



POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

**TECHNOLOGIE INFORMATYCZNE
W ZARZĄDZANIU
SYSTEMY
WSPOMAGANIA DECYZJI**

pod redakcją:
Jana Studzińskiego,
Ludostawa Drelichowskiego,
Olgierda Hryniewicza,
Janusza Kacprzyka



TECHNOLOGIE INFORMATYCZNE W ZARZĄDZANIU
SYSTEMY WSPOMAGANIA DECYZJI

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

Seria: BADANIA SYSTEMOWE
tom 26

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum

Warszawa 2000

**TECHNOLOGIE INFORMATYCZNE
W ZARZĄDZANIU
SYSTEMY WSPOMAGANIA DECYZJI**

pod redakcją

Jana Studzińskiego, Ludosława Drelichowskiego

Olgierda Hryniewicza i Janusza Kacprzyka

Książka zawiera wybór referatów przedstawionych na konferencji "Komputerowe systemy wielodostępne KSW'2000" w Ciechocinku w 2000 r. Konferencja pod patronatem Komitetu Badań Naukowych została zorganizowana przez Akademię Techniczno-Rolniczą w Bydgoszczy, Instytut Badań Systemowych PAN, Komisję Informatyki PAN - Oddział w Gdańsku oraz Bydgoskie Zakłady Elektromechaniczne "BELAM" S.A. w Bydgoszczy.

Komitet Naukowo-Programowy konferencji:

Witold Abramowicz, Ryszard Budziński, Ryszard Choraś, Ludosław Drelichowski (przewodniczący), Grzegorz Głownia, Adam Grzech, Jakub Gutenbaum, Olgierd Hryniewicz, Janusz Kacprzyk, Zbigniew Kierzkowski, Jerzy Kisielnicki, Adam Kopiński, Maciej Krawczak, Henryk Krawczyk, Bernard F. Kubiak, Roman Kulikowski, Marian Kuraś, Ludwik Maciejec, Marek Miłoś, Janusz Stokłosa, Jan Studziński, Zdzisław Szyjewski.

© Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa 2000

ISBN 83-85847-53-7
ISSN 0208-8028

Rozdział 2

Komputerowe systemy wspomagania decyzji

KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE DECYZJI DOT. UTRZYMANIA I MODERNIZACJI REGIONALNEJ SIECI DROGOWEJ

Stanisław Łukasik

Instytut Badań Systemowych PAN Warszawa

In this paper, we consider a class of decision support models, formulated in terms of multistage discrete optimization chains. Practical motivations of the investigations came from infrastructure maintenance management i.e. road network maintenance-repair system. The evolution of the system have been described in terms of the Markov chains. A greedy adaptive procedure and two-level optimization is proposed to determine the solution.

Key words. Maintenance-repair model for the road network, multistage discrete optimization, controlled Markov chains, discrete dynamic programming,

1. Wstęp

Nowa struktura administracyjna kraju stwarza zapotrzebowanie na systemy wspomaganie decyzji w dziedzinie zarządzania infrastrukturą w nowych rejonach administracyjnych.

W niniejszym opracowaniu przedstawiono koncepcję takiego systemu, odnoszącą się do infrastruktury drogowej. System przewidziany jest do współpracy z krajową bazą danych sieci drogowej oraz z krajowym systemem oceny stanu nawierzchni (SOSN). Postulujemy realizację krajowego systemu wspomaganie decyzji w dziedzinie utrzymania i modernizacji dróg w skali województwa lub powiatu, który odpowiadałby polskim uwarunkowaniom technicznym i organizacyjnym.

Procedury wspomaganie decyzji opracowane są w konwencji optymalizacyjnej, dla wieloletniego horyzontu czasowego, z silnie zaakcentowaną interaktywnością. Ogólna koncepcja algorytmiczna oparta jest na rozwiązaniach w dziedzinie modelowania eksploatacji i niezawodności obiektów technicznych (reliability centered maintenance) oraz fragmentarycznych rozwiązaniach krajowych, w tym modelowych i algorytmicznych propozycjach autora [2], [3] .

Omawiany system bazuje na modelu ewolucji stanu technicznego dróg i mostów, który obejmuje model degradacji technicznej oraz opis efektów zabiegów remontowych. Identyfikacja parametrów modelu ewolucji dla konkretnej sieci drogowej jest chronologicznie pierwszym zadaniem badawczym. Należy podkreślić, że administracja drogowa dysponuje bogatym zbiorem obserwacji i pomiarów stanu sieci drogowej, które powinny być do tego celu wykorzystane.

Zakładamy następujące funkcje omawianego systemu:

- ocena bieżącego stanu zużycia dróg i mostów,
- generowanie scenariuszy ewolucji stanu degradacji technicznej sieci drogowej i mostów, dla różnych, interaktywnie wybieranych strategii finansowania remontów,
- wyznaczanie niezbędnych nakładów finansowych na remonty, dla utrzymania zadanego stanu technicznego sieci drogowej, w określonym horyzoncie czasowym,
- optymalizacja programów operacji remontowych i inwestycyjnych dla zadanych scenariuszy finansowania ,
- wyznaczanie środków finansowych niezbędnych dla osiągnięcia zadanego stanu docelowego.

W porównaniu z istniejącymi na rynku zagranicznymi systemami takimi jak HDM3, HDM4 lub HIPS, prezentowane ujęcie posiada istotne nowe elementy.

Proponowany system posiada następujące elementy odróżniające :

- obok modelu degradacji dróg wprowadza odpowiedni model dla mostów, co daje kompleksowe ujęcie problemu,
- wprowadza rzeczywistą optymalizację dynamiczną, na wieloletnim horyzoncie czasowym,
- wprowadza interaktywne procedury generowania scenariuszy ewolucji oraz oceny różnych wariantów decyzyjnych,
- akcentuje w modelu degradacji istotną w polskich warunkach rolę ubytków zimowych,
- wprowadza do modelu zadanie przebudowy elementów sieci, najbardziej niebezpiecznych dla użytkowników ruchu drogowego.

2. Formalny opis modelu decyzyjnego

W zakresie optymalizacji formalnej omawiany system realizuje optymalizację dwupoziomową. Na poziomie podstawowym występują bloki opisujące odpowiednio drogi oraz mosty, natomiast na poziomie wyższym realizowana

jest dwukryterialna koordynacja rozwiązań poziomu podstawowego. Koordynacja dokonywana jest poprzez rozdział funduszy pomiędzy podsystemy poziomu podstawowego.

Równania ewolucji stanu sieci, występujące w modelu optymalizacyjnym, wykorzystywane są również w procedurach interaktywnych do generowania scenariuszy decyzyjnych. Generalnie, proponowane modele ewolucji określić można jako sterowane łańcuchy Markowa. Sterowanie w rozważanym przypadku oznacza operacje remontowe i modernizacyjne.

Poniżej podano sformułowanie tego typu modeli ewolucji stanu technicznego dla dróg i mostów.

2 a) model decyzyjny dot. dróg

Model degradacji swobodnej (przy braku operacji remontowych) każdej krawędzi grafu sieci drogowej, opisany jest klasycznym łańcuchem Markowa, w którym kolejne składowe wektora stanu $\pi_e(t) = [\pi_e^k(t)]$ określają względny udział odcinka drogi o określonej klasie zużycia $x(t) \in \{0,1\}$ w skali pełnego odcinka $e \in E$ (indeks E oznacza zbiór odcinków dróg - krawędzi grafu sieci drogowej). W przyjętej notacji wartość $x(t) = 0$ oznacza stan idealny, natomiast $x(t) = 1$ oznacza pełne zużycie techniczne.

Każdej składowej $\pi_e^k(t)$, $k \in K$ wektora stanu odpowiada określony przedział zagregowanego wskaźnika zużycia $[x_{e \min}^k, x_{e \max}^k]$. Wartość średnią przedziału oznaczmy przez χ^k . Wskaźnik zagregowany obejmuje wolnozmiennie parametry nawierzchni tzn. szorstkość, spękania i nierówności (koleiny), oraz ubytki sezonowe (zwane inaczej szkodami zimowymi).

Wskaźnik stanu drogi obejmujący tylko szorstkość, spękania i nierówności nazywamy wskaźnikiem stanu technicznego.

Przyjmujemy następujący układ strukturalny wektora zagregowanego stanu nawierzchni

$$\pi_e(t) = \left[\begin{array}{ccccc} \underbrace{\pi 1(t)} & \underbrace{\pi 2(t)} & \underbrace{\pi 3(t)} & \underbrace{\pi 4(t)} & \underbrace{\pi 5(t) \pi 6(t)} \\ \text{pierwsza klasa stanu} & \text{pierwsza klasa} & \text{druga klasa wsk.} & \text{druga klasa techn.} & \text{trzecia i czwarta klasa} \\ \text{technicznego przy braku} & \text{stanu u. techn. z} & \text{techn. bez szkód} & \text{z ubytkami zimowymi} & \text{wskaźnika stanu u techn.} \\ \text{szkod sezonowych} & \text{występowaniem} & \text{sezonowych} & & \text{z występowaniem szkód} \\ & \text{szkod zimowych} & & & \text{zimowych} \end{array} \right]$$

Obok wskaźników stanu nawierzchni w modelu sieci opisany jest zbiór elementów charakteryzujących się ponadprzeciętnymi statystykami wypadków drogowych

$$J = \{j\}, J \subseteq E = I \cup E.$$

Równania degradacji swobodnej mają postać

$$\pi_e(t+1) = A_e(q(t), \tau) \pi_e(t), e \in E \quad (1)$$

W powyższym zapisie indeks $A(q(t), \tau)$ oznacza macierz przejścia, która jest funkcją natężenia ruchu $q(t)$ oraz typu nawierzchni, wykonanej w momencie $\tau \leq t$. Typowa, diagonalno-trójkątna struktura macierzy przejścia wygląda następująco

$$A(q(t), \tau) = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{22} & 0 & & 0 & 0 \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & & 0 & 0 \\ \dots & \dots & & \vdots & \dots & \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & a_{K-2 K} & a_{K-1 K} & a_{KK} \end{bmatrix} \quad (2).$$

Operacje remontowe wybierane są ze zbioru

$$\{0, u^0, u^1, \dots, u^M\}, \quad (3)$$

który obejmuje zakres od usuwania ubytków zimowych (u^0), poprzez coraz głębsze remonty nawierzchni, aż do rekonstrukcji i poszerzenia drogi (u^M). Indeks "0" oznacza brak jakiejkolwiek operacji. Jednostkowe (na 1 km) koszty powyższych operacji, uszeregowane w porządku rosnącym, oznaczmy przez $\varphi^0, \varphi^1, \dots, \varphi^M$.

Zakładamy, że operacje u^1, u^2, \dots, u^M dają w efekcie ich przeprowadzenia nawierzchnię o pierwszej klasie jakości, oraz odpowiednie współczynniki tranzycyjne $a_{11}^m, a_{12}^m, \dots, m = 1, 2, \dots, M$. Wyższa w szeregu operacja remontowa daje trwalszą nawierzchnię, co wyrażamy poprzez mniejszą wartość odpowiedniego współczynnika tranzycyjnego. Operacja u^0 usuwa tylko ubytki zimowe nie zmieniając wsp. tranzycyjnych.

Poszerzenie drogi (u^M) wprowadza ponadto wyższe normatywne natężenie ruchu $\hat{q}_e = q_e^M$, dla modernizowanego odcinka drogi $e \in E$.

Przyjmujemy, że K-pozycyjna (w rozważanym przypadku $K = 6$), zmienna decyzyjna, odnosząca się do remontów e-tego odcinka drogi, posiada nast. strukturę

$$u_e(t) = \left[\begin{array}{cccc} 0 & \dots & \underbrace{u^{0,k}}_{m2 \text{ pozycji}} & \dots & \underbrace{u^{m,k}}_{m3 \text{ pozycji}} \end{array} \right]_{m \geq 1},$$

przy warunkach : $u^{0,1} = 0, u^{m,1} = 0, u^{m,2} = 0, u^{0,3} = 0$.

Dodatkowa zmienna decyzyjna $v^j, j \in J, J \subseteq E$, odnosi się do modernizacji odcinków niebezpiecznych dla ruchu.

$$v^j = \{0, v_1^j, \dots, v_s^j\},$$

z których każdy charakteryzuje się odpowiednim kosztem ψ_s^j .

Ewolucja stanu jakości dróg, z uwzględnieniem operacji remontowych opisana jest następującym modelem, który określimy jako sterowany, niestacjonarny łańcuch Markowa

$$\pi_e(t+1) = A_e(q(t), u(t), \tau) \pi_e(t), e \in E. \quad (4)$$

Jego macierz tranzycyjna jest funkcją zmiennych decyzyjnych $u(t)$ oraz natężeń ruchu $q(t)$.

Dla przyjętego sześćo-wymiarowego wektora stanu $\pi(t)$, macierz ta posiada następującą postać

$$A(q(t), u(t)) =$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & u^{0,2} & u^{m,3} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{22}(1-u^{0,2}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{13} & a_{23}(1-u^{0,2}) & a_{33}(1-u^{m,3}) & a_{43}(1-u^{0,4}) & 0 & 0 \\ a_{14} & a_{24}(1-u^{0,2}) & a_{34}(1-u^{m,3}) & a_{44}(1-u^{\mu 4}) & u^{0,5} & 0 \\ 0 & a_{25}(1-u^{0,2}) & a_{35}(1-u^{m,3}) & a_{54}(1-u^{\mu 4}) & a_{55}(1-u^{\mu 5}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{46}(1-u^{m 4}) & a_{56}(1-u^{\mu 5}) & u^{0,6} \end{bmatrix}$$

gdzie:

$$u^{mk} \in \{0,1\}, u^{\mu k} \in \{0,1\}, m \in \{1,2,\dots M\}, \mu \in \{0,1,2,\dots M\},$$

$$a_{ij}(t+1) = \begin{cases} a_{ij}^m - \text{jeśli } u_e(t) = u^m, \\ a_{ij}(t) - \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases} \quad (5)$$

$$\hat{q}_e(t+1) = \begin{cases} q_e^M - \text{jeśli } u_e(t) = u^M \\ \hat{q}_e(t) - \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}, e \in E. \quad (6)$$

$$J(t+1) = J(t) \setminus B(t), \text{ gdzie } B(t) = \{j \in J(t) : v^j = 1\} \quad (7)$$

Poszukiwać będziemy strategii

$$u_e^\mu(t), v^j(t), e \in E, \mu \in M \cup \emptyset, j \in J, t \in T = [t_0, t_k - 1],$$

zapewniającej minimum funkcji celu

$$F^1 =$$

$$\min_{u \in U, v \in V} \sum_{t \in T-1} \sum_{e \in E} \sum_{j \in J(t)} \eta(j) \sum_{k \in K} \left(\pi_e^k(t+1) \chi^k q_e(t+1) \left(\max \left(1, \frac{q_e(t+1)}{\hat{q}_e(t+1)} \right) \right) d_e + \kappa \sum_{m \in M} u_e^{m,k}(t) \varphi^m d_e^k \right) \quad (8)$$

Zbiory dopuszczalne decyzji $U = \{u\}$, $v = \{V\}$ wyznaczone są przez zależności

$$\sum_{e \in E} \sum_{m \in M} u_e^m(t) \varphi^m + \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} v_s^j(t) \psi_s^j \leq \Phi^1(t), t \in T-1 \quad (9)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{m \in M} u_e^m(t) \leq 1, e \in E \quad (10)$$

$$\sum_{m \in M} u_e^m(t) \leq 1, e \in E, t \in T \quad (11)$$

$$\sum_{t \in T-1} \sum_{s \in S} v_s^j(t) \leq 1 \quad (12)$$

$$u_e^m(t) \in \{0,1\}, e \in E, m \in M, v_s^j(t) \in \{0,1\}, j \in J, s \in S, t \in T.$$

Ponadto założymy że na końcu horyzontu planowania spełniony będzie warunek

$$\pi^1(t_k) + \pi^2(t_k) + \pi^3(t_k) \geq \alpha, \quad (13)$$

Współczynnik $\alpha \leq 1$ wybierany jest opcjonalnie.

Stan początkowy układu określony jest przez $\pi(t_0), A(t_0), q(t_0), J(t_0)$.

Obok wcześniej ustalonych oznaczeń, powyżej przyjęto

κ - wskaźnik przeliczeniowy kosztów inwestycyjnych oraz utrudnień ruchu drogowego, $\eta(j)$ - wskaźnik zagrożeń ruchu, $\Phi^1(t)$ - sumaryczne środki przeznaczone na remont i modernizację dróg w roku t .

Horyzont planowania T dobrano zgodnie z doświadczeniami technologii utrzymania dróg, tak aby słuszne były ograniczenia (10), (12). Horyzont ten wynosi 8 lat.

2b) model decyzyjny dot. mostów

Wskaźnikiem technicznym zużycia mostu jest spadek nośności w stosunku do nośności nominalnej; $y_1^n(t) \in \{0,1\}$, $n \in N$, gdzie N oznacza zbiór mostów.

Druga składowa wektora degradacji mostu opisuje stan jego nawierzchni drogowej, która ze względu na względnie małą długość wyrażona będzie jedną zmienną $y_0^n(t) \in \{0,1\}$.

Zmienna decyzyjna dot. nawierzchni mostu wyznaczana jest z tego samego zbioru (3), jak w przypadku dróg. Decyzje dot. remontów konstrukcji nośnej mostu wybierane są ze zbioru, który jest wyspecyfikowany indywidualnie dla każdego z mostów.

$$W^n = \{0, w_1^n, w_2^n, \dots\}, n \in N. \quad (14)$$

Równania ewolucji stanu zużycia mostu zapiszemy jak poniżej

$$y_0^n(t+1) = \begin{cases} a_0^n(t, \tau) y_0^n(t) + \omega(t) & - \text{jeśli } u^n(t) = 0 \\ \bar{y}_0^m & - \text{jeśli } u^n(t) = u^m \end{cases} \quad (15)$$

$$y_1^n(t+1) = \begin{cases} a_1^n(t) y_1^n(t) + \omega(t) & - \text{jeśli } w^n(t) = 0 \\ \bar{y}_1^m & - \text{jeśli } w^n(t) = w^m \end{cases} \quad (16)$$

$$a_0^n(t+1) = \begin{cases} a_0^n(t) & - \text{jeśli } u^n(t) = 0 \\ a_0^m & - \text{jeśli } u^n(t) = u^m \end{cases} \quad (17)$$

$$a_1^n(t+1) = \begin{cases} a_1^n(t) - \text{jeśli } w^{n,m}(t) = 0 \\ a_1^m - \text{jeśli } w^{n,m}(t) = w^m \end{cases} \quad (18)$$

$$\hat{q}_n(t+1) = \begin{cases} q_n^M - \text{jeśli } w_n(t) = w^m, m \in M_w \\ \hat{q}_n(t) - \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases} \quad (19)$$

$$u^{,mn}(t) \in \{0,1\}, w^{n,m}(t) \in \{0,1\}, t \in T-1, n \in N$$

Na zmienne decyzyjne nałożone są ograniczenia

$$\sum_{n \in N} \sum_{m \in M_w} (u^{n,m}(t) \varphi_m^n(t) + \sum_{m \in M_w} w^{n,m}(t) \Psi^m) \leq \Phi^2(t), t \in T-1 \quad (20)$$

$$\sum_{t \in T-1} \sum_{m \in M_w} w^{n,m}(t) \leq 1, n \in N \quad (21)$$

$$\sum_{t \in T-1} \sum_{m \in M_w} u^{n,m}(t) \leq 1, n \in N \quad (22)$$

Wprowadzimy jeszcze ograniczenia na stan końcowy

$$\begin{aligned} p(y_0^n(t_k) \leq \beta_0^n) &\geq \gamma_0^n, \\ p(y_1^n(t_k) \leq \beta_1^n) &\geq \gamma_1^n, \quad n \in N \end{aligned} \quad (23)$$

Przez $p(y) \geq \beta$ zapisujemy warunek : prawdopodobieństwo zdarzenia y jest większe od β .

Indeks $\hat{q}^n(\cdot)$ oznacza normatywne natężenie ruchu na moście $n \in N$, natomiast Ψ^m - koszt odpowiedniej operacji remontowej konstrukcji nośnej mostu.

Zmienna $\omega(t)$ określa wpływ czynnika losowego w modelu procesu degradacji (12), (13).

Ograniczenie (19) wyraża limity środków finansowych, natomiast (20) i (21) - limitują częstotliwość operacji remontowych i modernizacyjnych.

Funkcję celu dla zbioru mostów zapiszemy następująco

$$F^2 = \min_{u \in U, w \in W} \sum_{t \in T-1} \sum_{n \in N} \left(\sum_{m \in M_u} u^{n,m}(t) \varphi_m^n(t) + \sum_{m \in M_w} w^{n,m}(t) \Psi^m + \right. \\ \left. + \kappa E (y_1^n(t+1) y_0^n(t+1) \left(\frac{q^n(t+1)}{\hat{q}^n(t+1)} \right)) \right) \quad (24)$$

Podobnie jak w (8), powyższy wskaźnik jakości jest ważoną sumą kosztów technicznych oraz kosztów utrudnień ruchu. Dla drugiej składowej określamy wartość oczekiwaną.

2c) koordynacja rozwiązań lokalnych

Zadanie koordynacji polega na podziale środków finansowych $\ddot{\Phi} = \{ \Phi(t) \}$, na składowe $\Phi^1 = \{ \Phi^1(t) \}$, $\Phi^2 = \{ \Phi^2(t) \}$, $t \in T-1$ (pomiędzy drogi i mosty). Zadanie to formułujemy jako zadanie dwukryterialne

$$\min_{\Phi^1, \Phi^2} \left[\begin{array}{l} F^1(\Phi^1) \\ F^2(\Phi^2) \end{array} \right], \text{ przy warunku } \Phi^1 + \Phi^2 \leq \ddot{\Phi}, \quad (25)$$

W powyższym zapisie przyjęto oznaczenia

$F^1(\Phi^1)$, $F^2(\Phi^2)$ – optymalne wartości lokalnych funkcji celu (8) i (24), traktowane jako funkcje ograniczeń Φ^1, Φ^2 ,

Dodatkowo wprowadzamy ograniczenia dopuszczalnego poziomu zużycia na końcu przedziału planowania

$$\begin{aligned} x_e(t_k) &\leq x_e^{\min}, e \in E, \\ y_0^n(t_k) &\leq y_0^{\min}, n \in N, \\ y_1^n(t_k) &\leq y_1^{\min}, n \in N. \end{aligned} \quad (26)$$

3. Charakterystyka algorytmów

Każde z przedstawionych powyżej zadań optymalizacji wymaga specjalnej procedury poszukiwania rozwiązań, co przedstawiono w pracach [2], [3].

Generalnie rozwiązanie zadania 2a oparte jest na koncepcji gradientu dyskretnego [1], rozwiązanie zadania 2b wykorzystuje metodę programowania dynamicznego, natomiast dwukryterialna koordynacja rozwiązań lokalnych (zadanie 2c), oparta jest na metodach programowania celowego.

Przypomijmy, że metoda programowania dynamicznego sprowadza się do rozwiązywania w sposób rekurencyjny , dla $t = t_k - 1, t_k - 2, \dots, t_0$,

nast. zadania dyskretnej optymalizacji

$$\Psi(x(t)) = \min_{u(t) \in U(t)} \{ \phi(u(t), x(t+1)) + \Psi(x(t+1)) \}, \quad (27)$$

przy warunku $x(t+1) = f(x(t), u(t))$.

Zapis $\phi(u(t), x(t+1))$ oznacza lokalną funkcję celu , dla określonego t , natomiast $\Psi(x(t))$, $\Psi(x(t+1))$ – funkcję Bellmana.

Kluczowym problemem obliczeniowym jest ograniczanie liczności zbiorów stanów dopuszczalnych $X(t) = \{ x(t) \}$ na każdym etapie $t \in T$. Doświadczenia obliczeniowe wskazują na realną możliwość rozwiązywania zadań (27), dla wymiarowości wektora stanu $x(t)$ mniejszej od dziesięciu. Można więc stosować programowanie dynamiczne do zadań typu 2a, przy odpowiednio małej liczności zbioru E . Dla większej wymiarowości zadania , procedurę iteracyjną opieramy na gradientach dyskretnych, określanych wewnątrz zbiorów dopuszczalnych $U(t)$. Stosowanie tej procedury ułatwia aktywność ograniczeń (20) , (21). Przykładowo podamy formułę wyznaczania gradientu dyskretnego względem zmiennej u^m , $m \geq 1$, funkcji celu (8).

$$\begin{aligned} \Delta_u F(u_e^m(t), \pi(t)) = & \sum_{k \in K} \pi(t) \eta_k^j \chi^k \sum_{\tau=t}^{\tau=t_k-1} \\ & \prod_{v=t}^{v=\tau} A(v) q_e(\tau) \left(\max \left(1, \frac{q_e(\tau)}{\hat{q}_e(t)} \right) \right) d_e - \\ & - \sum_{\tau=t+1}^{\tau=t_k-1} \pi(t) \prod_{v=t+1}^{v=\tau} A(u^m(t), v) d_e \end{aligned} \quad (28)$$

W zadaniu 2b , po dokonaniu dyskretyzacji rozkładu gęstości prawdopodobieństwa zmiennej $\omega(t)$, tworzymy procedurę typu (27), na bazie odpowiednio zdyskretyzowanego modelu (14) - (23).

4. Wykaz literatury

1. Kowaliow M.M. Matroidy w dyskretnej optymalizacji .
wyd. Uniw. Mińsk 1992,
2. S. Łukasik . Model decyzyjny planowania remontów sieci transportowej .
Mat. III Konf. BOS 93~Warszawa 1993,
3. S.Łukasik . Two-level algorithm for maintenance optimization
17 Kongr. IFIP Praga 1995

ISSN 0208-8029
ISBN 83-85847-53-7

**W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy
prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 837-35-78 w. 241 e-mail: bibliote@ibspan.waw.pl**