WYŻSZA SZKOŁA
INFORMATYKI STOSOWANEJ
I ZARZĄDZANIA

Stanisław Piasecki

PODSTAWY LOGISTYKI
Tom I

Wydawnictwo WIT
Warszawa 2005

Seria: SKRYPTY WSISiZ

Skrypt zgłoszony przez Dziekana Wydziału
Informatycznych Technik Zarządzania
dr Barbarę Mażbic-Kulmę

WYŻSZA SZKOŁA
INFORMATYKI STOSOWANEJ
I ZARZĄDZANIA

Stanisław Piasecki

PODSTAWY LOGISTYKI
Tom I

Wydawnictwo WIT
Warszawa 2005

ISBN 83-88311-79-4

Skład i opracowanie graficzne:
Anna Gostyńska

Druk:
Zakład Poligraficzny
Jerzy Kosiński, Warszawa

Od Autora

Skrypt ten ta powstał jako rezultat moich wykładów w latach 1970 -2004 na temat logistyki, jeszcze wtedy, gdy obecna nazwa tego działu badań operacyjnych nie była używana.

Przedłożona publikacja jest oparta m.in. na bazie moich następujących skryptów i monografii:

„Optymalizacja systemów zaopatrzenia", Wyd. WAT, 1971 (współautor Z. Kaszubowski),

„Optymalizacja systemów przewozowych", Wyd. WKiŁ 1973 „Optymalizacja dostaw z wykorzystaniem transportu rurowego", Wyd. PWN, 1986,

„Organization of Transport of Parcel Cargoes", Wyd. IBS PAN, 1996.

Do skryptu dołączyłem także pojedynczy zestaw typowych zadań kontrolnych na ćwiczenia rachunkowe i sprawdziany. Moje wykłady w Wyższej Szkole Informatyki Stosowanej i Zarządzania były także uzupełnione zajęciami w laboratorium komputerowym.

WSTĘP

Ogólnie przyjmuje się, że termin „logistyka" powstał w okresie wojen napoleońskich, jako rodzaj działalności służb zaopatrywania wojsk we wszystkie, niezbędne produkty do prowadzenia działalności bojowej wojska.

Szerzej, termin „logistyka" oznacza gałąź wiedzy, która zajmuje się organizacją procesów logistycznych – procesów zaopatrywania odbiorców w potrzebne dobra. Niema ona „nic" wspólnego z działem nauk matematycznych - logiką.

Jednak nie jest to cała prawda, Mianowicie, w okresie II wojny światowej, amerykańska Flota na Pacyfiku miała ogromne trudności z zaopatrywaniem: wojsk desantowych, okrętów wojennych, statków pomocniczych, samolotów pokładowych i ich załóg w różnego rodzaju: sprzęt, amunicję, żywność, lekarstwa, wodę, paliwo itp. na ogromne odległości tysięcy kilometrów, jednocześnie musiała koordynować zamówieniami działalność niemal całego przemysłu amerykańskiego. Nic zatem dziwnego, że służby zaopatrzenia, w głównej bazie Floty na Pacyfiku, w San Diego, musiały włączyć do planowania realizacji tych zadań także personel naukowy pobliskiego Stanford Universiti. Opracowane tam metody matematyczne organizowania procesów zaopatrzenia znalazły swoje odbicie w odtajnionych pracach naukowych, publikowanych w specjalnym czasopiśmie naukowym „Logistic Quarterly".

Jeżeli miejsca i chwile, w których potrzebne są określone dobra nie pokrywają się z miejscami i (lub) chwilami ich wytwarzania, to usunięcie tej rozbieżności jest (w naszym rozumieniu) zadaniem systemu logistycznego (zaopatrzenia i transportu) [4],[5],[8]. Przy tym, pod pojęciem systemu będziemy rozumieli zbiór elementów współdziałających przy realizacji zadania. System jest w pełni określony: zadaniem (przeznaczeniem), zestawem elementów (składem) i sposobem (organizacją) ich działania [12]. W skład systemu wchodzą elementy robocze i element (ogniwo) kierowania. W szczególności skład roboczy systemu logistycznego tworzą magazyny, środki transportowe i przeładunkowe, zapewniając odpowiedni przepływ ładunków i wymuszając pożądane zmiany stanu towarów w magazynach.

Sposób, w jaki stany zapasów w magazynach są ze sobą powiązane przez ruch jednostek transportowych, determinuje organizacje działania – współdziałanie elementów systemu logistycznego. Wyznaczanie organizacji działania jest zadaniem ogniwa (elementu) kierowniczego.

System logistyczny może zaopatrywać nadrzędną jednostkę (wytwórnię) w niezbędne dla jej działalności materiały lub (i) obce jednostki. Pierwszy typ, to organizacje skupu, zaopatrzenia itp.; drugi – organizacje dystrybucji, handlu itp.

Systemy logistyczne, które nie są samodzielnymi jednostkami gospodarczymi – przedsiębiorstwami, stanowią zwykle organizacyjnie wydzieloną część, zwaną wydziałem lub sekcją: zaopatrzenia, sprzedaży W szczególności sprzedaż może być połączony z działalnością marketingową.

Systemy logistyczne będące samodzielnymi jednostkami gospodarczymi, to wszelkiego rodzaju przedsiębiorstwa handlowe, pośredniczące między wytwórcami i konsumentami: hurtownie, sklepy sprzedaży detalicznej, supermarkety, centrale handlowe (eksportowe i importowe) itp.

Często system logistyczny tworzy szereg samodzielnych przedsiębiorstw: transportu (kolejowego, samochodowego, powietrznego, morskiego), przechowywania (magazynów, składnic) i przeładunku (porty, lotniska) powiązanych umowami i świadczących wzajemnie zlecone usługi na koszt klientów systemu.

Do takich systemów logistycznych, organizujących pracę wielu przedsiębiorstw specjalistycznych, należą wielkie przedsiębiorstwa spedycyjne. Wynajmują one niekiedy powierzchnie magazynowe w różnych miejscowościach, na całej kuli ziemskiej, zlecając transport ładunków różnymi rodzajami transportu. Często skład przedsiębiorstwa spedycyjnego ogranicza się do zespołu kierowniczego, organizującego wykonanie zleconego zadania, natomiast elementami wykonawczymi są wymienione przedsiębiorstwa specjalistyczne.

Nie trudno zauważyć, że w zbiorze różnego rodzaju przedsiębiorstw logistycznych, może działać wiele przedsiębiorstw spedycyjnych wspólnie wykorzystujących elementy robocze -przedsiębiorstwa specjalistyczne (magazyny, środki transportowe i przeładunkowe) na zasadzie rozdzielności wykonywania zadań w czasie i przestrzeni. W tym przypadku, ogniwa kierownicze przedsiębiorstw specjalistycznych pełnią rolę koordynacji wykorzystania posiadanych specjalistycznych elementów roboczych [6, 11].

W ten sposób, powstaje złożony konglomerat ogniw kierowania, wielu współpracujących przedsiębiorstw, w których nie istnieje hierarchia podległości (z wyjątkiem wojskowych systemów logistycznych). Niekiedy, więc przedsiębiorstwa spedycyjne są częścią wielkich organizacji przewozowych i przeciwnie.

System logistyczny, może więc stanowić fragment przedsiębiorstwa, jak i przeciwnie – przedsiębiorstwa mogą być elementami systemu logistycznego.

Szersze naświetlenie niektórych, zagadnień organizacyjnych odnajdzie Czytelnik w pracy [12].

Wydaje się koniecznym, zastrzeżenie nazwy przedsiębiorstwa logistycznego dla tych organizacji, których przeznaczeniem jest usuwanie rozbieżności miejsc i chwil wytwarzania oraz konsumpcji dóbr materialnych. Jeżeli przeznaczeniem – głównym i jedynym – przedsiębiorstwa, jest przynoszenie jak największego zysku właścicielowi, to trudno nazwać taką działalność, jak na przykład - przetrzymywanie towarów w magazynach w celach spekulacyjnych – procesem logistycznym gdyż jest to postępowanie „antylogistyczne", celowo wywołujące braki towarów w określonych miejscach i chwilach, aby uzyskać wyższe ceny. Niestety, granica między działalnością polegającą na usuwaniu rozbieżności między chwilami i miejscami wytwarzania i konsumpcji oraz potęgowaniu tych różnic jest płynna.

Procesem logistycznym (działaniem logistycznym) będziemy nazywali rodzaj działalności gospodarczej, mającej na celu **usuwanie** rozbieżności między chwilami i miejscami pojawienia się zapotrzebowania na dobra gospodarcze a chwilami i miejscami ich wytwarzania.

W zakresie działalności logistycznej możemy wyróżnić:

Gromadzenie dóbr (materialnych) $\xrightarrow{\text{D Y S T R Y B U C J Ę}}$ dostarczanie dóbr

Gromadzenie dóbr $\xrightarrow{\text{M A R K E T I N G}}$ sprzedaż towarów

Kupno towarów $\xrightarrow{\text{Z A O P A T R Y W A N I E}}$ dostarczanie dóbr

Kupno towarów $\xrightarrow{\text{H A N D E L}}$ sprzedaż towarów

O jednostce organizacyjnej, wykonującej takie zadania mówimy, że realizuje funkcje logistyczne. Możemy wyróżnić trzy rodzaje funkcji logistycznych:

- funkcje przechowywania dóbr (towarów),
- funkcje przemieszczania dóbr (ładunków),
- funkcje organizacji procesów logistycznych.

Jednostki logistyczne mogą działać w różnych obszarach działalności gospodarczej (patrz tablica), jednak zawsze występują w roli pośrednika między dostawcą i odbiorcą.

Obszar działalności gospodarczej systemów logistycznych

Odbiorcy / Dostawcy	**Zbiorowi** (Przedsiębiorstwa)	**Indywidualni** (Klienci)
Zbiorowi (Przedsiębiorstwa)	Jednostki Logistyczne	Handel detaliczny
Indywidualni (Rolnicy Rzemieślnicy)	Jednostki Skupu	Handel targowiskowy

Z prawnego punktu widzenia, możemy wyróżnić dwie grupy: jednostki wchodzące w skład przedsiębiorstwa lub jednostki będące samodzielnymi przedsiębiorstwami.

Rodzaje Jednostek Logistycznych

1. Wewnątrzzakładowe: Wydziały, Biura, Sekcje ... Zaopatrzenia, Sprzedaży, Dostaw, Zakupów itp.
2. Samodzielne: Przedsiębiorstwa, Centrale, Hurtownie, Biura ... Logistyczne, Spedycyjne, Handlowe itp.

Niezależnie, jednostki logistyczne możemy dzielić według:

- rodzaju asortymentu towarowego, objętego działalnością logistyczną,
- rodzaju wykonywanych zadań (przechowywania, transportu, organizowania),
- wielkości obrotów towarowych,
- rozległości pokrywanego usługami terytorium.

Przykładami terytorialnych systemów logistycznych są:

Sieci magazynów sprzedaży -

- wyrobów spożywczych (np. Auchan, Tesco, itp.)
- samochodów osobowych (np. Fiata, Daewoo, itp.)
- komputerów (np. IBM, Compac, itp)

Sieci skupu -

- złomu
- owoców miękkich (np. Hortex)
- runa leśnego (np. Las).

W rezultacie system logistyczny tworzy splot współdziałających ze sobą różnego rodzaju przedsiębiorstw

- realizujących własnymi środkami proces obrotu towarowego (np. ORLEN, SCANIA itp.)
- realizujących środkami innych przedsiębiorstw proces obrotu (np. HARTWIG)

- realizujących cząstkowe zadania logistyczne
    - o transportowe (np. PKP, LOT itp.)
    - o magazynowe (Składnice, magazyny portowe itp.).

Działalność systemów logistycznych wyznaczają potrzeby odbiorców (klientów) a ograniczają możliwości źródeł zaopatrzenia oraz transportu i magazynowania.

W związku z tym, dużą rolę w systemach logistycznych stanowi umiejętność prognozy przyszłych potrzeb potencjalnych klientów. Umożliwiają one wcześniejsze zgromadzenie zapasów potrzebnych towarów i ich przemieszczenie środkami transportu tak, aby towar znalazł się „na miejscu" i „na czas".

W szczególności, w monografii zajmiemy się organizacją systemu logistycznego, zakładając, że Czytelnik posiada wstępną znajomość technologii transportu i magazynowania.

Przy tym przez ORGANIZACJĘ SYSTEMU LOGISTYCZNEGO będziemy rozumieli:

- ■ sposób współdziałania elementów systemu wymuszający racjonalny proces obrotu towarowego
- ■ sposób synchronizacji stanów zapasów w magazynach

osiągany przy pomocy:

- – środków transportu
- – pomieszczeń, przystosowanych do przeładunku i przechowywania towarów.

Natomiast szczegóły technologiczne realizacji poszczególnych działań oraz opis techniczny poszczególnych środków transportu, sposobów magazynowania i wyposażenia magazynów Czytelnik odnajdzie w specjalistycznej literaturze, między innymi w [9] i [16].

Rozdział I

TEORIA ZAPASÓW

MODELE DETERMINISTYCZNE

Teoria zapasów powstała wskutek zaistnienia potrzeby (i możliwości) obniżania kosztów zaopatrywania odbiorcy o (zwykle) stałym zapotrzebowaniu λ [jedn. tow./jedn. czasu] na towar w warunkach gdy może on być dostarczany w partiach o wielkości Q [jedn. tow.]. Powstaje wtedy pytanie jak wielkie mają być te jednorazowe dostawy Q ?, szczególnie gdy koszt transportu jednostki towaru zależy od wielkości Q (maleje wraz ze wzrostem Q). Z drugiej strony, duża jednorazowa dostawa powoduje konieczność posiadania dużego magazynu, a zakupiony towar długi czas „zalega" w magazynie „zamrażając" środki pieniężne - kredyty obrotowe. Ponosimy wtedy koszty kredytu, zależne od: oprocentowania ρ kredytu ceny C jednostki towaru, i średniego (w czasie) zapasu.

W Rozdziale tym, którego treść oparta jest na literaturze:[1, 2, 13]; zajmiemy się optymalizacją działania prostego systemu logistycznego składającego się z jednego magazynu, który jest w naszej dyspozycji zakładając, że jest on dostatecznie duży a koszt jego utrzymania jest stały. W tym celu zostanie omówionych [13] szereg przypadków szczególnych.

1. Wyznaczanie wielkości partii dostaw Q [jedn. towaru], przy ciągłym popycie $\lambda \left[\frac{\text{jedn. tow.}}{\text{jedn. czasu}}\right]$

Ogólne zapotrzebowanie w danym okresie (horyzoncie planowania H [jednostek czasu] jest równe L [jednostek towaru] tak, że [12]:

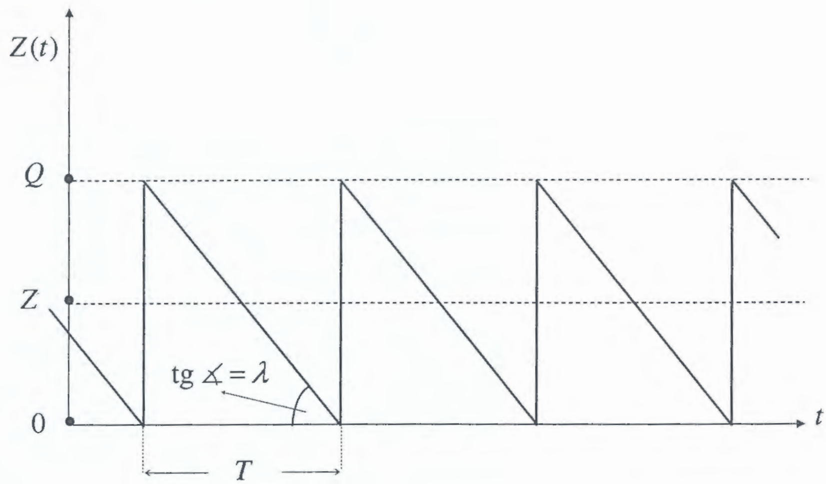
$$L = \lambda \cdot T$$

Wedy liczba partii dostaw w okresie T będzie równa:

$$\frac{L}{Q}$$

a dostawy Q nadchodzą co okres:

$$T = \frac{T}{\frac{L}{Q}} = \frac{T \cdot Q}{L} = \frac{Q}{\lambda} \quad \text{[jedn. czasu]} \quad \text{(patrz rysunek)}$$



Na rysunku pokazany jest przebieg poziomu zapasów $Z(t)$ w magazynie.

Oznaczymy symbolami:

$Z = \frac{1}{2}Q$ – średni stan (zapas) magazynu,

C_o – stały koszt uruchomienia każdej dostawy o wielkości Q (niezależny od wartości Q) [zł],

$C_h = C \cdot \rho \left[\frac{\text{zł}}{\text{jedn. towaru} \cdot \text{jedn. czasu}}\right]$ jednostkowy koszt kredytu gdzie: C - cena jedn. towaru $\left[\dfrac{\text{zł}}{\text{jedn. towaru}}\right]$

ρ - oprocentowanie kredytu obrotowego $\left[\dfrac{1}{\text{jedn. czasu}}\right]$,

(zwykle: jedn. czasu ≡ rok)

Koszty zamówienia i utrzymania zapasów w jednym okresie T będą więc równe:

$$\left(C_o + \frac{1}{2} Q \cdot T \cdot C_h\right) = \left(C_o + \frac{1}{2\lambda} Q^2 C_h\right)$$

gdyż $T = \dfrac{T \cdot Q}{L} = \dfrac{Q}{\lambda}$

W całym okresie T będzie $\dfrac{L}{Q}$ dostaw a koszt tych dostaw będzie równy:

$$F = \left(C_o + \frac{1}{2\lambda} \cdot Q^2 \cdot C_h\right)\frac{L}{Q} =$$

$$= C_0 \frac{L}{Q} + \frac{1}{2\lambda} Q C_h \cdot L$$

F ↔ TEC

Total

Expected

Cost

Po zróżniczkowaniu i przyrównaniu do zera, otrzymamy, że optymalną wartością Q, minimalizującą koszty logistyki F jest:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2LC_o}{\mathrm{T}\ C_h}} = \sqrt{\frac{2C_o\lambda}{C_h}}$$

oraz

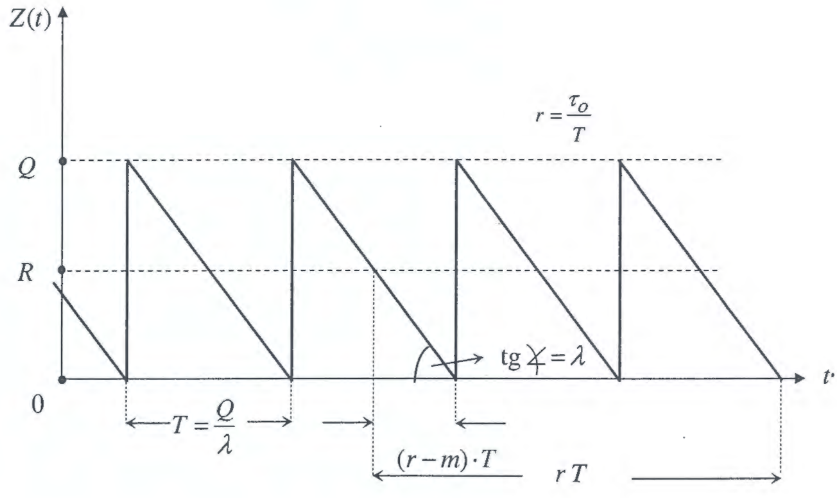
$$T^* = \sqrt{\frac{2\mathrm{T} C_o}{LC_h}} = \sqrt{\frac{2C_o}{\lambda C_h}}$$

przy czym, koszt ten jest równy

$$F_{\min} = \sqrt{2LT\ C_o C_h} \quad \text{a średni zapas}$$

$$Z^* = \frac{1}{2} Q^*$$

2. Wyznaczanie chwil składania zamówień, jeżeli czas realizacji dostawy jest równy τ_o



Jak wiemy, dla tego przypadku mamy:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2\lambda C_o}{C_h}}$$

Jeżeli opóźnienie dostaw jest $\tau_o = r \cdot T$, to w chwili, gdy poziom zapasów $Z(t)$ jest równy R, należy [12] złożyć następujące zamówienie o wielkości Q^*, przy tym

$$R = \lambda(r - m) \cdot T = \lambda \cdot \tau_o - mQ$$

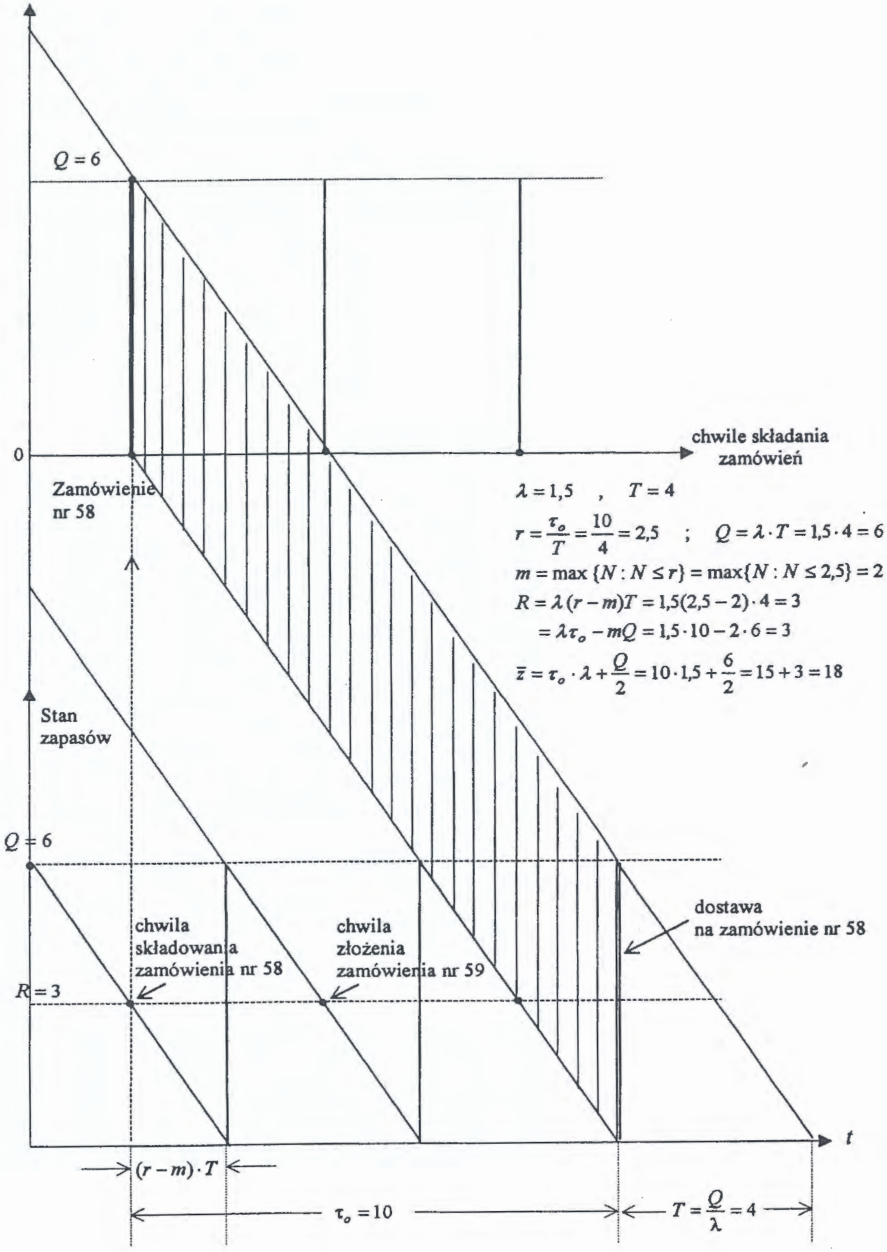
gdzie m największa liczba całkowita, mniejsza lub równa $r = \frac{\tau_o}{T}$.

Natomiast zapas średni będzie równy

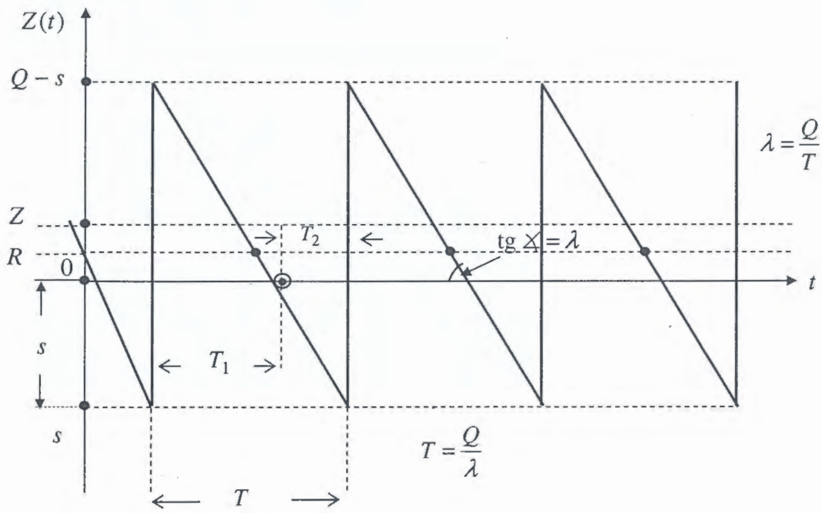
$$Z^* = \tau_o \cdot \lambda + \frac{Q^*}{2} \quad ; \quad \tau_o \cdot \lambda \text{ - zapas w „drodze”}$$

Na poniższym rysunku pokazany jest przypadek gdy

$$\tau_o = 10 \ , \ T = 4 \ , \ \lambda = 1{,}5 \ , \ Q = 6 \ , \ r = 2{,}5 \ , \ R = 3$$


Q = 6
0
chwile składania zamówień
Zamówienie nr 58
λ = 1,5 , T = 4
r = τ_o/T = 10/4 = 2,5 ; Q = λ·T = 1,5·4 = 6
m = max {N : N ≤ r} = max{N : N ≤ 2,5} = 2
R = λ(r − m)T = 1,5(2,5 − 2)·4 = 3
= λτ_o − mQ = 1,5·10 − 2·6 = 3
z̄ = τ_o·λ + Q/2 = 10·1,5 + 6/2 = 15 + 3 = 18
Stan zapasów
Q = 6
R = 3
chwila składowania zamówienia nr 58
chwila złożenia zamówienia nr 59
dostawa na zamówienie nr 58
t
(r − m)·T
τ_o = 10
T = Q/λ = 4

3. Wyznaczanie chwil składania zamówień, jeżeli dopuszczalny jest deficyt (dla $\tau_o = 0$)



s – deficyt towaru w magazynie [jedn. Towaru].

Zauważmy, że: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{Q-s}{s}$, $T_1 + T_2 = T$.

Stąd otrzymamy: $T_1 = T\left(1 - \frac{s}{Q}\right) = \frac{Q-s}{\lambda}$

$$T_2 = T \cdot \frac{s}{Q} = \frac{s}{\lambda} \quad \text{oraz}$$

$$Z = \frac{1}{2} \cdot T_1 \cdot (Q-s) \cdot \frac{1}{T} = \frac{1}{2}(Q-s)^2 \cdot \frac{1}{Q}.$$

Stąd, [12] koszt utrzymania zapasów: $\frac{(Q-s)^2}{2Q} \cdot C_h$

oraz koszt zamówień: $\frac{\lambda}{Q} C_o$.

Średnia liczba (klientów) zamówień oczekujących na dostawę będzie równa:

$$\frac{1}{2}T_2 s \cdot \frac{1}{T} = \frac{s^2}{2Q}$$

a odszkodowanie wypłacone oczekującym, z powodu braku towaru:

$$\frac{s^2}{2Q} \cdot k$$

gdzie k wyraża się w $\left[\frac{\text{zł}}{\text{jedn. towaru} \cdot \text{jedn.czasu}}\right]$ - „cena" niezaspokojonego popytu.

Niezależnie, od wypłaty klientom odszkodowań za brak towaru, magazyn może być obciążony dodatkowo kwotą administracyjną, proporcjonalną do wielkości s braku towaru. Oznaczmy tę kwotę symbolem:

$$k_o \left[\frac{\text{zł}}{\text{jedn. towaru}}\right]$$

W każdym cyklu magazyn będzie płacił karę $s \cdot k_o$ a w ciągu roku:

$$\frac{\lambda}{Q} \cdot s \cdot k_o \cdot [\text{zł}]$$

Ogółem koszt zaopatrywania odbiorców (koszty logistyki) będzie równy:

$$F = \frac{(Q-s)^2}{2Q} \cdot C_h + \frac{\lambda}{Q}(C_o + s k_o) + \frac{s^2}{2Q} k$$

Po zróżniczkowaniu i przyrównaniu pochodnych do zera, otrzymamy:

$$Q^* = \sqrt{\left(\frac{2\lambda C_o}{C_h}\right)\left(\frac{C_h + k}{k}\right) - \frac{(\lambda k_o)^2}{C_h \cdot k}}$$

$$s^* = \frac{Q^* \cdot C - \lambda k_o}{C_h + k}$$

tylko wtedy gdy: $k > 0$, $k_o < \sqrt{2C_o C_h / \lambda}$!

Natomiast, jeżeli $k_o > \sqrt{2C_o C_h / \lambda}$ to

$$Q^* = \sqrt{\left(\frac{2\lambda C_o}{C_h}\right)}$$

$$s^* = 0$$

Krytyczny poziom zapasów R (przy którym należy składać zamówienie), jest równy

$$R = \tau\lambda - s^*$$

Jeżeli $k_o = 0$ i $k > 0$ to

$$Q^* = \sqrt{\left(\frac{2\lambda C_o}{C_h}\right)\left(\frac{C_h + k}{k}\right)} = \sqrt{A \cdot B}$$

$$s^* = Q^* \cdot \frac{C_h}{C_{h+k}} = B\sqrt{AB}$$

4. Optymalna wielkość dostaw z rabatem, przy dostawach powyżej *B* [12]

Dostawca udziela rabatu, jeżeli zamówienie Q jest większe od B. Cena jednostki towaru jest więc następująca

C' jeżeli $Q \le B$

C'' jeżeli $Q > B$ przy czym $C' > C''$

Określmy koszt F_T zapotrzebowania, gdy nasze zapotrzebowanie jest równe L jednostek towaru w okresie T.

W każdym cyklu będziemy ponosili następujące koszty

C_o - zamówienia partii o wielkości Q (niezależnie od wartości Q)

$C \cdot Q$ - zakupienia towaru po jednostkowej cenie $C = C'$ lub C''

$\frac{1}{2} Q \cdot T \cdot K \cdot \rho$ - koszt przechowywania zapasów w okresie $T = Q\frac{T}{L}$ przy koszcie K, jednostki towaru, przy czym:

$$K = C + \frac{C_o}{Q}$$

W rezultacie, koszt zaopatrzenia w okresie T, w którym będzie $\frac{L}{Q}$ cykli zaopatrzenia będzie równy:

$$F_T = \left(C_o + C \cdot Q + \frac{1}{2} QTC\rho + \frac{1}{2} QT \frac{C_o}{Q} \rho \right) \frac{L}{Q} =$$

$$= C_o \frac{L}{Q} + C \cdot L + \frac{1}{2} Q\boldsymbol{T}C\rho + \frac{1}{2} \boldsymbol{T} C_o \rho \quad \text{gdyż} \quad \left(T \cdot \frac{L}{Q} = \boldsymbol{T} \right)$$

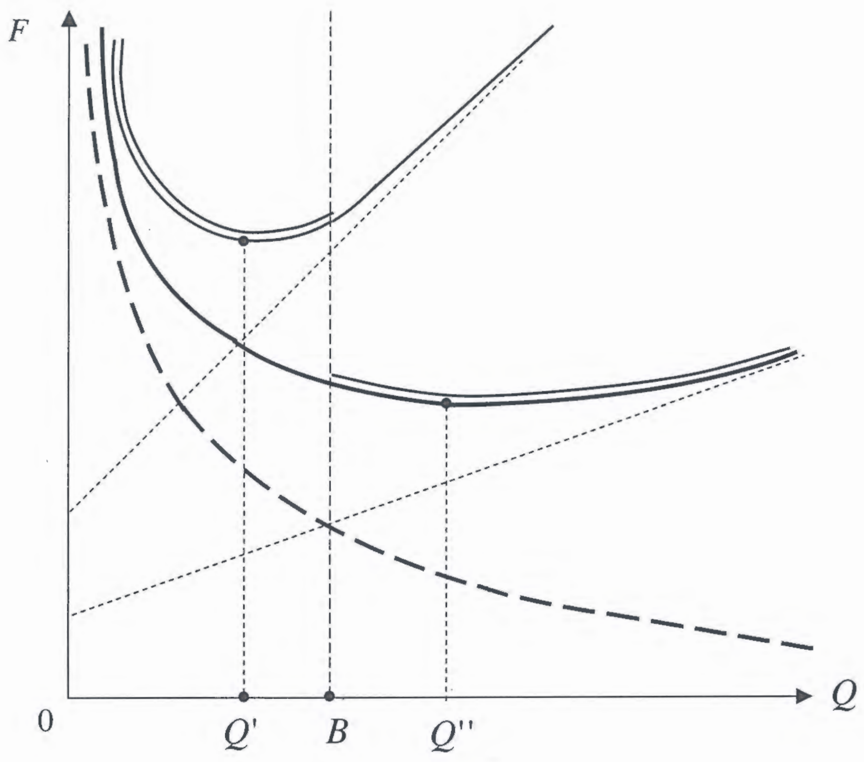
Po zróżniczkowaniu i przyrównaniu pochodnych do zera otrzymamy następujące, optymalne wartości dostaw:

$$Q' = \sqrt{\frac{2C_o\lambda}{C' \cdot \rho}} \quad < \quad Q'' = \sqrt{\frac{2C_o\lambda}{C'' \cdot \rho}} \quad \text{gdzie} \quad \left(\lambda = \frac{L}{T} \right)$$

w zależności od ceny jednostkowej towaru.

Rozwiązaniem problemu będzie więc (patrz rysunek)

$$Q^* = \begin{cases} B & \text{jeżeli} \quad Q'' < B \\ Q'' & \text{jeżeli} \quad Q'' \geq B \end{cases}$$

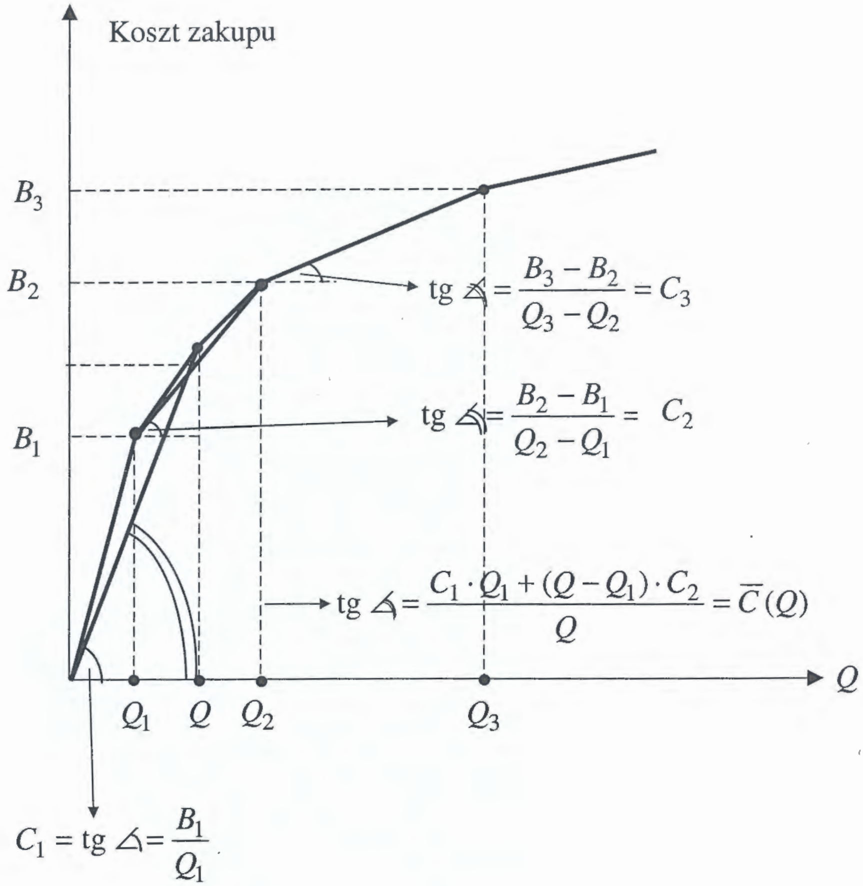


5. Optymalna wielkość partii dostaw Q, przy rosnącym rabacie wraz ze wzrostem partii dostaw [12].

Niech zależność rabatu od wielkości Q będzie opisana linią łamaną, widoczną na poniższym rysunku.

Cena jednostki towaru dla każdego zakresu jest więc malejąca: $C_1 > C_2 > C_3$. Podobnie zachowuje się średnia cena jednostki towaru $\overline{C}(Q)$ - patrz rysunek.

$$\overline{C}(Q)=\frac{C_1Q_1+(Q-Q_1)\cdot C_2}{Q}=\frac{B_1+QC_2-Q_1C_2}{Q}=\frac{B_1}{Q}+C_2-\frac{Q_1}{Q}C_2$$



Ogólnie dla dowolnej wartości $Q : Q_i \leq Q \leq Q_{i+1}$ mamy

$$\overline{C}(Q)=\frac{B_i}{Q}+C_{i+1}-\frac{Q_i}{Q}C_{i+1}=\frac{B_i}{Q}+C_{i+1}\left(1-\frac{Q_i}{Q}\right)$$

Koszty dla jednego cyklu zaopatrzenie będą równe

$$Q \cdot \overline{C}(Q) + C_o + \frac{1}{2}\overline{C}(Q)\rho QT$$

Ale dla zapotrzebowania L w okresie T mamy:

$$\lambda = \frac{L}{\mathrm{T}} \qquad T = \frac{Q}{\lambda}$$

Stąd koszt w jednym okresie:

$$Q \cdot \overline{C}(Q) + C_o + \frac{1}{2} \cdot \overline{C}(Q) \cdot \rho Q \frac{Q}{\lambda}$$

Koszt całkowity w okresie T będzie równy:

$$\left[Q \cdot \overline{C}(Q) + C_o + \frac{1}{2} \cdot \overline{C}(Q) \cdot \rho \frac{Q^2}{\lambda} \right] \cdot \frac{L}{Q} = \quad \text{gdzie } \frac{L}{Q} \text{ jest liczbą dostaw}$$

$$= L \cdot \overline{C}(Q) + C_o \frac{L}{Q} + \frac{1}{2}\rho \overline{C}(Q) L \frac{Q}{\lambda}$$

Natomiast koszt na jednostkę czasu będzie równy:

$$\left[L \cdot \overline{C}(Q) + C_o \frac{L}{Q} + \frac{1}{2}\rho \overline{C}(Q) L \frac{Q}{\lambda} \right] \frac{1}{\mathrm{T}} = \lambda \cdot \overline{C}(Q) + C_o \frac{\lambda}{Q} + \frac{1}{2}\rho \overline{C}(Q) Q$$

Po podstawieniu:

$$\overline{C}(Q) = \frac{B_i}{Q} + C_{i+1}\left(1 - \frac{Q_i}{Q}\right)$$

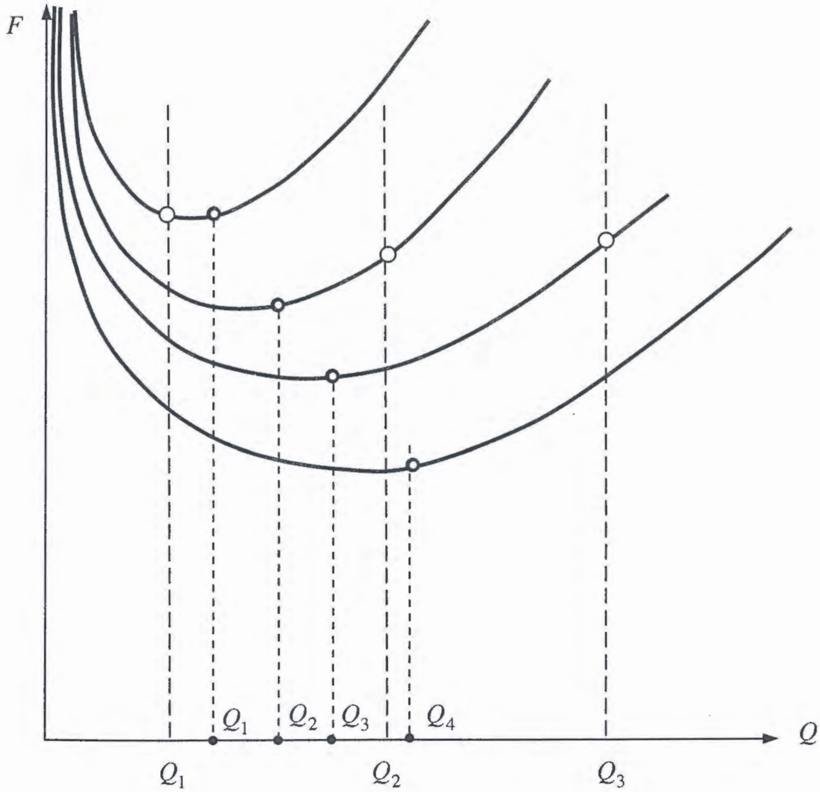
mamy:

$$F = C_{i+1} \cdot \lambda + \frac{\lambda}{Q}\left(C_o + B_i - Q_i \cdot C_{i+1}\right) + \rho \frac{B_i}{2} + \frac{1}{2}\rho C_{i+1}\left(Q - Q_i\right)$$

Różniczkując i przyrównując pochodną do zera otrzymamy

$$Q^i = \sqrt{\frac{2\lambda}{\rho \cdot C_{i+1}}\left(C_o + B_i - Q_i \cdot C_{i+1}\right)}$$

Następnie wybieramy wartość optymalną Q^* w sposób zilustrowany rysunkiem



$$Q^* = Q_2$$

6. Optymalizacja zamówień Q_i - wielu rodzajów towaru, przy zapotrzebowaniu L_i w okresie T_i, oraz dysponowaniu wspólnym magazynem o pojemności M

Koszt zaopatrzenia w i-ty towar w całym okresie T będzie równy:

$$F_i = C_i L_i + C_{oi}\frac{L_i}{Q_i} + \rho\left(\frac{C_{oi}}{Q_i} + C_i\right)\frac{Q_i}{2}\cdot \mathsf{T} = C_i L_i + C_{oi}\frac{L_i}{Q_i} + \frac{p}{2}\left(C_{oi} + C_i Q_i\right)$$

gdzie $p = \rho \cdot \mathrm{T}$

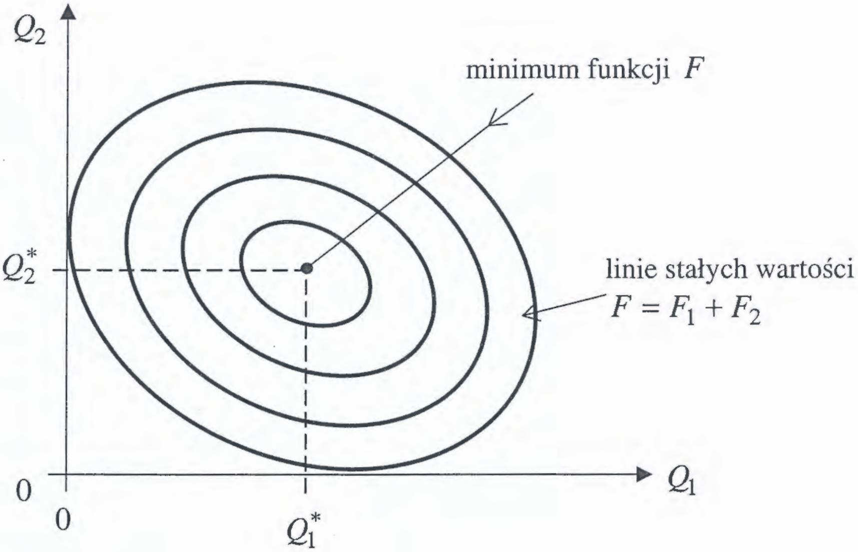
Ogółem, koszt zaopatrzenia we wszystkie towary:

$$F = \sum_i F_i = \sum_i \frac{C_{oi} \cdot L_i}{Q_i} + \sum_i C_i \cdot L_i + \frac{p}{2} \sum Q_i \cdot C_i + \frac{p}{2} \sum_i C_{oi}$$

W pierwszym kroku obliczamy niezależnie- optymalne wartości Q_i^*. Wtedy:

$$Q_i^* = \sqrt{\frac{2L_i C_{oi}}{pC_i}} = \sqrt{\frac{2L_i C_{oi}}{\mathrm{T}_i C_{hi}}} = \sqrt{\frac{2\lambda_i C_{oi}}{C_{hi}}}$$

gdzie $C_{hi} = \rho \cdot C_i$, $\lambda_i = \frac{L_i}{\mathrm{T}}$



Wprowadzamy teraz ograniczenie na ilość towaru, ze względu na wspólny magazyn.

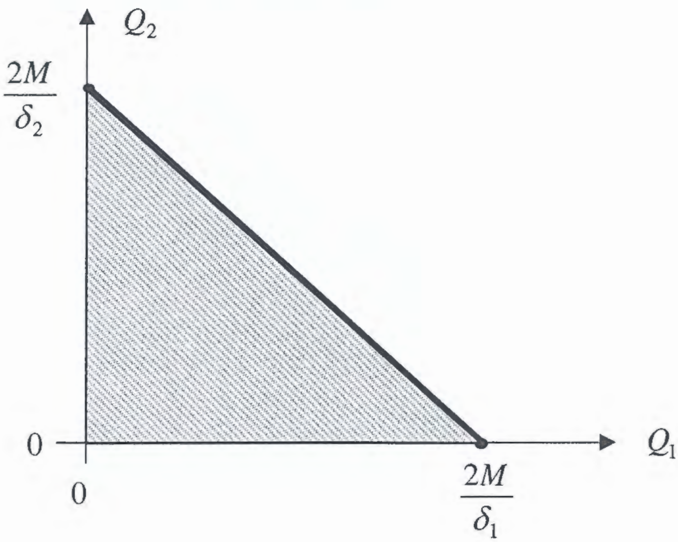
Jeżeli objętość (w m^3) jednostki towaru rodzaju i oznaczymy symbolem δ_i, to dla magazynu o pojemności M [m^3] musi być spełniona nierówność

$$\sum_i Q_i\delta_i \leq 2M$$

W szczególności dla dwóch rodzajów towarów, otrzymamy

$$Q_i\delta_i + Q_2\delta_2 \leq 2M$$

W poprzednim układzie współrzędnych (Q_1, Q_2) obszar dopuszczalnych rozwiązań będzie miał postać



Jeżeli nałożymy na siebie te dwa rysunki, to otrzymamy sytuację wyobrażoną na następnym rysunku.

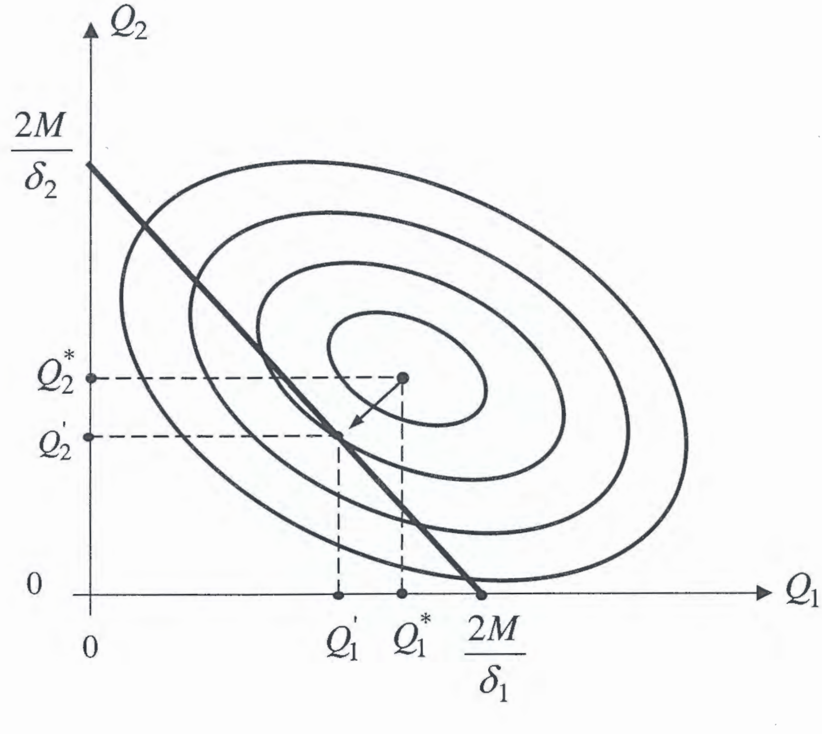
Jak to jest widoczne na rysunku, wyznaczone wartości Q_1^* oraz Q_2^* są niedopuszczalne. Musimy więc znaleźć wartości $Q_1^{'}$ oraz $Q_2^{'}$ spełniające ograniczenie na pojemność magazynu i leżące najbliżej wartości Q_1^* i Q_2^* w punkcie styczności linii stałej wartości F z prostą ograniczającą.

Formalnie, wartości Q_1^* oraz Q_2^* możemy wyznaczyć przy pomocy współczynników Lagrange'a. Mianowicie, dołączony do funkcji F składnik o postaci

$$\varepsilon \cdot (2M - \sum_i Q_i \delta_i)$$

przy tym współczynnik Lagrange'a definiujemy w następujący sposób

$$\varepsilon < 0 \quad \text{jeżeli} \quad (2M - \sum_i Q_i \delta_i) = 0$$
$$\varepsilon = 0 \quad \text{jeżeli} \quad (2M - \sum_i Q_i \delta_i) > 0$$



Funkcja F przyjmie teraz postać

$$F = \sum_i C_i L_i + \sum_i \frac{C_{oi} \cdot L_i}{Q_i} + \frac{p}{2} \sum_i (Q_i C_i + C_{oi}) + \varepsilon \cdot (2M - \sum_i Q_i \delta_i)$$

Tak otrzymaną funkcję różniczkujemy i po przyrównaniu pochodnej do zera, otrzymujemy

$$Q_i^* = \sqrt{\frac{2L_i C_{oi}}{pC_i - \varepsilon \cdot \delta_i}}$$

Następnie rozwiązujemy równanie względem niewiadomej ε

$$\sum_i \delta_i \cdot \sqrt{\frac{2L_i C_{oi}}{pC_i - \varepsilon \cdot \delta_i}} = 2M$$

dobierając metodą kolejnych przybliżeń wartości ε, tak aż dla którejś z nich: ε^* równanie to będzie spełnione.

Wtedy optymalne wartości partii dostaw będą równe:

$$Q_i^* = \sqrt{\frac{2L_i C_{oi}}{pC_i - \varepsilon^* \cdot \delta_i}} = \sqrt{\frac{2L_i C_{oi}}{C_{hi} \mathsf{T} - \varepsilon^* \cdot \delta_i}} = \sqrt{\frac{2\lambda_i C_{oi}}{C_{ni} - \varepsilon^* \dfrac{\delta_i}{\mathsf{T}_i}}}$$

Podobnie postępujemy, gdy mamy wiele ograniczeń. Wielkość ε^* ma interpretację o ile zmalałaby wartość F, gdyby pojemność magazynu wzrosła o jednostkę.

Są to tak zwane *imputed price* lub *shadow price* powierzchni magazynu.

MODELE PROBABILISTYCZNE

7. Optymalizacja wielkości Q, zamówień psującego się towaru, w przypadku popytu losowego

Zapotrzebowanie losowe jest określone, dla zadanego horyzontu czasowego, dystrybuantą:

$$P(x) = Pr\{\tilde{x} \leq x\}$$

Dla zadanej wartości Q zamówienia towaru (dla danego horyzontu) oraz wielkości nieznanych, losowych potrzeb x, wartość zysku będzie równa:

$$F(x,Q) = \begin{cases} D \cdot x + w \cdot (Q - x) - \{C \cdot Q + C_o\} & \text{dla} \quad x \leq Q \\ D \cdot Q - k \cdot (x - Q) - \{C \cdot Q + C_o\} & \text{dla} \quad x \geq Q \end{cases}$$

gdzie:

C – cena jednostki towaru zamawianego przez magazyn,

D – cena jednostki towaru dostarczanego (sprzedawanego) przez magazyn odbiorcom

$$D - C > 0 \quad \text{zysk (brutto) magazynu}$$

w – wartość nie sprzedanej jednostki towaru (gdy $Q > x$) np. gazet, ciastek, lekarstw itp. stanowiąca cenę sprzedaży przeterminowanego towaru lub uzyskiwanego zmniejszenia podatku dochodowego np. ze względu na działalność charytatywną, wynikającą z oddania niesprzedanego towaru dla organizacji pomocy społecznej,

C_o – stały koszt zamówienia, niezależnie od wielkości zamówienia Q,

k – odszkodowanie dla klienta lub kara za brak towaru.

Uwzględniając losowość wielkości potrzeb x, oczekiwana wartość zysku będzie określona wyrażeniem:

$$\overline{F}(Q) = \int F(x,Q) \cdot d\mathsf{P}(x)$$

a wielkość optymalna Q^* zamówienia wyrażeniem:

$$\max_{Q} \overline{F}(Q) = \overline{F}(Q^*)$$

gdzie $\overline{F}^* = \overline{F}(Q^*)$ jest maksymalną wartością oczekiwanego zysku jaki można osiągnąć.

Rozwiązując ten problem otrzymamy następujące warunki wyznaczające wartość Q^*

– optymalną wartością Q^* jest najmniejsza liczba całkowita spełniająca nierówność

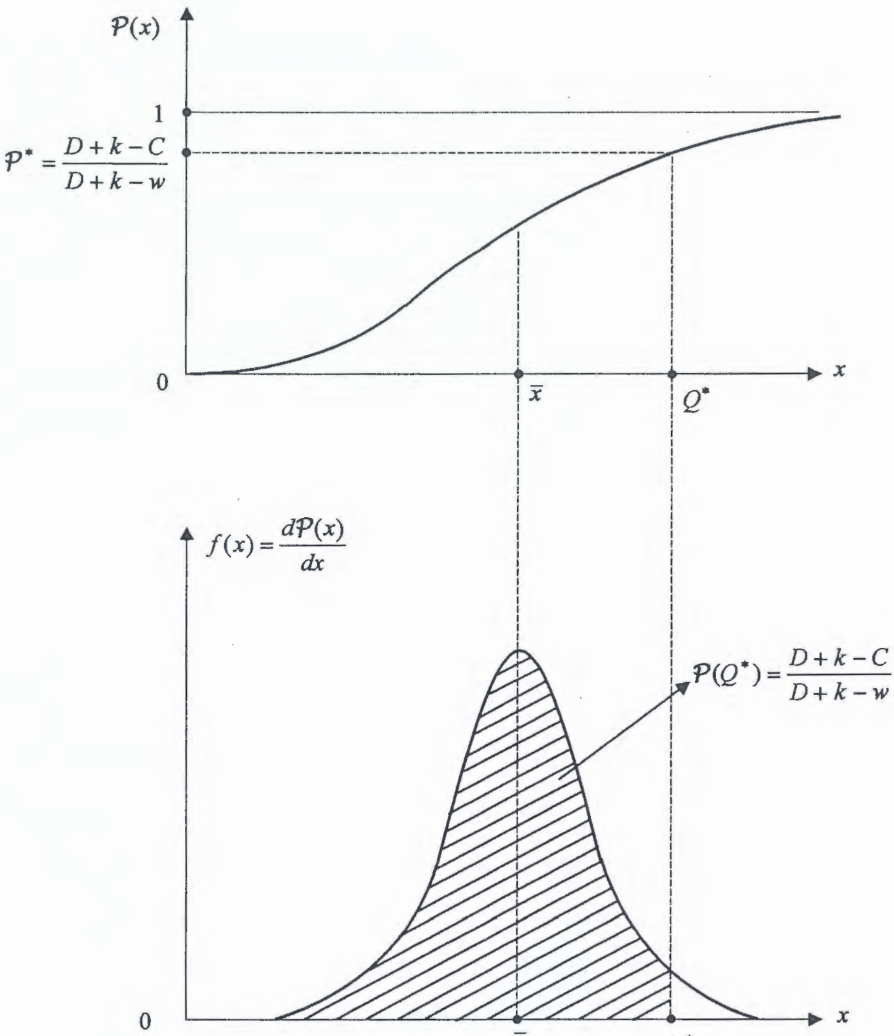
$$\mathsf{P}(x = Q^*) \geq \frac{D + k - C}{D + k - w}$$

– lub, dla dystrybuanty ciągłej $\mathsf{P}(x)$, wartość Q^* spełnia równanie

$$\mathsf{P}(x = Q^*) = \frac{D + k - C}{D + k - w}$$

Wartość $\mathsf{P}^* = \mathsf{P}(x = Q^*)$ jest nazywana optymalnym poziomem obsługi – jest to prawdopodobieństwo, że zamówienie Q^* pokryje zapotrzebowanie.

Graficzna ilustracja rozwiązania jest pokazana na rysunkach.



8. Inny model, gdy nie sprzedany towar nie traci całkowicie swej wartości

Jeżeli w okresie, dla którego określona została dystrybuanta $\mathsf{P}(x)$ zapotrzebowanie x będzie mniejsze od zamówienia Q to straty związane z dalszym przechowywaniem nadmiaru będą równe:

$$(Q-x)C_h$$

Jeżeli zapotrzebowanie przewyższyło Q to odszkodowania lub kary za brak towaru osiągną wartość:

$$(x-Q)\cdot k$$

Koszt zaopatrywania zależny od Q dla zadanych wartości x oraz Q będzie więc równy:

$$F(x,Q)=\begin{cases}(Q-x)\cdot C_h+C_o & \text{dla} \quad x\leq Q\\(x-Q)\cdot k+C_o & \text{dla} \quad x\geq Q\end{cases}$$

Jeżeli dystrybuanta $\mathsf{P}(x)=\mathsf{P}r\{\tilde{x}\leq x\}$ jest funkcją skokową (nieciągłą) to określone są wartości

$$p(x)=\mathsf{P}r\{\tilde{x}=x\}$$

Wtedy wartość oczekiwana $\overline{F}(Q)$ kosztów zaopatrywania będzie równa

$$\overline{F}(Q)=C_h\cdot\sum_{x=0}^{Q}p(x)\cdot(Q-x)+k\cdot\sum_{x=Q+1}^{\infty}p(x)\cdot(x-Q)+C_o$$

Optymalną wartość Q^* minimalizującą koszty zaopatrywania zależne od Q wyznaczamy z nierówności

$$\mathsf{P}(x=Q^*-1)<\frac{k}{C_h+k}<\mathsf{P}(x=Q^*)$$

W szczególności dla funkcji ciągłej $\mathsf{P}(x)$ mamy:

$$\mathsf{P}(x=Q^*)=\frac{k}{C_h+k}$$

lub $$\frac{k}{C_h}=\frac{\mathsf{P}(x=Q^*)}{1-\mathsf{P}(x=Q^*)}$$

Przykład:

Jeżeli w danej chwili, mamy w magazynie zapas $Z_o = 10$ jedn. towaru a w drodze do magazynu, wskutek dużej odległości, znajdują się następujące dostawy zamówione poprzednio:

$$Q_i = 2\,,4,\,1,\,10,\,11,\,5 \qquad (i = 1,2,...,6)$$

to przy funkcji gęstości prawdopodobieństwa o postaci $f(x) = 0{,}02 - 0{,}0002 \cdot x$ oraz wartości $C_h = 15$ oraz $k = 95$ otrzymamy

$$\frac{k}{C_h + k} = \frac{95}{15 + 95} = 0{,}8636$$

Następnie z wykresu funkcji $f(x)$, patrz rysunek, lub rozwiązując równanie

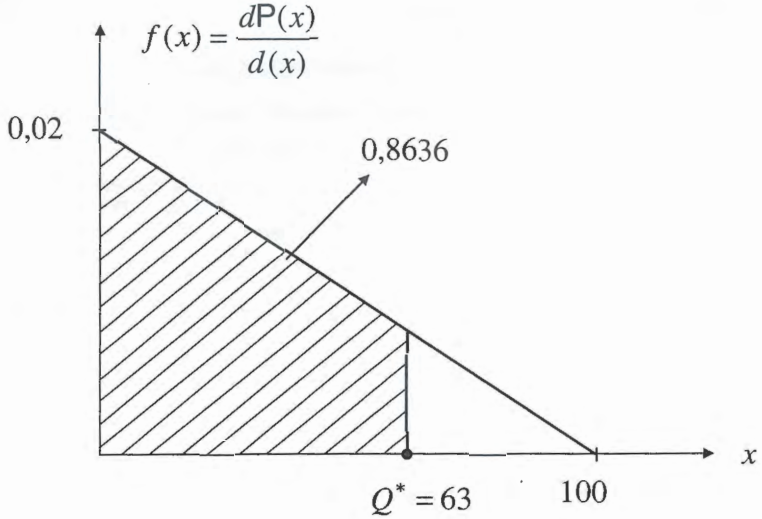
$$\int_0^{Q^*} f(x)dx = 0{,}8636$$

otrzymamy $Q^* = 63$.

Biorąc pod uwagę ilość towaru będącego w magazynie Z_o, ilość towaru znajdującego się w drodze (który jest spodziewany w magazynie przed nadejściem naszego zamówienia) otrzymamy:

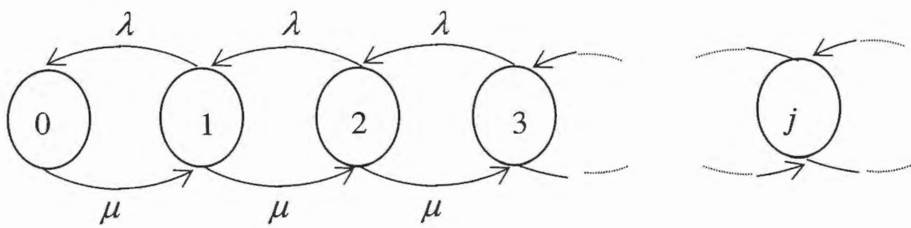
$$Q = Q^* - Z_o - \sum_{i=1}^{6} Q_i = 63 - 10 - 2 - 4 - 1 - 10 - 11 - 5 = 20$$

W rezultacie, zamówienie nr 7 winno być złożone na dostawę $Q_7 = 20$ jedn. towaru.



9. Losowa intensywność μ dostaw przy stacjonarnych, losowych zapotrzebowaniach $\lambda > \mu$

Graf procesu (dla stanów $j = 0,1,...$ zapasu w magazynie)



Wtedy prawdopodobieństwo, że w magazynie jest j jednostek towaru wyraża się wzorem:

$$p_j = \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^j \cdot \left(1-\frac{\mu}{\lambda}\right) = \rho^{-j} \cdot (1-\rho^{-j}) \quad \text{(patrz: Teoria masowej obsługi)}$$

gdzie $\rho = \frac{\lambda}{\mu} > 1$, $\rho^{-j} = \frac{1}{\rho^j}$.

Oczekiwany średni stan zapasów w magazynie będzie równy:

$$Z = \sum_{j=0}^{\infty} j \cdot p_j = \frac{\mu}{\lambda - \mu}$$

Prawdopodobieństwo p_o, że stan będzie równy zeru – magazyn będzie pusty, jest równe

$$p_o = 1 - \frac{\mu}{\lambda}$$

Koszty działalności magazynu, zależne od μ, będą miały postać

$$F = \lambda \cdot k \cdot \left(1 - \frac{\mu}{\lambda}\right) + C_h \cdot \frac{\mu}{\lambda - \mu}$$

Stąd

$$\mu^* = \lambda \cdot \left[1 - \sqrt{\frac{C_h}{\lambda \cdot k}}\right] \quad \text{jeżeli} \quad C_h < \lambda \cdot k$$

(w przeciwnym przypadku, jeżeli $C_h \geq \lambda \cdot k$,to $\mu^* = 0$)

Jeżeli dodatkowo żądamy, aby wartość p_o była nie większa od wartości p^* to mamy dodatkowe ograniczenie:

$$p_o \leq p^*$$

lub podstawiając wartość p_o,- ograniczenie

$$1 - \frac{\mu}{\lambda} \leq p^*$$

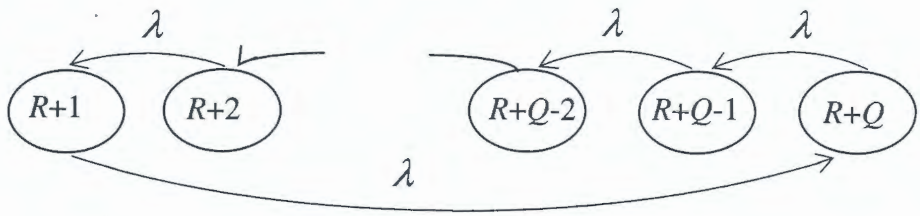
Wtedy optymalną wartość μ^* wyznaczają wzory

$$\mu^* = \begin{cases} \lambda \cdot \left(1 - \sqrt{\dfrac{C_h}{\lambda \cdot k}}\right) & \text{jeżeli} \quad p^* \geq \sqrt{\dfrac{C_h}{\lambda \cdot k}} \\ \lambda \cdot (1 - p^*) & \text{jeżeli} \quad p^* < \sqrt{\dfrac{C_h}{\lambda \cdot k}} \end{cases}$$

10. Optymalne chwile składania zamówień o stałej wartości Q, wyznaczane chwilami obniżenia się zapasu do krytycznej wartości R - strategia (Q,R)

<u>**Przypadek A**</u>, gdy czas dostawy τ jest pomijalnie mały (dostawy natychmiastowe).

Jeżeli zamówienie o wartości Q jest zawsze składane, gdy stan $Z = j$ zapasów osiągnie wartość $R+1$, to graf struktury procesu zmian stanu zapasu będzie miał postać:



gdzie: λ - intensywność zgłoszeń klientów po odbiór jednostki towaru

> **Uwaga:** Intensywność λ (ze stanu $R+1$ do $R+Q$) wynika z warunku zerowania się sumy intensywności wpływających i wypływających w każdym stanie.

Jeżeli oznaczymy symbolem $p(j,t)$ prawdopodobieństwo, że losowy stan zapasów w magazynie jest równy j w chwili t a symbolem $p(j)$ graniczna wartość $p(j,t)$ przy $t=\infty$, to te ostatnie wielkości spełniają układ równań:

$$\begin{cases} \lambda \cdot p(R+j+1) = \lambda \cdot p(R+j) & \text{dla} \quad j = 1,2,...Q-1 \\ \lambda \cdot p(R+Q) = \lambda \cdot p(R+1) & \text{dla} \quad j = Q \end{cases}$$

Wynika to stąd, że

$$p(R+Q) = p(R+Q-1) = ... = p(R+1)$$

Ale $\sum_{j=1}^{Q} p(R+j)=1$ więc

$$p(R+j)=\frac{1}{Q} \quad \text{dla} \quad j=1,2...Q$$

Stąd oczekiwany (średni) stan zapasów w magazynie

$$\overline{Z}=\sum_{j=1}^{Q}(R+j)\cdot p(R+j)=\frac{1}{Q}\sum_{j=1}^{Q}(R+j)=R+\frac{Q+1}{2}$$

W przypadku natychmiastowych dostaw należy wiec przyjąć $R^*=0$ i zagadnienie wyznaczenia optymalnej wartości Q, sprowadza się do poprzednio opisywanego przypadku.

Przypadek B, gdy czas dostawy $\tau>0$, jest istotnie różny od zera.

Wtedy od chwili złożenia zamówienia do chwili realizacji - dostawy towaru -zgłosi się do magazynu średnio $\lambda\tau$ klientów. Gdybyśmy, więc przyjęli $R=0$, to klienci ci zastaliby pusty magazyn. Gdyby przyjęć $R=\lambda\tau$, to prawdopodobieństwo, że dla przybywających klientów zabraknie towaru byłoby równe 0,5.

Jeżeli więc straty[#] magazynu spowodowane brakiem towaru byłyby równe k[zł] od każdego niezadowolonego klienta i wartość ta byłaby duża (w porównaniu do wartości λC_h), to wartość R należałoby powiększyć o zapas gwarancyjny

$$s=R-\lambda\tau$$

Wartość R i Q minimalizujące koszt zaopatrywania przy strategii (Q, R) muszą spełniać następujący układ równań

$$\mathrm{P}\left(\frac{R-\lambda\tau}{\delta}\right)=\frac{C_h\cdot Q}{\lambda\cdot k+C_h\cdot Q}$$

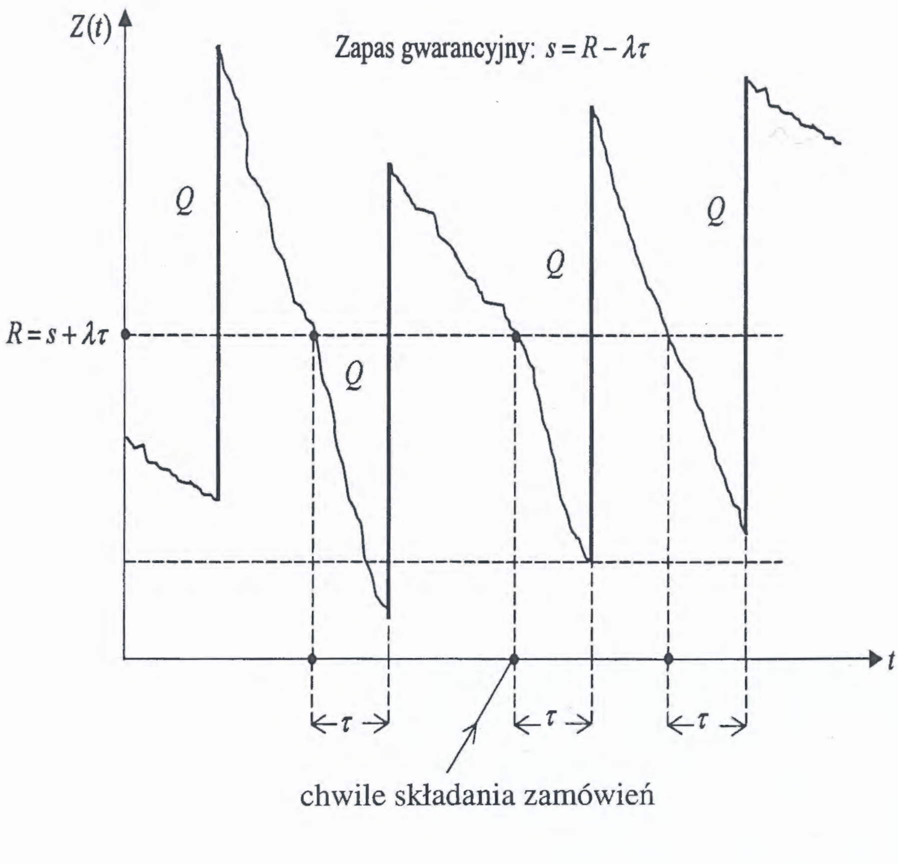
[#] mogą one wynikać np. z kosztu dostawy „extra", np. samolotem od producenta lub z magazynu konkurenta

$$Q=\sqrt{\frac{2\cdot\lambda}{C_h}\left[C_o+k\cdot\overline{\eta}(R)\right]}$$

gdzie $\overline{\eta}(R)=(\lambda\tau - \mathrm{R})\cdot \mathrm{P}\left(\frac{R-\lambda\tau}{\delta}\right)+\delta\cdot f\left(\frac{R-\lambda\tau}{\delta}\right)$

Wzory te są słuszne, gdy dystrybuanta $\mathrm{P}(x)$ jest dystrybuantą rozkładu normalnego, $\mathrm{P}(x)\equiv\Phi(x)$ a $f(x)$ jest funkcją gęstości rozkładu normalnego $f(x)\equiv\varphi(x)$.

Przykładowy przebieg wartości zapasów $Z(t)$, jest pokazany na poniższym rysunku.



Układ powyższych równań rozwiązujemy metodą kolejnych przybliżeń w następujący sposób.

Krok początkowy: obliczamy $Q_1 = \sqrt{\dfrac{2\lambda C_o}{C_h}}$.

Krok pierwszy: obliczamy R_1 z równania (1) po podstawieniu $Q = Q_1$.

Krok drugi: obliczamy Q_2 ze wzoru (2) po podstawieniu $R = R_1$.

Krok trzeci: obliczamy R_2 z równania (1) po podstawieniu $Q = Q_2$.

itd.

Proces obliczeń kończymy, gdy kolejne wartości Q_n i Q_{n+1} oraz R_n i R_{n+1} różnią się dostatecznie mało.

A_g	K_g	Zależność kosztów K_g utrzymania magazynu głównego od jego pojemności M_g	$K_g = \kappa_g \cdot Mg$ gdzie κ_g koszt utrzymania jednostki pojemn. magazynu = koszty: remontów, klimatyzacji, podatków, amortyzacji i utrzymania obsługi magazynu	κ_g
A_p A_D	K_p K_D	Jak wyżej lecz odnośnie magazynu produkcyjnego i wyrobów gotowych	$K_p = A_p \cdot \kappa_p$ $K_D = A_D \cdot \kappa_D$	κ_g
S_A	α_A	Zależność wartości sprzedaży S_A elementów A od ilości sprzedaży	$S_A = C'_A \cdot \alpha_A$ gdzie C'_A - - cena sprzedaży elementu A $(C'_A > C_A)$	C'_A
S_B S_D	α_B α_D	Jak wyżej lecz odnośnie elementu B i wyrobu D	$S_B = C'_B \cdot \alpha_B$ $S_D = C'_D \cdot \alpha_D$	C'_B C'_D

W wierzchołku M scalone są koszty utrzymania wszystkich magazynów a w wierzchołku T - całkowite koszty transportu. Ogólne koszty utrzymania systemu logistycznego w naszym, przykładowym przedsiębiorstwie są określone w wierzchołku K. Podobnie, w wierzchołku S wykazane są przychody ze sprzedaży elementów A i B oraz wyrobu D. Stosunek tych wielkości określa udział η kosztów utrzymania systemu logistyki w kwocie przychodów ze sprzedaży.

Jak nietrudno się domyślić, racjonalizacja procesów logistycznych w przedsiębiorstwie może mieć nie mniej istotne znaczenie jak racjonalizacja procesów produkcyjnych.

LITERATURA POMOCNICZA (monografie)

[1] Hanssmann F.: Operations Research in Production and Inventory Control. John Wiley, New York 1962.

[2] Hadley G., Whitin T.M.: Analysis of Inventory Systems. Prentice-Hall, Inc.1969.

[3] Lewiński P.: Metody optymalizacji zadań transportowych. WKŁ, Warszawa 1970.

[4] „Ekonometria". Optymalizacja systemu zaopatrzenia. WAT, Warszawa 1971 (współautor: Zygmunt Kaszubowski).

[5] „Ekonometria" Optymalizacja systemów transportowych. WAT, Warszawa 1971.

[6] Optymalizacja systemów przewozowych. WKŁ, Warszawa 1973. (istnieje także przekład na jęz. ros. w wydawnictwie Transport, Moskwa 1979).

[7] Wagner H.M.: Badania operacyjne. PWE, Warszawa 1980.

[8] Piasecki S.: Optymalizacja systemów zaopatrzenia. PWN, Warszawa-Łódź 1982 (współautor: Zygmunt Kaszubowski).

[9] Fijałkowski J.: Technologia magazynowania. Oficyna Wyd. PW, Warszawa 1995.

[10] Piasecki S.: Optymalizacja dostaw z wykorzystaniem transportu rurowego. PWN, Warszawa-Łódź 1986.

[11] Piasecki S.: Organization of Transport of Parcel Cargoes. IBS PAN, Warszawa 1996.

[12] Piasecki S.: Teoria organizacji – procedury projektowania. IBS PAN, Warszawa 1997.

[13] Lawrence J.A., Pasternack B.A.: Applied Management Science. John Wiley & Sons, Inc., New York 1998.

[14] Leszczyński J.: Modelowanie procesów transportowych. Oficyna Wyd. PW, Warszawa 1999.

[15] Piasecki S.: Sieciowe modele symulacyjne do wyznaczania strategii rozwoju przedsiębiorstw. Warszawa 2000.

[16] Fijałkowski J.: Transport wewnętrzny w systemach logistycznych. Oficyna Wyd. PW, Warszawa 2000.

[17] Nowicka-Skowron M.: Efektywność systemów logistycznych. PWE, Warszawa 2000.

[18] Szymanowski W. i in.: Kierowanie operacyjne w przedsiębiorstwie. PWSBiA, Warszawa 2001.

[19] Krawczyk S.: Metody ilościowe w logistyce. Wyd. C. H. Beck, Warszawa 2001.

[20] Barcik R.: Logistyka dystrybucji. Wyd. ATH. Bielsko-Biała 2003.

WYŻSZA SZKOŁA
INFORMATYKI STOSOWANEJ
I ZARZĄDZANIA

pod auspicjami POLSKIEJ AKADEMII NAUK

Wydział INFORMATYKI
studia inżynierskie i uzupełniające studia magisterskie

Wydział INFORMATYCZNYCH TECHNIK ZARZĄDZANIA
studia licencjackie, inżynierskie i uzupełniające studia magisterskie

ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa

http://www.wit.edu.pl

ISBN 83-88311-79-4