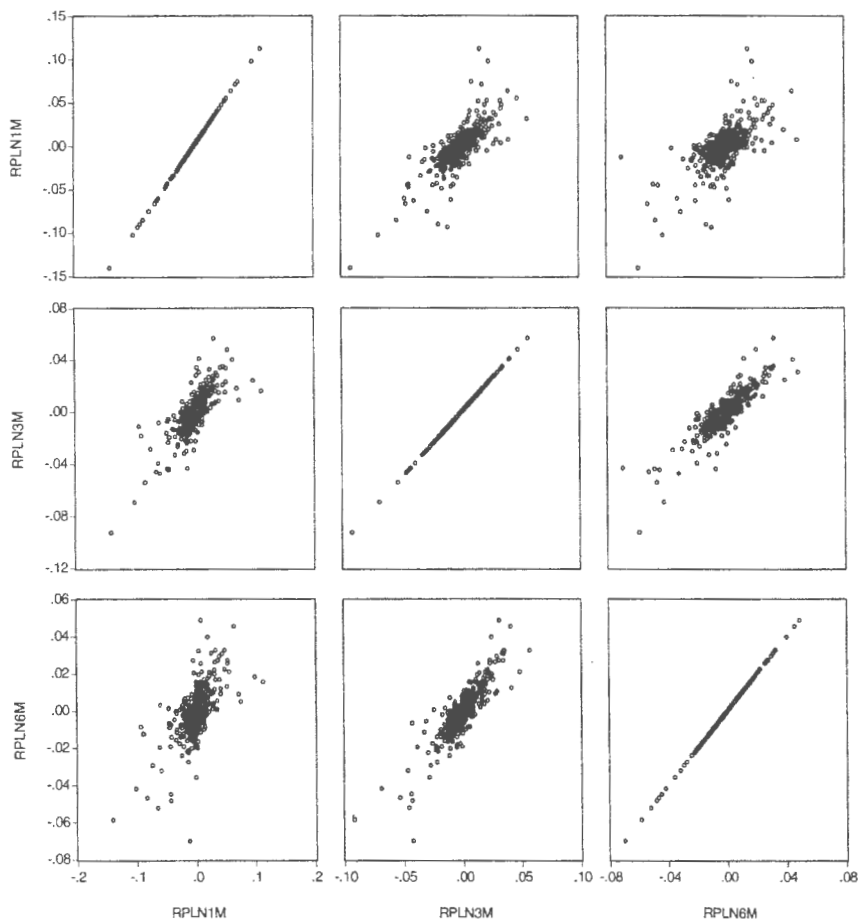
Rysunek 3. Kształtowanie się PLN6M i RPLN6M w Polsce w okresie 16–04–97 do 20–05–02 (źródło: obliczenia własne)

Na rysunku 4 przedstawiono wykresy korelacyjne badanych dziennych stóp zwrotu. Analiza graficzna wskazuje, iż badane zmienne charakteryzują się wysoką dodatnią korelacją, przy czym jej siła słabnie wraz z okresem stopy procentowej, tj. stopa zwrotu dla 1 miesięcznych depozytów jest najsilniej skorelowana ze stopą zwrotu 3 miesięcznych depozytów podczas gdy jej korelacja ze stopą zwrotu 6 miesięcznych depozytów jest już słabsza. Rozważania poczynione na wstępie niniejszego artykułu dotyczące niestabilnej struktury korelacyjnej stóp zwrotu skonstruowanych z szere- gów czasowych cen instrumentów finansowych obrazują wykresy 5 – 7 na których przedstawiono kształtowanie się dziennej korelacji stóp zwrotu analizowanych stóp procentowych. Szacunku korelacji dokonano przy pomocy modeli GARCH(1,1)<sup>5</sup> stosując algorytm opracowany przez Engla i Kroner’a w 1995r. określane skrótem BEKK.

Otrzymane wyniki analizy korelacji pomiędzy stopami zwrotu badanych szere- gów czasowych nie jest czymś zaskakującym. Stopy procentowe są takimi wielko-ściami ekonomicznymi, które pomimo tego, iż samodzielnie i w izolacji podążają za modelem błędzenia losowego to różnice między nimi posiadają skończoną wari-ancję. Inaczej mówiąc, nie ważne gdzie będzie za 10 lat stopa depozytów 1 miesięcz-nych i tak można założyć iż stopa depozytów 6 i 3 miesięcznych będzie znajdować się obok niej. Przeprowadzona analiza korelacji wskazuje, iż pomiędzy badanymi zmiennymi może istnieć proces kointegracyjny. W dalszej części artykułu klasyczna analiza korelacji pozwalająca zmierzyć siłę i kierunek krótkoterminowych zależno-

<sup>5</sup> Szeroki opis modeli klasy ARCH został przedstawiony w pracy: Konieczny P., *O mode- lowaniu wariancji finansowych szeregów czasowych z wykorzystaniem modeli GARCH*, Rynek Terminowy, grudzień 2000

ści zostanie uzupełniona analizą procesów współ-scałkowanych<sup>6</sup> w celu identyfikacji długoterminowych trendów.

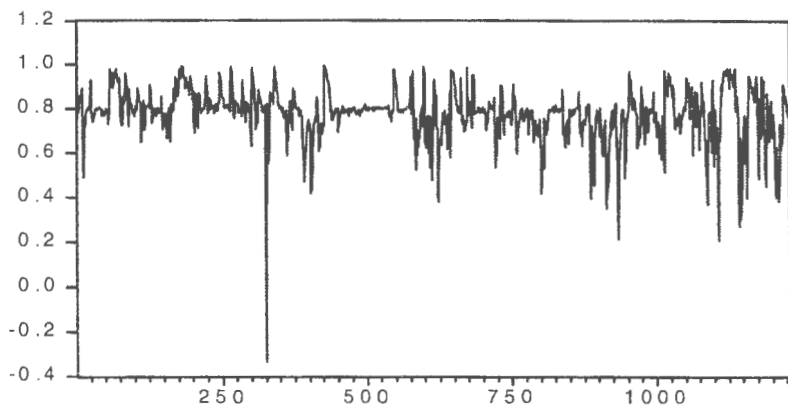


Rysunek 4. Wykresy korelacyjne RPLN1M, RPLN3M, RPLN6M wyznaczone na podstawie pełnej próby (źródło: obliczenia własne)

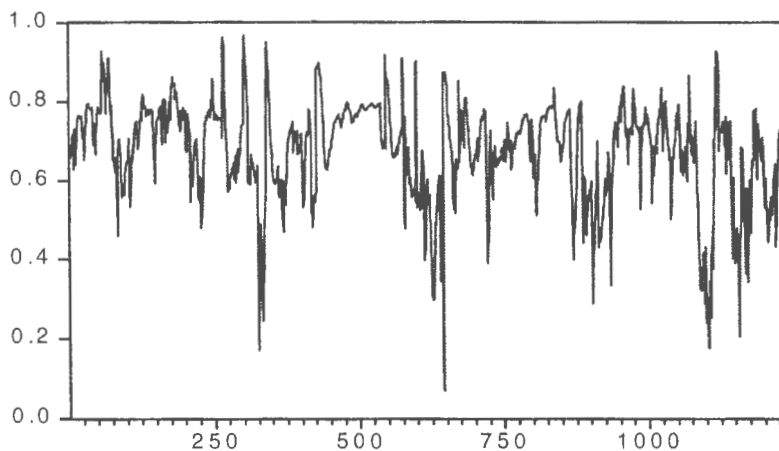
Pierwszym krokiem budowy modelu VEC jest zbadanie stacjonarności analizowanych procesów stóp procentowych. Graficzna analiza danych wskazuje, iż

<sup>6</sup> W powyższym przykładzie takim procesem jest różnica pomiędzy stopami procentowymi.

wszystkie badane zmienne nie oscylują wokół swego długoterminowego poziomu co może sugerować, iż procesy te nie są stacjonarne<sup>7</sup>.

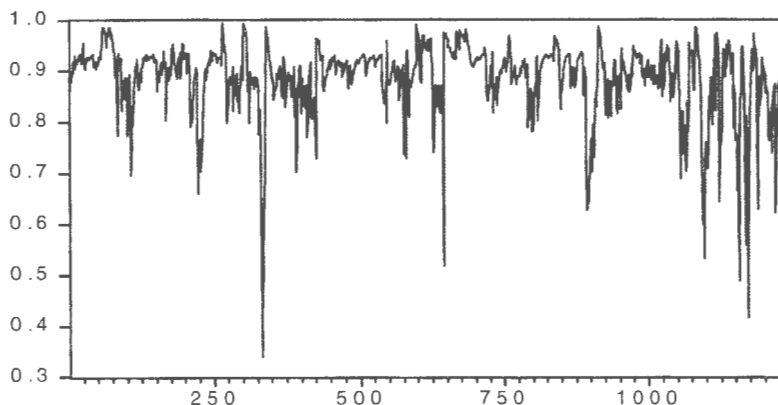


Rysunek 5. Kształtowanie się korelacji pomiędzy RPLN1M i RPLN3M w okresie 16-04-97 do 20-05-02 (źródło: obliczenia własne)



Rysunek 6. Kształtowanie się korelacji pomiędzy RPLN1M i RPLN6M w okresie 16-04-97 do 20-05-02 (źródło: obliczenia własne)

<sup>7</sup> W nauce finansów własność stacjonarności wyraża się w postaci występowania własności „powrotu-do-średniej” (ang. *Mean Reversion*)



Rysunek 7. Kształtowanie się korelacji pomiędzy RPLN3M i RPLN6M w okresie 16-04-97 do 20-05-02 (źródło: obliczenia własne)

Do formalnego określenia stacjonarności analizowanych zmiennych zostanie wykorzystany test ADF<sup>8</sup>. Hipoteza zerowa zakłada, iż proces jest niestacjonarny, natomiast hipoteza alternatywna zakłada stacjonarność badanego procesu. Test został przeprowadzony przyjmując maksymalną liczbę opóźnień równą 22,  $l_{\max} = 22$ . Rzeczywista liczba opóźnień wykorzystana przy kalkulacji testu została wybrana poprzez minimalizowanie kryterium informacyjnego SIC (ang. *Schwartz Information Criterion*). Dla badanych zmiennych wybrana wartość opóźnień wynosiła od 0 do 2.

W tabeli 1 przedstawiono wyniki testu wraz z wartościami krytycznymi.

Tabela 1. Wyniki testu ADF przeprowadzonego na analizowanych zmiennych (Źródło: obliczenia własne).

	Szereg oryginalny	Pierwsze różnice
PLN1M	-0.4545	-21.2191
PLN3M	0.0194	-28.4287
PLN6M	0.1373	-27.1431

Wartość krytyczna testu

1% poziom	-3.4355
5% poziom	-2.8637
10% poziom	-2.5680

<sup>8</sup> Test ADF został opracowany przez Dickey i Fuller'a w 1979r.

Otrzymane wyniki wskazują, iż dla oryginalnych szeregów czasowych (przed wzięciem ich pierwszych różnic) wartość testu nie pozwala na odrzucenie hipotezy zerowej na wszystkich przyjętych poziomach istotności, tj. otrzymane wartości wskazują, iż analizowane zmienne mogą być procesami I(1). Wyniki testu przeprowadzone na podstawie pierwszych różnic wskazują, iż hipoteza zerowa zostaje odrzucona we wszystkich wypadkach co wskazuje, iż pierwsze różnice badanych zmiennych są procesami I(0).

Teraz przystąpimy do zbadania czy pomiędzy analizowanymi zmiennymi występuje proces współ-scałkowany. W tym celu wykorzystamy procedurę testową opracowaną przez Johansen'a i Juselius'a w 1992r. Wyniki przeprowadzonego testu zostały przedstawione w tabeli 2.

Tabela 2. Wyniki testu Johansen'a przeprowadzonego na analizowanych zmiennych (Źródło: obliczenia własne).

Liczba procesów współscałkowanych	Eigenvalue	Wartość testu	Wartość krytyczna (5%)	Wartość krytyczna (1%)
Zaden **	0.0441	83.8072	29.6800	35.6500
Co najmniej 1 **	0.0226	28.5513	15.4100	20.0400
Co najmniej 2	0.0005	0.5555	3.7600	6.6500

\*(\*\*) oznacza odrzucenie hipotezy przy 5% (1%) poziomie istotności

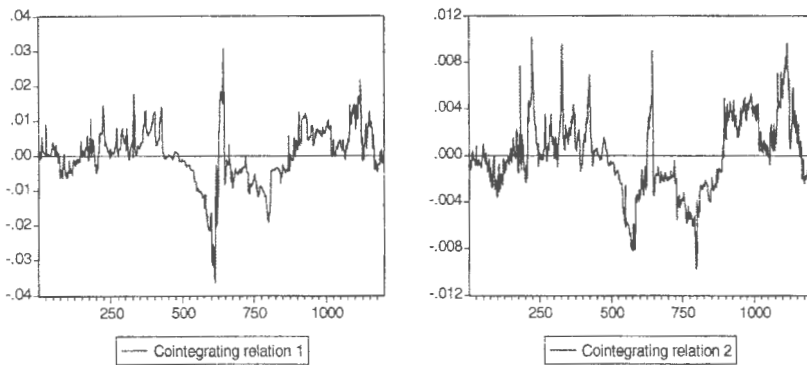
Zastosowana procedura testowa wskazuje, iż w przebiegu analizowanych zmiennych można wyodrębnić dwa procesy kointegracyjne postaci:

$$PLN1M = 0.9559_{(0.02798)} PLN6M + 0.009987 \quad (4)$$

$$PLN3M = 0.9855_{(0.01232)} PLN6M + 0.004425 \quad (5)$$

Ich przebieg został przedstawiony na rysunku 8.

Procesy (4) i (5) można interpretować jako długoterminowa relacja równowagi zachodząca pomiędzy odpowiednio stopą depozytów jednomiesięcznych i sześciomiesięcznych oraz trzymiesięcznych i sześciomiesięcznych. Przeprowadzony test ADF na wyodrębnionych procesach wskazuje, iż obydwa są postaci I(0).



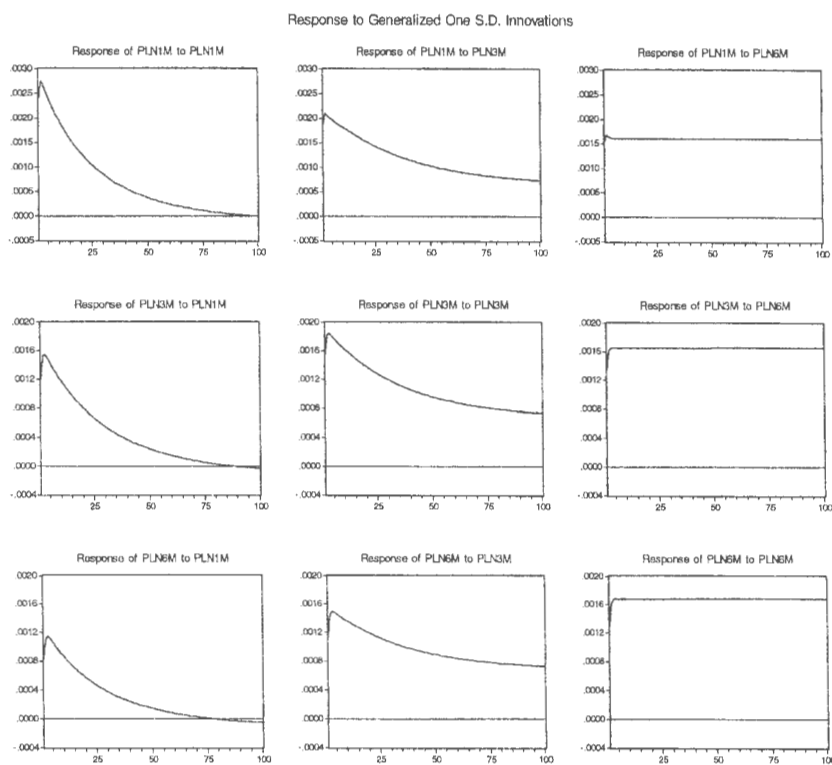
Rysunek 8. Kształtowanie się wyodrębnionych procesów kointegracyjnych (4) i (5)  
(źródło: obliczenia własne)

Kolejnym etapem sprawdzenia czy procesy (4) i (5) są poprawnie zidentyfikowane jest sprawdzenie jak reaguje system na jednorazowe zaburzenie. Szokowa zmiana jednej ze zmiennych zostanie przeniesiona na inne zmienne systemu poprzez zastosowaną strukturę opóźnień. W przypadku gdy pomiędzy zmiennymi  $I(1)$  występuje relacja współ-scałkowania zaburzenie to będzie miało charakter tymczasowy i system powróci do swojego długoterminowego stanu równowagi. Jeżeli występuje brak tej relacji to zastosowany szok będzie miał charakter permanentny. Na rysunku 9 przedstawiono wykresy obrazujące wpływ jednorazowego zaburzenia na analizowany system zmiennych.

Jak można zauważyć na rysunku 9 dla analizowanych par zmiennych wartość szoku po wprowadzeniu zaburzenia stopniowo zanika co świadczy, iż oszacowane procesy (4) i (5) są rzeczywiście procesami współ-scałkowanymi.

Kolejnym krokiem naszej analizy jest zbudowanie i oszacowanie parametrów modelu VEC wykorzystującego zidentyfikowane relacje kointegracyjne. Model ten nakłada ograniczenia na długoterminowe kształtowanie się zmiennych endogenicznych w postaci warunku zbieżności ze zidentyfikowanymi relacjami współ-scałkowania podczas gdy pozwala na krótkoterminowe odchylenia od długoterminowych poziomów. Oszacowania parametrów dokonano metodą największej wiarygodności.





Rysunek 9. Wpływ jednorazowego zaburzenia na analizowany system zmiennych  
(źródło: obliczenia własne)

Po oszacowaniu parametrów otrzymano następujący model:

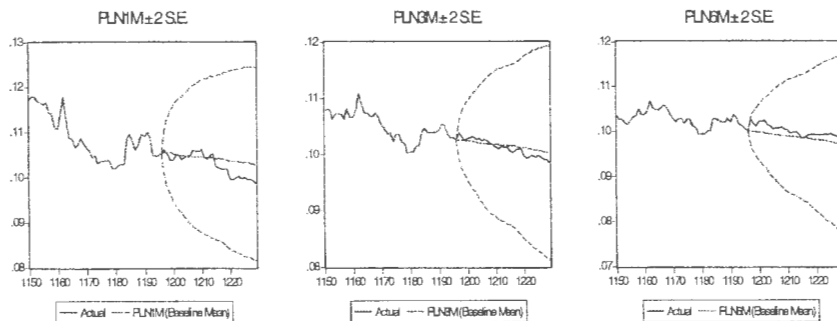
$$\begin{aligned} \Delta PLN1M &= -0.0736 CV_1 + 0.0457 CV_2 + 0.2494 \Delta PLN1M_{-1} \\ &\quad (0.0163) \quad (0.0403) \quad (0.046) \\ &\quad -0.0047 \Delta PLN3M_{-1} - 0.1842 \Delta PLN6M_{-1} - 0.0000964 \\ &\quad (0.1107) \quad (0.1067) \quad (0.00007) \\ \Delta PLN3M &= -0.0102 CV_1 - 0.06 CV_2 + 0.1283 \Delta PLN1M_{-1} \\ &\quad (0.0105) \quad (0.025) \quad (0.0029) \\ &\quad -0.01 \Delta PLN3M_{-1} + 0.074 \Delta PLN6M_{-1} - 0.0000836 \\ &\quad (0.07) \quad (0.068) \quad (0.000045) \\ \Delta PLN6M &= -0.0166 CV_1 - 0.015 CV_2 + 0.039 \Delta PLN1M_{-1} \\ &\quad (0.0088) \quad (0.02) \quad (0.02) \\ &\quad + 0.1076 \Delta PLN3M_{-1} + 0.0807 \Delta PLN6M_{-1} - 0.0000801 \\ &\quad (0.06) \quad (0.058) \quad (0.000038) \end{aligned}$$

gdzie  $\Delta PLN1M$  - pierwsze różnice szeregu oprocentowania depozytów 1-miesięcznych,  $\Delta PLN3M$  - pierwsze różnice szeregu oprocentowania depozytów 3-miesięcznych,  $\Delta PLN6M$  - pierwsze różnice szeregu oprocentowania depozytów

6-miesięcznych,  $CV_1$  - proces wsół-scałkowania (1),  $CV_2$  - proces wsół-scałkowania (2)

W celu przedstawienia pełnych wyników analizy zamieszczono wszystkie zmienne uwzględniając również te charakteryzujące się niską istotnością statystyczną. Należy zwrócić uwagę, iż w każdym z oszacowanych równań przynajmniej jedna ze zmiennych reprezentujących zidentyfikowane wektory kointegracyjne jest istotna statystycznie.

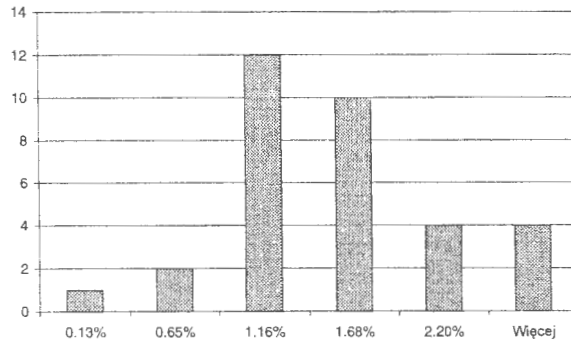
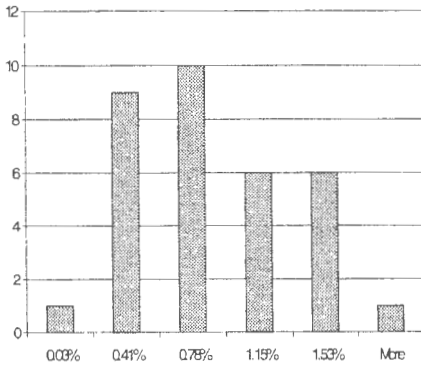
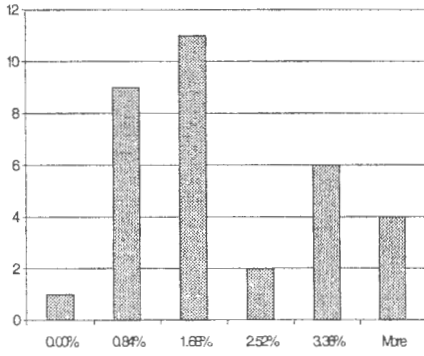
Na podstawie oszacowanego modelu zbudowano prognozy poziomu stóp procentowych na kolejne 32 dni robocze. Wartości tych prognoz wraz z przedziałem ufności oraz wartościami zrealizowanymi zostały przedstawione graficznie na rysunku 10. Natomiast w tabeli 3 przedstawiono wartości miar jakości zbudowanych prognoz, tj. średniego błędu procentowego (MAPE) i średniego błędu absolutnego (MAE).



Rysunek 10. Prognoza kształtowania się poziomu krótkoterminowych stóp procentowych (źródło: obliczenia własne)

Tabela 3. Wartości średniego błędu procentowego i średniego błędu absolutnego zbudowanych prognoz. (Źródło: obliczenia własne).

	MAPE	MAE
PLN1M	1.65%	0.17%
PLN3M	0.73%	0.07%
PLN6M	1.33%	0.13%



Rysunek 11. Rozkład średnich błędów procentowych zbudowanych prognoz (Źródło: obliczenia własne).

Na rysunku 11 przedstawiono natomiast rozkład błędów MAPE dla zbudowanych prognoz. Jak wynika zarówno z tabeli 3 jak i rysunku 11 jakość zbudowa-

nych prognoz jest dobra. Szczególnie dobry wynik uzyskano dla prognoz zmiennej PLN3M gdzie średni błąd absolutny (mierzony w punktach bazowych) wynosił tylko 0.07%.

Podsumowując, innowacyjną stroną zastosowania metod opartych na kointegracji jest fakt, iż pozwalają one bazować bezpośrednio na niestacjonarnych danych, podczas gdy wszystkie inne modele zakładają stacjonarność danych jako punkt wyjściowy analizy. Kointegracja występuje naturalnie pomiędzy liczną grupą aktywów finansowych i pominięcie jej podnosi ryzyko błędnych decyzji dotyczących konstrukcji portfeli inwestycyjnych ich wyceny i podejmowania działań zabezpieczających ryzyko finansowe.

## Literatura

- Bollerslev T. (1986), *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, Journal of Econometrics, vol.31, 1986
- Bollerslev T., Engle R. F., Nelson D. B. (1993), *Arch Models*, University of California, Discussion Paper 93-49, San Diego, November 1993
- Engle R. F., Granger C.W.J. (1987), *Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing.*, Econometrica 55:2 str. 251-76
- Engle, R. F. and Yoo, B. S. (1987), *Forecasting and testing in co-Integrated systems*, Journal of Econometrics, 35, 143-159
- Konieczny P. (2000), *O modelowaniu wariancji finansowych szeregów czasowych z wykorzystaniem modeli GARCH*, Rynek Terminowy, grudzień 2000
- Lanne, M. (2000), *Near Unit Roots, Cointegration, and the Term Structure of Interest Rates*, Journal of Applied Econometrics, 15, 513-529 (2000)
- Wcron A, Weron R. (1999), *Inżynieria Finansowa*, WNT, Warszawa 1999

**ISSN 0208-8028**  
**ISBN 83-85847-73-1**

---

---

**W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy  
prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN  
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa  
tel. 837-35-78 w. 241 e-mail: [bibliote@ibspan.waw.pl](mailto:bibliote@ibspan.waw.pl)**