

### 3. Przenikanie ciepła przez zewnętrzne ściany budynków

#### 3.1. Wstęp

Nowoczesne narzędzia, które mają służyć projektantom do obliczeń cieplnych budynków, stanowią programy komputerowe, pozwalające na wykonywanie tych obliczeń w sposób szybki i wysoce zautomatyzowany. Możliwości używanych powszechnie komputerów klasy IBM PC pozwalają na włączenie do tych programów procedur, umożliwiających symulowanie z dużą dokładnością dynamicznych procesów cieplnych zachodzących w elementach budynków, w szczególności w ich przegrodach zewnętrznych. Programy te mogą być wykorzystywane do obliczania chwilowych i okresowych ilości ciepła wymienianego przez budynek z otoczeniem.

Wybór określonego zestawu procedur - związany z wyborem zestawu modeli fizycznych i matematycznych opisujących zachodzące w budynku zjawiska cieplne - rzutuje na objętość programu i koszt obliczeń, co zmusza do dokonywania odpowiednich uproszczeń. Wybór modeli opisujących oddziaływanie elementów budynku z otoczeniem uwarunkowany jest ponadto dostępnością odpowiednich danych meteorologicznych.

Praca niniejsza poświęcona jest analizie procesów przenikania ciepła przez funkcjonujące w naturalnych warunkach przegrody budowlane, stanowiące zewnętrzne ściany budynku, prowadzonej pod kątem ilościowej oceny wpływu przyjęcia określonego modelu wymiany przez nie ciepła z otoczeniem na otrzymywane w drodze symulacji komputerowej wyniki obliczeń temperatur i gęstości strumieni ciepła na ich powierzchniach.

Na bazie całkowitych formuł dla ilości ciepła przepływającego w skończonym czasie przez powierzchnie funkcjonujące jako zewnętrzna przegroda budowlana ściany przewodzącej, przedstawiony jest wpływ efektów akumulacji ciepła w jej objętości na ilości ciepła wymienianego z pomieszczeniem i otoczeniem. Możliwość ich oceny pozwala na ocenę dokładności obliczeń stosowanych dotychczas w projektowaniu, bazujących na przybliżeniu stanu ustalonego przewodzenia ciepła.

Przedstawione są również wyniki obliczeń testowych ilustrujące wpływ przyjęcia liniowego bądź nieliniowego modelu wymiany ciepła na powierzchniach zewnętrznych ścian.

## 3.2. Liniowy model przenikania ciepła przez zewnętrzne ściany budynków i jego zastosowania

### 3.2.1. Sformułowanie modelu

Model cieplny zewnętrznej ściany budynku, na bazie którego opracowuje się procedury służące do obliczania jej temperatur i płynących przez nią strumieni ciepła, stanowi układ równań opisujących przewodzenie ciepła w jej wnętrzu i wymianę ciepła na jej powierzchniach. Te ostatnie opisują jej oddziaływanie z otoczeniem i z pomieszczeniem, które ściana oddziela od otoczenia. Podstawy teorii przewodzenia ciepła przedstawione są m.in. w książkach Carslaw'a i Jaeger'a [1], Kakaça i Yenera [2], Staniszewskiego [3], zaś problemy wymiany ciepła przez ściany budynków z otoczeniem w książkach Clarke'a [4], Pogorzelskiego [6, 7] oraz w opracowaniach ASHRAE [5], Okołowicz-Grabowska i inni [8], Śliwowski i inni [9, 10].

Niniejsze rozważania dotyczą płaskiej ściany, w której spełnione są warunki jednowymiarowego przewodzenia ciepła. Ściana może składać się z kilku warstw materiałów, którym odpowiadają różne wartości przewodności cieplnej  $\lambda$ , ciepła właściwego  $c$  i gęstości  $\rho$ . Chwilowy rozkład temperatury w ścianie opisuje funkcja jednej zmiennej przestrzennej i czasu  $\vartheta(x,t)$ , rozkład gęstości strumienia ciepła opisuje funkcja  $q(x,t)$ . Zgodnie z prawem Fouriera:

$$q(x,t) = -\lambda \frac{\partial \vartheta(x,t)}{\partial x} \quad (3.1)$$

Dla ściany o grubości  $L$  przyjęty jest układ współrzędnych, w którym jej powierzchni wewnętrznej odpowiada współrzędna  $x=0$  a zewnętrznej  $x=L$ . Temperatury i gęstości strumieni ciepła na jej powierzchniach zapisywane są odpowiednio:  $\vartheta(0)$ ,  $\vartheta(L)$ ,  $q(0)$ ,  $q(L)$  - bez zaznaczania, że są to funkcje czasu  $t$ .

Przewodzenie ciepła w ścianie opisuje jednowymiarowe równanie Fouriera dla funkcji temperatury ściany  $\vartheta(x,t)$ :

$$\rho c \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right] \quad (3.2)$$

Dla ściany warstwowej równanie to należy rozumieć symbolicznie, jako układ równań przewodzenia ciepła dla warstw o różnych współczynnikach materiałowych i warunków ciągłości temperatury i gęstości strumieni ciepła na brzegach warstw.

W równaniach bilansu powierzchni ściany uwzględnia się w ogólnym przypadku ciepło pozyskiwane i tracone przez nią w drodze konwekcji swobodnej i wymuszonej, przez promieniowanie krótko- i długofalowe oraz w wyniku przemian fazowych wilgoci i kontaktu



z opadami atmosferycznymi (patrz Śliwowski i inni [9, 10]). Te ostatnie zjawiska są pomijane w niniejszych rozważaniach.

W ramach uproszczonego liniowego modelu wymiany ciepła na powierzchniach ścian budynków, przyjmowanego do celów projektowania, zakłada się, że wymiana ta zachodzi zgodnie z prawem Newtona, ze stałymi współczynnikami przejmowania ciepła  $\alpha_i$  na powierzchniach wewnętrznych i  $\alpha_e$  na powierzchniach zewnętrznych. Przy uwzględnieniu wpływu promieniowania słonecznego równania bilansu powierzchni ściany, w przyjętym układzie współrzędnych, mają postać następującą:

$$-q(0) = \alpha_i [\vartheta(0) - t_i] \quad (3.3)$$

$$q(L) = \alpha_e [\vartheta(L) - t_e] - q_s \quad (3.4)$$

gdzie  $t_i$  i  $t_e$  są temperaturami pomieszczenia i otoczenia zewnętrznego a  $q_s$  jest gęstością strumienia ciepła pochodzącego od absorbowanego promieniowania słonecznego. Przyjmuje się  $t_i$  i  $t_e$  równe temperaturom powietrza pomieszczenia i otoczenia. Gęstość strumienia ciepła  $q_s$  jest równa iloczynowi składowej normalnej  $I_{sn}$  natężenia promieniowania słonecznego padającego na zewnętrzną powierzchnię ściany i jej współczynnika absorpcji a:

$$q_s = a I_{sn} \quad (3.5)$$

Przy uwzględnieniu definicji gęstości strumienia ciepła (3.1) równania (3.3), (3.4) stanowią warunki brzegowe dla równania przewodzenia ciepła (3.2) dla funkcji temperatury  $\vartheta(x,t)$ .

### 3.2.2. Przybliżenie stanu ustalonego

W warunkach ustalonego przewodzenia ciepła, dla stałych w czasie  $t_i$ ,  $t_e$  oraz  $q_s$ , rozwiązanie równania (3.2) dla funkcji temperatury  $\vartheta(x)$ , spełniające warunki brzegowe (3.3) i (3.4) ma postać następującą:

$$\vartheta(x) = \frac{R_i - x}{R_k} [t_e + R_e q_s] + \frac{R_{x-e}}{R_k} t_i \quad (3.6)$$

gdzie:

$$R_i = \frac{1}{\alpha_i} \quad , \quad R_e = \frac{1}{\alpha_e} \quad (3.7)$$

$$R_{i-x} = R_i + R_{0-x} \quad , \quad R_{x-e} = R_{x-L} + R_e \quad (3.8)$$

$$R_{0-x} = \int_0^x \frac{dx'}{\lambda(x')} \quad , \quad R_{x-L} = \int_x^L \frac{dx'}{\lambda(x')} \quad (3.9)$$

$$R_k = R_i + R + R_e \quad (3.10)$$

$R_i$ ,  $R_e$  mają interpretację stałych oporów przyjmowania ciepła na powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej ściany,  $R_{0-x}$  i  $R_{x-L}$  oznaczają odpowiednio opory przewodzenia ciepła warstwy ściany zawartej w przedziale  $[0,x]$  i  $[x,L]$ ,  $R_{i-x}$  i  $R_{x-e}$  opory przenikania ciepła od powietrza po stronie wewnętrznej do punktu  $x$  i od punktu  $x$  do powietrza po stronie zewnętrznej.  $R$  jest całkowitym oporem przewodzenia ciepła dla ściany zaś  $R_k$  całkowitym oporem przenikania ciepła przez ścianę funkcjonującą jako przegroda budowlana. Odwrotność  $R_k$  jest tzw. obliczeniowym współczynnikiem przenikania ciepła  $k$ :

$$k = \frac{1}{R_k} = \frac{1}{R_i + R + R_e} \quad (3.11)$$

Z definicji  $R_{0-x}$ ,  $R_{x-L}$ ,  $R_{i-x}$  i  $R_{x-e}$  wynikają tożsamości:

$$\frac{R_{0-x}}{R} + \frac{R_{x-L}}{R} = 1, \quad \frac{R_{i-x}}{R_k} + \frac{R_{x-e}}{R_k} = 1 \quad (3.12)$$

Wyrażeniu (3.6) dla temperatury  $\vartheta(x)$  odpowiada stała wzdłuż grubości ściany gęstość strumienia ciepła  $q$ :

$$q = \frac{1}{R_k} [t_i - t_e - R_e q_s] \quad (3.13)$$

W obliczeniach dla celów projektowania, przy obliczaniu długookresowych strat ciepła z budynku przez jego przegrody zewnętrzne, przyjmuje się wzór analogiczny do (3.13), przy pominięciu  $q_s$ , w którym za temperatury pomieszczenia i otoczenia przyjmuje się ich średnie czasowe. Posługiwanie się tym wzorem - przy założeniu ustalonych parametrów cieplnych ściany - oznacza pominięcie efektów akumulacji ciepła i nieliniowych zjawisk przyjmowania ciepła na ich powierzchniach. Znaczenie tych przybliżeń będzie omówione w dalszym ciągu niniejszej pracy. Dane klimatyczne używane do obliczeń bazujących na wzorze (3.13) stanowią wieloletnie średnie miesięczne temperatury powietrza, które dla różnych regionów kraju podawane są w odpowiednich opracowaniach Instytutu Meteorologii i gospodarki Wodnej (IMGW). Obliczenie średniego miesięcznego promieniowania słonecznego na powierzchnię o dowolnym nachyleniu i orientacji jest zadaniem skomplikowanym, wymaga posiadania reprezentatywnych danych godzinowych dla promieniowania całkowitego i rozproszonego (por. (3.3)) i oczywiście pomocy komputera. Na zlecenie i przy współpracy Instytutu Techniki Budowlanej IMGW wykonał opracowanie [24], które zawiera wyniki obliczeń dla 18-tu stacji na terenie Polski średniego promieniowania na powierzchni o czterech podstawowych orientacjach i pięciu nachyleniach; dla innych można je znaleźć metodą interpolacji. Podane są w nim również średnie temperatury miesięczne dla 60-ciu stacji. Polska norma PN-91/B-02020 [12] zaleca przyjmowanie następujących wartości współczynników przyjmowania ciepła  $a_i$ ,  $a_e$  i oporów przyjmowania ciepła  $R_i$ ,  $R_e$ :

$$\begin{aligned} \alpha_i &= 8.1 \text{ W/m}^2\text{K} \quad ; \quad \alpha_e = 23 \text{ W/m}^2\text{K} \quad , \\ R_i &= 0.12 \text{ m}^2\text{K/W} \quad ; \quad R_e = 0.04 \text{ m}^2\text{K/W} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Model ściany słonecznej - z przezroczystym pokryciem od strony zewnętrznej - tworzy się dobierając odpowiednio współczynnik  $\alpha_e$ , przez co uwzględnia się zwiększony opór przejmowania ciepła na jej powierzchni zewnętrznej (patrz Gordon, Zarmi [13], Sodha i inni [14], Laskowski [15], Kośny [16], Starakiewicz [17]).

### 3.2.3. Wpływ efektów akumulacji na ilości ciepła wymienianego przez przegrody budowlane z pomieszczeniem i otoczeniem w długich przedziałach czasu

Ocenę efektów akumulacji ciepła w ścianach budynków, poddanych zmiennym oddziaływaniom otoczenia, umożliwiają formuły całkowe dla ilości ciepła przepływającego w skończonym czasie przez ich powierzchnie. Wynikają one bezpośrednio z równania przewodzenia ciepła i przyjętych warunków brzegowych; ich wyprowadzenie znaleźć można w pracach Kosseckiej [18, 19, 21]. Dla warunków brzegowych (3.3), (3.4) formuły te mają postać następującą:

$$\begin{aligned} Q(0, \tau_0, \tau) &= \frac{1}{R_k} \int_{\tau_0}^{\tau} dt' [t_i(\tau') - t_e(\tau')] - \frac{R_e}{R_k} \int_{\tau_0}^{\tau} dt' q_s(\tau') + \\ &+ \int_0^L dx \frac{R_{x-e}}{R_k} \rho c [\vartheta(x, t) - \vartheta(x, 0)] \quad , \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} Q(L, \tau_0, \tau) &= \frac{1}{R_k} \int_{\tau_0}^{\tau} dt' [t_i(\tau') - t_e(\tau')] - \frac{R_e}{R_k} \int_{\tau_0}^{\tau} dt' q_s(\tau') + \\ &- \int_0^L dx \frac{R_{i-x}}{R_k} \rho c [\vartheta(x, t) - \vartheta(x, 0)] \quad , \end{aligned} \quad (3.16)$$

gdzie:

$$Q(0, \tau_0, \tau) = \int_{\tau_0}^{\tau} dt' q(0, \tau') \quad , \quad Q(L, \tau_0, \tau) = \int_{\tau_0}^{\tau} dt' q(L, \tau') \quad , \quad (3.17)$$



co można zapisać:

$$Q(0) = Q_{ie} - \frac{R_e}{R_k} Q_s + Q_{ci} \quad (3.18)$$

$$Q(L) = Q_{ie} - \frac{R_e}{R_k} Q_s - Q_{ce} \quad (3.19)$$

gdzie oznaczono:

$$Q_{ie}(\tau_0, \tau) = \frac{1}{R_k} \int_{\tau_0}^{\tau} dt' [t_i(\tau') - t_e(\tau')] \quad , \quad (3.20)$$

$$Q_s(\tau_0, \tau) = \int_{\tau_0}^{\tau} dt' q_s(\tau') \quad , \quad (3.21)$$

$$Q_{ci}(\tau_0, \tau) = \int_0^L dx \frac{R_{x-e}}{R_k} \rho c [\vartheta(x, \tau) - \vartheta(x, \tau_0)] \quad , \quad (3.22)$$

$$Q_{ce}(\tau_0, \tau) = \int_0^L dx \frac{R_{i-x}}{R_k} \rho c [\vartheta(x, \tau) - \vartheta(x, \tau_0)] \quad , \quad (3.23)$$

$Q_{ie}$  jest ciepłem, które przepłynęło przez przegrodę na skutek różnicy temperatur powietrza po obu jej stronach,  $Q_s$  jest ciepłem pochodzącym od promieniowania słonecznego zaabsorbowanego przez zewnętrzną powierzchnię przegrody,  $Q_{ci}$  i  $Q_{ce}$  reprezentują części zmiany ciepła zakumulowanego w przegrodzie, które przepłynęło przez jej wewnętrzną i zewnętrzną powierzchnię odpowiednio. Formuły analogiczne do (3.15), (3.16) dla elementów ścian o złożonej strukturze są wyprowadzone w pracy Kosseckiej [20].

Występujące we wzorach (3.18), (3.19) wielkości  $Q_{ie}$  i  $Q_s$  są znane o ile dane są wartości funkcji  $t_i$ ,  $t_e$  i  $q_s$  dla danego przedziału czasu lub tylko ich wartości średnie. Jedyne  $Q_{ci}$ ,  $Q_{ce}$  są wielkościami nieznanymi - dopóki nie dysponujemy rozwiązaniem problemu nieustalonego przewodzenia ciepła, określonego przez równania (3.1), (3.2), (3.3), (3.4). Jednakże co jest istotne -  $Q_{ci}$ ,  $Q_{ce}$  zależą tylko od stanu początkowego i końcowego przegrody, nie zależą od wartości jej temperatur w całym przedziale czasu. Jawne wyrażenia dla  $Q_{ci}$  i  $Q_{ce}$  można podać przy założeniu, że stany początkowy i końcowy przegrody można aproksymować rozwiązaniami dla problemu ustalonego przewodzenia ciepła, określonymi przez wartości temperatur powietrza w chwili

początkowej i końcowej. Z (3.22), (3.23) i (3.6), przy pominięciu promieniowania, otrzymuje się następujące wyrażenia dla tych wielkości /por. [21, 22, 23]/:

$$Q_{ci} = \Phi_{ii}\Delta t_i + \Phi_{ie}\Delta t_e \quad (3.24)$$

$$Q_{ce} = \Phi_{ei}\Delta t_i + \Phi_{ee}\Delta t_e \quad (3.25)$$

gdzie:

$$\Delta t_i = t_i(\tau) - t_i(\tau_0) \quad , \quad \Delta t_e = t_e(\tau) - t_e(\tau_0) \quad , \quad (3.26)$$

$$\Phi_{ii} = \int_0^L dx \rho c \frac{R_{x-e}^2}{R_k^2} \quad , \quad \Phi_{ie} = \int_0^L dx \rho c \frac{R_{x-e}}{R_k} \frac{R_{i-x}}{R_k} \quad , \quad (3.27)$$

$$\Phi_{ei} = \Phi_{ie} \quad , \quad \Phi_{ee} = \int_0^L dx \rho c \frac{R_{i-x}^2}{R_k^2} \quad (3.28)$$

Z tożsamości (3.12) wynika następująca tożsamość dla współczynników masowych  $\Phi_{ii}$ ,  $\Phi_{ie}$ ,  $\Phi_{ei}$  i  $\Phi_{ee}$ :

$$\Phi_{ii} + \Phi_{ie} + \Phi_{ei} + \Phi_{ee} = C \quad (3.29)$$

gdzie C jest całkowitą pojemnością cieplną ściany:

$$C = \int_0^L dx \rho c \quad (3.30)$$

Dla ściany jednorodnej:

$$R_{i-x} = R_i + \frac{x}{\lambda} \quad , \quad R_{x-e} = R_e + \frac{L-x}{\lambda} \quad , \quad R = \frac{L}{\lambda} \quad , \quad C = L\rho c \quad (3.31)$$

Z (3.27), (3.28) i (3.31) otrzymuje się wzory następujące:

$$\Phi_{ii} = \frac{C}{R_k^2} \left[ R_e^2 + R_e R + \frac{R^2}{3} \right] \quad , \quad (3.32)$$

$$\Phi_{ie} = \frac{C}{R_k^2} \left[ R_i R_e + \frac{R}{2} (R_i + R_e) + \frac{R^2}{6} \right] \quad , \quad \Phi_{ei} = \Phi_{ie} \quad , \quad (3.33)$$

$$\Phi_{ee} = \frac{C}{R_k^2} \left[ R_i^2 + R_i R + \frac{R^2}{3} \right] \quad (3.34)$$

Wartości całek potrzebnych do obliczenia współczynników masowych dla ścian wielowarstwowych są podane w [21].

Wzorami (3.24..28) można posługiwać się przy szacowaniu wielkości  $Q_{ci}$ ,  $Q_{ce}$  dla standardowych ścian budynków w stosunkowo długich przedziałach czasu, składających się z co najmniej kilku pełnych dob; uwzględnia się wtedy wpływ uśrednionego trendu zmian temperatury otoczenia, z pominięciem wahań dobowych.

Dla przedziału czasu, dla którego można pominąć wielkości  $Q_{ci}$ ,  $Q_{ce}$  (po upływie tego czasu przegroda wraca do stanu początkowego, albo też  $Q_{ci}$ ,  $Q_{ce}$  są wielkościami małymi w porównaniu z  $Q_{ie}$  i  $[R_e Q_s / R_k]$ , co zachodzi dla czasów dostatecznie długich w przypadku przegród funkcjonujących w naturalnych warunkach), spełnione są równości:

$$Q(0) \approx Q(L) \approx Q \quad , \quad (3.35)$$

$$Q = Q_{ie} - \frac{R_e}{R_k} Q_s \quad . \quad (3.36)$$

Iloraz  $R_e/R_k$ , zwany współczynnikiem podziału  $\eta_i$ :

$$\eta_i = \frac{R_e}{R_k} \quad (3.37)$$

wyznacza część ciepła  $Q_s$ , pochodzącego od zaabsorbowanego przez zewnętrzną powierzchnię przegrody promieniowania słonecznego, która zostaje wykorzystana na ogrzanie pomieszczenia.  $\eta_i$  zwiększa się wraz ze zwiększaniem się stosunku oporu przenikania ciepła od powierzchni absorbującej promieniowanie do otoczenia do całkowitego oporu przenikania ciepła przez przegrodę. Nie zależy natomiast od jej pojemności cieplnej i struktury materiałowej (w ramach rozważanego modelu).

Wprowadzając wielkości średnich w rozważanym przedziale czasu gęstości strumienia ciepła płynącego przez ścianę  $\bar{q}$ , temperatur powietrza wewnątrz i na zewnątrz pomieszczenia  $\bar{t}_i$ ,  $\bar{t}_e$  oraz gęstości strumienia ciepła pochodzącego od promieniowania  $\bar{q}_s$ , można zapisać (3.35) w postaci analogicznej do (3.13):

$$\bar{q} = \frac{1}{R_k} [\bar{t}_i - \bar{t}_e - R_e \bar{q}_s] \quad (3.38)$$

### 3.2.4. Bilans cieplny powierzchni przegrody budowlanej w sezonie grzewczym

Istotne znaczenie ma porównanie występujących we wzorach (3.18), (3.19) wielkości  $Q_{ie}$ ,  $[R_e Q_s / R_k]$ ,  $Q_{ci}$  i  $Q_{ce}$  w przypadku, gdy oblicza się ilości ciepła przepływającego przez powierzchnie przegrody w sezonie grzewczym. W Tabeli 1 zamieszczono wyniki obliczeń porównawczych tych wielkości dla jednorodnej ściany o orientacji południowej, o współczynniku



przenikania ciepła  $k = 0.55 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Przy przyjęciu wartości oporów przejmowania ciepła na powierzchniach ściany wg. PN-91/B-02020 [12] /patrz (3.14)/, jej opór cieplny jest równy  $R = 1.66 \text{ m}^2\text{K/W}$ . Założono, że materiał ściany stanowi beton komórkowy o gęstości  $\rho = 700 \text{ kg/m}^3$ , ciepłe właściwym  $c = 0.84 \text{ kJ/kgK}$  i przewodności cieplnej  $\lambda = 0.25 \text{ W/m}^2\text{K}$ ; grubość takiej ściany jest równa  $0,415 \text{ m}$  a jej pojemność cieplna  $C = 0.068 \text{ kWh/m}^2\text{K}$ . Współczynnik absorpcji ściany przyjęto równy  $0.9$ . Średnie wartości temperatur i natężenia promieniowania słonecznego na powierzchnię pionową o orientacji południowej, dla poszczególnych miesięcy, przyjęto jak dla Warszawy, wg [24]. Zakładano, że rozkład temperatury w ścianie na początku i na końcu każdego miesiąca odpowiada stanowi ustalonym określonym przez stałą temperaturę  $t_i = 20^\circ\text{C}$  i temperaturę  $t_e$  równą średniej dla sąsiednich miesięcy. Dla obliczenia  $Q_{ci}$  i  $Q_{ce}$  wykorzystano wzory (3.24), (3.25), (3.33) i (3.34). Dla współczynników masowych  $\Phi_{ii}$ ,  $\Phi_{ie}$ ,  $\Phi_{ee}$  otrzymano następujące wartości:

$$\Phi_{ii} = 0.0231 \quad , \quad \Phi_{ie} = 0.0122 \quad , \quad \Phi_{ee} = 0.0202 \quad \left[ \text{kWh/m}^2\text{K} \right]$$

Wyniki obliczeń wskazują, że dla badanej ściany składowe  $Q_{ci}$  zmiany ilości ciepła zakumulowanego w jej objętości, wymianianego z pomieszczeniem są małe - w stosunku do przepływającego przez nią na skutek różnicy temperatur pomieszczenia i otoczenia ciepła  $Q_{ie}$  - już w skali miesiąca; nie przekraczają 1.4%. W skali całego sezonu grzewczego są pomijalnie małe. Również małe są składowe  $Q_{ce}$ . Jest więc uzasadnione posługiwanie się wzorem (3.36), wynikającym z (3.18) lub (3.19) po pominięciu członów pojemnościowych  $Q_{ci}$ ,  $Q_{ce}$  do obliczania sezonowych strat ciepła z pomieszczenia przez przegrodę do otoczenia.

Tabela 1

Składowe ilości ciepła w  $[\text{kWh/m}^2]$  przepływającego w sezonie grzewczym przez powierzchnię zewnętrzną ściany budynku z betonu komórkowego o  $k = 0.55 \text{ W/m}^2\text{K}$  dla orientacji południowej (dane klimatyczne dla Warszawy wg [24])

miesiąc	X	XI	XII	I	II	III	IV	X-IV
$Q_{ie}$	4.75	6.61	8.51	9.58	8.35	7.61	4.95	50.36
$R_c Q_s / R_k$	1.15	0.58	0.38	0.56	0.92	1.38	1.48	6.46
$Q_{ci}$	-0.06	-0.06	-0.04	-0.01	0.03	0.06	0.07	-0.01
$Q_{ce}$	-0.10	-0.09	-0.07	-0.02	0.05	0.10	0.12	-0.01

Ilości przekazanego do pomieszczenia ciepła pochodzącego od zaabsorbowanego przez ścianę promieniowania słonecznego, określone wyrażeniem  $[R_e Q_s / R_k]$ , mają większe znaczenie. W skali całego sezonu grzewczego ich suma równa  $6.46 \text{ kWh/m}^2$  dla ściany o orientacji południowej stanowi 12,8% wielkości  $Q_{ie}$  równej  $50.36 \text{ kWh/m}^2$ . Ta sama wielkość policzona dla ściany słonecznej z podwójnym zaskleniem, którego opór cieplny jest równy średnio w przybliżeniu  $0,5 \text{ m}^2\text{K/W}$  a sumaryczna transmisyjność jest równa 0,68 (por. Kośny [16], Starakiewicz [17]), wynosi około  $55 \text{ kWh/m}^2$ , co jest bliskie wielkości  $Q_{ie}$ . Można więc powiedzieć, że bilans takiej ściany w sezonie grzewczym jest w przybliżeniu zerowy.

### 3.3. Nieliniowy model przenikania ciepła przez zewnętrzne ściany budynków

Rezygnując z uproszczenia, które polega na opisaniu wymiany ciepła w drodze konwekcji i promieniowania między zewnętrzną powierzchnią ściany a otoczeniem warunkiem brzegowym (3.4), w którym występuje jeden empiryczny współczynnik  $\alpha_e$ , zachowując natomiast to uproszczenie dla wymiany ciepła między jej powierzchnią wewnętrzną a pomieszczeniem, otrzymuje się następujący układ równań bilansu tych powierzchni (por. Clarke [4], Pogorzelski [6, 7], Okołowicz-Grabowska i inni [8], Śliwowski i inni [9, 10], Kossecka, Prętczyński [29, 30]):

$$-q(0) = \alpha_i [9(0) - t_i] \quad , \quad (3.1)$$

$$q(L) = \alpha_{ec} [9(L) - t_e] + \varepsilon \sigma [273.15 + 9(L)]^4 - q_R - q_s \quad , \quad (3.2)$$

gdzie:

$\alpha_{ec}$  - współczynnik przejmowania ciepła przez konwekcję,

$\varepsilon$  - emisyjność powierzchni ściany

$\sigma$  - stała promieniowania ciała doskonale czarnego

$q_R$  - gęstość strumienia ciepła od absorbowanego promieniowania długofalowego otoczenia,

$q_s$  - gęstość strumienia ciepła od absorbowanego promieniowania słonecznego

Promieniowanie własne powierzchni ściany opisane jest w równaniu (3.2) zgodnie z prawem Stefana-Boltzmana; jest proporcjonalne do czwartej potęgi jej temperatury bezwzględnej, stała  $\sigma$  jest równa  $5,729 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}$ . Chcąc posługiwać się modelem ciepłym ściany, w którym wymiana ciepła między jej powierzchnią zewnętrzną i otoczeniem opisana jest równaniem (3.2), należy dokonać wyboru określonych modeli opisujących zjawiska swobodnej i wymuszonej konwekcji oraz promieniowania cieplnego bliskiego otoczenia budynku (gruntu) i atmosfery oraz dysponować danymi meteorologicznymi określającymi ich przebiegi. Obliczanie ilości ciepła,



przepływającego w skończonym przedziale czasu przez powierzchnie ścian budynków przy zadanych wartościach parametrów pogody, w przypadku nieliniowych warunków brzegowych wymaga symulacji całych przebiegów strumieni ciepła dla tego przedziału czasu. Przegląd półempirycznych modeli dotyczących tych zjawisk oraz dane dotyczące literatury przedmiotu znaleźć można w pracy Śliwowskiego i innych [9]. Odpowiednie wzory, wykorzystane przy opracowaniu oferowanych w krajach zachodnich programów do obliczeń cieplnych budynków, znaleźć można m. in. w opracowaniu ASHRAE [5], w książce J.A. Clarke'a [4], jak również w pracy pod redakcją Śliwowskiego [10].

Poniżej przedstawiony jest zestaw wzorów, które zostały wykorzystane w pracach Kosseckiej i Prętczyńskiego [29,30] dla symulacji procesów przenikania ciepła przez ściany pionowe o różnej orientacji i strukturze.

Przy założeniach, że promieniowanie rozproszone nieba jest izotropowe oraz że ściana pionowa absorbuje w połowie promieniowanie nieba a w połowie promieniowanie gruntu, gęstość strumienia ciepła  $q_s$  od absorbowanego przez powierzchnię ściany promieniowania słonecznego opisana jest następująco:

$$q_s = a \left\{ 0.5 \left[ I_{diff} + r_g I_s \right] + s_{vh} \left[ I_s - I_{diff} \right] \right\} \quad (3.3)$$

gdzie:

$I_s$  - natężenie całkowitego promieniowania słonecznego na płaszczyznę poziomą.

$I_{diff}$  - natężenie rozproszonego promieniowania słonecznego na płaszczyznę poziomą,

$a$  - współczynnik absorpcyjności ściany,

$r_g$  - współczynnik refleksyjności gruntu.

$s_{vh}$  - współczynnik kątowy

Współczynnik kątowy  $s_{vh}$  określa relację między natężeniem promieniowania bezpośredniego padającego na płaszczyznę pionową i poziomą (patrz Sodha i inni [14]).

Na promieniowanie długofalowe otoczenia absorbowane przez ściany pionowe składa się w połowie promieniowanie nieba o natężeniu  $R_a$  a w połowie promieniowanie gruntu o natężeniu  $R_g$ . Gęstość strumienia ciepła  $q_R$ , przy założeniu, że absorpcyjność ściany jest równa jej emisyjności, jest zatem równa:

$$q_R = \varepsilon \left[ 0.5 R_a + 0.5 R_g \right] \quad (3.4)$$

Przy założeniu, że temperatura gruntu jest równa temperaturze powietrza atmosferycznego  $t_e$ ,  $R_g$  jest określone następująco:

$$R_g = \varepsilon_g \sigma [T_e]^4 \quad (3.5)$$



gdzie  $T_e$  jest temperaturą bezwzględną powietrza:

$$T_e = 273.15 + t_e \quad , \quad (3.6)$$

$\varepsilon_g$  jest emisyjnością gruntu.

Przy braku danych dotyczących długofalowego promieniowania nieba może być ono modelowane na podstawie wzoru Roach'a podanego w pracy Cole'a [11] przy wykorzystaniu danych dotyczących temperatury powietrza oraz zachmurzenia nieba i ciśnienia pary wodnej w powietrzu. Dla stopnia zachmurzenia nieba  $c_c$  (który zmienia się w granicach 0-1)),  $R_a$  zależy w następujący sposób od temperatury bezwzględnej atmosfery  $T_e$ :

$$R_a = (1 - c_c)\varepsilon_{a0}\sigma(T_e)^4 + c_c\left[\sigma(T_e)^4 - 9\right] \quad , \quad (3.7)$$

gdzie  $\varepsilon_{a0}$  jest pozorną emisyjnością atmosfery w warunkach bezchmurnego nieba. Emisyjność atmosfery zależy od zawartości pary wodnej w powietrzu; zależność tę przedstawia następujący empiryczny wzór Brunta:

$$\varepsilon_{a0} = 0.52 + 0.065p^{0.5} \quad , \quad (3.8)$$

gdzie  $p$  jest ciśnieniem cząstkowym pary wodnej w powietrzu podanym w milibarach. Pierwszy człon we wzorze (3.7) odpowiada natężeniu promieniowania nieba bezchmurnego natomiast drugi odnosi się do promieniowania chmur; zawiera on empiryczną poprawkę uwzględniającą wyniki badań promieniowania nieba.

Dla obliczenia współczynnika przejmowania ciepła przez konwekcję  $\alpha_{ec}$  na powierzchni zewnętrznej wykorzystany być może opis konwekcji i opływu dla powierzchni ścian budynku podany w książce Clarke'a [4].

Dla szorstkiej powierzchni zależność między współczynnikiem konwekcji wymuszonej  $\alpha_{ec}$  [ $W/m^2K$ ] a równoległą do powierzchni składową prędkości opływającego ją powietrza  $v$  [ $m/s$ ], przy  $v < 4.88$   $m/s$ , dana jest wzorem:

$$\alpha_{ec} = 6.189 + 4.285v \quad , \quad (3.9)$$

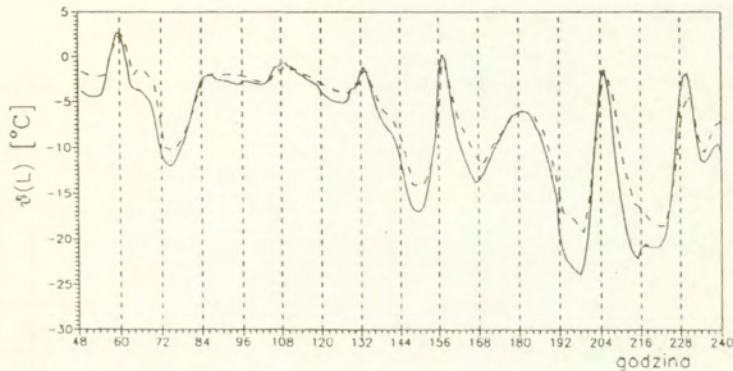
Zależność między równoległą do powierzchni prędkością opływu  $v$  a prędkością wiatru na otwartej przestrzeni  $v_f$  aproksymować można następująco:

dla powierzchni nawietrznej:	$v = 0.25 v_f$	dla $v_f > 2$ $m/s$
	$v = 0.5 v_f$	dla $v_f < 2$ $m/s$
dla powierzchni zawietrznej:	$v = 0.3 + 0.05 v_f$	

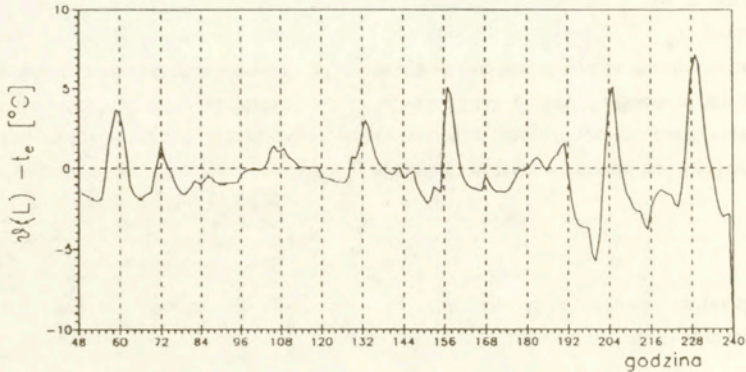
Rysunki 1, 2, 3, pochodzące z pracy [30], ilustrują wyniki testowych obliczeń, wykonanych przy przyjęciu nieliniowych i zlinearyzowanych warunków brzegowych, przy wykorzystaniu

godzinowych danych meteorologicznych IMGW dla Warszawy z okresu 11-20 lutego 1978 roku. Obliczenia dotyczyły ściany warstwowej, typowej dla budownictwa wielkopłytowego, o współczynniku przenikania ciepła  $k = 0.55 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Składa się ona z dwu warstw betonu o gęstości  $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$  - zewnętrznej o grubości 0,05 m i wewnętrznej o grubości 0,07 m - przedzielonych warstwą izolacji z wełny mineralnej o gęstości  $\rho = 150 \text{ kg/m}^3$  i grubości 0,08 m. W obliczeniach przyjęto  $a = 0.9$ ,  $r_g = 0.2$ ,  $\epsilon = \epsilon_g = 0.95$ , własności cieplne materiałów wg. [12]. Do symulacji procesów przewodzenia ciepła w ścianach budynków wykorzystano dwa programy komputerowe opracowane dla liniowego i nieliniowego modelu wymiany ciepła na powierzchniach ścian. W obydwu zastosowana została metoda współczynników odpowiedzi. Została ona przedstawiona przez Kusudę [22], jest opisana w książce Clarke'a [5] i w sprawozdaniach [32, 33].

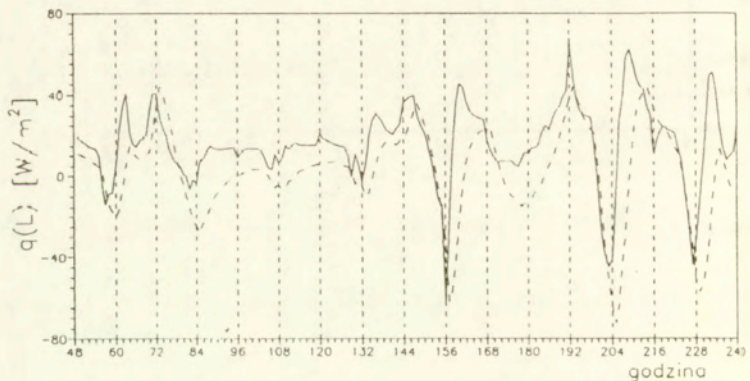
Rys.1 Temperatura zewnętrznej powierzchni ściany obliczona dla modelu nieliniowego (linia ciągła) i liniowego (linia przerywana)



Rys.2 Różnice temperatury zewnętrznej powierzchni ściany i powietrza atmosferycznego obliczane dla modelu nieliniowego



Rys.3 Gęstość strumienia ciepła na zewnętrznej powierzchni ściany obliczana dla modelu nieliniowego (linia ciągła) i liniowego (linia przerywana)





Wykresy na rys.1 obrazują przebiegi temperatur na zewnętrznej powierzchni ściany o orientacji południowej obliczane przy przyjęciu modelu liniowego i nieliniowego. Różnice między obu przebiegami są widoczne przede wszystkim w godzinach bliskich środka nocy i środka dnia. Dla przebiegu otrzymanego w ramach modelu nieliniowego znaczący jest charakterystyczny efekt chłodzenia radiacyjnego - w godzinach nocnych temperatura zewnętrznej powierzchni ściany spada poniżej temperatury otoczenia. Efekt ten obrazuje dokładnie wykres różnic temperatury tej powierzchni i temperatury otoczenia zamieszczony na rys.2.

Wykresy na rys.3 obrazują przebiegi gęstości strumieni ciepła na zewnętrznej powierzchni ściany. Chwilowe ich wartości obliczane w ramach modelu liniowego różnią się dość znacznie od obliczanych w ramach modelu nieliniowego; te ostatnie podlegają dużo większym wahaniom. Wartości temperatur i gęstości strumieni ciepła na wewnętrznej powierzchni ściany podlegają stosunkowo małym wahaniom; różnice w ich przebiegach otrzymanych w ramach modelu liniowego i nieliniowego są niewielkie.

Tabela 2 zawiera zestawienie średnich dla okresu 13 - 20 lutego wartości temperatur i gęstości strumieni ciepła na powierzchniach ściany, dla jej orientacji południowej i północnej, obliczonych dla obu rozważanych modeli.

Tabela 2

Wartości średnie temperatur powierzchni i gęstości strumieni ciepła dla ściany warstwowej o  $k = 0.55 \text{ W/m}^2\text{K}$  obliczone dla modelu liniowego i nieliniowego.

Model	orientacja południowa				orientacja północna			
	$\bar{\vartheta}(L)$	$\bar{\vartheta}(0)$	$\bar{q}(L)$	$\bar{q}(0)$	$\bar{\vartheta}(L)$	$\bar{\vartheta}(0)$	$\bar{q}(L)$	$\bar{q}(0)$
liniowy	-6.9	19.4	15.1	14.9	-7.3	19.3	15.5	15.3
nieliniowy	-7.3	19.1	15.9	15.6	-7.8	19.0	16.2	15.8

Gęstości strumieni ciepła na wewnętrznych powierzchniach ściany, które określają straty ciepła z pomieszczenia, są przy orientacji południowej mniejsze niż przy orientacji północnej, co jest związane zą absorpcją większej ilości promieniowania słonecznego. Jednakże ich różnice nie przekraczają 3%. Średnie gęstości strumieni ciepła na powierzchni zewnętrznej są nieco większe niż na powierzchni wewnętrznej, co jest spowodowane bezwładnością cieplną ściany - przy spadkowym trendzie temperatury otoczenia w badanym okresie. Z porównania wyników obliczeń dla obu modeli wynika, że aczkolwiek średnie temperatury powierzchni ściany obliczane dla modelu liniowego odbiegają o  $0,3-0,5^{\circ}\text{C}$  od obliczanych dla modelu nieliniowego ich różnice

odbiegają od siebie mniej niż 1%. Średnie gęstości strumienia ciepła różnią się od siebie około 5% przy orientacji południowej i około 4% przy orientacji północnej. Tabela 3 zawiera wyniki obliczeń wartości średnich wielkości opisujących przenikanie ciepła przez ściany jednorodne i warstwowe, o orientacji południowej, o współczynniku  $k = 0.55 \text{ W/m}^2\text{K}$ , przy przyjęciu nieliniowego modelu wymiany ciepła na ich powierzchniach zewnętrznych, dla przebiegu parametrów pogody nazwanego Skróconym Testowym Sezonem Grzewczym (STSG) dla Warszawy (patrz Kossecka, Loskot, Prętczyński [27]). STSG stanowi zestaw mierzonych co godzina wartości temperatur powietrza natężenia promieniowania słonecznego całkowitego i rozproszonego, wilgotności, prędkości i kierunku wiatru oraz stopnia zachmurzenia dla 14-tu dób wybranych po dwie z poszczególnych miesięcy roku 1978, w kolejności od października do kwietnia. Dni te są reprezentatywne dla kolejnych miesięcy w tym sensie, że średnie wartości ich temperatur i sum promieniowania słonecznego są zbliżone do średnich wieloletnich. Przebiegi wartości pozostałych parametrów pogody są stosunkowo typowe dla sezonu grzewczego. Obliczone zostały wartości średnie temperatur i strumieni ciepła na powierzchniach wewnętrznych i zewnętrznych  $\bar{\Theta}(0)$ ,  $\bar{\Theta}(L)$ ,  $\bar{q}(0)$ ,  $\bar{q}(L)$  oraz różnic  $\Delta t_e$  między efektywną i średnią dla STSG temperaturą otoczenia zewnętrznego, powiązaną następująco ze strumieniem ciepła  $\bar{q}(0)$ :

$$\Delta \bar{t}_e = [\bar{t}_i - \bar{t}_e - R_e \bar{q}_s] - R_k \bar{q}(0) \quad (3.10)$$

przy czym wartości  $R_e$  i  $R_k$  zostały przyjęte zgodnie z PN-91/B-02020. Wielkość ta jest miarą rozbieżności wyników otrzymywanych przy przyjęciu modelu nieliniowego i liniowego. Poprawki do temperatury zewnętrznej mają różne wartości dla ścian różnych typów. Dla ścian jednorodnych z lekkich betonów są równe  $-0.5^0\text{C}$ , podczas gdy dla ścian trójwarstwowych są około  $-2^0\text{C}$ .

Tabela 3

Wartości średnie dla sezonu grzewczego temperatur, strumieni ciepła i obliczeniowych poprawek do temperatury zewnętrznej dla ścian jednorodnych i warstwowych o współczynniku  $k = 0.55 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

materiał ściany	L	$\rho$	$\bar{\vartheta}(0)$	$\bar{\vartheta}(L)$	$\bar{q}(0)$	$\bar{q}(L)$	$\Delta\bar{t}_e$
beton lekki	0.550	1000	18.9	4.2	8.8	8.8	-0.5
beton komórkowy	0.350	600	18.9	4.1	8.8	8.8	-0.5
azbestocement	0.008	1900					
styropian	0.060	30	18.8	-0.1	9.6	9.6	-2.0
plyta wiórowa	0.012	300					
beton	0.060	2400					
węlna mineralna	0.080	150	18.9	0.2	9.5	8.8	-1.8
beton	0.070	2400					

$$[L]=[m], [\rho]=[\text{kg/m}^3], [\vartheta]=[\Delta t_e]=[^\circ\text{C}], [q]=[W/m^2]$$

### 3.4. Podsumowanie

Przedstawiono możliwości oceny wpływu efektów akumulacji ciepła w ścianie, funkcjonującej jako przegroda budowlana, na ilości ciepła wymienianego przez nią z pomieszczeniem i otoczeniem w długich przedziałach czasu - na podstawie całkowitych formuł dla ilości ciepła przepływającego przez jej powierzchnie. Przy założeniu stałych w czasie oporów przewodzenia i przejmowania ciepła oraz zmiennych w określonych granicach temperatur po obu stronach ściany, dla długich przedziałów czasu formuły te przechodzą w formuły słuszne dla problemów ustalonego przewodzenia ciepła. Uzasadnia to słuszność stosowania przybliżenia stanu ustalonego w obliczeniach, dla celów projektowania, sezonowego zapotrzebowania budynku na ciepło. Wyprowadzone formuły pozwalają na łatwą ocenę dokładności takich obliczeń dla przypadku, gdy stany końcowy i początkowy ściany można aproksymować rozwiązaniami dla stanu ustalonego. Z analizy wyników obliczeń testowych wynika, że przyjęcie modelu liniowego, a więc tym samym uśrednionego oporu przejmowania ciepła na zewnętrznej powierzchni ściany, powoduje zmniejszenie dynamiki przebiegów temperatury i gęstości strumienia ciepła na tej powierzchni. Oznacza to w szczególności zmniejszenie efektu tzw. chłodzenia radiacyjnego w godzinach



nocnych. Nie wpływa natomiast znacząco na wartości średnie obliczanych wielkości - o ile oczywiście stała wartość zastępczego oporu przejmowania ciepła na powierzchni jest dobrze dobrana. Obliczeniowe poprawki do temperatury powietrza otoczenia w sezonie grzewczym, wynikające z równoczesnego uwzględnienia wymiany ciepła z otoczeniem w drodze promieniowania, absorpcji promieniowania słonecznego i zależności współczynnika przejmowania ciepła w drodze konwekcji na powierzchniach zewnętrznych ścian, mają różne wartości dla ścian różnych typów. Są większe dla ścian warstwowych niż dla jednorodnych i mogą mieć wpływ na obliczane w sezonie grzewczym straty ciepła przez ściany, przy uwzględnieniu zysków słonecznych, w granicach 10%.

## Bibliografia

- [1] Carslaw H.S., Jaeger J.C., *Conduction of Heat in Solids*, Oxford University Press, Oxford 1959.
- [2] Kakaç S., Yener Y., *Heat Conduction*, Hemisphere Publ. Corp. 1985.
- [3] Staniszewski B., *Wymiana ciepła; podstawy teoretyczne*, PWN, Warszawa 1979.
- [4] Clarke J.A., *Energy Simulation in Building Design*, Adam Hilger Ltd, 1985.
- [5] ASHRAE Procedures for Determining Heating and Cooling Loads for Computerising Energy Calculations, 1976.
- [6] Pogorzelski J.A. *Fizyka ciepła budowli*, PWN, Warszawa 1976.
- [7] Pogorzelski J.A., Główne problemy niestacjonarnego przewodzenia ciepła w przegrodach budowlanych, *Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej* nr 9, Wrocław 1973.
- [8] Okołowicz-Grabowska B. i inni, Modelowanie i badanie komfortu cieplnego w pomieszczeniach, sprawozdanie naukowe opracowane w ramach realizacji tematu 4.4/CPBP 02.21, Politechnika Warszawska, Warszawa 1986.
- [9] Śliwowski L. i inni, Budynek a środowisko fizyczne które go otacza, sprawozdanie naukowe opracowane w ramach realizacji tematu 1.1/CPBP 02.21, Politechnika Wroclawska, Raport serii SPR Nr 20/87, Wrocław 1987.
- [10] Dmochowski M., Grzeszczyk W., Łakomy T., Marszałek K., Nowak H., Śliwowski L. (red.), *A Building and Its Physical Environment*, *Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej*, Nr 65, Seria Monografie Nr 28, Wrocław 1992.
- [11] Cole R.J., *The Longwave Radiative Environment around Buildings*, *Building and Environment*, 11, 3-13 (1976).
- [12] PN-82/B-02020, PN-91/B-02020, *Ochrona ciepła budynków. Wymagania i obliczenia*.
- [13] J.M.Gordon, Y.Zarmi, Analytic model for passively heated solar houses, *Solar Energy*, 27, No 4, 331-342 (1981).

- [14] M.S.Sodha, N.K.Bansal, A.Kumar, P.K.Bansal, M.A.S.Malik, Solar Passive Building. Science and Design. Pergamon Press, 1985.
- [15] Laskowski L, Określenie efektywności biernych systemów słonecznych COW Nr 3, s.55-60 (1986).
- [16] Kośny J., Teoretyczna i doświadczalna analiza efektywności przegród kolektorowo-akumulacyjnych, praca doktorska, IPPT PAN, 1990.
- [17] Starakiewicz A., Funkcjonowanie przegród kolektorowo-akumulacyjnych w polskich warunkach klimatycznych, praca doktorska, IPPT PAN, 1992.
- [18] Kossecka E., Bilans cieplny prostych systemów helio-grzewczych i przegród budowlanych przy zmiennych warunkach w otoczeniu, w opracowaniu zbiorowym IPPT PAN w ramach CPBR 4.1-P3, symbol P3.07.01.3, s.140-169, Warszawa 1988.
- [19] Kossecka E., Bilans cieplny prostych systemów helio-grzewczych i przegród budowlanych w długich okresach czasu, Arch. Inż. Łąd., 37, 2, 249-264 (1991).
- [20] Kossecka E., Heat transfer through building wall elements of complex structure, Arch. Civ. Engn., 38, 1-2, 117-126 (1992).
- [21] Kossecka E., Problem of the measured R-value error estimation, Arch. Civ. Engn., 39(4), 413-427 (1993).
- [22] Anderson B.R., The measurement of U-values on site, ASHRAE-DOE-BTECC CONFERENCE on Thermal Performance of the Exterior Envelopes of Buildings III, Clearwater Beach, Florida, December 2 to 5, 1985.
- [23] ISO/DIS 9869.2, Draft International Standard, Thermal Insulation - Building elements - In situ measurement of thermal resistance and thermal transmittance, International Organization for Standardization, 1991.
- [24] Opracowanie porównawczego sezonu grzewczego do oceny zapotrzebowania ciepła budynków. Cz.I: H.Lorenc i inni, Opracowanie charakterystyk termicznych sezonu grzewczego i letniego. Cz.II: J.Podogrocki i inni, Opracowanie charakterystyk aktynometrycznych, Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej, Zakład Klimatologii, Warszawa 1990.
- [25] Bac St., Rojek M., Meteorologia i klimatologia, PWN, Warszawa 1981.
- [26] Bzowska D., Kossecka E., Analiza probabilistyczna dobowych danych pogodowych dla Warszawy, Prace IPPT 10/1992, Warszawa 1992.
- [27] Kossecka E., Łoskot K., Prętczyński Z., Skrócony Testowy Sezon Grzewczy, Prace IPPT 12/1992, Warszawa 1992.
- [28] Bzowska D., Kossecka E., Analiza promieniowania słonecznego w Warszawie w aspekcie energetyki słonecznej, Prace IPPT 4/1993, Warszawa 1993.
- [29] Kossecka E., Prętczyński Z., Liniowy i nieliniowy model przenikania ciepła przez zewnętrzne ściany budynku, Materiały III Konferencji Naukowo Technicznej Fizyka Budowli w Teorii i Praktyce "ŁÓDŹ'91", s.46-53.

- [30] Kossecka E., Prętczyński Z., Analysis of Heat Transfer Through the Ekterior Building Walls, Arch. Civ. Engn., 38, 3, 249-262 (1992).
- [31] Kusuda T., Thermal Response Factors for Multi-Layer Structures of Various Heat Conduction Systems, ASHRAE Trans. 75(1), 241-271 (1969).
- [32] Radwański A., Boboli A., Bogdańska L., opracowanie COBPBO w ramach CPBR 4.1-P3, symbol P3.05.02.9, Warszawa 1988.
- [33] Kossecka E., Prętczyński Z., Rozwiązanie problemu przewodzenia ciepła przez ściany wielowarstwowe, w opracowaniu zbiorowym IPPT PAN w ramach CPBR 4.1-P3, symbol P3.07.01.3, s.170-188, Warszawa 1988.