POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

TECHNOLOGIE INFORMATYCZNE W ZARZĄDZANIU SYSTEMY WSPOMAGANIA DECYZJI

pod redakcją:
Jana Studzińskiego,
Ludosława Drelichowskiego,
Olgierda Hryniewicza,
Janusza Kacprzyka

TECHNOLOGIE INFORMATYCZNE W ZARZĄDZANIU

SYSTEMY WSPOMAGANIA DECYZJI

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

Seria: BADANIA SYSTEMOWE
tom 26

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum

Warszawa 2000

TECHNOLOGIE INFORMATYCZNE W ZARZĄDZANIU SYSTEMY WSPOMAGANIA DECYZJI

pod redakcją
Jana Studzińskiego, Ludosława Drelichowskiego
Olgierda Hryniewicza i Janusza Kacprzyka

Książka zawiera wybór referatów przedstawionych na konferencji "Komputerowe systemy wielodostepne KSW'2000" w Ciechocinku w 2000 r. Konferencja pod patronatem Komitetu Badań Naukowych została zorganizowana przez Akademię Techniczno-Rolniczą w Bydgoszczy, Instytut Badań Systemowych PAN, Komisję Informatyki PAN - Oddział w Gdańsku oraz Bydgoskie Zakłady Elektromechaniczne "BELAM" S.A. w Bydgoszczy.

Komitet Naukowo-Programowy konferencji:

Witold Abramowicz, Ryszard Budziński, Ryszard Choraś, Ludosław Drelichowski (przewodniczący), Grzegorz Głownia, Adam Grzech, Jakub Gutenbaum, Olgierd Hryniewicz, Janusz Kacprzyk, Zbigniew Kierzkowski, Jerzy Kisielnicki, Adam Kopiński, Maciej Krawczak, Henryk Krawczyk, Bernard F. Kubiak, Roman Kulikowski, Marian Kuraś, Ludwik Maciejec, Marek Miłosz, Janusz Stokłosa, Jan Studziński, Zdzisław Szyjewski.

ISBN 83-85847-53-7
ISSN 0208-8028

Rozdział 3

Modele matematyczne w systemach komputerowych

MODEL MATEMATYCZNY DYNAMIKI STRUKTURY PARKU SAMOCHODOWEGO GAŁĘZI TRANSPORTU

Marek Miłosz
Politechnika Lubelska, Katedra Informatyki

W pracy przedstawiono założenia i model matematyczny do wyznaczania struktury parku samochodów w ujęciu gałęziowym i warunkach dynamicznych. Model ten jest częścią systemu, który umożliwi przewidywanie i analizę skutków wykorzystania różnych mechanizmów oddziaływania państwa na gałąź transportu.

1. Wstęp

W referacie (Miłosz, 1999) zaprezentowana została koncepcja architektury systemu do wspomagania kształtowania polityki państwa w sferze sterowania rynkiem transportu ze szczególnym uwzględnieniem procesów restrukturyzacyjnych parku samochodów, ochrony środowiska i gestii transportowej Polski na rynku europejskim. System ten ma umożliwić analizę takich działań poprzez prognozowanie ich rezultatów w wielu różnych obszarach. Modele, tworzące system, powstały w Instytucie Transportu Samochodowego (ITS) i Politechnice Lubelskiej w ramach grantu KBN „Narzędzia wspomagające kształtowanie polityki restrukturyzacji parku samochodowego". Temat ten stanowi naturalne rozwinięcie szeregu prac badawczych ITS, związanych z makroekonomicznymi aspektami transportu, a mianowicie:

- narzędzia oddziaływania Państwa w procesie dostosowywania polskiego transportu do wymagań Unii Europejskiej,
- dylematy rozwoju motoryzacji indywidualnej w Polsce,
- ekonomiczno-społeczne przesłanki podziału przewozów towarowych pomiędzy transport kolejowy i samochodowy,
- mikrokomputerowy system analizy i wspomagania efektywnego funkcjonowania parku maszyn w przedsiębiorstwie transportu towarowego.

Opracowany system (Miłosz, 1999) uwzględnia cały szereg różnych czynników i, w związku z tym, jest układem trzech wzajemnie powiązanych submodeli:

- rynku usług transportowych,
- struktury parku samochodowego (z modelem techniczno-ekonomicznym procesu zakupu, funkcjonowania i złomowania samochodu),
- zagrożeń, spowodowanych eksploatacją parku.

Istotnym elementem systemu jest model matematyczny dynamiki struktury parku samochodowego w ujęciu gałęziowym.

2. Cele i podstawowe założenia modelu

Celem modelu matematycznego dynamiki struktury parku samochodów w ujęciu gałęziowym jest prognozowanie wielkości charakteryzujących ilościową, jakościową i wiekową struktury parku gałęzi w różnych warunkach jego funkcjonowania. Warunki te są elementami prognoz (np. popyt na usługi transportowe) lub zmiennymi decyzyjnymi – elementami polityki państwa w stosunku do gałęzi transportu.

Konstrukcja modelu opiera się na założeniu, że rynek usług transportowych jest bardzo zbliżony do rynku o idealnej konkurencji w ramach danego typu usług. Taka teza znajduje poparcie w szeregu zjawisk i charakterystycznych cechach rynku usług transportowych (zarówno towarowych, jak i pasażerskich), które są widoczne w Polsce i całej Unii Europejskiej. Zjawiska te wynikają z przyjętej przez państwa Unii polityki transportowej i dostosowywaniem się Polski do tej polityki.

Jednym z kierunków polityki transportowej Unii Europejskiej jest liberalizacja rynku, wyrażająca się wprowadzenie zasad wolnorynkowych, poprzez:

- zapewnienie swobody wyboru środka transportu (i drogi transportu) przez klientów,
- równouprawnienie wszystkich przewoźników (szczególnie zrównanie w prawach przewoźników krajowych i zagranicznych, w tym także równouprawnienie – na razie w przewozach międzynarodowych – w kontaktach z krajami spoza Unii),
- zapewnienie ochrony klientów oraz poprawa jakości usług,
- odzwierciedlenie w opłatach rzeczywistych kosztów funkcjonowania transportu (w tym i samochodowego) poprzez odpowiednią politykę cenowo-podatkową,

- rozbudowę infrastruktury technicznej (szczególnie sieci dróg) w celu zapewnienia szerokiego dostępu do usług transportowych.

Tak naszkicowana polityka transportowa jest realizowana przy zwróceniu szczególnej uwagi na inne niż ekonomiczne aspekty rynku samochodowych usług transportowych, a w szczególności na aspekty ochrony środowiska. Są to elementy regulacji rynku i określonego interwencjonizmu państwowego. Mechanizm ten dotyczy jednak wszystkich podmiotów gospodarczych bez wyjątku i dlatego może być uznany za ograniczenia zewnętrzne funkcjonowania rynku usług transportowych.

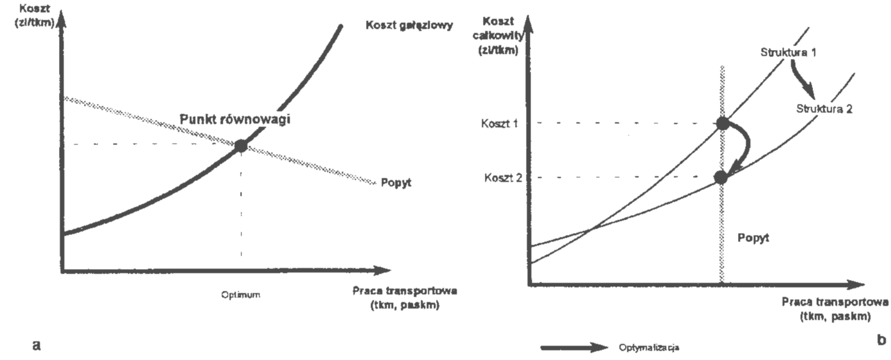
Polska od paru lat dostosowuje swoje prawodawstwo i politykę transportową do wymagań Unii. Polityka państwa będzie zatem zgodna z ww. aspektami.

Inną przesłanką, świadcząca za poprawnością tezy o rynku usług samochodowych, jest duże rozdrobnienie rynku i coraz łatwiejszy dostęp klientów do informacji o usługach. W Polsce funkcjonuje bardzo duża liczba, stosunkowo niewielkich przedsiębiorstw transportowych. Przykładowo, przewozami ładunków zajmuje się obecnie około 75 000 podmiotów gospodarczych. Z tej liczby do dużych (ponad 80 pojazdów) można zaliczyć zaledwie 18. Rynek usług transportowych w Polsce ma nadwyżkę mocy w stosunku do potrzeb. Stan taki może wpływać na dalszą liberalizację rynku i ostrą walkę konkurencyjną, a także wywoływać tendencje do racjonalizacji struktury poprzez łączenie się małych przedsiębiorstw w większe (oceniane jako bardziej konkurencyjne).

Rynek samochodowych usług transportowych można zatem określić jako rynek o idealnej (wolnej) konkurencji, w konkretnych identycznych dla wszystkich uczestników warunkach.

Dla rynku o idealnej konkurencji w ujęciu gałęziowym istnieje punkt równowagi popytu i gałęziowej podaży, wyznaczający wielkość usług transportowych (rys. 1a). Równowaga ta (w ujęciu statycznym) wyznacza wielkość zrealizowanej pracy transportowej optymalnej z punktu widzenia rynku i społeczeństwa, które gotowe jest ponieść określony koszt usług transportowych.

Koszt kształtujący cenę usług transportowych jest tzw. kosztem własnym firm transportowych. Nie uwzględnia on zwykle całego szeregu kosztów ponoszonych przez społeczeństwo, a związanych bezpośrednio lub pośrednio z realizacją usług transportowych. W przypadku interwencjonizmu Państwa koszt własny firmy transportowej zwiększa się o podatki bezpośrednie lub pośrednie.



Rys. 1. Równowaga w gałęzi (a) i jej zmiana przy różnych strukturach parku samochodowego (b)

Na rzeczywisty koszt gałęziowy składają się bowiem następujące grupy kosztów:

a) *Koszty własne firmy transportowej:* koszty zakupu i złomowania samochodu, koszty przeglądów i napraw, paliw i smarów, pracy ludzkiej, inne koszty eksploatacyjne – np. ubezpieczenia, podatki bezpośrednie, koszty przestojów na granicy, podczas załadunku/-wyładunku, koszty administracyjne itd.

b) *Koszty zewnętrzne:* koszt zanieczyszczenia środowiska, koszt wypadków, chorób zawodowych itd.

c) *Koszty społeczne:* koszt budowy i utrzymania infrastruktury komunikacyjnej, koszt zajęcia terenu, zatłoczenie dróg i miast, nieodwracalne straty w krajobrazie, wykorzystanie nieodnawialnych źródeł surowców.

Uwzględnienie tych kosztów jest niezbędne podczas analizy wpływu polityki państwa na gałąź transportu samochodowego. Konieczność płacenia pełnych kosztów funkcjonowania transportu jest bowiem jednym z elementów polityki transportowej Unii Europejskiej, a w konsekwencji powinna być elementem polityki Polski.

Transport samochodowy charakteryzuje się brakiem elastyczności cenowej popytu. Stwierdzenie to znajduje poparcie w modelu W-5 gospodarki Polski, opracowanym przez prof. W. Welfe i rozbudowanym na potrzeby gałęzi transportu przez zespół prof. T. Dorosiewicza w ITS (1996).

Jeśli rozpatrywać popyt na usługi transportowe jako nieelastyczny to równowaga w gałęzi transportu samochodowego dla wyznaczonego a priori popytu na usługi sprowadzi się do wyznaczenia kosztów całkowitych poniesionych na transport w ujęciu ogólnospołecznym. Dla różnych struktur parku koszty te są różne. Równowaga gałęziowa na minimalnym poziomie kosztów całkowitych wyznacza zatem struktury parku samochodów, optymalne z punktu widzenia polityki transportowej państwa (rys. 1b).

Koszt ten powinien być rozpatrywany w długim okresie czasu – w dynamice. Okres ten wyznacza horyzont planowania i dla procesów zmiany struktury parku samochodów jest z natury rzeczy długi – co najmniej kilkunastoletni. W tym czasie struktura parku ulega modyfikacjom. Z punktu widzenia tak długiego okresu planowania można rozpatrywać proces modyfikacji struktury parku jako proces dyskretny, w którym zmiana struktury zachodzi tylko w ściśle określonych momentach. Takimi naturalnymi momentami są końce okresów rocznych lub pięcioletnich. Działania państwa powinny być racjonalne w całym tym okresie, a więc powinny minimalizować całkowite koszty gałęziowe w całym horyzoncie planowania. Jest to trudny do prognozowania obszar, ze względu na długotrwałość procesów odnowy majątku w transporcie, wysoką kapitałochłonność inwestycji a także konieczność uwzględnienia całego szeregu czynników, parametrów i ograniczeń nie tylko natury ekonomicznej, ale też technicznej, legislacyjnej, ekologicznej, medycznej czy nawet kulturowej (np. mody).

Model dynamiczny parku samochodów uwzględnia dynamikę zakupów i usuwania samochodów z parku, a także faktu, że samochody zakupione funkcjonują w parku gałęzi aż do ich złomowania, niezależnie od tego, czy są wykorzystywane i w jakim zakresie.

Model opracowano przy następujących innych założeniach:

- siły rynkowe doprowadzają do minimalizacji kosztów całkowitych gałęzi w całym horyzoncie planowania,

$$K_c \xrightarrow[\text{struktura parku}]{} \min \tag{1}$$

- spełnia się postulat całkowitego zaspokojenia popytu przez gałąź transportu samochodowego,
- obszary zastosowań poszczególnych typów pojazdów mogą się pokrywać,
- brak jest ograniczeń w dostawach samochodów na rynek.

2.1 Model matematyczny dynamiki struktury parku samochodowego gałęzi transportu

2.2 Oznaczenia

Rozważmy popyt na usługi transportowe generowany przez rynek i zaspokajany przez park samochodów w określonym czasie - horyzoncie. Załóżmy, ze horyzont prognozowania (planowania, rozpatrzenia) T składa się z równych odcinków czasowych (interwałów, np. jednorocznych) ponumerowanych przy pomocy indeksu $t \in \{1, 2, ..., T\}$.

Zdefiniujmy (podzielmy) popyt gałęziowy (zapotrzebowanie na usługi transportowe) jako układ N jednorodnych grup zadań przewozowych, które muszą być wykonane w każdym z odcinków czasowych $t \in \{1, 2, ..., T\}$ i ponumerujmy te grupy zadań wewnątrz każdego z nich nadając mu numer $j \in \{1, 2, ..., N\}$. Przy czym y_{jt} będzie oznaczało liczbę zadań przewozowych w danej grupie $j \in \{1, 2, ..., N\}$ i w danym interwale czasowym $t \in \{1, 2, ..., T\}$. Nie zmniejszając ogólności zadania (j, t) można przyjąć, że $j \in \{1, 2, ..., N\}$ dla każdego interwału $t \in \{1, 2, ..., T\}$.

Zachodzi przy tym naturalna nierówność:

$$y_{jt} \geq 0, \quad j \in \{1, 2, ..., N\}, \quad t \in \{1, 2, ..., T\} \tag{2}$$

Macierz $\mathbf{Y} = \lfloor y_{jt} \rfloor$ wyznacza zatem zapotrzebowanie na przewozy w każdej z grup $j \in \{1, 2, ..., N\}$ w całym rozpatrywanym horyzoncie czasowym $t \in \{1, 2, ..., T\}$. Fakt braku zapotrzebowania na pewne zadanie (j, t) oznaczony jest jako: $y_{jt} = 0$.

Przyjmiemy, że dla każdego zadania przewozowego (j, t) znane są wszystkie jego parametry.

Załóżmy, że znany jest zbiór M różnych typów (marek) samochodów, które mogą realizować prace przewozowe $\mathbf{Y}$. Do zbioru tego należą wszystkie potencjalne typy samochodów (istniejące lub planowane do produkcji), które mogą być użyte do sformułowania parku samochodów gałęzi. Te typy samochodów ponumerowane są indeksem $i \in \{1, 2, ..., M\}$ i tworzą tzw. bazowy park samochodów $\mathbf{U} = \{1, 2, ..., M\}$.

W zależności od wyboru parku bazowego zadanie optymalizacyjne może rozwiązywać problem:

– optymalizacji struktury ilościowej istniejącego parku (park bazowy składa się z samochodów obecnych w istniejącym parku),
– uzasadnienie efektywności wprowadzenia konkretnego typu samochodów (do istniejącego parku dołącza się wybrany typ samochodów),

- optymalizacji struktury docelowej parku w długim horyzoncie planowania (bazowy park jest możliwie szeroki, obejmujący nawet nieistniejące a planowane do produkcji samochodów).

Przyjmijmy także, że znane są wszystkie parametry samochodu, niezbędne do wyznaczenia jego podstawowych parametrów techniczno-ekonomicznych.

Może się zdarzyć, że nie wszystkie samochody ze zbioru bazowego $\mathbf{U}$ mogą być w stanie z powodu ograniczeń technologicznych zrealizować dowolne zadanie przewozowe ze zbioru $\mathbf{Y}$. Wprowadźmy zatem binarną zmienną $\delta_{ij} \in \{0, 1\}$, gdzie $i \in \{1, 2, ..., M\}$ i $j \in \{1, 2, ..., N\}$, która oznacza potencjalną (techniczną i technologiczną) możliwość wykonania zadania przewozowego z grupy $j \in \{1, 2, ..., N\}$ przez samochód typu $i \in \{1, 2, ..., M\}$. Zmienna $\delta_{ij} = 1$, jeśli samochód o typie $i \in \{1, 2, ..., M\}$ ze zbioru $\mathbf{U}$ może wykonać zadanie przewozowe $j \in \{1, 2, ..., N\}$, w przeciwnym przypadku $\delta_{ij} = 0$.

Zauważmy, że po to by można było sformułować park samochodów ze zbioru bazowego $\mathbf{U} = \{1, 2, ..., M\}$, który wykona wszystkie prace ze zbioru $\mathbf{Y}$, musi zachodzić nierówność:

$$\sum_{i=1}^{M} \delta_{ij} \geq 1, \quad j = 1, 2, ..., N \tag{3}$$

Macierz binarną $\Delta = \lfloor \delta_{ij} \rfloor$ nazwiemy macierzą obszarów możliwych zastosowań samochodów z parku bazowego. Z drugiej strony, macierz ta wyznacza także możliwość zamiany jednych pojazdów drugimi dla danego zadania transportowego.

Oznaczmy przez $z_{i\tau}$ liczbę samochodów typu $i \in \{1, 2, ..., M\}$ zakupionych w roku (okresie czasu) τ. Zachodzi przy tym oczywista nierówność:

$$z_{i\tau} \geq 0, \; i \in \{1, 2, ..., M\}, \; \tau \in (-\infty, T) \tag{4}$$

Liczba samochodów zdolnych do realizacji zadań w dowolny interwał czasu t a zakupionych w interwał τ wynosi:

$$x_{it}^{\tau} = K_i(t - \tau) z_{i\tau} \tag{5}$$

gdzie:

$K_i(t-\tau)$ - funkcja uwzględniająca naturalne zmniejszenie się liczby samochodów typu $i \in \{1, 2, ..., M\}$ w trakcie eksploatacji z przyczyn pozaekonomicznych (głównie złomowanie po wypadkach):

$$K_i(t-\tau)=\begin{cases} 0, & t-\tau<0 \\ 1, & t=\tau \\ K_i^m, & 0<t-\tau\leq w_i, \quad m=t-\tau \\ 0, & w_i<t-\tau \end{cases} \tag{6}$$

m - liczba lat eksploatacji samochodu począwszy od roku zakupu τ;

K_i^m - współczynnik zmniejszenia liczby samochodów typu $i \in \{1, 2, ..., M\}$ w wieku m w stosunku do zakupionych m lat wcześniej: $0 \leq K_i^m \leq 1$;

w - graniczny wiek eksploatacji samochodu typu $i \in \{1, 2, ..., M\}$.

Łączna liczba samochodów w parku typu $i \in \{1, 2, ..., M\}$ w interwał czasu $t \in \{1, 2, ..., T\}$ wyrazi się zatem wzorem:

$$x_{it} = \sum_{\tau=-\infty}^{t} x_{it}^{\tau} = \sum_{\tau=-\infty}^{t} K_i(t-\tau) z_{i\tau} \tag{7}$$

W realnych zadaniach, uwzględniając (6), można zapisać:

$$x_{it} = \sum_{\tau=t-w_i}^{t} x_{it}^{\tau} = \sum_{\tau=t-w_i}^{t} K_i(t-\tau) z_i^{\tau} \tag{8}$$

Przekształcenie (7) do (8) uwzględnia fakt, że graniczny wiek eksploatowanych samochodów typu $i \in \{1, 2, ..., M\}$ jest skończony i równy: $w_i < \infty$, a zatem współczynnik $K_i^m = 0$ dla $m > w_i$.

Wprowadźmy zmienna decyzyjną x_{ijt}, określającą udział samochodów typu $i \in \{1, 2, ..., M\}$ w realizacji zadań przewozowych grupy zadań $j \in \{1, 2, ..., N\}$ w okresie $t \in \{1, 2, ..., T\}$; przy czym:

$$0 \leq x_{ijt} \leq 1, \; i \in \{1, 2, ..., M\}, j \in \{1, 2, ..., N\}, t \in \{1, 2, ..., T\} \tag{9}$$

2.3 Sformułowanie problemu optymalizacyjnego

Sformułujmy zadanie optymalizacji kosztów gałęziowych transportu samochodowego i wyznaczenia optymalnej struktury parku samochodów z uwzględnieniem dynamiki. Łączne koszty gałęziowe składają się z następujących grup kosztów:

– Koszty nabycia (pozyskania) samochodów parku:

$$C^z = \sum_{i=1}^{M} \sum_{\tau=-w_i}^{T} r_\tau c_{i\tau}^z z_i^\tau \tag{10}$$

– Koszt utrzymania samochodu - niezależny od wykonania pracy przewozowej:

$$C^u = \sum_{i=1}^{M} \sum_{t=1}^{T} r_t \sum_{\tau=t-w_i}^{t} c_{it\tau}^u K_i(t-\tau) z_i^\tau \tag{11}$$

– Koszt wykonania zadań przewozowych przez samochody parku:

$$C^p = \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} r_t \bar{c}_{ijt} x_{ijt} y_{jt} \tag{12}$$

Koszty te powinny być pomniejszone o wartość parku samochodów na koniec horyzontu planowania:

$$W^k = r_T \sum_{i=1}^{M} \sum_{\tau=T-w_i}^{T} c_{i\tau}^k K_i(T-\tau) z_{i\tau} \tag{13}$$

W formułach (10)-(12) wprowadzone zostały następujące nowe wielkości:

$c_{i\tau}^z$ - koszt zakupu jednego samochodu typu $i \in \{1, 2, ..., M\}$ w momencie τ;

$c_{it\tau}^u$ - koszt utrzymania jednego samochodu parku typu $i \in \{1, 2, ..., M\}$ w interwale $t \in \{1, 2, ..., T\}$ zakupionych w interwale τ; koszt ten można przedstawić jako koszt utrzymania samochodu, który ma $t-\tau$ lat;

$\bar{c}_{ijt}$ - średni koszt wykonania jednego zadania przewozowego z grupy zadań przewozowego $j \in \{1, 2, ..., N\}$ w okresie $t \in \{1, 2, ..., T\}$ przez samochody typu $i \in \{1, 2, ..., M\}$; uśrednienie następuje dla samochodów o różnym wieku w danym typie; średnia jest ważona liczbą samochodów o danym wieku;

$c_{i\tau}^k$ - wartość końcowa jednego samochodu parku typu $i \in \{1, 2, ..., M\}$ zakupionych w interwale τ (wartość samochodu na koniec horyzontu planowania T); jest to wartość samochodu, który na koniec horyzontu planowania ma $T-\tau$ lat.

Zadanie optymalizacji struktury parku samochodów z uwzględnieniem dynamiki sprowadza się zatem do minimalizacji:

$$C = C^z + C^u + C^p - W^k \xrightarrow[z_{i\tau},\ x_{ijt}]{} \min \qquad (14)$$

z uwzględnieniem zależności (2), (3), (4), (6), (9) i następujących ograniczeń:

– wartości zmiennej decyzyjnej $z_{i\tau}$ są ustalone dla wszystkich $\tau \le 0$:

$$z_{i\tau} = const\,,\ i \in \{1, 2, ..., M\},\ \tau \in \{-w_i + 1, -w_i + 2,\ ..., 0\} \qquad (15)$$

są to uznane za znane liczby samochodów zakupionych w latach poprzedzających początek horyzontu planowania; jest to zatem struktura starego (istniejącego, spadkowego) parku samochodów; zbiór zmiennych decyzyjnych tego typu dla każdego $i \in \{1, 2, ..., M\}$ jest zatem ograniczony do T zmiennych: $\tau \in \{1, 2, ..., T\}$;

– konieczność wykonania wszystkich zadań przewozowych (j, t) popytu $\mathbf{Y}$:

$$\sum_{i=1}^{M} x_{ijt}\delta_{ij} = 1,\ \ j \in \{1, 2, ..., N\}, t \in \{1, 2, ..., T\} \qquad (16)$$

– bilans czasu pracy dla każdego typu samochodów parku:

$$\sum_{j=1}^{N} \overline{T}_{ijt} x_{ijt} y_{jt} \le \sum_{\tau=t-w_i}^{t} T_{i\tau}^{r} K_i(t-\tau) z_{i\tau}\,,\ i \in \{1, 2, ..., M\},\ t \in \{1, 2, ..., T\} \qquad (17)$$

gdzie:

$\overline{T}_{ijt}$ - średni czas realizacji zadania przewozowego (j, t), $j \in \{1, 2, ..., N\}$, $t \in \{1, 2, ..., T\}$ przez samochód typu $i \in \{1, 2, ..., M\}$; uśrednienie następuje dla samochodów o różnym wieku w danym typie; średnia jest ważona liczbą samochodów o danym wieku;

$T_{i\tau}^{r}$ - średnioroczny czas pracy pojazdu typu $i \in \{1, 2, ..., M\}$ zakupionych w interwale τ ; czas ten można przedstawić jako średnioroczny czas pracy samochodu, który ma $t-\tau$ lat.

2.4 Rezultaty optymalizacji

W wyniku minimalizacji (14) wyznaczone są wartości zmiennych decyzyjnych $\tilde{z}_{i\tau}$ i $\tilde{x}_{ijt}$. Na ich podstawie można określić szereg istotnych parametrów parku samochodów gałęzi:

- liczbę samochodów typu $i \in \{1, 2, ..., M\}$ będących na stanie parku gałęzi w każdy interwał $t \in \{1, 2, ..., T\}$:

$$\tilde{x}_{it} = \sum_{\tau=t-w_i}^{t} K_i(t-\tau)\, \tilde{z}_{i\tau} \tag{18}$$

- strukturę jakościową optymalnego parku w każdy interwał czasu horyzontu planowania $t \in \{1, 2, ..., T\}$ _ $\tilde{\mathbf{U}}_t$:

$$\tilde{\mathbf{U}}_t = \{i : \tilde{x}_{it} > 0\},\ t \in \{1, 2, ..., T\} \tag{19}$$

- strukturę ilościową optymalnego parku w każdy interwał czasu horyzontu planowania $t \in \{1, 2, ..., T\}$ _ $\tilde{\mathbf{I}}_t$:

$$\tilde{\mathbf{I}}_t = \{\tilde{x}_{it} : i \in \tilde{\mathbf{U}}_t\},\ t \in \{1, 2, ..., T\} \tag{20}$$

- strukturę wiekową parku w każdy interwał czasu horyzontu planowania $t \in \{1, 2, ..., T\}$ dla samochodów optymalnego parku danego typu $i \in \tilde{\mathbf{U}}_t$, rozumianą jako liczbę samochodów typu $i \in \tilde{\mathbf{U}}_t$ w wieku $m \in \{0, 1, 2, ..., +\infty\}$, przy czym realnie: $m \in \{0, 1, 2, ..., w_i\}$:

$$\tilde{x}_{it}^{m} = K_i^{m}\, z_{i(t-m)},\ t \in \{1, 2, ..., T\},\ i \in \tilde{\mathbf{U}}_t,\ m \in \{0, 1, 2, ..., w_i\} \tag{21}$$

- średni wiek samochodu optymalnego parku danego typu $i \in \tilde{\mathbf{U}}_t$ w każdy interwał czasu horyzontu planowania $t \in \{1, 2, ..., T\}$:

$$\bar{h}_{it} = \frac{\sum_{m=0}^{w_i} m\, \tilde{x}_{it}^{m}}{\sum_{m=0}^{w_i} \tilde{x}_{it}^{m}},\ t \in \{1, 2, ..., T\},\ i \in \tilde{\mathbf{U}}_t \tag{22}$$

- średni wiek samochodu optymalnego parku w każdy interwał czasu horyzontu planowania $t \in \{1, 2, ..., T\}$:

$$\overline{H}_t = \frac{\sum_{i \in \tilde{U}_t} \sum_{m=0}^{w_i} m\, \tilde{x}_{it}^m}{\sum_{i \in \tilde{U}_t} \sum_{m=0}^{w_i} \tilde{x}_{it}^m}, \quad t \in \{1, 2, ..., T\} \tag{23}$$

– wielkość pracy przewozowej wykonanej przez samochody danego typu $i \in \tilde{U}$ optymalnego parku samochodów w danym okresie $t \in \{1, 2, ..., T\}$:

$$P_{it} = \sum_{j=1}^{N} \tilde{x}_{ijt} y_{jt} p_{jt}, \quad i \in \tilde{U}, \ t \in \{1, 2, ..., T\} \tag{24}$$

gdzie:

p_{jt} - wielkość zadania przewozowego (j, t),

– wielkość pracy przewozowej wykonanej przez samochody danego typu $i \in \tilde{U}$ optymalnego parku samochodów w całym horyzoncie planowania T:

$$P_i = \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{N} \tilde{x}_{ijt} y_{jt} p_{jt}, \quad i \in \tilde{U} \tag{25}$$

– wielkość niewykorzystanego budżetu czasu samochodów typu $i \in \tilde{U}$ optymalnego parku samochodów w danym okresie $t \in \{1, 2, ..., T\}$ w ujęciu bezwzględnym [j.cz.]:

$$T_{it} = \sum_{\tau = t - w_i}^{t} T_{i\tau}^r K_i(t-\tau)\tilde{z}_{i\tau} - \sum_{j=1}^{N} \overline{T}_{ijt} \tilde{x}_{ijt} y_{jt}, \quad i \in \tilde{U}, \ t \in \{1, 2, ..., T\} \tag{26}$$

– wielkość niewykorzystanego budżetu czasu samochodów typu $i \in \tilde{U}$ optymalnego parku samochodów w danym okresie $t \in \{1, 2, ..., T\}$ w ujęciu względnym – stopień wykorzystania samochodów:

$$\rho_{it} = \frac{T_{it}}{\sum_{\tau = t - w_i}^{t} T_{i\tau}^r K_i(t-\tau)\tilde{z}_{i\tau}}, \quad i \in \tilde{U}, \ t \in \{1, 2, ..., T\} \tag{27}$$

– współczynnik wykorzystania całego parku samochodów w danym okresie $t \in \{1, 2, ..., T\}$:

$$\Theta_t = \frac{\sum_{i \in \tilde{U}} \sum_{j=1}^{N} \overline{T}_{ijt} \tilde{x}_{ijt} y_{jt}}{\sum_{i \in \tilde{U}} \sum_{\tau = t - w_i}^{t} T_{i\tau}^{r} K_i (t-\tau) \tilde{z}_{i\tau}}, \quad t \in \{1, 2, ..., T\} \tag{28}$$

2.5 Dodatkowe ograniczenia

Wprowadzając dodatkowe ograniczenia możemy do problemu wnieść inne uwarunkowania funkcjonowania parku samochodów:

- ograniczenia w dostawach na rynek poszczególnych typów samochodów;
- możliwość niewykonania części zadań przewozowych z popytu (w tym przypadku konieczna jest także modyfikacja funkcji celu o dodatkowy składnik – koszt niewykonania zadań).

Ograniczenia te komplikują model, ale też umożliwiają dalsze zbliżenie go do rzeczywistości.

4. Stosowalność i rozmiar modelu

Model dynamicznej optymalizacji struktury parku samochodów uwzględnia szereg istotnych elementów procesów kształtowania struktury parku samochodów w ujęciu gałęziowym. Głównym z nich jest odwzorowanie dynamiki zmian struktury. Model umożliwia odwzorowanie zmian w strukturze wiekowej optymalnego parku samochodów, a w konsekwencji wyznaczenie tej struktury w każdy moment czasu horyzontu planowania.

Model odwzorowuje także procesy zmiany struktury, ich koszt i wpływ na koszty gałęziowe. Są przy tym uwzględniane koszty przejścia pomiędzy parkiem istniejącym a optymalnym.

Rozmiar modelu optymalizacji dynamicznej struktury parku samochodów jest dość istotny. Liczba zmiennych wynosi: $M*T+T*N*M$ a liczba ograniczeń równościowych : $N*T$ i nierównościowych: $M*W+2*M*N*T+M*T$, gdzie $W = \max_{i \in U}(w_i)$.

Nawet dla niewielkich wartości M, N, T i W rozmiar zadania jest dość duży. Przykładowo dla $M=10$, $N=50$, $T=10$ i $W=10$ liczba zmiennych decyzyjnych wynosi: 5100 a liczba ograniczeń, odpowiednio: 500 i 10200.

Zadanie programowania liniowego o liczbie zmiennych ponad 5000 stanowi istotny problem obliczeniowy (Miłosz, 1994). Realne zadania będą wymagały jeszcze większej liczby zmiennych decyzyjnych.

Literatura

Miłosz, M. (1999) Modelowanie matematyczne wpływu polityki państwa na strukturę parku maszynowego, W: Systemy informacji zarządczej. Efekty wdrożeń projektów celowych. *V Konferencja z cyklu: Komputerowe systemy wielodostępne*. Bydgoszcz-Ciechocinek, 30.09-2.10.1999, str. 159-162.

Dorosiewicz, T. (1996) Narzędzia oddziaływania Państwa w procesie dostosowywania polskiego transportu do wymagań Unii Europejskiej. *Synteza (projekt badawczy nr 9T 12C 04908)*, ITS.

Miłosz, M. (1994) Algorithms for Optimization of Large Machinery Parks Structure. *International AMSE Conference: Systems Analysis, Control & Design - SYS'94*, Lyon, July 4-6 1994. Proceedings, Vol. 3, pp. 347-352.

ISSN 0208-8029
ISBN 83-85847-53-7

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy
prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 837-35-78 w. 241 e-mail: bibliote@ibspan.waw.pl