NSTYTUT ORGANIZACJI I KIEROWANIA
OLSKIEJ AKADEMII NAUK
MINISTERSTWA NAUKI SZKOLNICTWA WYŻSZEGO I TECHNIKI

# ПРИМЕНЕНИЕ В ПРОМЫШЛЕННОСТИ МЕТОДОВ ОРГАНИЗАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ, КИБЕРНЕТИКИ И ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИИ

МАТЕРИАЛЫ СОВЕЩАНИЯ
ЭКСПЕРТОВ СТРАН-ЧЛЕНОВ СЭВ
БЫТОМ, ДЕКАБРЬ 1974

ATERIAŁY KONFERENCYJNE

ARSZAWA
976

Redaktor
Piotr Ozięblo
Redaktor techniczny
Iwona Dobrzyńska
Korekta
Barbara Czerwińska

Opracowanie naukowe
mgr inż. Jan Studziński

*Водачек Л.*
*Миколаш Р. (ЧССР)*
*Международный коллектив ученых*

# РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАДАНИЙ И РЕСУРСОВ ПРИ УПРАВЛЕНИИ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫМ ПРОИЗВОДСТВОМ

Данный доклад посвящен применению математических методов исследования операций для управления производством дискретного типа.

Работа берет свое начало в проведенном нами анализе конкретных плановых задач, решаемых в машиностроительном объединении ЧКД Прага. Рассматривались следующие задачи:

— среднесрочное планирование и развитие производственной базы машиностроительного завода и цехов основного производства серийного, мелкосерийного и единичного типа,

— технико-экономическое планирование производства на период одного года, включая вопросы межзаводского кооперирования,

— календарное планирование, а именно, распределение портфеля заказов на более короткие интервалы времени для цехов основного производства,

— оперативное планирование работы участков и расписание загрузки станков во времени.

Результаты анализа подтвердили наше предположение, что процесс управления машиностроительным производством в пространстве и времени для широкого круга практических задач можно свести к решению последовательности задач целесообразного распределения и перераспределения заданий и ресурсов.

Такое методологическое упрощение имеет большое значение для системного рассмотрения и выделения общих и специфических черт при описании задач и анализа подходов, проектов и программ управления производством разного вида и типов. Используя принцип аналогии, можно затем подойти, например, к модульному описанию и решению некоторых задач управления производством, как основному звену концепции типовых проектов АСУ производством. Таким образом проведенное методологическое упрощение касается решения проблем, которые стали актуальными при управлении производством и разработке АСУ в результате применения ЭВМ и математических методов. Можно, например, привести проблему дифференцированного определения оптимальных периодов планирования и их согласования или синтез производственной структуры.

Сами понятия заданий и ресурсов являются при нашем анализе строго классифицированными обобщениями широкого диапазона факторов и показателей, с которыми мы сталкиваемця при планировании и анализе машиностроительного производства, но которые здесь не будут перечисляться.

Для наглядности можно сказать, что под „заданием" понимается, например, ограниченное планом количество и качество изделий или их составных частей; требования к услугам з монтажным работам; утвержденные качественные и количественные показатели плана.

Под „ресурсом" понимаются, например, ограниченные количества материалов, обладающие определенными свойствами; эффективные фонды машин и оборудования; мощности транспортных средств и производственных площадей, емкости складов и даже информация в виде документации технической подготодки производства, данных материалов и т. п.

*Процессы распределения* — под этим в последующем изложении мы будем подразумевать перераспределение ресурсов и заданий между подсистемами или элементами системы.

Процессы распредепения осуществляются при помощи материально-энергетических и информационных связей. Именно эти связи цехов, участков, групп машин и т.п. обеспечивают координационные процессы согласования отдельных функциональных частей производства. Здесь можно было бы отметить взаимосвязь рассматриваемой нами проблематики и тематики интегрированного управления производством.

В нашей работе основное внимание уделяется процессу управления производством с точки зрения целесообразного распределения имеющихся заданий и ограниченных ресурсов для обеспечения дерева целей анализируемой системы. Мерой целесообразности можно считать, например, степень выполнения совокупности целей, целевую функцию и добавочные целевые ограничения и т.п.

В ходе работы нами была разработана простая классификация процессов распределения заданий и ресурсов в пространстве и времени с целью формирования количественных характеристик для оценки общих системных аспектов практических задач управления производством.

Мы исходили из предположения, что процессы распределения заданий и ресурсов следует рассматривать одновременно в трех направлениях. Эти направления соответствуют возможному развитию связей подсистем или элементов структуры системы в трехмерном пространстве процессов принятия решений. Это:

а) распределение по вертикальной размерности управления,

б) распределение по горизонтальной размерности управления,

в) распределение по интервалам времени управления.

Более подробная характеристика этой классификации, включая примеры из управления машиностроительным производством, была нами опубликована [1]. Здесь нужно отметить только следующее:

1. Распределение по вертикальной размерности управления предполагает развитие связей по иерархическим уровням управления. Это имеет важное значение при синтезе функциональной и организационной структуры управления и касается аспектов меры централизации и децентрализации управления.

2. Распределение по горизонтальной размерности управления предполагает развитие связей между подсистемами или элементами структуры на каком-либо одном уровне управления. Это имеет важное значение при решении задач анализа и синтеза производственной структуры, включая, например, вопросы концентрации, технологической специализации и кооперации производства.

3. Распределение по интервалам времени управления предполагает развитие „связей" между интервалами времени, составляющими период управления, или, в частности, планирования.

Решение практических задач управления производством может одновременно учитывать проблематику распределения во всех размерностях; в частности, горизонтальной и временной размерностях для решения задач кооперации.

На данном этапе развития работ по теме мы разрабатывали вопросы распределения заданий и ресурсов, главным образом, по интервалам времени управления.

Для описания и рассмотрения задач распределения заданий и ресурсов во времени были предложены количественные характеристики условий и экономической оценки этих распределительных процессов.

Введены:

а) мера допустимого распределения (перевода) заданий и ресурсов,

б) экономическая оценка распределения (перевода) заданий и ресурсов.

На этой основе можно для каждого вида заданий или ресурса количественным способом охарактеризовать некоторую форму зависимости в процессах их распределения. Например, с учетом размерности практических прикладных задач охарактеризовать линейную зависимость типа

$$F_l(t) = P_l(k, t)\, F_l(k)$$

где: $F_l(k)$ — задание или ресурс типа $l$ переведенный из интервала времени $k$ на интервал времени $t$,

$F_l(t)$ — исходное задание или ресурс на интервале $t$,

$P_l(k, t)$ — коэффициент распределения (перевода) из интервала времени $k$ на интервал времени $t$.

Приведенная зависимость учитывает следующую классификацию коэффициентов распределения:

а) коэффициент полного распределения (переводимости), если $P_l(k, t) = 1$,

б) коэффициент пониженного расдепреления, если $0 < P_l(k, t) < 1$,

в) коэффициент повышенного распределения, если $P_l(k, t) > 1$,

г) коэффициент нулевого распределения (непереводимости), если $P_l(k, t) = 0$.

Коэффициенты распределения относятся к системе ограничений на имеющиеся задания и ресурсы. Они определены физической или технико-экономической сущностью заданий и ресурсов, и интервалами времени, между которыми учитывается процесс распределения (перевода).

Примером ресурсов, где можно учитывать коэффициенты полного распределения являются ресурсы материалов в сырья, которые будучи не использованы на учитываемом интервале времени, могут в полном размере быть использованы на последующих интервалах времени.

Примером ресурсов, где можно учитывать коэффициенты уменьшенного распределения, являются заказанные объемы кооперирования, часть которых будет сокращена, если на данном интервале времени они были не использованы. Другим примером можно считать ресурсы, подвергающиеся искажению.

Примером ресурсов, где можно учитывать коэффициенты нулевого распределения, можно считать неиспользованные эффективные фонды машин на данном интервале времени.

Примером заданий, где можно учитывать полное распределение, является неограниченный перевод ассортимента изделий во времени, или возможность перевода перевыполнения нижнего ограничения плана в пользу выполнения плана следующего интервала времени.

Второй характеристикой, т.е. экономической оценкой распределения заданий и ресурсов, будем считать характеристику эффекта реализации процессов распределения. Можно предположить, что существует тесная связь между этой экономической оценкой и мерой допустимого распределения заданий и ресурсов. Важно, что экономические оценки следует увязывать, например, с целевой функцией или дальнейшими формами оценки эффективности анализируемых процессов управления.

Коэффициенты экономической оценки можно построить аналогично конструкции стоимостных показателей издержек производства. Например, при этом можно учитывать компоненту постоянных расходов на создание связей для распределения и компоненту переменных расходов на их функционирование. Для упрощения трудностей, возникающих из-за большой размерности практических задач управления производством, рассматривались математические модели, учитывающие только компоненту переменных расходов, которые находятся в линейной зависимости от переменных в целевой функции.

Разработанный подход мы применили для построения анализа общей линейной модели распределения заданий и ресурсов во времени.

**Обозначения**

$x(t)$ — вектор неизвестного общего числа единиц производственных заданий, выпущенных на интервале времени $t$, где $t = 1, 2, \ldots, p$,

$x(k, t)$ — вектор неизвестного числа единиц производственных заданий, производство которых начнется и будет окончено на интервале времени $t$, но ресурсы для их обеспечения будут переведены из интервала времени $k \leqslant t$,

$f(t)$ — вектор заданий или ресурсов, распределенных (без учета перераспределения во времени) на интервале времени $t$. С целью упрощения формулировки определяется $f(t) = z(t, t)$,

$z(k, t)$ — перераспределенные задания или ресурсы (перевыполнение производственных заданий сверх установленного минимального лимита; остаток неиспользованных материальных ресурсов и т.п.), которые переводятся из интервала времени $k$ для возможного использования на интервале времени $t$ и которые при их недоиспользовании можно вновь перевести в следующий интервал времени (например, с коэффициентом нулевого распределения),

$c(t)$ — вектор оценки единиц производственных заданий $x(t)$ в целевой функции,

$A(t)$ — матрица коэффициентов потребления ресурсов в системе ограничений для векторов производственных заданий $x(k, t)$, где $k = 1,2, \ldots, t$,

$P(k, t)$ — диагональная матрица коэффициентов распределения (переводимости) заданий и ресурсов для перевода из интервала времени $k$ на интервал времени $t$; при этом $P(t, t) = E$, т.е. единичная матрица,

$v(k, t)$ — вектор коэффициентов экономической оценки распределения заданий и ресурсов для перевода из $k$-ого на $t$-ый интервал времени.

Все векторы считаются столбцовыми.

## Математическая модель

Ограничения:

$$A(m)x(k, m) + z(k, m+1) - P(k, m)z(k, m) = 0$$

для $k = m, m-1, \ldots, 2, 1$

$$x(m) - \sum_{k=1}^{m} x(k, m) = 0$$

где $m$ означает интервал времени.

Общие ограничения:

$$x(t), x(k, t) \geqslant 0$$

для $t = 1,2, \ldots p$; $k = 1,2 \ldots t$

Целевая функция:

$$g(p)=\sum_{t=1}^{p} c^T(t)\,x(t)-\sum_{t=2}^{p+1}\sum_{k=1}^{t-1} v^T(k,t)\,z(k,t)$$

Наша задача следующая: найти мах $g(p)$.

Более подробно приведенная модель и ее содержательная сторона были рассмотрены в статье [2]. Эта модель имеет, главным образом, методологическое значение, но вместе с тем служит исходным пунктом для рассмотрения не только традиционных задач планирования производства, но и задач определения оптимального периода планирования и его разбивки на отдельные интервалы времени, т.е. задач, которые весьма актуальны в системах скользящего планирования.

Применение общей модели можно продемонстрировать на большом круге задач среднесрочного, технико-экономического, календарного и оперативного планирования производства. Схематически можно это показать на простой задаче календарного планирования, которую мы для наглядности сформулировали в виде модели линейного программирования.

**Обозначения**

$x(t)$ — вектор неизвестного числа единиц производственных заданий, производство которых начнется и окончится на интервале времени $t$, где $t=1,2,\ \ldots,\ p$,

$z_u(t,\,t+1)$ — вектор неизвестного числа единиц производственных заданий, производство которых начинается и оканчивается на интервале времени $t$, но их выпуск переводится на следующий интервал времени и, тем самым, снижаются лимиты (ограничения) задания однородного типа на этом (т.е. следующем) интервале времени. С формальной точки зрения вектор $z_u(t,t+1)$ неположительный (из-за ограничений снизу),

$u(t)$ — вектор минимальных чисел (объемов, нижних ограничений) производственных заданий на интервале времени $t$ (например, заранее заданные объемы и сроки сбыта, требования межзаводской кооперации и т.п. Допускается досрочное выполнение обязательного задания с опережением одного интервала времени,

$l(p)$ — вектор максимальных суммарных чисел (объемов, верхних ограничений) производственных заданий для целого периода планирования, т.е. портфель заказов до последнего учитываемого интервала времени $p$,

$f(t)$ — вектор запланированных эффективных фондов машин и оборудования на интервале времени $t$. Речь идет о ресурсах непереводимых во времени,

$s(t)$ — вектор запланированного количества материалов, полуфабрикатов и сырья предоставляемых производству в начале интервала времени $t$. Речь идет о ресурсах, неиспользованные остатки которых вполне переводимы на следующие интервалы,

$z_s(t+1)$ — вектор неиспользованных остатков материалов и сырья, которые переводятся из интервала времени $t$ в интервал времени $t+1$, а в случае их неиспользования и на последующие интервалы времени. Вводим следующее упрощение (по сравнению с общей моделью): дифференциация не учитывается в том случае, когда используется действительный переводимый остаток ресурса (т.е. входящий в „общий буферный запас"). По той же причине не следует учитывать экономическую оценку распределения (переводимости) этих видов ресурсов в целевой функции,

$c(t)$ — вектор оценки единиц производственных заданий в целевой функции,

$v_u(t+1)$ — вектор экономической оценки распределения (переводимости) производственных заданий $z_u(t, t+1)$, т.е. коэффициенты коррекции целевой функции из-за преждевременного перевыполнения нижних ограничений ассортимента продукции,

$v_f(t)$ — вектор коэффициентов экономической оценки эффективных фондов машин и оборудования при переводе учитываемого ресурса из интервала времени $t$ на следующий интервал $t+1$. В конкретном случае речь идет об экономической оценке потерь из-за неиспользованных производственных мощностей,

$A_f(t)$ — матрица норм потребления эффективных фондов времени машин и оборудования на интервале времени $t$,

$A_s(t)$ — матрица норм потребления материалов, полуфабрикатов и сырья на интервале времени $t$.

**Математическая модель**

Ограничения:

$$A_f(m)\,x(m) \leqslant f(m)$$

$$A_s(m)\,x(m) + z_s(m+1) - z_s(m) = s(m)$$

$$x(m) + z_u(m, m+1) - z_u(m-1, m) = u(m)$$

где $m$ означает интервал времени.

Общие ограничения:

$$\sum_{t=1}^{p} \boldsymbol{x}(t) \leqslant \boldsymbol{l}(p)$$

$$\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{x}(t),\ \boldsymbol{z}_s(t+1) \geqslant \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{z}_u(t,\ t+1) \leqslant \boldsymbol{0} \end{array}\right\} \text{для } t = 1, 2, \dots p$$

Целевая функция:

$$g(p) = \sum_{t=1}^{p} \left[\boldsymbol{c}^T(t)\,\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{v}_u^T(t+1)\,\boldsymbol{z}_u(t,\ t+1) - \sum_{t=1}^{p} \boldsymbol{v}_f^T(t)\left[\boldsymbol{f}(t) - \boldsymbol{A}_f(t)\,\boldsymbol{x}(t)\right]\right]$$

Наша задача следующая: найти $\max\limits_{p} g(p)$.

Вторая, более сложная задача касается проблемы согласования развития производственной базы завода и портфеля заказов при условии двух форм финансирования покупки новых машин и оборудования. Задача также сводится к модели частично целочисленного линейного программирования.

**Обозначения**

$\boldsymbol{x}(t)$ — вектор неизвестных чисел единиц производственных заданий, производство которых начинается и окончивается на интервале времени $t$, где $t = 1, 2, \ldots, p$,

$[\boldsymbol{r}_{\min}(t),\ \boldsymbol{r}_{\max}(t)]$ — вектора задаваемых нижних и верхних ограничений для допустимого количества производственных заданий $\boldsymbol{x}(t)$. Не разрешается переводимость во времени; задаваемые вектора представляют собой постоянные ограничения (например, годовой технико-экономический план),

$\boldsymbol{s}_v(t)$ — вектор неизвестного количества машин и оборудования, покупаемых из собственных финансовых средств предыдущих интервалов времени, т.е. $v(t)$ и переведенных остатков финансовых средств $z_v(\boldsymbol{k},\ \boldsymbol{t})$ (см. дальшие обозначения). Учитываемые машины и оборудование предполагается ввести в строй в начале интервала времени $t$. Для $t = 0$ учитывается заранее известное число машин и оборудования уже существующей производственной базы,

$\boldsymbol{s}_w(t)$ — вектор неизвестного числа машин и оборудования, покупаемых за счет централизованных финансовых средств,

$\boldsymbol{F}(k, t)$ — диагональная матрица заданных эффективных фондов времени машин и оборудования. Предполагается, что эти машины и оборудование были введены в действие в интервал времени $k$, и производство использует их на интервале времени $t$, где $k \leqslant t$; $k = 0$,

$1 \dots p$, $t = 1, 2 \dots p$. Используя коррекцию нормативных численных величин эффективных фондов времени можно подключить разные сроки введения в действие (если $k = t$), или простоев из-за запланированных ремонтных работ (если $k > t$),

$\boldsymbol{c}(t)$ — вектор заданных планированных цен (расходов связанных с покупкой и введением в действие) для машин и оборудования покупаемых за счет собственных финансовых средств в интервал времени $t$,

$\boldsymbol{c}_w(t)$ — вектор заданных планированных цен (расходов связанных с покупкой и введением в действие) для машин и оборудования покупаемых за счет централизованных финансовых средств на интервале времени $t$,

$\boldsymbol{A}_f(t)$ — матрица заданных коэффициентов запланированной трудоемкости. Содержит по столбцам упорядоченные требования отдельных производственных заданий на ограничения соответствующих им эффективных фондов времени (существующих или определяемых расчетом машин и оборудований). Группировка машин и оборудования проводится по принципу полной технологической заменяемости и одинаковых норм производственных факторов,

$\boldsymbol{N}(k, t)$ — диагональная матрица заданных (запланированных, средних) коэффициентов выполнения производственных норм для машин и оборудования $\boldsymbol{s}_v(k)$ и $\boldsymbol{s}_w(k)$, введенных в действие на интервале времени $k$ и действующих на интервале времени $t$, где $k \leqslant t$, $k = 0, 1, 2 \dots p$, $t = 1, 2 \dots p$,

$\boldsymbol{M}(k, t)$ — диагональная матрица заданных коэффициентов для характеристики запланированного сокращения числа машин и оборудования $\boldsymbol{s}_v(k)$ и $\boldsymbol{s}_w(k)$, введенных в действие в интервале времени $k$ и действующих в интервале времени $t$, где $k \leqslant t$, $k = 0, 1, 2 \dots p$, $t = 1, 2 \dots p$,

$v(t)$ — скаляр (одноразмерный вектор) неизвестных (искомых) собственных финансовых средств, которые применимы как первая составная часть инвестиционных средств[1)] для покупки машин и обо-

---

[1)] Понятие инвестиционных средств применяется здесь в более широком смысле, чем обыкновенно принято в справочных руководствах по методике экономического планирования. Учитывая цель работы под инвестиционными средствами следует понимать финансовые средства, которые надо тратить на интервале времени $t$, чтобы в начале того же самого интервала времени были введены в действие новые производственные мощности. В общем было бы возможным учитывать скаляр с двумя индексами, т.е. $v(k, t)$, где $k$ определяю бы интервал выдачи финансовых средств, а $t$ — интервал введения машин и оборудования в строй.

рудования. Предполагается, что интервал времени выдачи финансовых средств и введения в ход покупаемых машин и оборудования совпадают. Учитываемые финансовые ресурсы $v(t)$ находятся в линейной функциональной зависимости от экономических результатов производственно-хозяйственной деятельности интервала времени, опережающего срок их израсходования, т.е. от результатов интервала времени $(t-1)$. Преобразование осуществляется при помощи коэффициента $g(t)$. Для начального интервала времени $t=1$ заранее определено максимальное численное значение используемых финансовых ресурсов, т.е. $v_{\max}(1)$. Неиспользованные собственные финансовые средства переводятся в следующие интервалы времени при помощи коэффициентов экономической переводимости $p_v(k, t)$,

$q(t)$ — заданный коэффициент перевода (скалярная величина) между достигнутыми экономическими результатами производственно-хозяйственной деятельности на интервале времени $(t-1)$, т.е. в рамках модели, определяемой показателем $e^T(t-1)\,x(t-1)$ и искомыми собственными финансовыми средствами для покупки машин и оборудования на интервале времени $t$,

$w(t)$ — скалярная величина централизованных финансовых средств, применяемых в качестве второй составной части инвестиционных средств. Предполагается, что интервалы времени выдачи финансовых средств и введения в действие купленных машин и оборудования совпадают. Централизованные финансовые средства приобретаются вне непосредственной зависимости от экономических результатов предыдущих интервалов времени. Примером могут служить финансовые средства из централизованных ресурсов, банковского кредита, дотаций и т.п.[1] Верхнее ограничение допустимого использования для интервала времени, т.е. $w_{\max}(t)$, заранее определено. Предполагается, что централизованные финансовые средства $w(t)$ не разрешается переводить во времени в следующие интервалы времени,

$e(t)$ — вектор заданных коэффициентов финансовой оценки (например, расчетные цены) единиц производственных заданий для

---

[1] В случае целевой направленности предлставляемых финансовых средств только для некоторых видов инвестиционной деятельности или типов машин (например, импорт специальной техники) надо в модели учерь более подробную классификацию, как можно использовать отдельные виды финансовых средств.

определения показателя экономических результатов производственно-хозяйственной деятельности на интервале времени $t$, условно для целевой функции,

$\boldsymbol{u}_v(k, t)$ — вектор неизвестных вспомогательных (нецелочисленных) переменных к определению удельной части машин и оборудования $\boldsymbol{s}_v(t)$, покупаемых на остатки финансовых средств (часть $v(k)$), переведенных из интервала времени $k$ на интервал времени $t$, т.е. $p_v(k, t)\, z_v(k, t)$,

$z_v(k, t)$ — скалярная величина неизвестных неиспользованных собственных финансовых средств (часть $v(k)$), появившихся на интервале времени $t$, где они могут быть применены к покупке определенной доли новых машин и оборудования,

$p_v(k, t)$ — скалярная величина заданного коэффициента меры переводимости неиспользованных собственных финансовых средств $z_v(k, t)$, т.е. ресурсов, возникших на интервале времени $k$ и переведенных для условного применения на интервал времени $t$,

$d_v(k, t)$ — скалярная величина заданного коэффициента экономической оценки переводимости неиспользованных собственных финансовых средств $z_v(k, t)$, переведенных из интервала времени $k$ для использования в интервале времени $t$. Применяется для постановки целевой функции и, с учетом его содержательной части, имеет тесную связь с $p_v(k, t)$,

$d_w(t)$ — скалярная величина заданного коэффициента экономической оценки применения во времени непереводимых централизованных финансовых средств $w(t)$ (например, процент за кредит, форма финансового налога за право пользования централизованными финансовыми средствами и т.п.),

$\Lambda(t)$ — параметр для изменения задаваемой численной величины верхнего ограничения количества централизованных финансовых средств $w_{\max}(t)$. Его применение обусловлено разрешением пользоваться процедурами параметризации (например, параметрического линейного программирования). В других случаях считается $\Lambda(t) = 0$.

**Математическая модель**

Ограничения:

$$\boldsymbol{A}_f(m)\,\boldsymbol{x}(m) - \sum_{k=1}^{m} \boldsymbol{N}(k, m)\,\boldsymbol{M}(k, m)\,[\boldsymbol{s}_v(m) + \boldsymbol{s}_w(m)] \leqslant$$

$$\leqslant \boldsymbol{N}(0, m)\,\boldsymbol{F}(0, m)\,\boldsymbol{M}(0, m)\,[\boldsymbol{s}_v(0) + \boldsymbol{s}_w(0)]$$

$$e^T(m-1)\,x(m-1) - q(m)\,v(m) = 0$$

$$w(m) \leqslant w(m)_{\max} + \Lambda(m)$$

$$c_v^T(m)\,u_v(k, m) + z_v(k, m+1) - p_v(k, m)\,z_v(k, m) = 0 \text{ для } k = 1, 2 \ldots m-1$$

$$c_v^T(m)\,u_v(m, m) + z_v(m, m+1) - v(m) = 0$$

$$s_v(m) - \sum_{k=1}^{m} u_v(k, m) = \mathbf{0}$$

$$c_w^T(m)\,s_w(m) - w(m) = 0$$

$$x(m) \leqslant r_{\max}(m)$$

$$x(m) \geqslant r_{\min}(m)$$

где $m$ означает интервал времени.

Общие ограничения:

$$x(t),\ u_v(k, t) \geqslant 0$$

$$v(t),\ w(t),\ z_v(k, t) \geqslant 0$$

$s_v(t)$, $s_w(t) \geqslant 0$ и целочисленные.

Целевая функция:

$$g(p) = \sum_{t=1}^{p} \left[e^T(t)\,x(t) - d_w(t)\,w(t)\right] + \sum_{t=2}^{p+1} \sum_{k=1}^{t-1} d_v(k, t)\,z_v(k, t)$$

Наша задача следующая: найти $\max_p g(p)$.

Более подробные сведения о содержательной и вычислительной стороне обеих иллюстративных моделей (календарного планирования и развития производственной базы завода) приведены в отчете Международного коллектива ученых по данной теме.

Последующие этапы работы по данной теме будут развиваться в направлении решения проблем распределения заданий и ресурсов в связи с более широкой проблематикой интегрированного управления производством, в частности, аналнза и синтеза производственных структур на уровне машиностроительного завода.

### Литература

[1] Организация и управление, 1974,

[2] Экономическо — математический обзор, 4/1974, Прага.