



POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

WSPOMAGANIE DECYZJI INWESTYCYJNYCH

**Roman Kulikowski,
Marek Libura,
Leon Słomiński**



WSPOMAGANIE DECYZJI INWESTYCYJNYCH

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

Seria: BADANIA SYSTEMOWE
tom 21

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum

Warszawa 1998

Roman KULIKOWSKI

Marek LIBURA

Leon SŁOMIŃSKI

**WSPOMAGANIE DECYZJI
INWESTYCYJNYCH**

Publikację opiniowali do druku:

Prof. dr hab. Maria Podgórska
Doc. dr hab. Leszek S. Zaremba

Książka powstała w wyniku realizacji projektu badawczego
finansowanego przez KOMITET BADAŃ NAUKOWYCH

Copyright © by Instytut Badań Systemowych PAN
Warszawa 1998

ISBN 83-85847-09-X
ISSN 0208-8029



Biblioteczna

Gench

44006

Część II.
Modelowanie
dyskretne
i optymalizacja
w analizie portfelowej
na rynku papierów
dłużnych

1. Wprowadzenie. Charakterystyka instrumentów finansowych

Ta część monografii jest poświęcona metodom i technikom modelowania matematycznego dyskretnego zastosowanym do portfeli inwestycyjnych złożonych z papierów wartościowych, szczególnie papierów dłużnych. Modele matematyczne, o których mowa, należą do liniowych modeli programowania mieszanego. Występują w nich zmienne decyzyjne mieszane: zmienne ciągłe - zmienne o wartościach rzeczywistych i zmienne całkowitoliczbowe - zmienne o wartościach całkowitych. Pokazujemy przy tym szerokie możliwości jakie daje zastosowanie zmiennych całkowitoliczbowych, a szczególnie zmiennych zero-jedynkowych, w modelowaniu specyficznych warunków, którym musi sprostać funkcja celu i ograniczenia. Złożone warunki modelowania są stymulowane różnorodnymi potrzebami inwestorów, którzy realizują swoje cele i starają się sprostać wymaganiom organizacyjnym oraz porządkowym obowiązującym na rynkach finansowych. Znaczenie tych metod ilustrujemy wieloma oryginalnymi przykładami.

Są przynajmniej dwa powody, dla których koncentrujemy uwagę na modelowaniu decyzji inwestycyjnych na rynku papierów dłużnych (bony skarbowe i pieniężne, obligacje skarbowe i komunalne, certyfikaty depozytowe itp.) i ich instrumentów pochodnych (instrumenty terminowe, opcje, kontrakty wymienne). Po pierwsze, rynek finansowych papierów dłużnych jest szczególnie bogaty w sytuacje analityczno-decyzyjne, które w modelu matematycznym wymagają użycia zmiennych dyskretnych. Po drugie, należy spodziewać się bardzo dynamicznego rozwoju tego rynku w naszym kraju w związku z powstawaniem i rozwojem funduszy inwestycyjnych, ta-

kich jak fundusze emerytalne, ubezpieczeniowe i powiernicze, oraz rynku papierów dłużnych hipotecznych.

Rynek papierów dłużnych jest zdominowany przez inwestorów instytucjonalnych. Wśród tych ostatnich interesują nas szczególnie ci inwestorzy instytucjonalni, którzy większość swoich aktywów trzymają w instrumentach dłużnych. Są to wspomniane fundusze emerytalne i ubezpieczeniowe. Dla tych funduszy, które charakteryzuje długi horyzont inwestowania i ostre wymagania w odniesieniu do kontroli ryzyka inwestycji, papiery wierzycielskie i ich instrumenty pochodne są szczególnie atrakcyjne.

Znaczenie programowania dyskretnego dla modelowania decyzji inwestycyjnych stanie się oczywiste po przedstawieniu takich bezpośrednich i pośrednich sytuacji, których poprawne ujęcie w modelu matematycznym jest niemożliwe lub niepraktyczne bez zastosowania zmiennych mieszanych. Oto niektóre przykłady potwierdzające wypowiedzianą tezę, których rozwinięcie znajdzie Czytelnik w dalszej części pracy:

- Modelowanie warunków technicznych obrotu giełdowego (kwantowanie skoków zmiany ceny w systemie notowań ciągłych, ograniczenia na wielkość dziennej zmiany ceny, ograniczenia na liczbę zawieranych jednocześnie kontraktów terminowych, np. kontraktów terminowych FUTURES i inne).
- Obrót instrumentami o ustalonych nominałach, zadawanych przez wartość minimalną nominału i przez przyjęty kwant skoku, o który może się ona zmieniać, a także emisja instrumentów o dużych wartościach nominału.
- Obrót pakietami i blokami instrumentów pochodnych oraz ograniczenia stąd wynikające.
- Stałe i proporcjonalne do skali inwestycji koszty transakcji.
- Inwestycje z minimalnym progiem początkowym wartości.

- Modelowanie wypłat z inwestycji na rynku instrumentów pochodnych: kontrakty terminowe FUTURES, kontrakty opcyjne, kontrakty SWAP i inne.
- Optymalne kształtowanie (rozmiar) i ich szeregowanie (ustalenie terminów zapadalności) transz dla hipotecznych papierów dłużnych typu CMO (*Collateralized Mortgage Obligation*).
- Eliminacja małych transakcji w modelach typu „ryzyko-zysk” i w modelach z funkcją użyteczności.
- Wklęsłe/wypukłe funkcje kosztów lub zysków z inwestycji (efekt skali).
- Umowna (dla celów analitycznych) i faktyczna (wymuszana przez rynek) zastępowalność jednego instrumentu kompozycją innych instrumentów (instrumenty syntetyczne) oraz postępowanie odwrotne - dekomponowanie strumienia pieniądza.
- Odtwarzanie pożądanых (nietypowych) funkcji wypłat dla instrumentów i ich portfeli przez ciąg transakcji.
- Modelowanie przepływów pieniężnych i operacji finansowych za pomocą sieci przepływów.

Proces inwestowania na rynku finansowym można traktować jako czasowy ciąg decyzji inwestora o zakupie/sprzedży instrumentów oferowanych przez rynek powszechny, lub instrumentów specjalnie dla tego inwestora skonstruowanych. Decyzje inwestycyjne wywołują rozłożony w czasie strumień pieniądza, w postaci wpływów i wypłat, którego efekt wypadkowy ma przynieść inwestorowi korzyści wyrażone w przyjętych przez niego miarach.

W języku optymalizacji oznacza to zwykle maksymalizację odpowiednio zdefiniowanego zwrotu, przy kontrolowanym poziomie ryzyka, lub minimalizację przyjętej miary ryzyka, przy kontrolowanym poziomie zwrotu. Teorie portfela inwestycyjnego zmierzają do identyfikacji reguł rządzących rynkiem i zachowaniami jego aktorów i oferują procedury i techniki analityczno-decyzyjne pomagające przy

podejmowaniu decyzji zadowolających lub optymalnych. Ważnym ogniwem nowoczesnego wspomaganie procesu decyzyjnego jest model matematyczny, który ułatwia komputeryzację wielu uciążliwych i czasochłonnych czynności, ale także, co ważniejsze, istotnie poszerza możliwości szybkiego i jakościowo doskonalszego decydowania.

W rozdziale 4 niniejszej części zajmiemy się szczegółowo modelowaniem wyliczonych wyżej warunków, natomiast tutaj sprecyzujemy klasy zadań programowania matematycznego, do których należą będą nasze modele. Te klasy zadań to ogólne zadanie programowania mieszanego i zadanie przepływu w sieci. Formalnym postaciom pierwszego zadania oraz związanymi z nim ciekawymi problemami algorytmicznymi i obliczeniowymi jest poświęcona Część III tej monografii. Chociaż zadanie drugie można traktować jako bardzo szczególny przypadek zadania pierwszego, to za celowe uważamy zarówno krótkie powtórzenie zapisu zadania programowania mieszanego jak i wyodrębnienie formalnej postaci zadania drugiego. Zabieg ten powinien ułatwić Czytelnikowi zrozumienie problematyki bieżącej części monografii.

1.1. Zadanie programowania dyskretnego i zadanie przepływu w sieci

Zadanie programowania matematycznego mieszanego polega na znalezieniu ekstremum liniowej funkcji celu, przy liniowych nierównościach i/lub równościach oraz przy założeniu, że część zmiennych przyjmuje wartości rzeczywiste, a część - całkowitoliczbowe (ogólniej dyskretne). Zadanie to zapiszemy w następującej postaci:

$$\max(cx + dy) \quad (1.a)$$

przy ograniczeniach:

$$Ax + Dy \leq b \quad (1.b)$$

$$\mathbf{x} \geq 0, \mathbf{y} \geq 0, \mathbf{y} \in Z^r, \quad (1.c)$$

gdzie: \mathbf{A} - macierz o wymiarach m na n , \mathbf{D} - macierz o wymiarach m na r , \mathbf{c} - wektor n -wymiarowy, \mathbf{d} - wektor r -wymiarowy, \mathbf{b} - wektor m -wymiarowy, Z^r jest r -wymiarową przestrzenią wektorów całkowitoliczbowych, \mathbf{x} - n -wymiarowy wektor w przestrzeni liczb rzeczywistych, \mathbf{y} - wektor r -wymiarowy w przestrzeni liczb całkowitych Z^r .

Powyższe zadanie obejmuje zadanie programowania liniowego (bez zmiennych całkowitoliczbowych) i zadanie programowania dyskretnego (bez zmiennych ciągłych), co pozwala na bardzo elastyczne podejście do modelowania różnorodnych przedsięwzięć w zakresie inwestycji kapitałowych, Dahl, Meeraus, Zenios (1989), Dell'Omo i Speranza (1992), Faaland (1974), Nauss (1988), Pettway (1973).

W dalszym ciągu będziemy się posługiwać różnymi zmiennymi decyzyjnymi, reprezentowanymi przez liczby rzeczywiste, dyskretne, całkowite, zero-jedynkowe (liczby binarne). Między tymi zmiennymi zachodzą oczywiste związki, które przytaczamy.

Stosujemy oznaczenia:

- Zmienne rzeczywiste nieujemne: $x_k, k = 1, 2, \dots, x_k \geq 0$.
- Zmienne dyskretne (wartości ze skończonego zbioru liczb rzeczywistych): $S = \{s_1, s_2, \dots, s_r\}$.
- Zmienne całkowitoliczbowe: $y = 1, 2, \dots, u$.
- Zmienne binarne: $z \in \{0, 1\}$.

Jeżeli zmienna x ma przyjmować wartości reprezentowane przez zbiór S (zakładamy: $s_l \geq 0, l = 1, \dots, r$), to za cenę r zmiennych binarnych i dwóch ograniczeń można ją traktować jak nieujemną zmienną rzeczywistą:

$$x = s_1 z_1 + s_2 z_2 + \dots + s_r z_r, \quad \sum_{l=1}^r z_l = 1, \quad x \geq 0 \quad (2)$$

Jeżeli zmienna całkowita $y = u$, to można ją zawsze zastąpić sumą u zmiennych binarnych:

$$y = z_1 + z_2 + \dots + z_u \quad (3)$$

lub rozwinięciem binarnym:

$$y = 2^0 z_0 + 2^1 z_1 + \dots + 2^u z_u \quad (4)$$

Zmienną binarną z można zastąpić zmienną całkowitoliczbową: żądanie $z = 0$ lub $z = 1$ jest równoważne dwóm nierównościom:

$$y \leq 1, y \geq 0, y - \text{liczba całkowita.} \quad (5)$$

Zadanie (1.a) - (1.c) jest zadaniem o dużej ogólności w klasie liniowych, jednokryterialnych zadań programowania matematycznego. Obejmuje ono zadanie programowania matematycznego wyłącznie w liczbach rzeczywistych oraz zadanie programowania matematycznego wyłącznie w liczbach całkowitych.

Nas interesuje również klasa zadań łączących poniekąd cechy obydwu skrajnych przypadków, mianowicie - zadania programowania matematycznego sieciowego. Jest to klasa zadań ze zmiennymi rzeczywistymi (występują tylko zmienne - wektory \mathbf{x}), dla której macierz \mathbf{A} (macierz \mathbf{D} i wektor \mathbf{d} są równe zeru) ma specjalną strukturę. W szczególności, gdy współczynniki macierzy \mathbf{A} i składowe wektora \mathbf{b} są liczbami całkowitymi to istnieje rozwiązanie optymalne (wektor \mathbf{x}_{opt}) całkowitoliczbowe, Garfinkel i Nemhauser (1978). Dalsze ograniczenie własności macierzy \mathbf{A} i wprowadzenie ograniczeń górnych na składowe wektora \mathbf{x} ($x_j \leq 1$, dla wszystkich j) gwarantuje istnienie rozwiązania optymalnego binarnego.

Zadanie programowania sieciowego jest wyróżniane ze względu na istnienie efektywnych algorytmów i pakietów komputerowych, które są w stanie rozwiązywać tego typu zadania dla wielu tysięcy zmiennych i ograniczeń w czasie znacznie krótszym od czasu rozwią-

zywania przy pomocy ogólnych algorytmów programowania liniowego, Glover i in. (1978).

Nakład obliczeń (złożoność obliczeniowa) przy zastosowaniu algorytmów dopasowanych do specyficznej struktury zadania przepływów w sieci jest znacznie niższy od nakładu obliczeń przy zastosowaniu algorytmów ogólnych programowania liniowego lub mieszanego.

Zorientowaną sieć skończoną będziemy zapisywać jako parę $S = (W, A)$, gdzie: W jest zbiorem obiektów nazywanych węzłami, A jest zbiorem obiektów nazywanych łukami. Przyjmujemy, że moc zbioru W jest równa $n < +\infty$, a moc zbioru A jest równa $m < +\infty$. Elementy zbioru W są numerowane za pomocą liczb całkowitych $i = 1, \dots, n$, zaś elementy zbioru A - liczbami całkowitymi $k = 1, 2, \dots, m$. Łuki są to uporządkowane (istota orientacji sieci) pary (i, j) węzłów $i, j \in W$, przy czym węzeł i jest początkiem łuku, a węzeł j - jego końcem. Dopuszcza się występowanie łuków wielokrotnych (skończona liczba łuków łączy tę samą parę węzłów) - w tym przypadku potrzebne są dodatkowe indeksy do odróżnienia łuków, np. $(i, j)_r$, $r = 1, 2, \dots$.

Węzłom są przypisywane liczby rzeczywiste $b(i)$, $i \in W$, przy czym: węzły dla których $b(i) > 0$ są nazywane źródłami (liczbę $b(i)$ nazywa się wypływem), węzły dla których $b(i) < 0$ są nazywane ujściami (liczbę $b(i)$ nazywa się wpływem), a węzły dla których $b(i) = 0$ są węzłami przejściowymi.

Każdemu łukowi $k \in A$, przypisuje się trójkę liczb rzeczywistych stałych: $l_k \geq 0$ (pojemność dolna łuku), $u_k \leq 0$ (pojemność górna łuku), c_k - nazywana umownie "kosztem" (możliwe interpretacje tego parametru będą dyskutowane dalej), i liczbę rzeczywistą - zmienną x_k : $l_k \leq x_k \leq u_k$, nazywaną zmienną decyzyjną, która reprezentuje wielkość przepływu między węzłami.

Dla tak opisaney sieci definiuje się zadanie znalezienia przepływu o minimalnym koszcie, tzn. należy znaleźć taki nieujemny wektor $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k)$, który spełnia określone ograniczenia i minimalizuje

koszt przepływu w całej sieci. Zadanie optymalnego przepływu można definiować również jako zadanie na maksimum (np. dochodu).

Formalnie, zadanie przepływu o minimalnym koszcie ma postać:

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \quad (6.a)$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{(j:(i,j) \in A)} x_{ij} - \sum_{(j:(j,i) \in A)} x_{ji} = b(i), \text{ dla wszystkich } i \in W, \quad (6.b)$$

$$l_{ij} \leq x_{ij} \leq u_{ij} \quad \text{dla wszystkich } i, j \in W. \quad (6.c)$$

Przedstawiona sieć jest siecią deterministyczną o przepływie jednoskładnikowym. Cecha pierwsza oznacza, że wszystkie parametry i zmienne w sieci są liczbami deterministycznymi, chociaż parametry mogą reprezentować wartości momentów (np. wartość przeciętną lub wariancję) rozkładu prawdopodobieństwa odpowiednich zmiennych losowych. Cecha druga oznacza, że wartości zmiennej decyzyjnej są sprowadzone do jednego miana, np. wyrażają wartości w złotych polskich.

Charakter naszych zastosowań skłania do rozpatrywania sieci w nieco ogólniejszej postaci - sieci ze zmiennymi pojemnościami łuków. Zakładamy, że dopuszczalne jest oddziaływanie łuku na przyporządkowaną mu zmienną przez tłumienie lub wzmacnianie przepływu. Przyjmujemy, że przepływ wchodzący do węzła j ma wartość $g_{ij} x_{ij}$, gdzie x_{ij} jest przepływem opuszczającym węzeł i , a współczynnik g_{ij} : $0 < g_{ij} < +\infty$ jest współczynnikiem oddziaływania nazywanym współczynnikiem **tłumienia** dla $0 < g_{ij} < 1$, i współczynnikiem **wzmocnienia** dla $1 \leq g_{ij} < +\infty$. Zadanie znalezienia przepływu o minimalnym koszcie w uogólnionej sieci $S^0 = (W, A^0)$ przyjmuje postać:

$$\min \sum_{(i,j) \in A^0} g_{ij} x_{ij} \quad (7.a)$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{\{j:(i,j) \in A^0\}} x_{ij} - \sum_{\{j:(j,i) \in A^0\}} g_{ji} x_{ji} = b(i) \text{ dla wszystkich } i \in W, \quad (7.b)$$

$$l_{ij} \leq x_{ij} \leq u_{ij} \text{ dla wszystkich } i, j \in W. \quad (7.c)$$

Dla sieci uogólnionej postać funkcji celu (np. maksymalizacja bieżącego zysku, maksymalizacja przyrostu kapitału, maksymalizacja przyrostu kapitału i oprocentowania itp.) ma wpływ na sposób interpretowania różnych parametrów zadania i problem ten musi być traktowany z odpowiednią uwagą, Brown i McBride (1984), Jones (1992).

Przedstawione modele będą stosowane do rozwiązywania różnorodnych zadań związanych z potrzebami organizatorów i uczestników gry na rynkach inwestycyjnych, w tym do wspomagania projektowania nowych instrumentów finansowych, co jest głównym problemem nowej dziedziny teorii finansów nazywanej inżynierią finansową.

Instrument finansowy - produkt rynku finansowego to, upraszczając, kontrakt co do wzajemnych zobowiązań finansowych zawierających go stron. Instrumenty finansowe mogą być standaryzowane (charakterystyczne dla kontraktów giełdowych) lub swobodnie ustanawiane przez strony kontraktu (charakterystyczne dla obrotu pozagiełdowego).

Rynek finansowy tworzą instytucje organizujące emisję i obrót instrumentów, pośredniczące w ich zakupie i sprzedaży, według ustanawianych i negocjowanych reguł i standardów. Rynek finansowy ma dwa ważniejsze segmenty: rynek giełdowy - główny przedmiot naszego zainteresowania i rynek pozagiełdowy. Rynek finansowy

udostępnia instrumenty w obrocie pierwotnym (węższy krąg inwestorów, przede wszystkim instytucjonalnych) i w obrocie wtórnym (rynek powszechny inwestorów); o zasięgu krajowym i o zasięgu międzynarodowym (np. europejskie rynki kapitałowe, w tym - rynek Eurodolarów i Euroobligacji).

Rynki finansowe można kategoryzować według różnych cech wiodących. Wyróżnia się rynki: pierwotny i wtórny, notowań ciągłych i notowań jednolitego kursu dnia, giełdowy i pozagiełdowy. My przyjmiemy, za główną, kategoryzację według rodzaju oferowanych przez nie instrumentów. Wyróżniamy:

- rynek pieniężny (np. bony skarbowe i pieniężne - instrumenty o okresie zapadalności do 1 roku),
- rynek kapitałowy (papiery wierzycielskie o skończonym okresie zapadalności, zwykle od 1 roku wzwyż - np. obligacje skarbowe, i papiery własnościowe - z nieograniczonym terminem trwania - np. akcje zwykłe),
- rynek walutowy (rynek wymiany międzynarodowej, np. kontrakty terminowe na zakup/sprzedż walut),
- rynek instrumentów pochodnych (opcje na: akcje, obligacje i na indeksy giełdowe; kontrakty terminowe FORWARD i FUTURES na indeksy giełdowe akcji i obligacji; opcje na kontrakty FUTURES papierów dłużnych; kontrakty wymienne - SWAPy, np. na stopy procentowe i waluty).

Omówimy pokrótce ważniejsze, z naszego punktu widzenia, instrumenty poszczególnych rynków. Potraktujemy skrótowo te instrumenty, które były omówione w Części I niniejszej monografii: akcje, obligacje i opcje na akcje. Więcej uwagi poświęcimy papierom dłużnym różniącym się od prostych obligacji, kontraktom terminowym na papiery dłużne i opcjom na te kontrakty terminowe. Do przedstawienia niektórych mechanizmów funkcjonowania samych rynków oraz do pełniejszego opisu własności instrumentów będziemy wracać, w miarę potrzeb, w dalszych rozdziałach.

1.2. Instrumenty rynku pieniężnego

Do najważniejszych instrumentów rynku pieniężnego w Polsce należą krótkoterminowe papiery dłużne: **bony skarbowe** (emitowane w imieniu Skarbu Państwa przez Ministra Finansów) i **bony pieniężne** (emitowane przez Narodowy Bank Polski). Instrumenty te odgrywają ważną rolę w regulowaniu zadłużenia publicznego Skarbu Państwa i w stymulowaniu płynności rynku pieniężnego. Bony - instrumenty czysto zdyskontowane, można traktować jako walory praktycznie wolne od wszelkich form ryzyka inwestycyjnego i dlatego stopy dyskonta dla nich stanowią punkt odniesienia do konstruowania teoretycznej funkcji czasowej stóp procentowych. Funkcja ta służy m.in., do wyceny innych instrumentów dłużnych. Bony skarbowe są sprzedawane na przetargach (cechę tę można przyjąć za wyróżnik tego instrumentu, w przeciwieństwie do tego cena obligacji skarbowych nie jest negocjowalna) organizowanych przez MF i NBP (obowiązuje próg poniżej którego oferty nie są przyjmowane), są one dostępne także w obrocie wtórnym po cenie rynkowej, więc nie wolnym od ryzyka. Dla bonów skarbowych i pieniężnych w Polsce termin zapadalności wynosi od 1 dnia do 52 tygodni, a ich nominały to: 10 tys., 100 tys. i 1 milion złotych. Rentowność bonów skarbowych jest silnie skorelowana z oprocentowaniem kredytu refinansowego.

Warto zauważyć, że typologia bonów skarbowych, podobnie jak innych instrumentów rynku finansowego, jest różna w różnych krajach. Dla przykładu, we Francji występują bony skarbowe o zmiennej stopie procentowej z 2-letnim terminem zapadalności, oraz 5-letnie bony o stałej stopie procentowej liczonej w skali roku. Do zbywalnych instrumentów rynku pieniężnego należą także:

Certyfikaty depozytowe. Certyfikat depozytowy jest papierem dokumentującym fakt iż jego nabywca udzielił bankowi - emitentowi pożyczki na ustaloną sumę i na ustalony czas, według oprocentowania stałego lub zmiennego. Oprocentowanie stałe jest stosowane dla cer-

tyfikatów z okresem zapadalności do roku i zwykle są to instrumenty zdyskontowane.

Bony (weksle) komercyjne - są to krótkoterminowe instrumenty dłużne wystawiane przez znane instytucje finansowe i spółki, przy czym wysokość oprocentowania płaconego wierzycielowi zależy od wiarygodności kredytowej emitenta. Na rynku polskim przykładem bonów komercyjnych są tzw. KWIT-y (Komercyjny Weksel Inwestycyjno-Terminowy); emitowane przez niektóre spółki za pośrednictwem banków, np.: PBR, ING. Spotykane nominały KWIT-ów to: 100 tys. i 500 tys. złotych.

Akcepty bankierskie - to kontrakty zawierane przez bank, który zobowiązuje się zapłacić ustaloną kwotę pieniężną w określonym terminie.

Kontrakty repo (*repurchase agreements*) i **reverse repos** (*reverse repurchase agreements*). Kontrakt repo polega na umowie dwustronnej, w której strona sprzedająca sprzedaje instrumenty finansowe (zwykle papiery dłużne) zobowiązując się odkupić je od nabywcy w ustalonym czasie i po ustalonej cenie. Kontrakt reverse repo jest kontraktem przeciwnym do kontraktu repo. Łatwo zauważyć, że różnica między tymi kontraktami jest względna i zależy od pozycji zajmowanej przez strony kontraktu (nabywca instrumentów, w ramach kontraktu repo, zawiera kontrakt reverse repo). Zwykle instrumenty kontraktów repo i reverse repo są składane do depozytu, a w przypadku gdy są nimi instrumenty uprawniające do kuponów, to prawo do nich zachowuje deponent. Sprzedający instrumenty w ramach kontraktu repo ma możliwość otrzymania potrzebnych mu pieniędzy za cenę niższą od stopy bankowej (stopa procentowa dla kontraktów repo nieznacznie przewyższa stopę rentowności bonów skarbowych), podczas gdy druga strona ma zagwarantowany atrakcyjny zysk krótkoterminowy. Rynek kontraktów repo cechuje duża płynność. Najpopularniejsze są jednodniowe kontrakty repo (*overnight repo*), chociaż spotykane są kontrakty o znacznie dłuższym (do roku) terminie roz-

wiązania. Dla kontraktów repo charakterystyczny jest obrót blokowy (na rynku U.S.A. jednostką jest zwykle 25 ml dolarów). Zainteresowanych przykładami praktycznego wykorzystania kontraktów repo odsyłamy do pracy Bertocchi, Giacometti, Słomiński (1997).

Eurodolary (*eurodollars*) - są to walory pieniężne denominowane w dolarach amerykańskich, będące w obrocie na międzynarodowych rynkach pieniężnych.

1.3. Instrumenty rynku kapitałowego

Najważniejsze instrumenty rynku kapitałowego to: akcje, papiery dłużne nazywane także instrumentami o stałym dochodzie (*fixed-income securities*) lub papierami wierzycielskimi (*debentures*) oraz instrumenty pochodne (*derivatives, contingent claims*). Te ostatnie są tworzone na bazie różnych instrumentów rynku kapitałowego, nazywanych w tym kontekście instrumentami bazowymi lub podstawowymi, oraz na bazie indeksów rynkowych.

1.3.1. Akcje

Akcja jest papierem wartościowym emitowanym przez przedsiębiorstwo mające status prawny spółki akcyjnej. Nabycie akcji jest potwierdzeniem nabycia udziału w majątku spółki akcyjnej, co daje prawo posiadaczowi do uczestnictwa w podziale zysków spółki ewentualnie, w zależności od rodzaju akcji, prawo do uczestnictwa w kierowaniu spółką i w podziale jej majątku w razie likwidacji. Formą uczestniczenia w podziale zysku jest dywidenda, która powstaje z części zysku netto (po zapłaceniu przez spółkę jej bieżących zobowiązań), nazywanej zyskiem do podziału.

Akcje mogą być: imienne lub na okaziciela; zwykłe lub uprzywilejowane (przywilej prawa: głosu, dywidendy, udziału w podziale majątku, podejmowania akcji z nowych emisji); płacone gotówką lub wkładem rzeczowym (aport).

Większość akcji charakteryzują przede wszystkim: wartość nominalna i wartość emisyjna, a dalej wartości księgowa i rynkowa, wskaźnik cena-zysk, cena-wartość księgowa, wskaźnik pokrycia, stopa dywidendy i szereg innych parametrów.

Obrót akcjami odbywa się na rynku giełdowym (podstawowym i równoległym) i na rynku pozagiełdowym – CTO (w U.S.A. rynek ten ma nazwę *Over the Counter Market* i jest rozległym segmentem rynku obrotu akcjami spółek).

Na parkiecie Warszawskiej Giełdy Papierów Wartościowych (WGPW), akcje są kwotowane w systemie po kursie dnia i w systemie notowań ciągłych (w tym przypadku handluje się nie pojedynczymi akcjami ale blokami - pakietami akcji); jest to jedno z wielu źródeł ograniczeń na całkowitoliczbowość zmiennych w modelach matematycznych opisujących decyzje inwestora giełdowego. Obrót giełdowy podlega starannym i zwykle restrykcyjnym uregulowaniom prawnym, służącym, przede wszystkim, eliminacji niekontrolowanego ryzyka oraz poprawie płynności.

1.3.2. Papiery dłużne

Papiery dłużne to rodzaj aktywów rynku finansowego mających charakter umowy między emitentem papierów (dłużnikiem) i ich nabywcami (wierzycielami), w której dłużnik (kredytobiorca), w zamian za określoną cenę, zobowiązuje się dostarczać wierzycielom określone kwoty pieniężne w ustalonych momentach czasu. Papiery dłużne są ważnymi instrumentami rynku kapitałowego, gdyż umożliwiają inwestorom tworzyć celowe, długookresowe portfele o poddającej się kontroli dochodowości i o sterowalnych własnościach przeciwdziałających różnym postaciom ryzyka. Rynek papierów dłużnych spełnia też istotną rolę w finansowaniu długu publicznego Skarbu Państwa, obejmującego m.in. krajowe i zagraniczne zadłużenie budżetu.

Do tego segmentu rynku kapitałowego zaliczane są przede wszystkim: obligacje, akcje preferencyjne, papiery pod zastaw hipoteczny nieruchomości i papiery pod zastaw innych aktywów. Omówimy poszczególne instrumenty rynku kapitałowego ograniczając się do spraw najważniejszych w przypadku instrumentów, których opis znalazł się w Części I. Polecanymi pozycjami wprowadzającymi do szerokiej tematyki instrumentów, rynków i decyzji inwestycyjnych na rynkach finansowych, w tym dotyczących papierów dłużnych są prace Elton i Gruber (1995), Fabozzi (1993), Fong i Fabozzi (1985), Haugen (1996), Jajuga i Jajuga (1996).

Obligacja jest papierem wartościowym o charakterze dłużnym, w którym emitent stwierdza, że jest dłużnikiem wobec nabywcy (właściciela i wierzyciela) i zobowiązuje się do zwrócenia mu długu i ustalonego oprocentowania w wysokości i w terminach określonych w obligacji.

W swojej klasycznej postaci obligacja jest instrumentem rejestrowanym (np. w systemie komputerowym) i składa się z właściwego zapisu dłużnego (tzw. płaszcz) oraz z części kuponowej. Płaszcz zawiera serię i numer papieru, jego nazwę, kwotę nominalną zobowiązania, nazwę emitenta, stopę odsetkową, termin spłaty długu i ewentualnie inne szczegóły kontraktu. Część kuponowa obligacji, nazywana arkuszem kuponowym składa się z odcinków, które służą do otrzymywania odsetek oraz zawiera dane obejmujące nazwę papieru i numer serii, datę i wysokość płaconych odsetek oraz inne szczegóły.

Wśród ważniejszych instytucji i organizacji emitujących obligacje (obowiązują regulacje ustawowe) znajdują się: instytucje Skarbu Państwa (obligacje skarbowe), organy samorządu terytorialnego (obligacje municypalne), przedsiębiorstwa państwowe i prywatne mające osobowość prawną (obligacje przedsiębiorstw, np. poczta, kolej), banki i instytucje finansowe (obligacje bankowe).

Termin zapadalności (także termin wykupu)¹ jest to dzień, począwszy od którego obligacja podlega wykupowi. Okres do zapadalności jest to okres czasu pozostający inwestorowi do terminu zapadalności. Z punktu widzenia okresu do zapadalności wyróżnia się obligacje: krótkoterminowe - emitowane na okres do 5 lat; średnioterminowe - do 12 lat; długoterminowe - powyżej 12 lat. Wśród tych ostatnich warto zwrócić uwagę na obligacje wieczyste (obligacje niezapadalne - *perpetual bonds, consols*), w tym na 100-letnie obligacje Walt Disney Corp.

Wartość nominalna obligacji jest to wartość, którą inwestor otrzymuje od emitenta po terminie zapadalności. Wartość emisyjna obligacji, tj. cena po której jest ona sprzedawana w dniu emisji może być: wyższa od wartości nominalnej - sprzedaż z premią; równa wartości nominalnej; niższa od wartości nominalnej - sprzedaż z dyskontem. Cena rynkowa obligacji w okresie jej życia może się zmieniać w szerokim zakresie w stosunku do wartości nominalnej.

Kupon (oprocentowanie, odsetki), będący składową obligacji, jest zawsze częścią ułamkową wartości nominalnej. Wyróżnia się tutaj obligacje:

- bezkuponowe - zerokuponowe, są one sprzedawane z reguły z dyskontem, chociaż bywają też sprzedawane po cenie nominalnej z narastającym (do zapadalności) oprocentowaniem. Obligacje zerokuponowe odgrywają ważną rolę w konstruowaniu funkcji czasowej stóp procentowych - podstawowej funkcji służącej wycenie obligacji i ich instrumentów pochodnych;

¹ Preferujemy nazwę "termin zapadalności", aby uniknąć nieporozumień z wcześniejszym terminem wykupu określonym warunkami opcji w przypadku obligacji z opcją wcześniejszego wykupu przez emitenta, lub z opcją wcześniejszej odsprzedaży emitentowi przez nabywcę, w przypadku obligacji z opcją odsprzedaży.

- stałokuponowe - o stałej wartości regularnie płaconych odsetek (o stałej stopie procentowej nazywanej także nominalną stopą dochodu);
- zmiennokuponowe - o oprocentowaniu zmieniającym się częściej niż raz w roku i zależnym od stopy dochodu krótkoterminowych instrumentów pieniężnych, np. bonów skarbowych; oraz o oprocentowaniu zmieniającym się nie rzadziej niż raz w roku i zależnym od długoterminowej stopy dochodu.

Obligacje, których charakterystyka ogranicza się wyłącznie do wartości nominalnej, terminu zapadalności i kuponu, są nazywane obligacjami prostymi (*straight bonds*). Obligacje mogą być również wyposażone w szereg zastrzeżeń dających określone prawa emitentowi i wierzycielom. Należą do nich np. dołączona opcja wykupu lub sprzedaży (obligacje opcyjne - *option-embedded bonds*), czy zastrzeżenia dotyczące obowiązku wykupu przez emitenta części długu, według ustalonych reguł (*sinking fund provision*).

Obligacje opcyjne: z opcją wykupu (*callable-bonds*) lub z opcją odsprzedaży (*puttable bonds*). Obligacja z opcją wykupu daje emitentowi prawo (ale nie obowiązek) do wykupu obligacji przed terminem zapadalności, zwykle po określonym czasie karencji, po cenie wykupu - z zasady wyższej od wartości nominalnej obligacji. Ta opcja daje dodatkowe korzyści emitentowi, ale zwiększa ryzyko inwestora (emitent korzysta z opcji wtedy, gdy stopa rynkowa spada i wycofuje obligacje o wysokim kuponie zastępując je, ewentualnie, obligacjami o niższym kuponie).

Obligacja z opcją sprzedaży daje prawo wierzycielowi do odsprzedaży długu emitentowi, po upływie ustalonego czasu, po cenie równej wartości nominalnej. Inwestor może skorzystać z tego prawa gdy stopa procentowa rośnie i tym samym cena obligacji spada (np. poniżej wartości nominalnej). Obligacje opcyjne są znacznie trudniejsze do wyceny i do analizy w warunkach ruchu stóp procentowych.

Stopniowe wycofywanie długu. Jest to zastrzeżenie zobowiązujące emitenta obligacji do wykupu, w każdym roku, określonej części aktualnego zadłużenia. Zastrzeżenie to jest typowe dla otwartych i zamkniętych emisji obligacji w sektorze produkcyjnym i usługowym. Stopniowy wykup długu odbywa się w sposób uregulowany warunkami emisji i według ustalonego harmonogramu, z zastosowaniem okresu karencyjnego. W sektorze prywatnym nierzadki jest wykup całego długu przed terminem zapadalności, w sektorze publicznym wykup obejmuje 20 - 30% aktualnego długu, w danym roku. Skarbowe papiery dłużne są wolne od omawianego zastrzeżenia.

Obligacje zamienne i wymienne. Obligacje zamienne dają wierzycielowi prawo do zamiany ich na akcje zwykłe emitenta, według ustalonego współczynnika zamiany (liczba akcji za jedną obligację) i według ustalonej ceny za akcję (wartość nominalna podzielona przez współczynnik konwersji). Obligacje wymienne dają prawo wierzycielowi do ich zamiany na akcje zwykłe podmiotu innego niż emitent obligacji.

Obligacje międzynarodowe (*international bonds*) - są to obligacje denominowane w walucie innej niż waluta kraju, w którym zostały wyemitowane, lub przeznaczone do sprzedaży pierwotnej na rynkach międzynarodowych. Wśród obligacji międzynarodowych ważną rolę odgrywają euroobligacje - *Eurobonds* (np. polskie euroobligacje skarbowe).

Prawa poboru (*warrants*) - są to uprawnienia przysługujące posiadaczowi akcji lub obligacji do zakupu przez niego nowych emisji tych papierów po niższej cenie.

Akcje preferencyjne - są to instrumenty o cechach akcji i papierów dłużnych. Posiadacz akcji preferencyjnych ma prawo do dywidendy, której wartość jest procentem od wartości nominalnej. Akcje preferencyjne wyróżniają od akcji zwykłych priorytet wypłat odsetek i kapitału przed innymi zobowiązaniami emitenta oraz odrębne zasady postępowania w przypadku jego niewypłacalności.

W zakończeniu tego fragmentu opisu rynku kapitałowego, zwracamy uwagę na istotne cechy różniące jego dwa podstawowe produkty - akcje i obligacje. Instrumenty te różnią się istotnie z punktu widzenia inwestora. Nabywca akcji staje się współwłaścicielem podmiotu, który ją wyemitował. Akcja jest instrumentem o nieograniczonym terminie zapadalności. Jeżeli spółka emitująca akcje płaci dywidendę, to wartość akcji jest powiększona o wartość dywidendy. W terminie płatności dywidendy cena akcji zmniejsza się o jej wartość. Obligacja jest rodzajem pożyczki, którą zaciąga jej emitent u wierzycieli i nabycie obligacji nie rodzi żadnych praw jej posiadacza do majątku emitenta. Obligacja, poza przypadkiem obligacji wieczystej, ma skończony czas życia, jej wartość w terminie zapadalności jest znana z góry, a jej wartość rośnie proporcjonalnie do upływu czasu między kolejnymi terminami płatności kuponów.

Papiery dłużne pod zastaw hipoteczny nieruchomości (mortgages). Jest to rozległy segment rynku papierów dłużnych, rozwinięty szczególnie mocno w U.S.A., gdzie jest on obsługiwany przez specjalne agencje federalne mające gwarancje skarbowe. Tym samym inwestor kupujący hipoteczne instrumenty dłużne jest narażony w mniejszym stopniu na ryzyko upadłości, niemniej poziom ryzyka rynkowego tych instrumentów jest znacznie wyższy od ryzyka rynkowego np. obligacji skarbowych.

Instrumenty hipoteczne mają wyższy poziom kosztów obsługi, cechuje je mniejsza, w porównaniu do papierów skarbowych płynność. Z inwestycją wiąże się także jeszcze inny rodzaj ryzyka charakterystyczny dla tego rynku, a wynikający z prawa pożyczkobiorcy do przedterminowych spłat rat długu i do sprzedaży nieruchomości. Dwa główne segmenty amerykańskiego rynku instrumentów pod zastaw hipoteczny nieruchomości to: rynek nieruchomości mieszkalnych i rynek nieruchomości niemieszkalnych. Normalny strumień spłaty zaciągniętego długu (zwykle w ratach miesięcznych) obejmuje odset-

ki, część kapitału i ewentualne spłaty przedterminowe (związane m.in. ze sprzedażą nieruchomości).

Podstawowy mechanizm funkcjonowania tych instrumentów polega na stwarzaniu możliwości zaciągania pożyczki przez inwestujących właścicieli nieruchomości, pod zastaw hipoteczny nieruchomości. Pożyczkodawca ma prawo do roszczeń do nieruchomości w przypadku, gdy pożyczkobiorca nie wypełnia warunków spłaty długu. W celu uzyskania większej płynności rynku i zmniejszenia kosztów obsługi długu, właściciele nieruchomości są łączeni w bloki (*pools*) o bardzo różnej liczebności. Inicjatorami udzielania tego typu pożyczek są kasy oszczędnościowe, banki komercyjne, banki hipoteczne, instytucje ubezpieczeniowe oraz fundusze powiernicze i emerytalne.

Wyróżnia się trzy rodzaje papierów pod zastaw hipoteczny:

- Zblokowane papiery długu hipotecznego (*pass-through securities*), w tym przypadku posiadacze długu hipotecznego tworzą blok (pulę) długu i sprzedają na rynku udziały w tym długu. Dwa kolejne rodzaje papierów bazują na instrumentach zblokowanych.
- Obligacje hipoteczne - transzowe obligacje długu hipotecznego (*Collateralized-Mortgage Obligations*); transze tworzą wierzyciele posiadający papiery zastawne o identycznym terminie zapadalności; strumień wpłat na konto inwestora ma zróżnicowany harmonogram uwzględniający różne preferencje (jest to jeden z tych zespołów warunków, których zapis w modelu matematycznym wymaga użycia zmiennych zero-jedynkowych).
- Zdekomponowane papiery długu hipotecznego (*Stripped Mortgage-Backed Securities*); wśród nich występują: syntetyczne papiery przechodnie (*Synthetic-coupon pass-throughs*) i papiery typu Tylko kupon/Tylko nominal (*Interest-only/Principal-only Securities*).

W następnych rozdziałach będziemy wracać do instrumentów dłużnych hipotecznych, gdyż są one interesujące z punktu widzenia metodologii modelowania całkowitoliczbowego, a także z uwagi na

znaczenie jakie może mieć organizacja tego rynku w warunkach polskich.

1.3.3. Instrumenty pochodne

Instrumenty pochodne (*derivatives*), to nazwa obejmująca instrumenty, dla których strumień pieniądza otrzymywany przez inwestora zależy od wartości innego instrumentu, nazywanego instrumentem bazowym (wyjściowym, podstawowym).

Dłużne instrumenty pochodne są instrumentami pochodnymi, dla których instrumentem bazowym jest instrument dłużny. Dłużne instrumenty pochodne są dostępne w szerokim obrocie giełdowym i pozagiełdowym, w krajach o rozwiniętej gospodarce rynkowej. Są one używane przez inwestorów do osłony (*hedging*) portfela przed określonym ryzykiem oraz do uzyskiwania pożądanego kształtu funkcji dochodu. Instrumenty pochodne są wykorzystywane również dla spekulacji i arbitrażu.

Analiza i wycena instrumentów pochodnych jest dużo trudniejsza i mniej zaawansowana w badaniach w porównaniu z instrumentami prostymi. Dłużne instrumenty pochodne są szczególnie trudne do wyceny ze względu na dużą niepewność co do zachowania się stóp procentowych w długim horyzoncie czasu.

W obszarze naszego zainteresowania są, przede wszystkim, dłużne instrumenty pochodne chociaż pewną uwagę poświęcamy także instrumentom pochodnym rynku pieniężnego i rynku towarowego. Doskonałą monografią poświęconą tematyce instrumentów pochodnych rynków towarowych i finansowych jest fundamentalna praca Hulla (1993), a specjalnie opcjom prace: Daigler (1994), Figlewski i in. (1990), Jarrow i Rudd (1985). Rozległy giełdowy i pozagiełdowy rynek finansowych instrumentów pochodnych obejmuje kontrakty terminowe typu FORWARD i FUTURES, kontrakty opcyjne oraz kontrakty swapowe.

Podkreślmy w tym miejscu, że decyzje inwestycyjne na rynku dłużnych papierów pochodnych są szczególnie interesujące z punktu widzenia modelowania matematycznego ze zmiennymi mieszanymi. Pomijając fakt, że bazowe papiery dłużne są denominowane w liczbach całkowitych o dużych wartościach, to ich instrumenty pochodne poddawane są takim ograniczeniom i warunkom jak: liczba jednocześnie otwieranych nowych kontraktów i łączna liczba aktualnie otwartych pozycji na rynku (ograniczenia tego typu obowiązują zwykle inwestorów spekulacyjnych zawierających kontrakty FUTURES), obrót dużymi pakietami instrumentów bazowych na giełdach opcji, stosowanie minimalnego progu dla wartości inwestycji, itp. Inne problemy wymagające użycia zmiennych binarnych stwarza modelowanie specyficznych nieliniowości spowodowanych warunkami realizacji kontraktów opcyjnych, swapowych i innych specjalnych kontraktów na instrumenty pochodne.

Kontrakty terminowe. Należą do nich kontrakty FORWARD (niegiełdowe niewiążące kontrakty z odroczonym wykonaniem) i kontrakty FUTURES (giełdowe wiążące kontrakty z odroczonym wykonaniem). Polegają one na tym, że sprzedający zobowiązuje się dostarczyć kupującemu ustalone instrumenty (towary na rynkach towarowych, instrumenty finansowe na rynkach finansowych), w określonym czasie, po uzgodnionej cenie, nazywanej ceną wykonania (ceną zakontraktowaną).

Kontrakt FORWARD jest kontraktem niegiełdowym, a jego stronami są, z reguły, dwie instytucje finansowe lub instytucja finansowa i jej instytucjonalny klient. Kontrakty finansowe FORWARD są zawierane przede wszystkim na instrumenty rynku pieniężnego. Wynik kontraktu - funkcja wypłaty dla inwestora ma postać: $(S_T - E)$ dla pozycji długiej (kupujący) lub $(E - S_T)$ dla pozycji krótkiej (sprzedający); gdzie: E - cena wykonania, S_T - cena instrumentu bazowego w momencie finalizacji kontraktu.

Kontrakt FUTURES. Wiążący giełdowy kontrakt terminowy FUTURES polega na zobowiązaniu jednej jego strony do dostarczenia określonego towaru lub innego dokładnie określonego instrumentu rynku finansowego, w ustalonym czasie, w uzgodnionym miejscu, według ustalonej dzisiaj i obowiązującej w momencie dostawy ceny, przy jednoczesnym zobowiązaniu drugiej strony kontraktu do odbioru tego towaru (instrumentu) i dokonaniu zapłaty według uzgodnionej ceny i w ustalonej formie. Przymiotnik „wiązący”, w definicji kontraktu FUTURES, podkreśla fakt, że w odróżnieniu od kontraktów opcyjnych, kontrakt ten musi być zrealizowany (przez dostawę instrumentu lub zamknięcie pozycji - o czym niżej), zaś przymiotnik „giełdowy” odróżnia omawiany kontrakt od bardzo podobnego do niego kontraktu terminowego FORWARD, który jest niestandardyzowanym kontraktem dwóch stron, nie chronionym przepisami i rygorami organizacji giełdowej.

Instrumentami rynku kontraktów FUTURES są produkty (towary: srebro, złoto, miedź, bawełna, kawa, ropa naftowa itp.) oraz papiery wartościowe i ich pochodne (akcje, obligacje krótkoterminowe: np. bony skarbowe, obligacje średnioterminowe: np. weksle skarbowe, obligacje długoterminowe, indeksy giełdowe, stopy procentowe itp.). Kontrakty terminowe FUTURES są poddane ścisłym rygorom ustalonym przez giełdę, co ma zapewnić płynne i niezawodne funkcjonowanie rynku. Pośrednikiem w zawieraniu transakcji i jej gwarantem są biura maklerów giełdowych wspomagane przez izbę rozrachunkową. Kontrahenci kontraktu mogą nie mieć ze sobą żadnego kontaktu w trakcie całej operacji.

Dopuszczalną formą realizacji kontraktu FUTURES przed terminem wykonania, jest zamknięcie pozycji polegające na podpisaniu kontraktu przeciwnego do zamykanego (kupno zamiast sprzedaży, sprzedaż zamiast kupna). Na giełdach U.S.A. zamykanie pozycji dotyczy ponad 90% zawartych kontraktów FUTURES i nader rzadko do-

chodzi do wykonania kontraktu przez fizyczną dostawę instrumentu będącego przedmiotem kontraktu.

Kontrakty FUTURES na towary są znane od dziesięcioleci, kontrakty FUTURES na instrumenty finansowe są obecne na rynkach znacznie krócej. Chociaż mechanizmy rządzące różnymi rynkami kontraktów FUTURES są podobne, to jednak teorie wyceny tych kontraktów są zasadniczo różne, dla rynków towarowych z jednej strony i rynków finansowych - z drugiej.

Do ważniejszych uregulowań obowiązujących na giełdach oferujących kontrakty FUTURES (wśród największych giełd finansowych kontraktów terminowych są: *Chicago Board of Trade* - CBOT, *Chicago Mercantile Exchange* - CME, *International Monetary Exchange* - IMM) należą:

- kontrakty są zawierane na określone miesiące (dla kontraktu FORWARD termin wykonania jest ustalany z dokładnością do dnia); w miesiącu giełda wyznacza przedział czasu, w którym inwestor może wybrać dzień dla wykonania kontraktu; dopuszczalna jest także pewna elastyczność w wyborze instrumentu, który zostanie ostatecznie dostarczony przez zajmującego pozycję krótka (sprzedającego kontrakt); giełda ustala wartość pojedynczego kontraktu, górną liczbę zawieranych przez inwestora kontraktów i nieprzekraczalną liczbę jego aktualnie otwartych kontraktów,
- inwestora obowiązuje wadium w wysokości kilku procent wartości każdego kontraktu; stan rachunku wadialnego jest korygowany w końcu każdego dnia handlowego w ten sposób, że inwestor musi go uzupełnić (pod rygorem sprzedaży kontraktu przez brokera) gdy bieżąca cena kontraktu FUTURES jest wyższa od zakontraktowanej; jeżeli bieżąca cena jest niższa, to inwestor może wycofać aktualną nadwyżkę na rachunku.

Na najważniejszych rynkach obrót kontraktami FUTURES jest płynny, a przy tym koszty transakcji są niskie. Koszty transakcji są niższe od kosztów związanych z obrotem bezpośrednim instrumentów

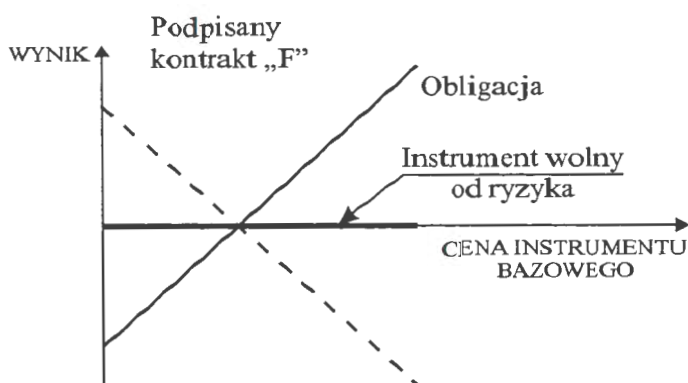
bazowych kontraktu FUTURES. Okoliczności te sprawiają, że kontrakty FUTURES znajdują wielorakie zastosowania w decyzjach portfelowych.

Przykładami takich zastosowań są: osłona portfela (pozycji) przed niekorzystną, w ocenie inwestora, zmianą stóp procentowych (osłona przed określonym rodzajem ryzyka), zmiana trwałości portfela obligacji (skracanie trwałości portfela, gdy oczekiwany jest wzrost stóp powyżej przyjętego poziomu, i wydłużanie trwałości w sytuacji przeciwnej), kreowanie instrumentów syntetycznych (instrumentów o parametrach dostosowanych do specyficznych potrzeb inwestora).

Oslona przyszłej sprzedaży przez zajęcie pozycji krótkiej na rynku FUTURES. Inwestor wie, że musi sprzedać pewien instrument na rynku, w ustalonym czasie w przyszłości. Chcąc zabezpieczyć się przed spadkiem ceny tego instrumentu, gdy nadejdzie termin sprzedaży, może sprzedać (zająć pozycję krótką) kontrakt na rynku FUTURES, dla którego instrumentem bazowym będzie instrument przewidziany do sprzedaży i którego termin realizacji jest późniejszy od terminu osłanianego. Jest to tzw. osłona krótka (*short hedging*). Gdy cena instrumentu spada, inwestor traci na sprzedaży bezpośredniej, ale zyskuje na realizacji kontraktu terminowego FUTURES. Gdy cena instrumentu wzrośnie, inwestor zyskuje na sprzedaży bezpośredniej, ale traci na realizacji kontraktu terminowego. Wartość wypadkowa pozycji jest bez zmian.

Przykład osłony z użyciem FUTURES. Posiadacz obligacji skarbowej o 20 latach do zapadalności ma zobowiązanie płatnicze do wypełnienia za 3 miesiące, a wartość zobowiązania jest równa dzisiejszej wartości posiadanego papieru. Dłużnik chciałby zabezpieczyć się przed niekorzystną dla niego zmianą stopy procentowej i wynikającą stąd deprecjacją posiadanego waloru. W tym celu dłużnik zajmuje natychmiast pozycję krótką na finansowym rynku terminowym sprze-

dając kontrakt FUTURES na posiadaną obligację, realizowalny w terminie 3 miesiące licząc od dzisiaj. Zajęcie tej pozycji daje pewność otrzymania za 3 miesiące kwoty równej dzisiejszej wartości posiadanej obligacji bez względu na kierunek i wielkość zmiany stopy dochodu. W ten sposób posiadacz obligacji (fakt równoważny pozycji długiej na rynku kasowym - pieniężnym) stał się w istocie posiadaczem 3-miesięcznego bonu skarbowego - instrumentu wolnego od ryzyka rynkowego (praktycznie od każdego innego ryzyka). Opisaną sytuację ilustruje Rysunek 1.



Rys. 1. Osłona pozycji - synteza instrumentu

Przykład ten pokazując sposób użycia kontraktu FUTURES do osłony, jednocześnie ilustruje ideę syntezy nowego instrumentu, który powstaje ze złożenia instrumentu posiadanego i sprzedanego kontraktu terminowego. Instrument syntetyczny ma pożądane przez inwestora cechy - w tym przypadku jest wolnym od ryzyka skarbowym bonem pieniężnym. Takie postępowanie może być usprawiedliwione, m.in., aktualnym brakiem potrzebnego instrumentu na rynku.

Osłona przyszłego zakupu przez zajęcie pozycji długiej na rynku FUTURES jest odwrotnością sytuacji opisaną wyżej. Ten typ

osłony, zajęcie pozycji długiej na rynku terminowym (kupno kontraktu FUTURES), nazywa się **osłoną długą** (*long hedging*).

W rzeczywistości osłona długa (lub krótka) zmniejsza jedynie ryzyko wyniku kontraktu, ale nie redukuje go całkowicie. Dzieje się tak z następujących powodów: instrument osłaniany i instrument bazowy mogą się różnić między sobą pewnymi szczegółami; inwestor może nie być pewien dokładnego terminu czekającej go operacji; osłona może wymagać zamknięcia pozycji terminowej znacznie wcześniej przed jej terminem zapadalności. Opisanie ryzyko osłony nosi nazwę ryzyka bazowego (*basis risk*).

Rozwój pieniężnych rynków terminowych, dających możliwość ochrony przed ryzykiem stopy procentowej i kursu walutowego jest warunkowany rozwojem samego rynku pieniężnego. Wynika to z faktu, iż klasyczne instrumenty terminowe powstają na bazie rynku transakcji natychmiastowych: rynku lokat międzybankowych i walutowego. Związek między płynnością rynku międzybankowego a dostępnością transakcji terminowych wyjaśnia technologia ich realizacji przez banki. Aby stworzyć klientom możliwości zakupu waluty obcej po ustalonej z góry cenie, co zabezpiecza przed ryzykiem niekorzystnej zmiany kursu walutowego, bank musi zaciągnąć kredyt na rynku międzybankowym. Kredyt złotowy służy sfinansowaniu zakupu waluty obcej, którą bank lokuje na rachunku terminowym, aby czekała na moment jej wykupu przez klienta.

Analogicznie, stworzenie klientowi możliwości sprzedaży dewiz po z góry ustalonym kursie, co zabezpiecza go przed ryzykiem spadku kursu, wymaga od banku zaciągnięcia kredytu na rynku walutowym. Kredyt ten służy z kolei sfinansowaniu zakupu złotych, które bank lokuje na rachunku terminowym, aby czekały na moment użycia ich przez bank w celu wykupu, we właściwym terminie, waluty obcej od klienta.

Opcja kupna (sprzedaży) jest to kontrakt, przede wszystkim giełdowy, dający jej nabywcy prawo (ale nie przymus) do zakupu (sprzedaży) ustalonych instrumentów, po ustalonej cenie wykonania (cena zakontraktowana), w ustalonym momencie czasu - tzw. **opcja europejska**, lub w ustalonym przedziale czasu - tzw. **opcja amerykańska** (przymiotnik: europejska lub amerykańska nie oznacza jednak, że obrót tymi opcjami jest ograniczony tylko do rynków europejskich lub amerykańskich).

Interesować nas będą przede wszystkim opcje na instrumenty dłużne i opcje na ich kontrakty terminowe. Ta grupa instrumentów pochodnych wyróżnia się tym, że ich wartość zależy w zasadniczy sposób od zachowania się stopy procentowej w czasie i z tego powodu nosi nazwę **instrumentów pochodnych zależnych od stopy procentowej** (*interest rate derivatives*). Pewną uwagę poświęcamy także instrumentom pochodnym zależnym od stopy procentowej, dla których instrumentem bazowym jest bezpośrednio stopa procentowa, np. LIBOR (*London Interbank Offer Rate*).²

Najczęstszymi kontraktami opcyjnymi na rozwiniętych rynkach są opcje na:

- akcje,
- indeksy giełdowe,
- waluty (najobszerniejszy segment rynku pozagiełdowego),
- papiery dłużne,
- kontrakty terminowe FUTURES dla papierów dłużnych,
- kontrakty SWAP (charakteryzujemy je niżej) - SWAPTIONS.

Ustaloną kontraktem cenę instrumentu bazowego - **cenę wykonania** oznaczać będziemy literą *E*. Termin wygaśnięcia opcji - *T*, jest określony albo konkretną datą, jak ma to miejsce dla opcji europejskiej albo dowolną datą z przedziału czasu ograniczonego od góry

² W trakcie końcowych prac nad tekstem tego rozdziału, na WGPW uruchomiony został rynek kontraktów terminowych (FUTURES) na WIG.

przez T , jak ma to miejsce dla opcji amerykańskiej. Za nabycie opcji kupna trzeba zapłacić cenę rynkową - **cenę opcji kupna**, którą oznaczamy literą c ; cenę opcji sprzedaży oznacza litera p .

Dla wyceny opcji i dla inżynierii syntetycznych instrumentów finansowych ważną rolę odgrywa relacja zachodząca między ceną opcji kupna i ceną opcji sprzedaży nazywana **paritetem** (*put-call parity*).

Relację parytetu przedstawimy dla europejskiej i amerykańskiej opcji na akcję wolną od dywidendy. Relację tę można uogólnić na przypadek opcji na akcję z dywidendą, a także na opcje na instrumenty pochodne (np. FUTURES), w tym na instrumenty pochodne zależne od stóp procentowych.

Dla europejskiej opcji kupna na akcję wolną od dywidendy relacja ta przyjmuje postać:

$$c - p = S_T - P(E), \quad (8)$$

gdzie: c jest ceną europejskiej opcji kupna instrumentu bazowego S , którego cenę w chwili wygaśnięcia opcji oznaczamy przez S_T , o cenie wykonania E ; p jest ceną europejskiej opcji sprzedaży (o terminie wygaśnięcia T identycznym z terminem wygaśnięcia opcji kupna i o tej samej cenie wykonania E) dla tego samego instrumentu bazowego S ; $P(E)$ jest zdyskontowaną wartością obecną ceny E .

Dowód dla zależności (8), która ma zasadnicze znaczenie w teorii wyceny opcji, można znaleźć m.in. w Figlewski i in. (1990). Zależność ta obowiązuje tylko dla opcji europejskiej.

Jeżeli przez c oznaczymy cenę amerykańskiej opcji kupna, a przez p - cenę amerykańskiej opcji sprzedaży, to zachodzą związki:

$$c = c, \text{ oraz } p > p. \quad (9)$$

Dla opcji amerykańskiej można jedynie podać dolne i górne oszacowania dla $(c - p)$:

$$S_T - E < c - p < S_T - P(E). \quad (10)$$

Relację parytetu można nazywać także relacją dualności, ze względu na podobieństwo do tego typu równości występujących w programowaniu matematycznym.

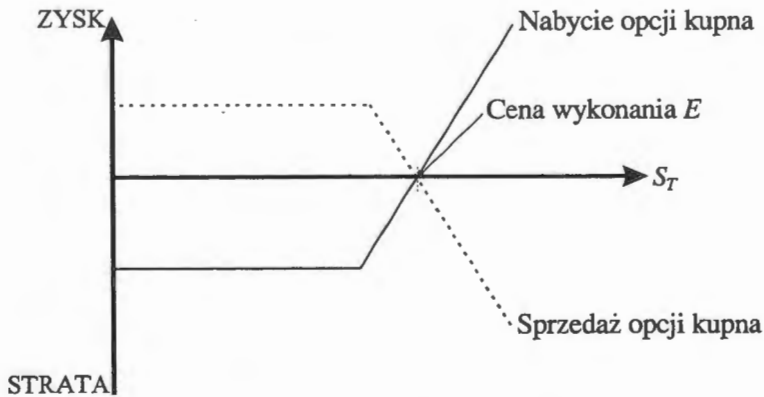
Funkcja wypłaty jest to funkcja przedstawiająca zależność dochodu z opcji, lub portfela złożonego z opcji i ich instrumentów bazowych, od ceny instrumentu bazowego w terminie zapadalności. Rozpowszechnione jest przedstawianie funkcji wypłat w postaci wykresów.

W szerokiej praktyce spotyka się przede wszystkim takie portfele, które zawierają opcje kupna i sprzedaży na identyczny instrument bazowy i mają ten sam termin zapadalności. W tym ograniczonym kontekście (złożenie opcji kupna i opcji sprzedaży na identyczny instrument bazowy plus, ewentualnie, sam instrument) wyróżnia się następujące cztery proste pozycje inwestycyjne:

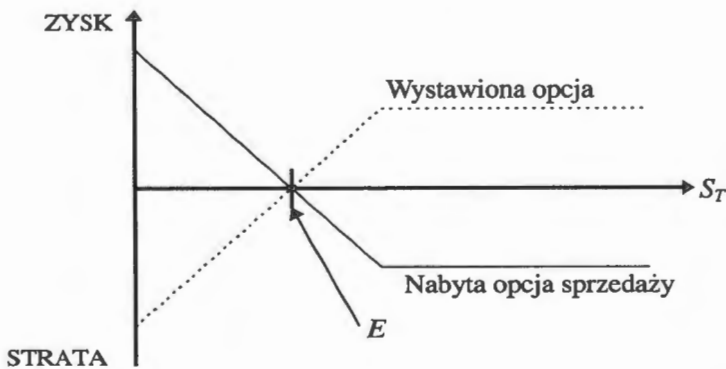
- a) Pozycje nieosłonięte (*naked positions*);
- b) Pozycje osłonięte (*hedged positions*);
- c) Pozycje *spread*, wśród których wyróżnia się pozycję *horizontal spread* - tzw. *time spread*, i pozycję *vertical spread* - tzw. *money spread*;
- d) Pozycje kombinowane (*combined positions*), w tym pozycje o wyróżnionych nazwach *straddle*, *strip* i *strap*.

Wykresy funkcji wypłat będą przedstawiane z pominięciem ceny opcji.

Ad. a). Pozycje nieosłonięte są to strategie inwestycyjne polegające na kupnie lub sprzedaży samego instrumentu bazowego, ewentualnie na nabyciu lub wystawieniu samej opcji kupna lub samej opcji sprzedaży. Rysunki 2a i 2b pokazują funkcje wypłat dla opcji kupna i opcji sprzedaży.



Rys. 2a. Wartość wypłaty – pozycje długa i krótka dla opcji kupna

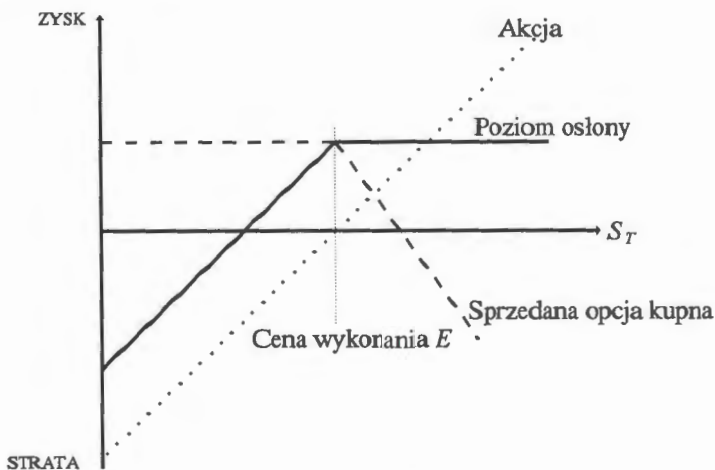


Rys. 2b. Wartość wypłaty – pozycja krótka dla opcji zakupu

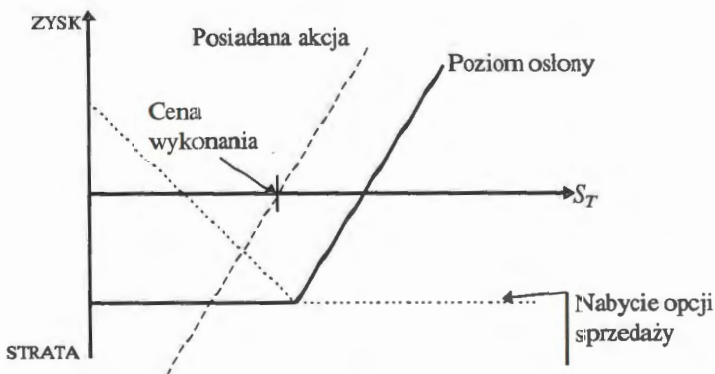
Ad. b). Pozycja osłonięta jest to portfel złożony z instrumentu bazowego oraz z jednej lub więcej identycznych opcji, dzięki czemu instrument bazowy i opcje na niego niwelują wzajemnie skutki niekorzystnej zmiany na rynku. Najprostszy przykład opcji z osłoną, to pozycja nazywana krytą opcją kupna (*writing covered call*) - Rysunek 3a, i pozycja o nazwie ochronna opcja sprzedaży (*protective put*) - Rysunek 3b.

W pierwszym przypadku, portfel tworzą sprzedawane opcje kupna i kupowane (lub posiadane) instrumenty bazowe, w ilości rów-

nej liczbie instrumentów bazowych (osłona pełna), lub mniejszej od niej (osłona niepełna). Rysunek 3a pokazuje, że pozycja osłonięta pozwala na umiarkowaną poprawę wyniku inwestora dla $(S_T - E) < 0$, pozbawiając go potencjalnie znacznych korzyści gdy $(S_T - E) > 0$. W drugim przypadku, osłonięty portfel tworzą: kupowana opcja sprzedaży i kupowane (lub posiadane) instrumenty bazowe dla tej opcji.



Rys. 3a. Wartość wypłaty – kryta opcja kupna

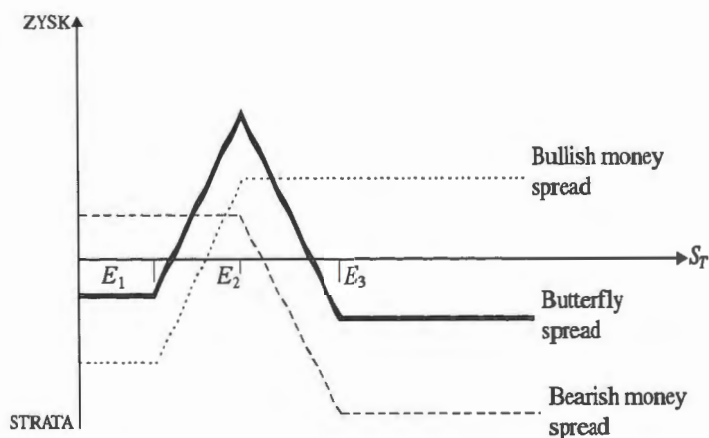


Rys. 3b. Wartość wypłaty – ochronna opcja kupna

Rysunek 3b pokazuje, że poprawa wyniku inwestycji ma miejsce dla $(S_T - E) > 0$, podczas gdy ograniczany jest zysk dla $(S_T - E) < 0$.

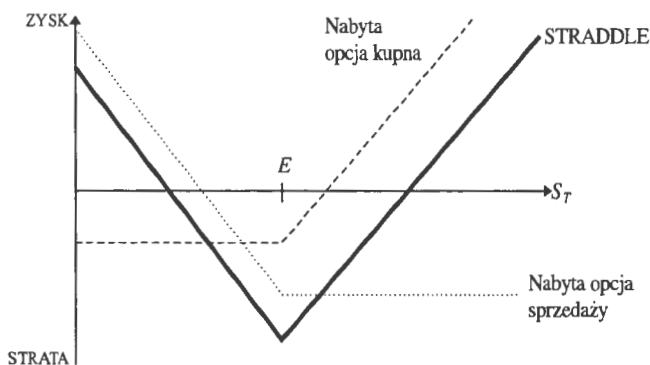
Ad. c). Pozycja *spread* jest to portfel utworzony z przynajmniej dwóch opcji kupna (lub przynajmniej dwóch opcji sprzedaży), z których jedne mogą być kupione, a inne wystawione. Najczęstszymi pozycjami *spread* są portfele złożone z opcji: 1) o tych samych terminach zapadalności, ale o różnych cenach wykonania - zwane *money* (lub *price*) *spreads*; 2) o tych samych cenach wykonania lecz o różnych terminach zapadalności - t.zw. *time* (lub *calendar*) *spreads*; 3) dwóch opcji kupionych (lub wystawionych) o różnych cenach wykonania i dwóch opcji wystawionych (lub kupionych) o identycznej cenie wykonania, która leży między cenami wykonania poprzednich dwóch opcji, a wszystkie cztery opcje mają ten sam termin zapadalności - zwane *butterfly* (lub *sandwich*) *spreads*. Pozycja *butterfly spread* jest kombinacją pozycji *bull spread* i pozycji *bear spread*, przy wykorzystaniu trzech cen wykonania. Rysunek 4 pokazuje funkcję zysk/strata dla strategii *butterfly spread* utworzonej z czterech opcji kupna. Pozycja ta powstaje ze złożenia dwóch innych pozycji (na rysunku zaznaczono je liniami przerywanymi) pozycji *bullish money spread* i pozycji *bearish money spread*. Pozycję *bullish money spread* otrzymujemy nabywając opcję kupna o cenie wykonania E_1 i sprzedając opcję kupna o cenie wykonania E_2 , ($E_1 < E_2$). Pozycję *bearish money spread* otrzymujemy nabywając opcję kupna o cenie wykonania E_3 i sprzedając opcję kupna o cenie wykonania E_2 , ($E_2 < E_3$). Pomijamy proste rysunki, które pokazują jak powstaje funkcja zysk/strata dla pozycji *bullish spread* i *bearish spread*. Podkreślmy jedynie, że wszystkie cztery opcje, tworzące te pozycje, mają ten sam instrument bazowy i identyczne terminy zapadalności. Pozycja *bullish money spread* przynosi inwestorowi korzyść dla rynku rosnących cen na instrument bazowy, a pozycja *bearish money spread* – dla rynku cen malejących (stąd przymiotnik *bullish* w pierwszej nazwie i przy-

miotnik *bearish* w drugiej). Pozycja wypadkowa *butterfly spread* przynosi inwestorowi korzyść dla stosunkowo szerokiego przedziału wahań ceny instrumentu bazowego wokół wartości E_2 , w granicach między wartościami E_1 i E_3 .



Rys. 4. Wartość wypłaty – *butterfly spread* dla opcji kupna

Ad. d). Pozycja kombinowana (*combination*) jest to portfel utworzony z opcji kupna i sprzedaży (o tym samym instrumencie bazowym), przy czym wszystkie one są albo tylko kupione, albo tylko wystawione. Liczba możliwych kombinacji jest ogromna i jedynie niektóre pozycje kombinowane znajdują, jak dotąd, zastosowanie. Na Rysunku 5 pokazujemy funkcję wypłaty dla kombinacji nazywanej *purchased straddle*. Jest to portfel złożony z nabytej opcji kupna i nabytej opcji sprzedaży (ten sam instrument bazowy), przy czym ceny wykonania i terminy do zapadalności są identyczne dla wszystkich opcji. Pozycja *purchased straddle* daje korzyści inwestorowi wówczas, gdy cena instrumentu bazowego odchyła się istotnie, w górę lub w dół, od ceny wykonania E . Gdy inwestor oczekuje małych wahań ceny, korzystna jest strategia *written straddle*.



Rys. 5. Wartość wypłaty – *purchased straddle*

Opcje na kontrakty FUTURES. Jest to rodzaj kontraktu cieszący się dużą popularnością inwestorów na rozwiniętych rynkach kapitałowych. W tym kontrakcie FUTURES jest instrumentem bazowym pochodnym. Instrumentami bazowymi dla dłużnych kontraktów FUTURES są przede wszystkim, bony i obligacje skarbowe. Opcje na kontrakty FUTURES mają szereg zalet, których nie mają same kontrakty FUTURES. Najważniejsze zalety to ograniczenie straty z pozycji i łatwość syntezy różnych instrumentów o pożądanym cechach. Kontrakty te nie generują żadnego strumienia w całym okresie obowiązywania, w związku z tym nie ma z tego tytułu dodatkowych kosztów. W tej sytuacji zachodzi prosty związek między opcjami na kontrakt FUTURES i samym kontraktem FUTURES (F):

$$\text{Zakup OPCJI kupna na } F + \text{Sprzedaż OPCJI sprzedaży na } F = \\ \text{Pozycja długa w } F$$

Syntetyczny kontrakt FUTURES ma te same cechy co jego rynkowy odpowiednik. W literaturze przyjęty jest także równoważny zapis powyższej równości:

OPCJA kupna - OPCJA sprzedaży = Syntetyczny kontrakt F

W tej konwencji kontrakty FUTURES po stronie lewej są domyślne, a znak „-” symbolizuje zajęcie pozycji krótkiej na odpowiednim rynku.

Opcje na papiery dłużne i ich pochodne znajdują wielorakie zastosowania w zarządzaniu portfelem. Ważniejsze z tych zastosowań to: - uzyskanie pożądanego kształtu funkcji gęstości prawdopodobieństwa dla zwrotu z portfela; - uzyskanie kontroli nad wrażliwością zwrotu na zmianę stopy rynkowej; - wykorzystanie posiadanych informacji o spodziewanych zmianach na rynku, w celu zajęcia korzystnej pozycji; - kreowanie instrumentów syntetycznych.

Dalszymi przykładami instrumentów pochodnych zależnych od stóp procentowych są szeroko rozpowszechnione, szczególnie na pozagiełdowych rynkach pieniężnych, kontrakty o obrazowych nazwach: CAP, FLOOR, COLLAR, SWAP i ich pochodne. Kontrakty te są dla nas interesujące z dwóch powodów: po pierwsze, ze względu na specyficzną nieliniowość funkcji dochodu (wyплаты); po drugie, ze względu na interesujące możliwości syntezy pożądanego kontraktu z pomocą kompozycji innych instrumentów, w tym instrumentów występujących w obrocie giełdowym. Ta zastępowalność może mieć znaczenie m.in., dla wyceny tych kontraktów. Technikami modelowania matematycznego charakterystycznych nieliniowości funkcji wyplat oraz efektu zastępowalności instrumentów zajmujemy się w dalszej części pracy (patrz także cz. III).

CAP - jest to kontrakt opcyjny, o skończonym terminie zapadalności (do kilku lat) oferowany na rynku pozagiełdowym i służący zmniejszeniu ryzyka inwestora w związku z wahaniami oprocentowania zaciąganych przez niego pożyczek. Kontrakt ten polega na tym, że instytucja finansowa udzielająca pożyczki zobowiązuje się wobec

pożyczkobiorcy do wypłacenia mu kwoty równej $L * \max\{0, r_b - r_0\}$, gdzie: L jest pożyczoną kwotą, r_b - bieżącą stopą procentową, r_0 - ustalona umową stopa, nazywana **stopą obciążenia**. Opcja jest realizowana w każdym terminie płatności odsetek przez pożyczkobiorcę. Jeżeli pożyczka i opcja CAP są wystawiane przez tę samą instytucję, to zapłata za opcję jest zwykle włączana do oprocentowania kredytu. W innych przypadkach obowiązuje wstępna opłata za opcję.

FLOOR i **COLLAR** to kontrakty podobne do kontraktu CAP, z tym że kontrakt FLOOR jest odnoszony do stopy obciążenia od dołu, a kontrakt COLLAR - do stopy obciążonej od dołu i od góry. Kontrakty CAP, FLOOR i COLLAR można przedstawić w postaci portfela opcji sprzedaży wystawionych dla pewnych zdyskontowanych obligacji, Hull (1993).

SWAP jest to pozagełdowy kontrakt opcyjny, który polega na wymianie strumieni przepływów pieniężnych między umawiającymi się stronami, według reguł ustanowionych w wyniku negocjacji. Dwa typy kontraktów SWAP są szczególnie popularne: kontrakt na wymianę stóp procentowych i kontrakt na wymianę walut.

W przypadku kontraktu SWAP na stopy procentowe, jedna ze stron zobowiązuje się płacić drugiej stronie, w ustalonym czasie, **stałe** odsetki od umówionej wielkości kapitału, podczas gdy strona druga przyjmuje podobne zobowiązanie względem strony pierwszej, ale wyrażone w oprocentowaniu **zmiennym** od tego samego kapitału. Wzajemne zobowiązania stron są regulowane w ustalonych momentach czasu (np., co kwartał), a kontrakt może obejmować okres od kilku do kilkunastu lat. Podkreślimy, że strony płacą sobie wartości odsetek od ustalonego umową kapitału, podczas gdy sam kapitał nie podlega wymianie. Motywacją dla tego typu umów mogą być względne różnice pozycji umawiających się stron na rynku pożyczek o stałym i zmiennym oprocentowaniu, które powodują, że stronom opłaca się wejść w kontrakt SWAP. Poziomem odniesienia dla opro-

centowania zmiennego jest zwykle stopa procentowa LIBOR, dla odpowiedniego okresu czasu (np. LIBOR dla jednego miesiąca). Możliwa jest więc sytuacja, w której każda ze stron zaciąga pożyczkę, o tej samej wartości, na rynku, na którym jej pozycja jest korzystniejsza, a następnie uzgadniają one warunki wymiany między sobą odsetek, tak aby wypadkowe obciążenie odsetkami było korzystne dla każdej ze stron. Potencjalne warunki dla takiej umowy mają miejsce wówczas, gdy zachodzi nierówność $(a - b) > 0$, gdzie a jest różnicą oprocentowania stałego, według którego strony mogą zaciągać kredyt, a b jest podobną różnicą dla rynku oprocentowania zmiennego. W przypadku kontraktu SWAP na waluty, strony umawiają się co do wymiany odsetek i kapitałów, od którego są one liczone, przy czym kapitał jest wyrażony w różnych walutach (np. w dolarach i jenach). Wymiana walut między stronami ma miejsce na początku i na końcu obowiązywania kontraktu.

W książce Hulla (1993) pokazano, że jeżeli można zaniedbać ryzyko niewypłacalności stron, to kontrakt SWAP na stopy procentowe (podobnie jak kontrakt na waluty) można zastąpić albo kombinacją pozycji długiej i pozycji krótkiej dla pewnej obligacji, albo jako kompozycję (portfel) kontraktów FORWARD. SWAP może mieć wbudowaną opcję polegającą na prawie do przedłużenia lub skrócenia kontraktu przez jedną ze stron. Rynki oferują także kontrakt SWAPTION, który jest opcją na kontrakt SWAP.

2. Strumień wpływów. Struktura stóp procentowych

Każda inwestycja może być traktowana jako bieżące wyrzeczenie (rezygnacja z wolnej od ryzyka konsumpcji obecnej) dla korzyści przyszłych, których wysokość jest niepewna (możliwa jest także strata). Wyrzekając się konsumpcji bieżącej, inwestor chce określonej

IBS *Seria*

Wspomaganie decyzji inwestycyjnej

Roman Kulikowski,
Marek Libura,
Leon Słomiński

44006

W książce omawiane są zagadnienia z obszaru analizy finansowej i teorii portfela inwestycyjnego z wykorzystaniem komputerowej metodologii wspomagającej podejmowanie decyzji.

Książka może być przedmiotem zainteresowania zarówno decydentów, podejmujących decyzje finansowe, jak i inwestorów giełdowych i doradców finansowych oraz studentów i doktorantów.

Monografia pozwoli głębiej i pełniej zrozumieć złożoną problematykę finansów i inwestycji, z uwzględnieniem różnych form ryzyka i podejmować w działalności praktycznej decyzje optymalne.

Rozważane są zasady konstruowania modeli matematycznych opisujących rynki kapitałowe – kształtowanie się cen oraz oczekiwanych zwrotów nakładów inwestycyjnych – jak również modeli działalności inwestora w postaci tzw. funkcji użyteczności.

ISBN 83-85847-09-X

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 37-35-78 w. 241 e-mail: kotuszew@ibspan.waw.pl