



POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

**BADANIA OPERACYJNE I SYSTEMOWE:
ŚRODOWISKO NATURALNE,
PRZESTRZEŃ, OPTIMALIZACJA**

Olgierd Hryniewicz,
Andrzej Straszak,
Jan Studziński
red.



**BADANIA OPERACYJNE
I SYSTEMOWE:
ŚRODOWISKO NATURALNE, PRZE-
STRZEŃ, OPTYMALIZACJA**

INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH • POLSKA AKADEMIA NAUK

Seria: BADANIA SYSTEMOWE
tom 63

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. inż. Jakub Gutenbaum

Warszawa 2008

Olgierd Hryniewicz, Andrzej Straszak, Jan Studziński

**BADANIA OPERACYJNE I SYSTEMOWE:
ŚRODOWISKO NATURALNE, PRZESTRZEŃ,
OPTYMALIZACJA**

Publikacja była opiniowana do druku przez zespół recenzentów, którego skład podano w treści tomu

Opinie, wyrażone przez autorów w pracach, zawartych w niniejszym tomie, nie są oficjalnymi opiniami Instytutu Badań Systemowych PAN, ani Polskiego Towarzystwa Badań Operacyjnych i Systemowych.

Copyright © by Instytut Badań Systemowych PAN & Polskie Towarzystwo Badań Operacyjnych i Systemowych
Warszawa 2008

ISBN 83-894-7519-7
EAN 9788389475190

Redakcja i opracowanie techniczne: Jan W. Owskiński, Aneta M. Pielak, Anna Gostyńska

**Lista recenzentów
artykułów, wchodzących w skład tomów serii „Badania Systemowe”
związanych z konferencją BOS 2008**

Dr Paweł Bartoszczuk
Dr inż. Lucyna Bogdan
Dr hab. inż. Zbigniew Buchalski
Mgr inż. Hanna Bury
Prof. dr hab. Marian Chudy
Dr Jan Gadomski
Mgr Grażyna Grabowska
Mgr inż. Andrzej Jakubowski
Dr hab. inż. Ignacy Kaliszewski
Dr Andrzej Kałużko
Dr hab. Leszek Klukowski
Dr hab. inż. Wiesław Krajewski
Dr inż. Lech Kruś
Dr hab. inż. Marek Libura
Dr Barbara Mażbic-Kulma
Dr inż. Edward Michalewski
Dr inż. Jan W. Owiński
Dr inż. Grażyna Petriczek
Dr inż. Henryk Potrzebowski
Dr Maciej Romaniuk
Prof. dr hab. Piotr Sienkiewicz
Dr hab. Henryk Spustek
Prof. dr hab. Andrzej Straszak
Dr hab. inż. Jan Studziński
Prof. dr hab. Tomasz Szapiro
Mgr Anna Szediw
Dr inż. Grażyna Szkatuła
Dr hab. inż. Tadeusz Witkowski
Dr Irena Woroniecka-Leciejewicz
Dr hab. Sławomir Zadrożny
Dr inż. Andrzej Ziółkowski

**Komitety Konferencji
Badania Operacyjne i Systemowe 2008
Rembertów, Akademia Obrony Narodowej**

Patronat honorowy

Bogdan Klich, Minister Obrony Narodowej
Maciej Nowicki, Minister Środowiska i Zasobów Naturalnych

Komitet Sterujący

Janusz Kacprzyk, Prezes Polskiego Towarzystwa Badań Operacyjnych i Systemowych
Olgierd Hryniewicz, Dyrektor Instytutu Badań Systemowych
Janusz Kręcikij, Komendant Akademii Obrony Narodowej

Komitet Programowy

Piotr Sienkiewicz, *Przewodniczący*
Jacek Mercik, *Wiceprzewodniczący*

<i>Tomasz Ambroziak</i>	<i>Ryszard Budziński</i>	<i>Wojciech Cellary</i>
<i>Marian Chudy</i>	<i>Ludostaw Drelichowski</i>	<i>Jerzy Hołubiec</i>
<i>Olgierd Hryniewicz</i>	<i>Adam A. Janiak</i>	<i>Jerzy Józefczyk</i>
<i>Ignacy Kaliszewski</i>	<i>Józef Korbicz</i>	<i>Maciej Krawczak</i>
<i>Piotr Kulczycki</i>	<i>Małgorzata Łatuszyńska</i>	<i>Marek J. Malarski</i>
<i>Barbara Mażbic-Kulma</i>	<i>Zbigniew Nahorski</i>	<i>Andrzej Najgebauer</i>
<i>Włodzimierz Ogryczak</i>	<i>Wojciech Olejniczak</i>	<i>Jan W. Owsiański</i>
<i>Andrzej Piegat</i>	<i>Krzysztof Santarek</i>	<i>Roman Słowiński</i>
<i>Honorata Sosnowska</i>	<i>Henryk Spustek</i>	<i>Jan Stachowicz</i>
<i>Andrzej Straszak</i>	<i>Tomasz Szapiro</i>	<i>Andrzej Szymonik</i>
<i>Ryszard Tadeusiewicz</i>	<i>Eugeniusz Toczyłowski</i>	<i>Tadeusz Trzaskalik</i>
<i>Jan Węglarz</i>	<i>Tadeusz Witkowski</i>	<i>Stanisław Zajas</i>
	<i>Bogdan Zdrowski</i>	

Komitet Organizacyjny

Jan W. Owsiański, Andrzej Kałużko, Mieczysław Pelc, Zbigniew Piątek

Sekretariat

Krystyna Warzywoda, Monika Majkut, Aneta M. Pielak, Krzysztof Sep,
Anna Stachowiak, Halina Świeboda, Tadeusz Winiarski

Redakcja wydawnictw

Janusz Kacprzyk, Piotr Sienkiewicz, Andrzej Najgebauer,
Olgierd Hryniewicz, Andrzej Straszak, Jan Studziński,
Jan W. Owsiański, Zbigniew Nahorski, Tomasz Szapiro

Przestrzeń i transport

ZASTOSOWANIE METOD GRAFOWYCH I ALGORYTMÓW EWOLUCYJNYCH W ZADANIACH LOKALIZACYJNYCH

Barbara Mażbic-Kulma, Henryk Potrzebowski, Jarosław Stańczak, Krzysztof Sępkulma@ibspan.waw.pl, potrzeb@ibspan.waw.pl, stanczak@ibspan.waw.pl, sep@ibspan.waw.pl

IBS PAN ul. Newelska 6 01-447 Warszawa

W artykule przedstawiono skuteczny sposób rozwiązania ogólnego zagadnienia lokalizacyjnego sformułowanego dla grafu spójnego za pomocą algorytmu ewolucyjnego polegającego na wyodrębnieniu spośród wszystkich węzłów grafu węzłów tranzytowych (tzw. piast, habów) powiązanych nawzajem i zarazem pełniących rolę lokalnych centrów logistycznych. Zagadnienie to, typowe dla wielu problemów lokalizacyjnych, problemów transportowo-logistycznych oraz problemów wyodrębniania hierarchii dla struktur organizacyjnych jest też sposobem dekompozycji tych trudnych praktycznych zagadnień.

1. Wstęp

W ogólnym rozumieniu w zadaniach lokalizacyjno-transportowych stawiane jest następujące zasadnicze pytanie:

Gdzie należy zlokalizować obiekty, przy zadanym zbiorze możliwych (proponowanych) lokalizacji, aby zminimalizować koszty związane zarówno z lokalizacją jak i z transportem ?

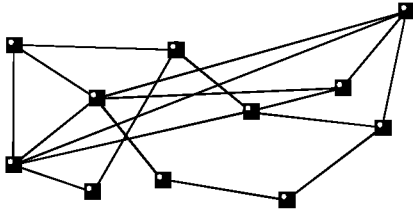
Zadanie lokalizacji, zwane też zadaniem rozmieszczenia, należy do klasy zadań optymalizacji dyskretnej. Zadania te mają wiele praktycznych zastosowań. I tak np. w Mażbic-Kulma i inni (2005) przedstawiono wielorakość takich problemów, poczynając od prac twórcy tej teorii Alfreda Wezera Weber (1929) aż po najbardziej skomplikowane modele lokalizacji. Łatwo można zauważyć, że zadania lokalizacji obiektów cechują znaczne rozmiary. Wynika to z faktu, iż współczesne systemy tego typu tworzą we współdziałaniu znaczne liczby klientów, producentów, środków transportowych, węzłów transportowych i regionów. Analiza grafu powiązań tak wyodrębnionych węzłów umożliwia w niektórych przypadkach, optymalizację struktury organizacyjnej systemu.

W artykule rozważane jest zagadnienie wyodrębnienia optymalnej struktury organizacyjnej – tzn. takiego podgrafu, którego węzły tworzą nawzajem połączone – huby jako lokalne centra i połączone z nimi łukami węzły lokalne.

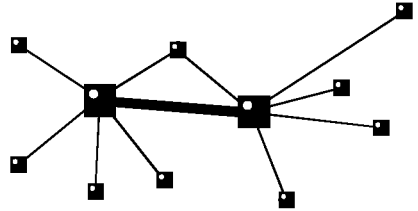
Na Rys. 1 pokazano system powiązań lotniczych pomiędzy miastami przed procesem deregulacji. Obserwujemy tu wiele połączeń typu *point to point*, co w przypadku większych systemów transportowych prowadzi do złożonych i kosztownych problemów synchronizacji. Na Rys. 2 pokazano strukturę organizacyjną typu *hub-and-spoke* dla struktury z Rys. 1.

Problem znalezienia w grafie struktury typu *hub-and-spoke* należy do

trudnych problemów kombinatorycznych i nie jest znany algorytm o wielomianowej złożoności obliczeniowej znajdujący najlepsze rozwiązanie dlatego w niniejszej pracy proponujemy podejście ewolucyjne.



Rys 1. Struktura wejściowa Maźbic-Kulma i Sęp (2005)



Rys 2. Odpowiadająca struktura *hub-and-spoke* Maźbic-Kulma i Sęp (2005)

2. Pojęcia podstawowe

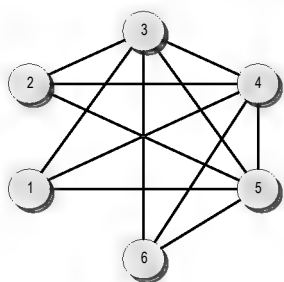
Graf jest parą $G = (V, E)$, gdzie V jest a niepustym zbiorem *wierzchołków*, a E jest zbiorem *krawędzi*. Każda krawędź jest parą wierzchołków (v_1, v_2) takich, że $v_1 \neq v_2$. Dwa wierzchołki grafu $G=(V, E)$ są *incydentne* jeżeli $v_1, v_2 \in V$ to $\{v_1, v_2\} \in E$. **Podgraf** grafu $G = (V, E)$ jest grafem $G' = (V', E')$, gdzie $V' \subseteq V$ i $E' \subseteq E$ takim, że dla każdego $e \in E$ i $e = \{v_1, v_2\}$ jeżeli $v_1, v_2 \in V'$ to $e \in E'$. **Drogą (ścieżką)** w grafie $G=(V, E)$ z wierzchołka s do wierzchołka t nazywamy ciąg wierzchołków $\{v_1, \dots, v_n\}$ taki, że: $\{s, v_1\} \in E$, $\{v_i, v_{i+1}\} \in E$ dla $n=1, 2, \dots, n-1$, $\{v_n, t\} \in E$. Graf $G=(V, E)$ jest **grafem spójnym**, jeżeli dla każdych dwóch różnych wierzchołków istnieje droga łącząca te wierzchołki. **Stopniem wierzchołka** v $deg(v)$ nazywamy liczbę równą liczbie krawędzi do których wierzchołek ten należy. Graf $G(V, E)$ nazywamy **spójnym** jeżeli dla każdej pary wierzchołków $v_i, v_j \in V$ oraz $i \neq j$ istnieje w grafie G droga $\{v_i, \dots, v_j\}$. Graf $G(V, E)$ nazywamy **pełnym** jeżeli każde dwa wierzchołki $v_i, v_j \in V$ oraz $i \neq j$ są ze sobą incydentne.

Klika (podgrafem pełnym) $Q=(V_q, E_q)$ w grafie $G=(V, E)$ jest graf taki, że $V_q \subseteq V$ i $E_q \subseteq E$ oraz każda para wierzchołków $v_1, v_2 \in V_q$ spełnia warunek $\{v_1, v_2\} \in E_q$. **Maksymalną klikę** nazywamy klikę $Q_M=(V_q, E_q)$ w grafie $G=(V, E)$ taką, że nie istnieje wierzchołek $v \in V$ i $v \notin V_q$ taki, że $Q'=(V', E')$ jest kliką, gdzie $V'=V \cup \{v\}$ i $E' \subseteq E$ gdzie każda para $v_1, v_2 \in V'$ wierzchołków spełnia warunek $\{v_1, v_2\} \in E'$ Potrzebowski i inni (2006, 2007), Wilson (1996).

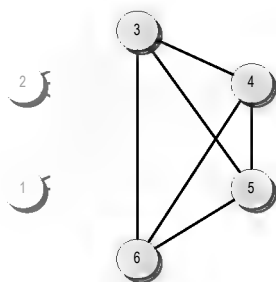
Niech $A=(V', E')$ będzie podgrafem grafu $G = (V, E)$, $V' \subseteq V$, $E' \subseteq E$, $k=Card(V')$, k_i jest liczbą wierzchołków $v_j \in V'$ takich, że $\{v_i, v_j\} \in E$

1. Dla $k=1$ podgraf A grafu G jest α -kliką.
2. Dla $k>1$ podgraf A grafu G jest α -kliką jeżeli dla wszystkich wierzchołków $v_i \in V'$ spełniony jest warunek:

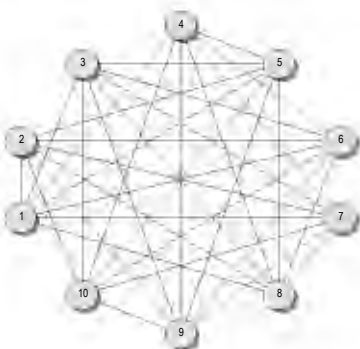
$$\alpha \leq \frac{k_i}{k} \text{ gdzie } \alpha \in (0, 1].$$



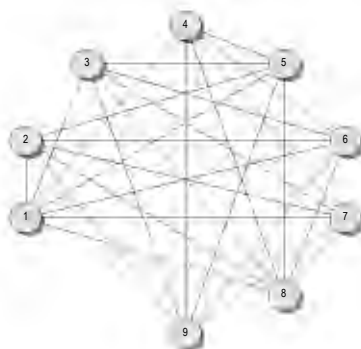
Rys 3. Przykładowy graf



Rys 4. Maksymalna klika w grafie z Rys 3



Rys 5. Przykład α -kliki dla $\alpha=0,8$

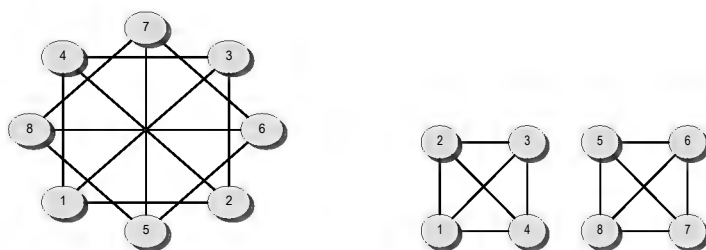


Rys 6. Podgraf grafu z Rys. 5 który nie jest α -kliką dla $\alpha=0,8$

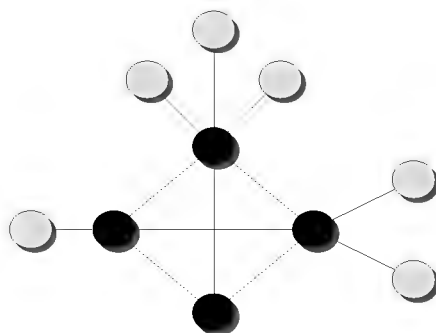
Na przykładzie z Rys. 5 i 6 widać, że nie każdy podgraf α -kliki musi być α -kliką. Weźmy dowolny wierzchołek v_i , należący do α -kliki $A=(V_\alpha, E_\alpha)$ α -kliki $A=(V', E')$. Niech $k=Card(V_\alpha)$, k_i jest liczbą wierzchołków $v_j \in V_\alpha$ takich, że $\{v_i, v_j\} \in E_\alpha$. Dla $\alpha > \frac{1}{2}$ $\alpha > \frac{1}{2}$ mamy $\frac{k_i}{k} \geq \alpha > \frac{1}{2}$ czyli $\frac{k_i}{k} > \frac{1}{2}$, zatem $k_i > \frac{1}{2}k$,

Z rachunku zbiorów wynika, że dla każdych dwóch wierzchołków zbiory wierzchołków z nimi incydentnych mają część wspólną, zatem graf jest spójny. Dla $\alpha=0,5$ graf nie musi spełniać warunku spójności, np. graf z Rys. 7 nie jest spójny.

Struktura **hub-and-spoke** to graf $H_s=(V_h \cup V_s, E)$ w którym niepusty podzbiór V_h wraz z odpowiednimi krawędziami wyznacza graf pełny. Każdy wierzchołek z podzbioru V_s ma stopień 1 i jest połączony z dokładnie jednym wierzchołkiem ze zbioru V_h , Maźbic-Kulma i inni (2008).



Rys. 7. Przykład niespójnego grafu dla $\alpha=0,5$



Rys. 8. Przykład struktury typu **hub-and-spoke**, Maźbic-Kulma i inni (2008)

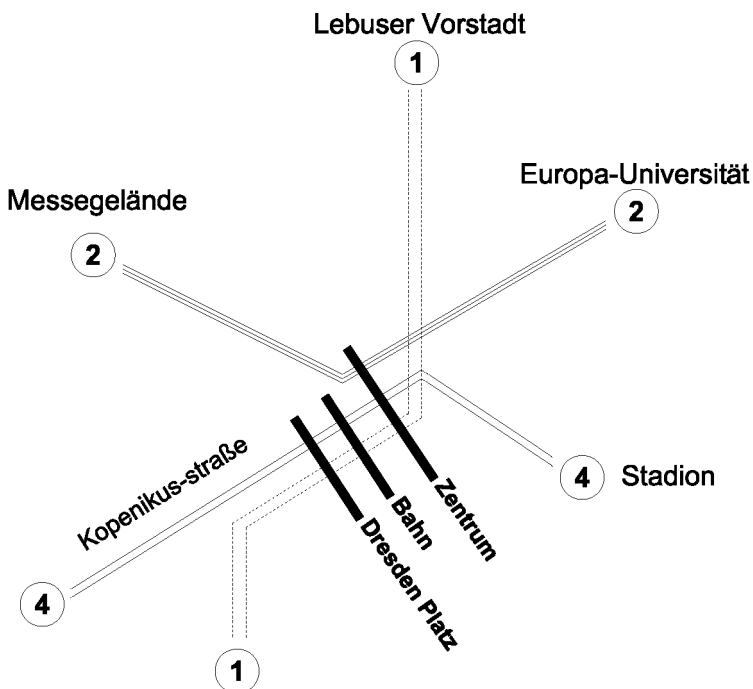
Tak zdefiniowana struktura **hub-and-spoke (HS)** może być zastosowana w wielu dziedzinach. Używając tej struktury w systemach transportowych Ambroziak (2000), Jacyna (2001), O'Kelly (1987), Piasecki (1973), uzyskujemy dużą koncentrację ruchu pomiędzy węzłami oraz synchronizację połączeń, zatem zwiększamy jakość usług. Powoduje to również obniżenie kosztów przewozu pasażerów. Struktura **hub-and-spoke** została wykorzystana w transporcie miejskim w Frankfurcie nad Odrą, gdzie wydzielono cztery węzły przesiadkowe (huby) (<http://zielonagora.blogspot.com>). Wprowadzenie **hub-and-spoke** spowodowało znaczne zwiększenie częstotliwości ruchu. Funkcjonalność tego systemu jest szczególnie widoczna w godzinach pozaszczytowych, gdy oferta przewozowa jest już z powodów ekonomicznych ograniczona.

W celu uzyskania struktury typu **hub-and-spoke** proponujemy następujące podejście:

(Algorytm 1): Niech $G(V, E)$ będzie rozważanym grafem.

1. Znajdujemy pokrycie niezależnymi, równomiernymi α -klikami $A_1(V_1, E_1), \dots, A_m(V_m, E_m)$ spełniającymi warunki: $V_1 \cup \dots \cup V_m = V$ i $V_1 \cap \dots \cap V_m = \emptyset$, gdzie m jest liczbą α -klików
2. W każdej α -klicie A_i wybieramy dokładnie jeden wierzchołek χ_i o najwyższym stopniu w grafie $G'(\bigcup V_i \cup \{\chi_i\}, E \cup E_i)$ – każdy wierzchołek χ_i jest nowym hubem
3. Łączymy każdy hub ze wszystkimi wierzchołkami z α -kliki do której ten hub należy.
4. Łączymy huby każdy z każdym.

Algorytm 1. Metoda uzyskania struktury **hub-and-spoke**



Rys. 9. Struktura komunikacji miejskiej typu *hub-and-spoke* we Frankfurcie nad Odrą (<http://zielonagora.blogspot.com>)

W niniejszej pracy opisujemy algorytm ewolucyjny który poprzez wygenerowanie pokrycia grafu rozłącznymi α -klikami generuje strukturę *hub-and-spoke*. Strukturę typu *hub-and-spoke* uzyskujemy poprzez wybranie z każdej α -klikli wężła o najwyższym stopniu w danej α -klicie, a jednocześnie jak najsilniej połączonego z innymi hubami.

3. Ewolucyjna metoda poszukiwania struktury *hub-and-spoke*

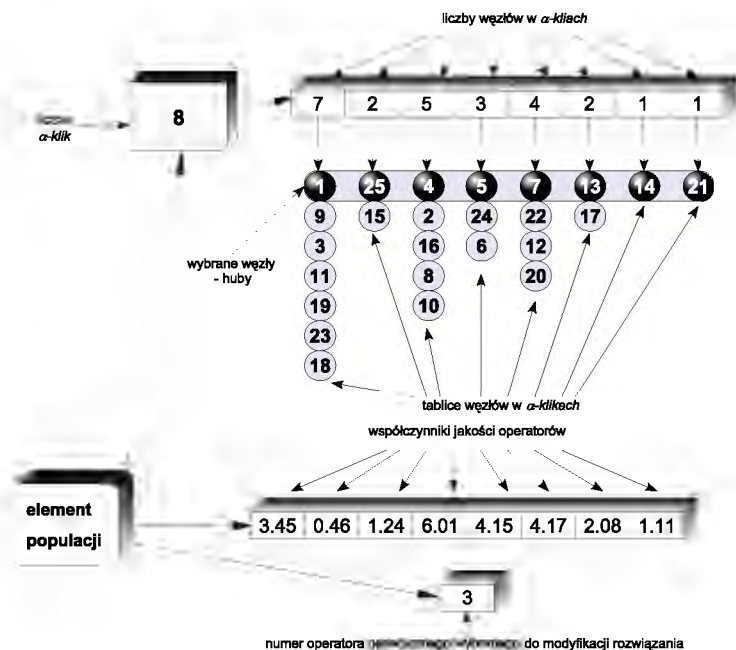
Standardowy algorytm ewolucyjny działa zgodnie z Algorytmem 2. Jednakże ta ogólna metoda wymaga wielu modyfikacji, dopasowujących do specyfiki rozwiązywanego problemu, aby metoda działała szybko i efektywnie. Modyfikacje polegają głównie na przyjęciu odpowiedniej metody kodowania rozwiązań, zastosowaniu odpowiednio przystosowanych operatorów genetycznych oraz zastosowaniu funkcji dopasowania właściwej dla rozwiązywanego problemu.

1. Losowa inicjalizacja populacji rozwiązań.
2. Reprodukacja i modyfikacja rozwiązań przy użyciu operatorów genetycznych.
3. Ocena uzyskanych rozwiązań.
4. Selekcja osobników do następnego pokolenia.
5. Jeśli nie spełniony warunek stopu, powrót do punktu 2.

Algorytm. 2. Standardowy algorytm ewolucyjny.

3.1. Reprezentacja rozwiązania

Informacja o rozwiązywanym problemie została zapisana w postaci macierzy powiązań danych. Macierz ta może być binarna i wtedy staje się macierzą incydencji w grafie niekierowanym (0 – brak połączenia, 1– połączenie) lub macierzą rzeczywistych wartości nieujemnych (graf nieskierowany) opisujących siłę połączenia (wielkość transferów towarów, danych, pasażerów itp.).



Rys. 10. Zakodowanie rozwiązania.

Osobnik populacji rozwiązań (Rys. 10) zawiera rozwiązanie problemu w postaci dynamicznych tabel α -klik (ich liczba jak i liczba wybranych węzłów do α -kliku jest zmienna w trakcie obliczeń). Każdy element wektora węzłów (α -kliku) posiada także element wybrany jako hub reprezentujący tę α -klikę. Każdy węzeł grafu może wystąpić tylko w jednej α -klicie, wobec czego α -kliku są rozłączne. Poza tym rozwiązanie zawiera jeszcze dodatkowe dane: wektor liczb rzeczywistych, który opisuje wiedzę rozwiązania o jakości działania operatorów genetycznych oraz numer operatora wybranego do modyfikacji rozwiązania w bieżącej iteracji.

3.2. Funkcja dopasowania

Funkcja dopasowania stosowana w algorytmie ewolucyjnym jest ściśle powiązana z funkcją celu rozwiązywanego zadania. W przypadku rozwiązywanego problemu nie ma jednej konkretnej funkcji celu wpływającej z rozwiązywanego zadania. Funkcja celu jest tworem nieco sztucznym, który ma ukierunkować sposób

dobierania węzłów do α -kliki w sposób najkorzystniejszy dla rozwiązywanego problemu (np. o równych rozmiarach, maksymalnych rozmiarach itp.). Funkcja dopasowania nie posiada żadnego elementu funkcji kary za przekroczenie ograniczenia na wartość α w α -klicie, gdyż algorytm operuje tylko na rozwiązaniach dopuszczalnych, ponieważ operatory genetyczne i funkcje inicjalizujące populację są tak skonstruowane, aby nie dopuścić do wystąpienia rozwiązań nie tworzących odpowiednich α -klik.

W symulacjach komputerowych użyto funkcji dopasowania o postaci:

$$\max Q = \frac{I}{n} \sum_{i=1}^n \left(k_i - \left| \frac{k}{n} - k_i \right| + \frac{l_i}{k_i} - I + \frac{h_i}{n} - I \right) \quad (1)$$

gdzie: n – bieżąca liczba α -klik w rozwiązaniu, k_i – liczba węzłów w i -tej α -klicie, k – liczba węzłów całego rozpatrywanego grafu, l_i – liczba połączeń pomiędzy hubem i -tej α -kliki a pozostałymi węzłami tej α -kliki, h_i – liczba połączeń pomiędzy hubem i a pozostałymi hubami.

Wybrany wariant funkcji dopasowania (1) promuje α -kliki o w przybliżeniu równych rozmiarach, minimalizując liczbę α -klik oraz maksymalizując liczbę połączeń pomiędzy hubem a węzłami jego α -kliki oraz połączeń pomiędzy hubami.

3.3. Specjalizowane operatory genetyczne

Opisywana struktura danych wymaga specjalnie zaprojektowanych operatorów genetycznych do modyfikacji rozwiązań, tak aby zachowywały narzucone ograniczenia na α . Jeśli zmodyfikowane przez operator rozwiązanie nie spełnia warunku α -kliki, podejmowana jest próba naprawy rozwiązania, a jeśli to nie przyniesie efektu, to operacja jest anulowana i modyfikacje są cofane. Taka metoda poszukiwania rozwiązań jest nieco trudniejsza dla algorytmu ewolucyjnego w związku z większymi problemami, jakie stanowią ekstrema lokalne i nieciągła dziedzina poszukiwań, ale zaletą tego podejścia jest posiadanie zawsze ważnego zestawu rozwiązań, którego nie trzeba już w żaden sposób naprawiać, aby otrzymać rozwiązania dopuszczalne. Do rozwiązania problemu zaprojektowano następujący zestaw operatorów genetycznych:

1. mutacja – wymiana losowo wybranych węzłów w różnych α -klikach;
2. przeniesienie węzła pomiędzy wylosowanymi α -klikami;
3. "inteligentne" przeniesienie – operacja podobna do poprzedniej, lecz wykonywana tylko w przypadku poprawy funkcji dopasowania;
4. konkatenacja – łączenie (głównie małych) α -klik;
5. zastosowano również wersje operatorów wykonywane wielokrotnie.

3.4. Algorytm ewolucyjny użyty do rozwiązania problemu

Użycie specjalizowanych operatorów genetycznych wymaga zastosowania jakiejś metody wyboru wykonywanych operatorów, gdyż typowe podejście, w którym z małym prawdopodobieństwem wykonuje się mutacje, a z dużym krzyżowanie nie ma tu sensu.

Jest bowiem trudno jednoznacznie sprecyzować, który operator jest zbliżony do mutacji, a który do krzyżowania, nie mówiąc o tym, że operatorów jest znacznie więcej niż typowe dwa. W proponowanym podejściu, Stańczak (2003), zakłada się, że operator, który często generuje pozytywne modyfikacje rozwiązań, powinien mieć większe prawdopodobieństwo wykonania i częściej oddziaływać na populację. Jednakże jest bardzo prawdopodobne, że operator dobry dla jednego osobnika, nie będzie dawał dobrych efektów w przypadku innego, np. z powodu jego położenia w przestrzeni rozwiązań. Dlatego też każdy osobnik powinien posiadać własny ranking operatorów. Stąd, każdemu osobnikowi odpowiada ranking operatorów w postaci wektora liczb rzeczywistych, którego wartości są miarami jakości odpowiadających im operatorów. Im wyższa wartość zarejestrowana w rankingu, tym większe będzie prawdopodobieństwo wykonania operatora. Prawdopodobieństwo to jest uzyskiwane przez prostą normalizację zarejestrowanych wartości. W związku z tym każdy osobnik w każdej iteracji algorytmu wybiera według prywatnego rankingu operator, który go modyfikuje, starając się uzyskać jak najlepszy wynik, maksymalizując swoje szanse przeżycia. Jest to wobec tego typowy mechanizm stosowany przez organizmy żywe, starające się zapewnić swojemu potomstwu jak najlepsze warunki rozwoju.

Metoda obliczania wartości współczynników jakości operatorów oparta jest na metodzie znanej pod nazwą uczenia ze wzmocnieniem (ang. reinforcement learning), Cichosz (2000) (jednego z algorytmów uczenia maszynowego). Osobnik populacji rozwiązań traktowany jest tu jako pewien agent, którego rolą jest wybranie i wykonanie jednego z operatorów genetycznych. Wybór i -tego operatora z puli wszystkich możliwych, traktowany jest jako wykonanie akcji a_i , dzięki której osobnik jest modyfikowany i przechodzi do nowego stanu (rozwiązania) s_i . Agent uzyskuje nagrodę lub karę w zależności od jakości nowego stanu (rozwiązania). Celem działania agenta jest uzyskanie dzięki swoim akcjom możliwie największego długoterminowego zdyskontowanego i skumulowanego zysku V^* :

$$V^{\Pi} = E_{\Pi} \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k r_{t+k+1} \quad (2)$$

$$V^* = \max_{\Pi} (V^{\Pi}) \quad (3)$$

Następujący wzór otrzymuje się po przekształceniu (2) i (3), jest on używany do praktycznych obliczeń:

$$V(s_{t+1}) = V(s_t) + \alpha (r_{t+1} + \gamma V^*(s_{t+1}) - V(s_t)) \quad (4)$$

gdzie:

Π – strategia agenta

V^{Π} – zdyskontowany skumulowany zysk otrzymany przy użyciu strategii Π

E – wartość oczekiwana

k – kolejne iteracje

t – chwila bieżąca

$V(s_t)$ – współczynnik jakości operatora (lub zdyskontowany skumulowany zysk)

$V^*(s_{t+1})$ – estymowana wartość najlepszej wartości skumulowanego zysku
(w naszych obliczeniach brana jest wartość osiągnięta przez najlepszy operator)

α – współczynnik uczenia

γ – współczynnik dyskonta

r_{t+1} – nagroda za akcję (równa poprawie rozwiązania).

W przeprowadzonych symulacjach komputerowych wartości α i γ zostały dobrane eksperymentalnie i ustawione odpowiednie na 0,1 i 0,2.

4. Uzyskane wyniki

Jako danych testowych użyliśmy przykładu znanego benchmarku BHOSLIB: Benchmarks with Hidden Optimum Solutions for Graph Problems (Maximum Clique, Maximum Independent Set, Minimum Vertex Cover and Vertex Coloring) – Hiding Exact Solutions in Random Graphs [15]. Wybrane zadanie jest grafem o 450 wierzchołkach i 83 198 krawędziach oraz maksymalnej klicie zawierającej 30 wierzchołków (frb30-15-clq.tar.gz). Rozmiar problemu jest względnie duży i zbliżony złożonością do problemów pojawiających się przy planowaniu połączeń pomiędzy dużymi europejskimi miastami.

Pierwszym krok do uzyskania struktury *hub-and-spoke* zależy od wyboru wartości parametru α . Stosując algorytm ewolucyjny, dla różnych wartości parametru α uzyskaliśmy następujące wyniki:

Tabela 1. Porównanie uzyskanych wyników

α	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0.75	3	150				138	139						2						
num		3				2	1						3						
0.80	9	50				41	42	43	44	45	46	47	8						
num		9				1	1	1	1	2	2	1	9						
0.85	15	24	29	30	34	22	25	26	27	28	31	32	13	14					
num		1	2	10	2	1	2	2	7	1	1	1	8	7					
0.90	21	21	22			19	20	21					17	18	19	20			
num		12	9			11	8	2					2	5	9	4			
0.95	29	14	15			15	14						23	24	25	26	27		
num		15	16			15	14						3	4	4	11	7		
0.99	29	14	15			15	14						22	23	24	25	26	27	28
num		15	16			15	14						1	1	5	4	10	5	3
1.00	29	14	15			15	14						24	25	26	27	28		
num		15	16			15	14						5	12	4	6	2		

gdzie:

kolumna 1 liczba α -klik

kolumny 2-5 moc poszczególnych α -klik i liczba (num) α -klik o takiej mocy

kolumny 6-12 stopnie hubów w ich α -klikachs i liczba (num) hubów o takim stopniu

kolumny 13-19 liczba hubów połączonych z poszczególnym hubem oraz liczba (num) takich hubów.

5. Wnioski

W przedstawionym przykładzie uzyskaliśmy zmniejszenie liczby połączeń. I tak np. dla $\alpha=0.80$ liczba połączeń została zredukowana z 83 198 do 486, świadczy to iż przedstawiona metoda może być zastosowana w zadaniach lokalizacyjnych, których strukturę organizacyjną można przedstawić w postaci grafu połączeń.

Rozmiar zadań rozwiązywanych pokazaną wyżej metodą jest ograniczony możliwościami sprzętu komputerowego. Nie bez znaczenia jest też struktura połączeń w grafie. Czas obliczeń wykonywanych na komputerach klasy PENTIUM 1 GHz wynosił kilkanaście godzin.

Warto na koniec pokreślić, iż przedstawiona w pracy metoda może mieć zastosowanie jako narzędzie wspomagające podejmowanie decyzji.

Literatura

- Ambroziak T. (2000) O pewnych aspektach modelowania systemów transportowych. *Prace Naukowe Transport* 44, OW PW Warszawa.
- Cichosz P. (2000) *Systemy uczące się*. WNT, Warszawa.
- Jacyna M. (2001) Modelowanie wielokryterialne w zastosowaniu do oceny systemów transportowych. *Prace Naukowe Transport*, 47 OW PW, Warszawa.
- O'Kelly M.E (1987) A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities. *European Journal of Operational Research* 32, 392-404.
- Maźbic-Kulma B., Pogorzelec A., Komorowska E. (2005) *Lokalizacja obiektów. Wybrane modele, algorytmy i zastosowania*. Badania Systemowe IBS PAN, 39.
- Maźbic-Kulma B., Sęp K. (2005) Problem wyboru węzłów tranzytowych w sieci lotniczej. *Logistic Systems, Theory and Practice* OW PW, 341-348.
- Maźbic-Kulma B., Potrzebowski H., Stańczak J., Sęp K. (2008) Evolutionary approach to solve hub and spoke problem using α -cliques. *Evolutionary Computation and Global Optimization, Prace naukowe PW*, Warszawa.
- Piasecki S. (1973) *Optymalizacja systemów przewozowych*. WKiŁ Warszawa.
- Potrzebowski H., Stańczak J., Sęp K. (2006a) *Evolutionary Algorithm to Find Graph Covering Subsets Using α -Cliques*, Evolutionary Computation and Global Optimization, Prace naukowe PW, Warszawa, pp. 351-358.
- Potrzebowski H., Stańczak J., Sęp K. (2006b) Heurystyczne i ewolucyjne metody znajdowania pokrycia grafu, korzystające z pojęcia alfa-kliki i innych ograniczeń. W: *Badania operacyjne i systemowe 2006. Metody i techniki*. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa.
- Potrzebowski H., Stańczak J., Sęp K. (2007) Separable decomposition of graph using alpha-cliques. W: Kurzyński. M., Puchała E., Woźniak M, Żołnierek A., red., *Computer recognition systems 2. Advances in Soft Computing* Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 386-393.
- Stańczak J. (2003) Biologically inspired methods for control of evolutionary algorithms. *Control and Cybernetics*, **32**(2), 411-433.
- Weber A. (1929) *Theory of the location of Industries*. The University of Chicago Press, Chicago.
- Wilson R.J. (1996) *Introduction to graph theory*. Addison Wesley Longman.
- <http://www.nlsde.buaa.edu.cn/~kexu/benchmarks/graph-benchmarks.htm>
- <http://zielonagora.blogspot.com/2008/02/znaczenie-wzw-przesiadkowych-w.html>
- <http://people.hofstra.edu/geotrans/eng/ch3en/conc3en/hubspokederegulation.html>

IBS PAN *Konf.*

46003

Bibl. podręczna

**Olgierd Hryniewicz, Andrzej Straszak, Jan Studziński
red.**

**BADANIA OPERACYJNE I SYSTEMOWE:
ŚRODOWISKO NATURALNE, PRZESTRZEŃ,
OPTYMALIZACJA**

Książka składa się z artykułów przedstawiających wyniki prac z dziedziny badań operacyjnych i systemowych, poświęconych środowisku naturalnemu i zarządzaniu nim, zwłaszcza w zakresie ochrony atmosfery, globalnego ocieplenia i walki z nim, jakości i zaopatrzenia w wodę. Tematyka ta jest rozszerzona o aspekty przestrzenne, regionalne i samorządowe, a także planowanie i funkcjonowanie infrastruktury. Tom zamykają prace metodyczne, dostarczające technik, będących podstawą prezentowanych zastosowań.

ISBN 83-894-7519-7

EAN 9788389475190

Instytut Badań Systemowych PAN
tel. (4822) 3810241 / 3810273 e-mail: biblioteka@ibspan.waw.pl