POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE ZARZĄDZANIA I PROCESÓW DECYZYJNYCH W GOSPODARCE

pod redakcją:
Jana Studzińskiego
Ludosława Drelichowskiego
Olgierda Hryniewicza

KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE ZARZĄDZANIA
I PROCESÓW DECYZYJNYCH W GOSPODARCE

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

Seria: BADANIA SYSTEMOWE
tom 31

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum

Warszawa 2002

KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE ZARZĄDZANIA I PROCESÓW DECYZYJNYCH W GOSPODARCE

pod redakcją
Jana Studzińskiego, Ludosława Drelichowskiego
i Olgierda Hryniewicza

Książka zawiera wybór artykułów poświęconych omówieniu aktualnego stanu badań w kraju w zakresie rozwoju i zastosowań technologii, modeli i systemów informatycznych w gospodarce narodowej.

Recenzenci artykułów:

Prof. dr hab. inż. Olgierd Hryniewicz
Prof. dr hab. inż. Janusz Kacprzyk
Dr inż. Lech Kruś
Dr inż. Edward Michalewski
Prof. dr hab. inż. Andrzej Straszak
Dr inż. Jan Studzinski
Dr inż. Sławomir Zadrożny

Wydawca: Instytut Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6 01-447 Warszawa

Redakcja: Dział Informacji Naukowej i Wydawnictw IBS PAN
tel. 837-68-22
Barbara Kotuszewska

Druk: Zakład Poligraficzny Urzędu Statystycznego w Bydgoszczy
Nakład 200 egz. ark. wyd. 23,5 ark. druk. 20,0

ISBN 83-85847-73-1
ISSN 0208-8028

Rozdział 3

Metody i algorytmy obliczeniowe w systemach wspomagania decyzji

KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE DECYZJI WYKORZYSTUJĄCE OCENY PREFERENCJI DECYDENTA

Olgierd Hryniewicz, Piotr Nycz

Instytut Badań Systemowych, Polska Akademia Nauk
Newelska 6, 01-447 Warszawa,
<(hryniewi, nycz)@ibspan.waw.pl>

In the paper problems of the selection of the most preferred decisions are presented. It has been assumed that decision maker's preferences are described by flexible constraints. Flexible constraints are modelled by fuzzy sets described by respective membership functions whose values represent preferences assigned to possible solutions. Methods of finding the most preferred solution that have been proposed in the literature are described. One of this method - maxmin method – has been used in the computer program for finding preferred solutions of decision problems. The program is briefly described in the paper.

Keywords: decision support, flexible constraints, multicriteria decision problems, maxmin method.

1. Wstęp

Komputerowe wspomaganie decyzji jest jednym z podstawowych zadań informatyki. Należy jednak podkreślić, że nie jest to dział autonomiczny, gdyż stanowi zawsze powiązanie informatyki z takimi działami nauki jak badania operacyjne, teoria gier, teoria optymalizacji, statystyka matematyczna, itp. Jest to więc dział szerszej dyscypliny jaką są techniki informacyjne (information technology) wykorzystujący pojęcia i algorytmy wypracowane w różnych dziedzinach nauki. Aczkolwiek pojęcie komputerowego wspomagania decyzji jest bardzo pojemne, to zazwyczaj przyjmuje się, że punktem wyjścia do jego zbudowania jest opracowanie matematycznego modelu sytuacji decyzyjnej. Model ten musi zawierać zbiór zmiennych decyzyjnych, zbiór parametrów opisujących otoczenie problemu decyzyjnego, zbiór parametrów opisujących konsekwencje podejmowanych decyzji oraz zbiór relacji matematycznych wiążących zmienne i parametry modelu. Istnieje wiele modeli procesów podejmowania decyzji reprezentujących różnorodne sposoby podejścia do tego zagadnienia. W niniejszej pracy rozpatrzymy podejście wykorzystujące oceny preferencji decydenta. Jest to podejście bardzo często stosowane w sposób nieformalny w praktyce, którego opis formalny powstał w ciągu ostatnich kilkunastu lat.

Gdy mówimy o komputerowym wspomaganiu decyzji, to najczęściej rozumiemy przez to wyznaczanie optymalnych wartości zmiennych decyzyjnych. Podstawowym problemem staje się budowa odpowiedniej dla danej sytuacji decyzyjnej funkcji celu oraz określenie istniejących ograniczeń. Optymalną decyzją jest wówczas taka wartość zmiennej decyzyjnej, dla której funkcja celu przyjmuje wartość minimalną (maksymalną) i jednocześnie spełnione są wszystkie warunki ograniczeń. W bardziej skomplikowanych przypadkach konstruuje się kilka niezależnych funkcji celu i określa warunki ich wzajemnej kompensacji. Zadanie poszukiwania optymalnych decyzji jest w takim przypadku zadaniem optymalizacji wielokryterialnej. Podejście optymalizacyjne do zagadnienia wyboru odpowiedniej decyzji napotyka jednak na szereg poważnych trudności dotyczących zarówno problemu określenia funkcji celu jak też i problemu określenia ograniczeń. W przypadku zagadnień optymalizacji wielokryterialnej powstaje problem określenia metody wzajemnej kompensacji różnorakich aspektów podejmowanych decyzji (wartości różnych funkcji celu). W wielu przypadkach praktycznych stanowi to na tyle istotną trudność, że decydent oczekuje wyłącznie podpowiedzi co do dopuszczalnych wartości rozpatrywanych zmiennych decyzyjnych. Przez wartości dopuszczalne rozumie się tu zbiór wszystkich wartości zmiennych decyzyjnych, dla których spełnione są wszystkie warunki ograniczeń. Z problemem tym związane jest zagadnienie konstrukcji zbioru ograniczeń. Występują tu dwa praktyczne zagrożenia. Jeżeli ograniczenia są zbyt restryktywne, to bardzo często zbiór dopuszczalnych decyzji jest zbiorem pustym. Z kolei, gdy ograniczenia nie są restryktywne, to zbiór rozwiązań dopuszczalnych jest na tyle bogaty, że znalezienie rozwiązania najlepszego staje się dziełem przypadku. Wyjściem z tej sytuacji jest wprowadzenie pojęcia ograniczeń elastycznych oraz związanego z nim pojęcia preferencji decydenta.

W ujęciu klasycznym zagadnienie sprawdzania spełnienia warunków ograniczających jest zagadnieniem dychotomicznym. Dla danej wartości zmiennej decyzyjnej warunek jest albo spełniony albo nie spełniony. Nie jest tu rzeczą istotną czy przekroczenie warunku ograniczającego jest wyraźne czy też jest ono w praktyce mało istotne. Jeżeli warunków ograniczających jest wiele (np. opinii wielu osób oceniających warunki jakie musi spełniać jakieś przedsięwzięcie), to może okazać się, że niewielka zmiana poszczególnych warunków ograniczających może w istotny sposób zmienić zbiór decyzji dopuszczalnych, a w szczególności doprowadzić do sytuacji, że zbiór ten stanie się zbiorem pustym. Wyjściem z tej sytuacji może być określenie pewnej miary satysfakcji decydenta dotyczącej spełnienia warunku ograniczającego. Z drugiej strony, gdy warunki ograniczające nie są zbyt restryktywne i nie jest możliwe sformułowanie oczywistego problemu optymalizacyjnego powstaje problem wyboru najlepszej z wielu dopuszczalnych decyzji. Z oboma tymi przypadkami można sobie poradzić wykorzystując rozmyte oceny preferencji decydenta. Zagadnieniem tym zajmiemy się w niniejszej pracy.

Model rozmytych preferencji decydenta zostanie wprowadzony w drugim punkcie pracy. Zostanie tam również omówiony najczęściej spotykany algorytm poszukiwań rozwiązania najbardziej preferowanego. Z kolei, w następnym punkcie pracy przedstawimy pewne rozszerzenia modelu podstawowego, pozwalające na wybór rozwiązania lepszego spośród zbioru rozwiązań nierozróżnialnych przy wykorzystaniu modelu podstawowego. W ostatnim punkcie pracy przedstawimy prostą implementację komputerową pozwalającą decydentowi na wybranie rozwiązania najbardziej przez niego preferowanego.

2. Poszukiwanie rozwiązań preferowanych w modelu *maxmin*

W klasycznym podejściu do zagadnienia podejmowania decyzji zazwyczaj poszukuje się rozwiązań optymalnych spełniających pewne zadane z góry ograniczenia. Przez rozwiązanie optymalne rozumiemy tu taką wartość jednej lub wielu zmiennych decyzyjnych, która minimalizuje (maksymalizuje) zadaną funkcję celu. W przypadku zadań wielokryterialnych, gdy mamy do czynienia z wieloma niezależnymi funkcjami celu, idealnym rozwiązaniem jest takie, które spełnia warunki optymalności dla każdej funkcji celu z osobna. Rozwiązania takie rzadko występują w praktyce i wobec tego poszukujemy rozwiązań kompromisowych. Znajdowanie kompromisu polega zazwyczaj na przyjęciu zasady wzajemnego kompensowania się wartości różnych funkcji celu. Jeżeli jednak wprowadzane są dodatkowe warunki ograniczające, to zjawisko wzajemnej kompensacji tych warunków nie występuje. Oznacza to, że nawet najmniejsze wykroczenie poza jeden z warunków ograniczających nie może być skompensowane przez bardzo dobre spełnienie pozostałych. Nie zawsze jasne zasady wzajemnej kompensacji funkcji celu oraz rygorystyczne warunki spełniania ograniczeń powodują często brak możliwości wykorzystania klasycznych metod optymalizacyjnych. Jednym z możliwych wyjść jest przyjęcie zasad optymalizacji rozmytej, zaproponowanej przez Bellmana i Zadeha (1970), a także wprowadzenie pojęcia rozmytych miar oceny spełnienia przez dane rozwiązanie rozpatrywanego ograniczenia.

Próbując uniknąć problemu określenia zasad wzajemnej kompensacji niewspółmiernych funkcji celu Bellman i Zadeh (1970) zaproponowali, by poszczególne warianty problemu decyzyjnego były oceniane przy pomocy pewnej jednolitej miary preferencji decydenta. Przyjmijmy, że poszukiwana jest najlepsza, w pewnym sensie, wartość zmiennej decyzyjnej $u \in U$, gdzie U jest zbiorem dopuszczalnych wartości tej zmiennej. Jeżeli do oceny wybranej decyzji wykorzystamy m różnych kryteriów, to miara preferencji konkretnego rozwiązania ze względu na i-te kryterium (i=1,...,m) opisana jest, zgodnie z propozycją Bellmana i Zadeha (1970), pewnym zbiorem rozmytym o funkcji przynależności

$\mu_i(u), u \in U, i = 1,\ldots,m$. Zalecanym przez Bellmana i Zadeha (1970) rozwiązaniem jest takie, które spełnia następujący warunek

$$u^* = arg \max_{u \in U} \min \mu_i(u) \tag{1}$$

Łatwo zauważyć, że zakładana jest tu wspólna skala ocen preferencji natomiast nie występuje problem wzajemnej kompensacji. Wynika to z przyjętych w (1) operatorów *max* oraz *min*, które nie dopuszczają do wzajemnej kompensacji ocen preferencji ze względu na różne kryteria.

Omówione powyżej podejście Bellmana i Zadeha (1970) ma swoje odpowiedniki w innych zadaniach wyboru optymalnych decyzji, opisanych np. przez teorię gier lub teorię wyboru społecznego (*social choice*). W szczególności znalazło zastosowanie w przypadku, gdy preferencje decydenta opisane są przy pomocy pewnej miary spełnienia określonych przez niego warunków ograniczających.

Z problemem poszukiwania zbioru wartości zmiennej decyzyjnej, dla których spełnione są warunki ograniczające spotykamy się przy rozwiązywaniu wielu zadań praktycznych. Może to być, na przykład, problem wyznaczania zbioru wartości dopuszczalnych w zadaniach optymalizacji (np. w programowaniu liniowym). Innym przykładem jest analiza spójności reguł występująca w zagadnieniach sztucznej inteligencji. W ogólnym przypadku mamy do czynienia ze zbiorem ograniczeń $C = (C_1, C_2, \ldots, C_m)$. Jeżeli mamy do czynienia z jednowymiarową zmienną decyzyjną *u*, to przyjmujemy, że każde z tych ograniczeń jest postaci

$$C_i = [a_i, b_i], a_i \leq b_i, i = 1,\ldots,m \tag{2}$$

Poszukujemy więc takiego podzbioru $U_D \subset U$ zbioru możliwych wartości zmiennej decyzyjnej *U*, dla którego zachodzą relacje

$$\forall u \in U_D \text{ oraz } \forall i \in \{1,\ldots,m\}, u \in C_i \tag{3}$$

Mówiąc innymi słowy poszukujemy zbioru wartości zmiennej decyzyjnej, dla których spełnione są wszystkie ograniczenia. Zagadnienie wyznaczenia zbioru U_D będziemy oznaczać w skrócie symbolem CSP (od angielskiego terminu *constraint satisfaction problem*). W przypadku jednowymiarowej zmiennej decyzyjnej znalezienie zbioru U_D jest zadaniem trywialnym. Musimy znaleźć wartości

$$a_D = \max_i a_i$$

oraz

$$b_D = \min_i b_i$$

Jeżeli $a_D \leq b_D$, to $U_D=[a_D,b_D]$, a w przeciwnym przypadku mamy do czynienia z wzajemną sprzecznością przyjętych ograniczeń. W przypadku wielowymiarowych zmiennych decyzyjnych zadanie CSP znacznie komplikuje się i staje się, często złożonym, zagadnieniem kombinatorycznym. Poświęcona jest jemu bogata literatura przedmiotu, a w tym książki Tsanga (1993) i Van Hentenrycka (1989).

Istotą zadania CSP jest jego dychotomiczny charakter. Ograniczenia są albo spełnione albo też nie. W wielu praktycznych przypadkach przyjęcie tak ostrego wymagania nie ma praktycznego uzasadnienia. Możemy na przykład założyć, że istnieje zbiór wartości zmiennej decyzyjnej, dla którego decyzje są absolutnie niedopuszczalne oraz zbiór wartości w pełni preferowanych. W klasycznym zadaniu CSP jeden z powyższych zbiorów jest zawsze dopełnieniem drugiego, co w praktyce może nie mieć uzasadnienia. Mogą bowiem istnieć takie wartości zmiennej decyzyjnej, które są dopuszczalne ale jednocześnie mało preferowane. Powyższe rozumowanie doprowadziło do wprowadzenia pojęcia *rozmytego ograniczenia* opisanego, m.in., w pracy Dubois, Fargier i Prade (1996a). Zgodnie z tym podejściem rozmyte ograniczenie opisane jest funkcją przynależności $\mu_C(u)$. Relacja $\mu_C(u)=1$ oznacza, że decyzja u w pełni spełnia ograniczenie C. Z kolei, relacja $\mu_C(u)=0$ oznacza, że decyzja u jest niedopuszczalna. Jeżeli zachodzi relacja $0<\mu_C(u)<1$, to ograniczenie C jest spełnione tylko częściowo, przy czym nierówność $\mu_C(u)>\mu_C(u')$ oznacza, że decyzja u lepiej spełnia ograniczenie C od decyzji u'. Jak łatwo zauważyć, klasyczny przypadek „ostrych" ograniczeń jest szczególnym przypadkiem zdefiniowanego powyżej ograniczenia rozmytego. Dalszym uogólnieniem pojęcia ograniczenia rozmytego może być wprowadzone w pracy Dubois, Fargier i Prade (1996a) pojęcie *rozmytego ograniczenia z priorytetem*. Niech $\rho \in [0,1]$ będzie miarą tego, do jakiego stopnia spełnienie ograniczenia C jest konieczne. Jeżeli $\rho=1$, to spełnienie ograniczenia C ma najwyższy priorytet. Jeżeli zaś $\rho=0$, to rozpatrywane ograniczenie nie ma żadnego znaczenia. Przy tak zdefiniowanej mierze priorytetu Dubois, Fargier i Prade (1996a) wprowadzili pojęcie rozmytego ograniczenia z priorytetem C^* opisanego funkcją przynależności $\mu_{C^*}(u)=max(1-\rho,\mu_C(u))$.

Mając zdefiniowane w powyższy sposób rozmyte ograniczenia można poszukiwać decyzji, które są najbardziej preferowane przez decydenta. Istnieje wiele możliwości rozwiązania tego problemu, z których najwięcej zalet ma rozwiązanie wykorzystujące podejście Bellmana i Zadeha (1970) opisane zależnością (1). Podejście to w literaturze nazywane jest pojęciem *maxminowym* i pojawia się przy rozwiązywaniu wielu różnych zagadnień. Na przykład w teorii gier przyjęcie modelu *maxmin* prowadzi do określenia strategii gracza zachowawczego. W teorii wyboru społecznego (*social choice*) podejście to odpowiada poszukiwaniu rozwiązania egalitarnego. W badaniach operacyjnych podejście to stosujemy w rozwiązywaniu problemów „wąskiego gardła". Jak łatwo zauważyć, rozwiązanie problemu *maxmin* prowadzi do znalezienia decyzji, która w najlepszym stopniu spełnia ograniczenie, które jest najtrudniejsze do spełnienia. Podejście to prowadzi zazwyczaj do wyboru rozwiązań, które w podobnym stopniu spełniają *wszystkie* postawione ograniczenia.

W przypadku poszukiwania decyzji najbardziej preferowanych przez decydenta ważne jest określenie zarówno odpowiedniego zbioru wartości zmiennej decyzyjnej jak też i odpowiadającej tym wartościom miary preferencji □. Jeżeli istnieją wartości zmiennej decyzyjnej, które w stu procentach spełniają wszystkie ograniczenia, to wówczas □□1. Z kolei, gdy przynajmniej jedno z ograniczeń nie jest zupełnie spełnione, to zachodzi równość □□0. Sytuacja pośrednia oznacza, że występuje częściowa niezgodność przyjętych ograniczeń, a wartość 1-□ jest jej miarą. W celu sformułowania algorytmu wyznaczania zbioru rozwiązań preferowanych wprowadźmy następujące oznaczenia: $\mathrm{supp}(C)=\{u:\mu_C(u)>0\}$, $C_\alpha=\{u:\mu_C(u)\geq\alpha\}$. Przyjmijmy ponadto, że dysponujemy dowolnym programem o nazwie CONSAT(c1,...,cm), przy pomocy którego będziemy sprawdzać wzajemną zgodność zbioru nierozmytych ograniczeń c1,...,cm. Ogólny algorytm wyznaczania zbioru rozwiązań preferowanych w wersji podanej w pracy Dubois i in. (1999) przedstawia się następująco:

1) Wprowadź dane o o rozmytych ograniczeniach $C_1,\ldots,C_m$.
2) Sprawdź CONSAT(supp(C_1),...,supp(C_m)).
3) Jeżeli stwierdzono niezgodność: stop (*nie ma rozwiązań*, $\gamma=0$).
4) $\alpha=1$; $\beta=0$
5) Wykonuj: dopóki możliwe lub $|\alpha-\beta|$ wystarczająco małe
   Wybierz γ: $\beta<\gamma<\alpha$ (na przykład: $\gamma=(\alpha+\beta)/2$)
   Sprawdź CONSAT($(C_1)_\gamma,\ldots,(C_m)_\gamma$).
   Jeżeli stwierdzono zgodność $\beta:=\gamma$
   Jeżeli stwierdzono niezgodność $\alpha:=\gamma$
   Koniec Wykonuj.

Postępując zgodnie z powyższym algorytmem znajdziemy miarę wzajemnej zgodności rozmytych ograniczeń γ. Przecięcie zbiorów α-cięć rozmytych ograniczeń dla $\alpha=\gamma$ jest poszukiwanym zbiorem rozwiązań optymalnych (najbardziej preferowanych).

3. Metody ograniczenia zbioru rozwiązań preferowanych

Zaproponowane powyżej maxminowe rozwiązanie zadania wyboru decyzji maksymalnie preferowanej przez decydenta w wielu przypadkach nie jest rozwiązaniem jednoznacznym. Ma to miejsce w przypadku gdy jednakowo preferowany jest pewien podzbiór możliwych wartości zmiennej decyzyjnej. Jeżeli nie jest możliwe sformułowanie dodatkowego zadania optymalizacyjnego pozwalającego na jednoznaczny wybór optymalnej decyzji, to najprostszym rozwiązaniem wydaje się wybór właściwego rozwiązania ze zbioru rozwiązań jednakowo preferowanych w sposób przypadkowy. Nie jest to jednak rozwiązanie najszczęśliwsze. Lepszym rozwiązaniem jest dalsze zawężanie zbioru możliwych rozwiązań w ten sposób, by przyjęte rozwiązanie było lepsze od pozostałych ze względu na jakieś dodatkowe kryterium. Możemy w takim przypadku mówić także o *doprecyzowaniu* warunków optymalności.

Najbardziej znaną i jednocześnie najbardziej naturalną metodą poszukiwania najlepszych rozwiązań wielokryterialnych jest metoda wykorzystująca uporządkowania w sensie Pareto. Niech u oraz v oznaczają dwa możliwe rozwiązania w opisanym w poprzednim punkcie zadaniu wyboru decyzji preferowanej. Warunek dominacji w sensie Pareto rozwiązania u nad rozwiązaniem v zapisujemy w następujący sposób

$$u \geq_P v \Leftrightarrow \forall i, \mu_{C_i}(v) \leq \mu_{C_i}(u)$$

Można pokazać, że rozwiązanie maxminowe spełnia tzw. słaby warunek Pareto. W ogólnym jednak przypadku istnieją rozwiązania optymalne w sensie Pareto (Pareto-optymalne), które nie są rozwiązaniami optymalnymi w sensie maxminowym. Również nie wszystkie rozwiązania optymalne w sensie maxminowym są rozwiązaniami Pareto-optymalnymi. Dotyczy to szczególnie przypadku gdy miara wzajemnej zgodności rozmytych ograniczeń γ przyjmuje wartości mniejsze od jedynki. Celowym jest więc poszukiwanie takich rozwiązań (o ile one istnieją) by spełniały one zarówno warunek optymalności w sensie Pareto jak i optymalności w sensie maxminowym. Jednym z możliwych rozwiązań tego problemu jest zastosowanie zaproponowanego w pracy Dubois, Fargier i Prade (1996b) tzw. podejścia *discriminowego*.

Oznaczmy przez $D(u,v) = \{C_i \mid u_i \neq v_i\}$ zbiór tych rozmytych ograniczeń, dla których preferencje (stopnie spełnienia rozmytych ograniczeń) porównywanych rozwiązań u oraz v są różne. Warunek dominacji w sensie discriminowym rozwiązania u nad rozwiązaniem v zapisujemy w następujący sposób

$$u >_D v \Leftrightarrow \min_{C_i \in D(u,v)} \mu_{C_i}(v) < \min_{C_i \in D(u,v)} \mu_{C_i}(u)$$

Jeżeli występują ograniczenia, które są całkowicie nie spełnione przez rozwiązania u uraz v, to musimy je również zaliczyć do zbioru $D(u,v)$. Jak łatwo zauważyć uporządkowanie dwu porównywanych rozwiązań w sensie discriminowym wykorzystuje porównania miar preferencji wyłącznie dla tych ograniczeń, dla których te preferencje się różnią. Dubois i in. (1996b) pokazali, że rozwiązania discriminowe są jednocześnie rozwiązaniami optymalnymi w sensie Pareto oraz w sensie maxminowym. Ogólny algorytm wyznaczania optymalnych rozwiązań discriminowych podano w pracy Dubois i Fortemps (1999).

W pracy Dubois, Fargier i Prade (1996b) zaproponowano również inne podejście, które pozwala na dalsze doprecyzowanie warunków optymalności i wykorzystuje metody *leksykograficzne*. Podejście to autorzy wyżej wymienionej pracy nazwali podejściem *leximinowym*. Niech $\boldsymbol{u} = \left(\mu_{C_1}, \mu_{C_2}, \ldots, \mu_{C_m}\right)$ będzie wektorem opisującym preferencje decydenta (miary spełnienia rozmytych ograniczeń) a $\boldsymbol{u}^* = \left(\mu_{C_{\sigma(1)}}, \mu_{C_{\sigma(2)}}, \ldots, \mu_{C_{\sigma(m)}}\right)$ wektorem uzyskanym przez taką permutację składowych wektora $\boldsymbol{u}$, że spełniony jest warunek $\mu_{C_{\sigma(1)}} \leq \mu_{C_{\sigma(2)}} \leq \ldots \leq \mu_{C_{\sigma(m)}}$. Warunek dominacji w sensie leximinowym rozwiązania u nad rozwiązaniem v zapisujemy w następujący sposób

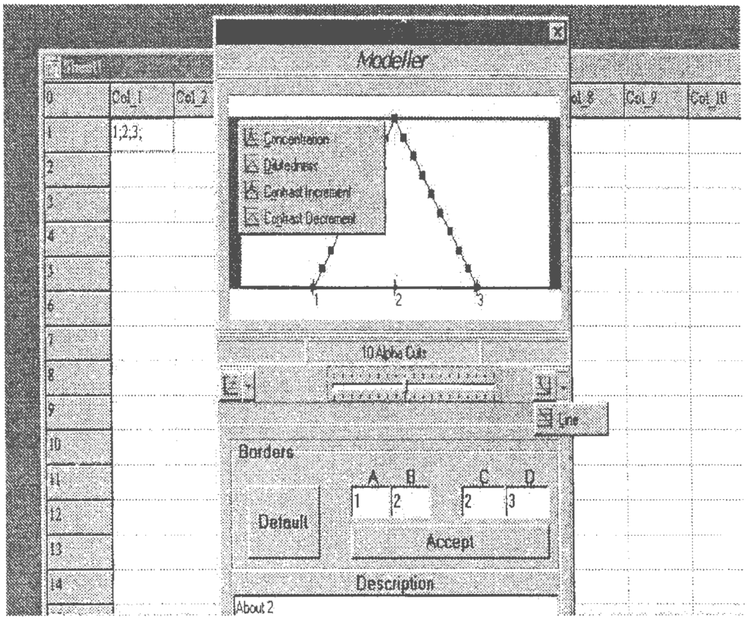
$$u >_L v \Leftrightarrow \exists\, k \leq m \text{ takie, że}$$
$$\forall\, i < k,\ \mu_{C_{\sigma(i)}}(v) = \mu_{C_{\sigma(i)}}(u) \text{ oraz } \mu_{C_{\sigma(k)}}(v) < \mu_{C_{\sigma(k)}}(u)$$

Rozwiązanie leximinowe jest doprecyzowaniem (zawężeniem) rozwiązania discriminowego i jako takie jest jednocześnie rozwiązaniem optymalnym w sensie Pareto oraz optymalnym w sensie maximinowym. Podejście leximinowe faworyzuje te rozwiązania, które dla każdego poziomu satysfakcji γ spełniają najwięcej ograniczeń. Ogólne algorytmy poszukiwania rozwiązań leximinowych podane są w pracy Dubois i Fortemps (1999), a rozszerzona analiza tego podejścia do zagadnienia wyboru preferowanych decyzji znajduje się w pracy Dubois i in. (2001).

Warto zauważyć, że przedstawione w tym punkcie pracy metody poszukiwania optymalnych (najbardziej preferowanych) decyzji wykorzystują podejścia stosowane od wielu lat pod innymi nazwami i w innych kontekstach. Bliższe informacje na ten temat można znaleźć w cytowanych powyżej pracach. Na przykład, podejście leximinowe zostało zastosowane ponad czterdzieści lat temu w numerycznych zagadnieniach aproksymacji funkcji.

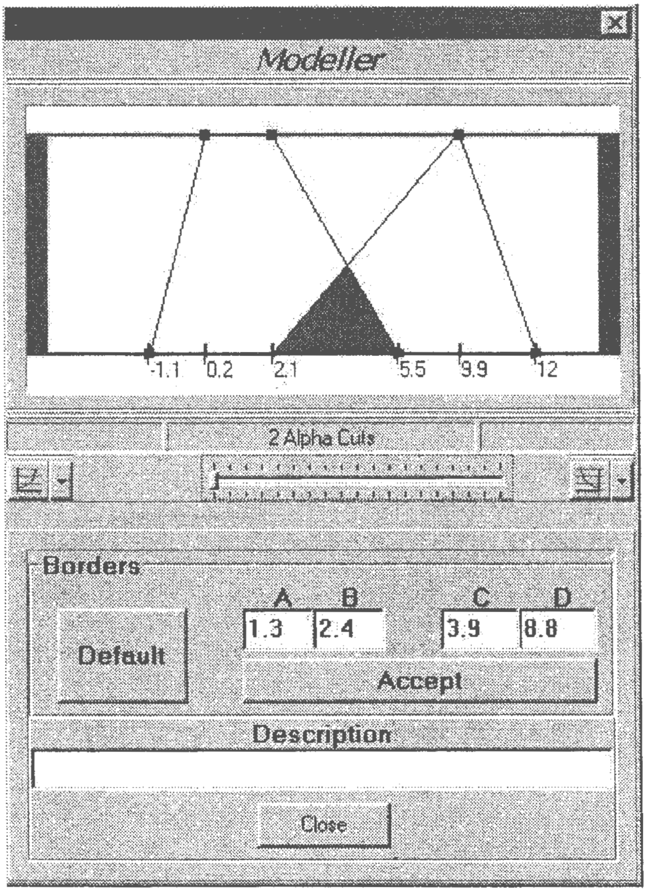
4. Komputerowe wyznaczanie rozwiązań najbardziej preferowanych

Zagadnienie wyboru rozwiązania najbardziej preferowanego przez decydenta jest stosunkowo proste, gdy liczba kryteriów (ograniczeń) jest niewielka, a preferencje określone są w prosty sposób (np. przez podanie ostrych warunków ograniczających). W bardziej skomplikowanych przypadkach konieczne może być wykorzystanie odpowiednich metod komputerowych. W Instytucie Badań Systemowych PAN opracowany został program komputerowy wspomagający wybór właściwej decyzji, gdy preferencje decydenta określane są w sposób nieprecyzyjny, a w szczególności w sposób werbalny. Program składa się z dwu zasadniczych modułów: modułu wprowadzania nieprecyzyjnego opisu preferencji decydenta oraz modułu wyznaczania optymalnych decyzji.



Rys.1 Edytor funkcji przynależności opisującej rozmyte ograniczenie

Informacją wejściową do wszystkich algorytmów poszukiwania rozwiązań preferowanych jest informacja o miarach preferencji przypisywanych różnym wartościom zmiennej decyzyjnej biorąc pod uwagę różne kryteria. Aby skorzystać z opisanych w niniejszej pracy podejść do wyznaczania optymalnych decyzji użytkownik powinien określić zbiory rozmyte opisujące rozmyte ograniczenia. W opisywanym tu programie komputerowym procedura określania miar preferencji jest dwustopniowa. W fazie wstępnej użytkownik określa swoje preferencje poprzez podanie liczby rozmytej o postaci trapezowej zapisanej w formacie (A,B,C,D), gdzie odcinek (A,D) jest podstawą trapezu, a dla wartości zmiennej z przedziału (B,C) funkcja przynależności rozpatrywanego zbioru rozmytego przyjmuje wartość równą jeden. Jak łatwo zauważyć, szczególnymi przypadkami trapezowych liczb rozmytych są liczby rozmyte trójkątne, liczby rozmyte prostokątne (służące do opisu „ostrych" ograniczeń), a także liczby nierozmyte (rzeczywiste). Przewidywane jest wprowadzenie takiego rozwiązania, by użytkownik na tym etapie mógł również formułować oceny w sposób werbalny, na przykład korzystając z wbudowanego słownika określeń. Na przykład, może określić swoje preferencje używając sformułowania: preferuję rozwiązanie o wartości około 5. Dane o rozmytych ograniczeniach zapisywane są w specjalnie zaprojektowanym arkuszu, który może podlegać edycji. W drugiej fazie definiowania swoich preferencji użytkownik może zmodyfikować postać wprowadzonej funkcji przynależności wykorzystując do tego celu specjalny edytor graficzny. Wprowadzona w fazie wstępnej trapezowa liczba rozmyta zostaje wyświetlona na ekranie edytora wraz z punktami stanowiącymi granice jej α-cięć. Punkty te można przeciągać w poziomie przy pomocy myszy, modyfikując w ten sposób funkcję przynależności opisującą rozpatrywane rozmyte ograniczenie. Omówiony powyżej edytor funkcji przynależności przedstawiono na rysunku 1.



Rys.2 Konstrukcja funkcji opisującej zagregowaną miarę preferencji

Po dokonaniu modyfikacji funkcji przynależności opisującej dane ograniczenie zostaje ona zapisana w postaci zbioru swoich α-cięć. W arkuszu wyświetlane są wyłącznie zmodyfikowane wartości (A,B,C,D), ale sama funkcja przynależności nie musi być już liczbą rozmytą o postaci trapezowej. Wykorzystując oba rodzaje edycji liczb rozmytych możemy opisać interesujące nas rozmyte ograniczenia będące opisem miary preferencji odnośnie wartości analizowanej zmiennej decyzyjnej.

Po wprowadzeniu opisu rozmytych ograniczeń program poszukuje zbioru rozwiązań optymalnych w sensie maximinowym. Wynik obliczeń przedstawiony jest również w postaci graficznej. Na rysunku 2 przedstawiona została konstrukcja zagregowanej miary preferencji na podstawie informacji o poszczególnych rozmytych ograniczeniach. Prezentacja wyników analizy w postaci graficznej ułatwia wybór właściwej decyzji.

W kolejnych wersjach omawianego programu zostaną zaimplementowane algorytmy discriminowe i leximinowe, które pozwolą na bardziej precyzyjny wybór rozwiązań najbardziej preferowanych przez decydenta.

Literatura

Bellman R., Zadeh L.A. (1970), Decision making in a fuzzy environment, *Management Science*, vol.17, B141-B164.

Dubois D., Fargier H., Prade H. (1996a), Possibility theory in constraint satisfaction problems: Handling priority, preference and uncertainty, *Applied Intelligence,* vol.6, 287-309.

Dubois D., Fargier H, Prade H. (1996b), Refinements of the maxmin approach to decision-making in fuzzy environment. *Fuzzy Sets and Systems*, vol.81, 103-122.

Dubois D. Fargier H., Fortemps P., Prade H. (1999), On the Maxmin Approach to Decision-Making in a Fuzzy Environment, *Proc. Of the Eight Intrnational Fuzzy System Association World Congress, Taipei, vol.1,* 284-288.

Dubois D., Fortemps P. (1999), Computing improved optimal solutions to max-min flexible constraint satisfaction problems, *European Journal of Operational Research*, vol.118, 95-126.

Dubois D., Fortemps P., Pirlot M., Prade H. (2001), Leximin optimality and fuzzy set-theoretic operations, *European Journal of Operational Research*, vol.130, 20-28.

Tsang E. (1993), *Foundations of Constraint Satisfaction*, Academic Press, New York

Van Hentenryck P. (1989), *Constraint Satisfaction and Logic Programming*, MIT Press, Cambridge, MA

ISSN 0208-8028
ISBN 83-85847-73-1

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy
prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 837-35-78 w. 241 e-mail: bibliote@ibspan.waw.pl