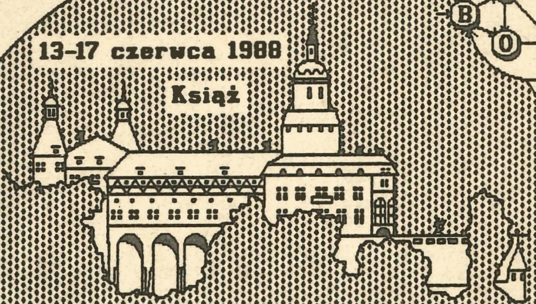
Redaktorzy:
A.Straszak
Z.Nahorski
J.Sikorski

13-17 czerwca 1988
Książ



1. Krajowa Konferencja Badań Operacyjnych i Systemowych

Tom 2

BOS'88

POLSKIE TOWARZYSTWO BADAŃ
OPERACYJNYCH I SYSTEMOWYCH

INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

POLSKIE TOWARZYSTWO BADAŃ OPERACYJNYCH I SYSTEMOWYCH

TOM 2

WSPOMAGANIE PODEJMOWANIA DECYZJI
MODELE I SYSTEMY

I KRAJOWA KONFERENCJA

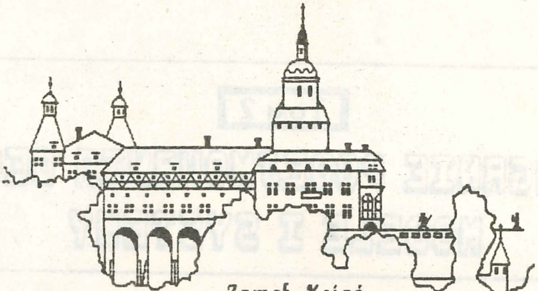
BADAŃ OPERACYJNYCH i SYSTEMOWYCH

Książ, 13 - 17 czerwca 1988

BOS'88

INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH POLSKIEJ AKADEMII NAUK

1989
WARSZAWA



Zamek Książ

I Krajowa Konferencja Badań Operacyjnych i Systemowych

Organizator konferencji

Polskie Towarzystwo Badań Operacyjnych i Systemowych
przy współpracy
Instytutu Badań Systemowych PAN

Komitet naukowy konferencji

Jerzy Hołubiec, Andrzej Kałuszko, Jerzy Kisielnicki, Henryk Kowalowski, Roman Kulikowski, Franciszek Marecki, Zbigniew Nahorski, Stanisław Piasecki, Jarosław Sikorski, Jan Stachowicz, Jan Stasierski, Andrzej Straszak, Maciej Sysło, Władysław Świtalski

Redaktorzy naukowi materiałów

Andrzej Straszak, Zbigniew Nahorski, Jarosław Sikorski

7. Systemy planowania i prognozowania

7.3

I Krajowa Konferencja
Badań Operacyjnych i Systemowych
Książ, 13 - 17 czerwca 1988r.

PROGNOZOWANIE SZEREGÓW CZASOWYCH NA PODSTAWIE MODELU ZAWIERAJACEGO SKŁADOWA ODCINKOWO-LINIOWA

Leszek Klukowski
Instytut Badań Systemowych PAN
ul.Newelska 6
01-447 Warszawa

W pracy przedstawiono metodę prognozowania szeregów czasowych pozwalającą prognozować chwile oraz kierunki zmian trendu. Podstawę metody stanowi model będący sumą dwóch procesów stochastycznych: szumu białego oraz tzw. składowej odcinkowo-liniowej, będącej szczególnym przypadkiem procesu semi-Markowa. W pracy omówiono predyktory średnio-kwadratowe otrzymane przy różnych założeniach o znajomości parametrów składowej odcinkowo-liniowej oraz podano przykład zastosowania dotyczący krótkookresowego prognozowania cen kakao na giełdzie w Nowym Jorku.

1. Wprowadzenie

W literaturze statystycznej oraz ekonometrycznej przedstawiono wiele różnorodnych metod prognozowania szeregów czasowych, m.in. metody oparte na modelach regresyjnych por. Anderson (1971) modelach z klasy ARIMA por. Box-Jenkins (1983), Granger-Newbold (1977), filtrze Kalmana por. Morrison-Pike (1977), Harrison-Stevens (1971), itp. Jednakże w praktyce występują zjawiska, dla których istniejące metody nie prowadzą do pozytywnych wyników. Przykładem takich zjawisk są m.in. krótkookresowe wahania cen na międzynarodowych rynkach towarowych i inne zjawiska o charakterze koniunkturalnym. Przebiegi szeregów czasowych tych zjawisk charakteryzują się występowaniem gwałtownych, skokowych zmian kierunku trendu oraz znacznym rozrzutem obserwacji wokół trendu. Prognozy szeregów tego typu, otrzymywane na podstawie istniejących metod, nie zapewniają dokładności niezbędnej w praktyce oraz - co najistotniejsze - nie pozwalają przewidywać chwil wystąpienia zmiany trendu jak również kierunku zmian (por. Labys-Granger (1970), Rossati-Ryszkiewicz (1984)).

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie metody pozwalającej otrzymywać prognozy o lepszych własnościach niż przy użyciu istniejących metod, a w szczególności umożliwiającej prognozowanie chwil oraz kierunków zmian trendu. Podstawę metody stanowi model sformułowany w postaci sumy dwóch procesów stochastycznych: szumu białego oraz tzw. składowej odcinkowo-liniowej, której realizacje przyjmują wartości równe wartościom funkcji przedziałami liniowej o zmieniającym się losowo współczynniku kątowym (nachyleniu) oraz o losowych czasach trwania odcinków; zakłada się dodatkowo, że zbiór nachyleń jest skończony, natomiast zmiany nachyleń dokonują się wg schematu jednorodnego łańcucha Markowa.

W pracy omówiono predyktory średnio-kwadratowe proponowanego modelu, otrzymane przy różnych założeniach o znajomości parametrów składowej odcinkowo-liniowej.

Ponadto podano przykład zastosowania metody dotyczący prognozowania cen kakao na giełdzie w Nowym Jorku oraz porównano otrzymane wyniki z prognozami otrzymanymi przy użyciu tzw. metody

Harrisona-Stevensa (1971), będącej szczególnym przypadkiem filtru Kalmana.

2. Postać modelu

Modelem zawierającym składową odcinkowo-liniową (krótko modelem odcinkowo-liniowym) będzie nazywany proces stochastyczny $\{X_t, t=1,\ldots\}$ o postaci:

$$X_t = Y_t + \varepsilon_t \tag{1}$$

gdzie:

Y_t - proces stochastyczny, którego każda realizacja $y_1,\ldots,y_T$ przyjmuje wartości równe wartościom ciągłej funkcji przedziałami liniowej $\phi(t)$ (dla całkowitych wartości argumentów t) zdefiniowanej następująco:

$$\phi(t) = \begin{cases} a_o + \beta_i t & ; t^{(o)} < t \leqq t^{(1)} \\ a_1 + \beta_j (t-t^{(1)}) & ; j \neq i \; ; t^{(1)} < t \leqq t^{(2)} \\ \cdot & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ a_{m-1} + \beta_r (t-t^{(m-1)}) & ; t^{(m-1)} < t \leqq t^{(m)} \\ a_m + \beta_s (t-t^{(m)}) & ; s \neq r ; t^{(m)} < r \leqq T \end{cases}$$

przy czym:

- $t^{(\nu)}$ - liczby całkowite (chwile zmiany nachylenia);
- a_o - stała nielosowa;
- β_k - współczynniki kątowe należące do skończonego zbioru $B = \{\beta_1,\ldots,\beta_n\}$;

- czas trwania każdego z odcinków o nachyleniu $\beta_j \in B$ jest realizacją zmiennej losowej K_j, przyjmującej wartości ze zbioru liczb naturalnych oraz spełniającej warunki:

$$P(K_j \geq C_j) = 1; \quad 1 \leq j \leq n$$

gdzie: C_j - stałe, o wartościach nie mniejszych niż dwa;

- zmienne losowe K_j tworzą zbiór wzajemnie niezależnych zmiennych losowych;
- zmiany współczynników kątowych są realizacją jednorodnego łańcucha Markowa o macierzy przejść $P = [p_{ij}]$; $i,j=1,\ldots,n$, w którym zbiorem stanów jest zbiór B; o prawdopodobieństwach przejść zakłada się, że:

$$0 \leq p_{ij} \leq 1; \quad \sum_{j \neq i} p_{ij} = 1;$$

ε_t - ciąg nieskorelowanych zmiennych losowych o rozkładach normalnych $N(0,\sigma_\varepsilon^2)$, przy czym zmienne procesów $\{Y_t,\ t=1,\ldots\}$ oraz $\{\varepsilon_t,\ t=1,\ldots\}$ są niezależne en bloc.

Z założenia o ciągłości funkcji $\phi(t)$ wynika, że stałe $a_1,\ldots,a_m$ spełniają warunki:

$$a_\nu = a_{\nu-1} + \beta_j(t^{(\nu)} - t^{(\nu-1)}),$$

gdzie: β_j - nachylenie funkcji $\phi(t)$ w przedziale $(t^{(\nu-1)}, t^{(\nu)})$.

W dalszym ciągu pracy zakłada się, że prognozowany szereg czasowy $x_1,\ldots,x_T$ jest realizacją procesu $\{X_t,\ t=1,\ldots\}$; proces $\{Y_t,\ t=1,\ldots\}$ stanowi natomiast model "trendu" szeregu.

3. Optymalne predyktory średniokwadratowe i ich własności.

Optymalne predyktory średniokwadratowe modelu odcinkowo-liniowego otrzymano dla następujących trzech przypadków:

a) znane są (dokładne) wartości wszystkich parametrów modelu (1) oraz dana jest realizacja składowej odcinkowo-liniowej $y_1,\dots,y_T$; T - chwila bieżąca;

b) znane są wartości wszystkich parametrów modelu (1), natomiast realizacja składowej odcinkowo-liniowej jest dana z opóźnieniem $L\geq 1$ względem chwili bieżącej;

c) znane są wartości parametrów modelu (1) z wyjątkiem nachyleń $\beta_1,\dots,\beta_n$, które zastępuje się ocenami $\hat{\beta}_1,\dots,\hat{\beta}_n$ (otrzymanymi na podstawie danych historycznych) oraz jest znana realizacja zmian nachyleń składowej odcinkowo-liniowej (tzn. indeksy nachyleń kolejnych odcinków do chwili $T-L$, $L\geq 1$).

We wszystkich przypadkach zakłada się również znajomość szeregu czasowego $x_1,\dots,x_T$, tzn. realizacji procesu $\{X_t, t=1,\dots\}$.

Predyktory odpowiadające założeniom przyjętym w kolejnych punktach charakteryzują się malejącymi wymaganiami odnośnie niezbędnego zasobu informacji. Wykorzystanie mniejszego zasobu informacji sprawia, że zadanie prognozy jest bardziej realistyczne, ale też prowadzi do większej złożoności predyktorów, powiększenia wariancji błędów prognoz, a także wzrostu nakładu obliczeń niezbędnego przy obliczaniu prognoz oraz mierników ich dokładności.

3.1. Optymalny predyktor w przypadku a).

Optymalnym predyktorem $\hat{x}_{T+h}$, $h\geq 1$ jest przy założeniach przyjętych w przypadku a), warunkowa wartość oczekiwana zmiennej losowej Y_{T+h} względem obserwacji $y_{t^{(m)}+1},\dots,y_T$ (por. Klukowski (1986)) tzn.:

$$\hat{x}_{T+h} = E(Y_{T+h}/y_{t^{(m)}+1},\dots,y_T) . \qquad (3)$$

Predyktor $\hat{x}_{T+h}$ można przedstawić w postaci:

$$\hat{x}_{T+h} = \sum_{y^{(.)}_{T+h} \in \mathfrak{X}_{T+h}} P(Y_{T+h} = y^{(.)}_{T+h})\, y^{(.)}_{T+h} \qquad (4)$$

gdzie:

$\mathfrak{X}_{T+h}$ - zbiór wartości zmiennej losowej Y_{T+h};

$y^{(.)}_{T+h}$ - element zbioru $\mathfrak{X}_{T+h}$;

$P(Y_{T+h} = y^{(.)}_{T+h})$ - prawdopodobieństwo tego, że zmienna Y_{T+h} przyjmie wartość $y^{(.)}_{T+h}$.

Sposób konstrukcji zbioru $\mathfrak{X}_{T+h}$ oraz określenia na nim funkcji prawdopodobieństwa nie będzie przedstawiony ze względu na ograniczenie objętości; problemy te omówiono szczegółowo w II.2.1 pracy Klukowskiego (1986).

W pracy tej wykazano następujące własności predyktora $\hat{x}_{T+h}$:

- predyktor $\hat{x}_{T+h}$ jest warunkowo nieobciążony;
- wariancja błędu predyktora $\hat{x}_{T+h}$ jest sumą (warunkowej) wariancji zmiennej Y_{T+h} oraz wariancji σ^2_ε ;
- wariancje błędu predyktora $\hat{x}_{T+h}$ obliczone (dla ustalonego h) w różnych chwilach T', T" nie są, w ogólnym przypadku, identyczne.

3.2. Optymalny predyktor w przypadku b).

Przypadek rozważany w punkcie 3.1. ma głównie znaczenie teoretyczne, ponieważ w praktyce nie jest przeważnie znana realizacja $y_1,\dots,y_T$ składowej odcinkowo-liniowej. Realizację tę można zwykle określić (oszacować), dostatecznie dokładnie dla celów praktycznych, na podstawie szeregu czasowego $x_1,\dots,x_T$, z pewnym opóźnieniem względem chwili bieżącej (por. Klukowski (1986) II.2). Fakt ten uwzględniają założenia przyjęte w przypadku b).

Optymalnym predyktorem x^*_{T+h}, $h \geq 1$ jest, przy założeniach przyjętych w przypadku b), wartość oczekiwana zmiennej losowej Y_{T+h}, w rozkładzie a posteriori względem obserwacji $x_{T-L+1}, \ldots, x_T$. Predyktor ten można przedstawić w postaci:

$$x^*_{T+h} = \sum_{y^{(.)}_{T+h,L} \in \mathfrak{X}^*_{T+h}} q^{(.)}_{T+h,L} \; y^{(.)}_{T+h,L} \qquad (5)$$

gdzie:

$\mathfrak{X}^*_{T+h}$ - zbiór wartości zmiennej losowej Y_{T+h};

$y^{(.)}_{T+h,L}$ - elementy zbioru $\mathfrak{X}^*_{T+h}$;

$q^{(.)}_{T+h,L}$ - prawdopodobieństwa a posteriori względem obserwacji $x_{T-L+1}, \ldots, x_T$.

Sposób konstrukcji zbioru $\mathfrak{X}^*_{T+h}$ oraz określenia na nim funkcji prawdopodobieństwa rozkładu a priori jest podobny do sposobu konstrukcji zbioru $\mathfrak{X}_{T+h}$ oraz prawdopodobieństw $P(Y_{T+h} = y^{(.)}_{T+h})$ w przypadku a).

Wyznaczenie prawdopodobieństw $q^{(.)}_{T+h,L}$ rozkładu a posteriori wymaga określenia rozkładu wektora losowego $[x_{T-L+1}, \ldots, x_T]$. Jest to L-wymiarowy rozkład normalny, w którym wektor wartości oczekiwanych jest określany przez realizację składowej odcinkowo-liniowej w przedziale $[T-L+1, T]$, natomiast macierz wariancji i kowariancji ma postać $\sigma^2_\varepsilon I$.

Sposób wyznaczania wielkości niezbędnych do obliczenia prognozy na podstawie predyktora x^*_{T+h} oraz własności tego predyktora omówiono szczegółowo w pkt. II.2.2 pracy Klukowskiego (1986).

3.3. Optymalny predyktor w przypadku c).

W praktyce nie są zwykle znane dokładne wartości parametrów modelu odcinkowo-liniowego; parametry te trzeba estymować (metody estymacji tych parametrów omówiono w rozdz. III pracy Klukowskiego (1986)) na podstawie danego szeregu czasowego. Uwzględnienie faktu iż wszystkie parametry modelu otrzymano w wyniku estymacji nie wydaje się możliwe, dlatego też celowe jest wyodrębnienie parametrów, mających zasadniczy wpływ na postać i własności predyktora. Rozważania teoretyczne jak i doświadczenia praktyczne wskazują, że parametrami które w najwyższym stopniu wpływają na postać i własności predyktora są nachylenia ze zbioru B (określają one postać zbiorów wartości zmiennych Y_{T+h} oraz rozkładów warunkowych wektora $[X_{T-L+1},\dots,X_T]$). Fakt, iż parametry te otrzymano w wyniku estymacji uwzględniają założenia przyjęte w przypadku c).

W rozważanym obecnie przypadku optymalnym predyktorem $\tilde{x}_{T+h}$ jest ocena wartości oczekiwanej zmiennej losowej Y_{T+h} w rozkładzie a posteriori, względem wartości: $x_{T-L+1},\dots,x_T$; $\hat{a}$, $\hat{\beta}_1,\dots,\hat{\beta}_n$, przy czym $\hat{a}$ - ocena stałej ostatniego odcinka funkcji $\phi(t)$, dla $t \leq T-L$. Konstrukcja predyktora $\tilde{x}_{T+h}$ jest analogiczna do konstrukcji predyktora $\overset{*}{x}_{T+h}$, przy czym znacznej komplikacji ulega struktura macierzy wariancji i kowariancji w rozkładzie wektora $[X_{T-L+1},\dots,X_T]$ (zmienne losowe rozkładu są zależne i mają różne wariancje).

Sposób wyznaczania wielkości niezbędnych do obliczania prognozy na podstawie predyktora x_{T+h} własności tego predyktora oraz porównanie z własnościami predyktora $\overset{*}{x}_{T+h}$ omówiono szczegółowo w punkcie II.2.3. pracy Klukowskiego (1986).

4. Przykład zastosowania metody.

Przedstawioną metodę zastosowano do prognozowania średnich tygodniowych cen ziarna kakaowego na giełdzie w Nowym Jorku.

Do obliczania prognoz wykorzystano najogólniejszą postać predyktora średnio-kwadratowego $\tilde{x}_{T+h}$, ponieważ założenia przy których otrzymano ten predyktor są najbliższe realiom prognozowanego zjawiska.

Prognozy obliczono w kolejnych tygodniach roku 1984 (łącznie 52 prognozy dla horyzontu H = 7). Parametry modelu odcinkowo-liniowego oszacowano na podstawie danych z lat 1977-83.

Dla porównania obliczono ponadto analogiczne prognozy za pomocą metody Harrisona-Stevensa (1971).

Analiza mierników dokładności obliczeniowych prognoz oraz ich porównanie z prognozami otrzymanymi metodą Harrisona-Stevensa (dla wybranych wyprzedzeń h = 1,4,7) prowadzi do następujących wniosków:

- błędy prognoz otrzymanych na podstawie predyktora $\tilde{x}_{T+h}$ charakteryzowały się wysokim poziomem zgodności mierników ex ante oraz ex post;
- najlepsze relatywnie wyniki otrzymano dla większych wyprzedzeń, tzn. h = 5,6,7;
- porównanie przeciętnego nachylenia standardowego błędów ex post dla modelu odcinkowo-liniowego oraz metody Harrisona-Stevensa dało następujące wyniki: dla h = 1 mniejszy błąd otrzymano metodą Harrisona-Stevensa (o 13%), dla h = 4 oraz 7 mniejszy błąd otrzymano na podstawie predyktora $\tilde{x}_{T+h}$, przy czym dla h = 4 przewaga wynosiła 4%, natomiast dla h = 7 aż 33%; wyniki te wskazują na znaczną przewagę modelu odcinkowo-liniowego dla

większych wyprzedzeń, w przypadku których zmiany kierunku trendu wpływają w istotny sposób na błędy prognoz.

Otrzymane wyniki oparte na dość szerokim materiale statystycznym potwierdzają zatem praktyczną przydatność przedstawionej metody, a przede wszystkim jej zdolność do prognozowania zmian kierunku trendu.

Literatura

1. Anderson T.W.: The Statistical Analysis of Time Series. J. Wiley & Sons, New York 1971.

2. Box G.E.P., Jenkins G.M.: Analiza szeregów czasowych, PWN, Warszawa 1983.

3. Czerwiński Z., Guzik B.: Prognozowanie ekonometryczne, PWE Warszawa 1980.

4. Granger C.W.J., Newbold P.: Forecasting Economic Time Series Ac. Press, New York 1977.

5. Harrison P.J., Stevens S.F.: A Bayesian Approach to Short Term Forecasting. Opt. Res. Quart v. 22, 1971. str.341-362.

6. Klukowski L.: Metoda prognozowania ciągów czasowych zawierających składową odcinkowo-liniową. Rozprawa doktorska, IBS PAN, Warszawa 1986.

7. Labys W.C., Granger C.W.J.: Speculation, Hedging and Forecasts of Commodity Prices. Heath Lexington Books, Lexington 1970.

8. Morrison G.W., Pihe D.H.: Kalman filtering applied to statistical forecasting. Management Science, v.23, 1977, str.768-774.

9. Rosati D., Ryszkiewicz A.: Przykłady prognozowania cen za pomocą wybranych metod ekonometrycznych. Acta Universitatis Lodzienzis., Folia Oeconomica 35, Łódź 1984.

W ramach analizy poznawczej zaprezentowano nowy terenowy system pomocy doraźnej i dołączono do niego bogaty zestaw charakterystyk działania. W badaniach prognostycznych uwzględniono wiele możliwości przeprowadzania rozmaitych eksperymentów. W części dotyczącej wspomagania procesów decyzyjnych zapewniono użytkownikowi bezpośredni udział w symulowanej rzeczywistości. Student podejmuje decyzje dyspozytorskie i obserwuje w jaki sposób wpływają one na efektywność pracy systemu. Dodatkowo, dokonuje oceny medycznej każdego zgłoszenia i klasyfikuje każde zgłoszenie wg stopnia pilności obsługi.

Literatura

1. Berman O. (1981) Dynamic Repositioning of Indistinguishable Service Units on Transportation Networks. Transp. Sci. [illegible]
2. Berman O., [illegible] (1982) Locating Mobile Servers on a Network with Markovian Properties. Networks, Vol. 12 pp. 73-86
3. Hall W.K. (1972) The Application of Multifunction Stochastic Service Systems in Allocating Ambulances to an Urban Area. Operations Research, Vol. 20, No. 3
4. Lubicz M., Mielczarek B. (1987) Computer Simulation with MSP-2: Experiences with Models of Emergency Medical Services System. Systems Science, Vol. 13, no 3-4
5. Lubicz M., Mielczarek B. (1987) Simulation Modelling of Emergency Medical Services. European Journal of Operational Research, Vol. 29, pp. 178-185
6. Savas E.S. (1969) Simulation and Cost-Effectiveness Analysis of New York's Emergency Ambulance Service. Management Science, Vol. 15, B608-B627

ZTI OIN PAN,zam.24/90,nakł.120egz.

Zarząd

Polskiego Towarzystwa Badań Operacyjnych i Systemowych

Prezes

prof.dr hab.inż. Andrzej Straszak
Instytut Badań Systemowych PAN

Wiceprezes

prof.dr hab.inż. Jan Stasierski
Wojskowa Akademia Techniczna

Wiceprezes

prof.dr hab.inż. Stanisław Piasecki
Instytut Badań Systemowych PAN

Sekretarz generalny

dr inż. Zbigniew Nahorski
Instytut Badań Systemowych PAN

Sekretarz

dr inż. Jarosław Sikorski
Instytut Badań Systemowych PAN

Skarbnik

dr inż. Andrzej Kałuszko
Instytut Badań Systemowych PAN

Członkowie

prof.dr hab. Jerzy Kisielnicki
Wydział Zarządzania UW

doc.dr hab.inż. Jan Stachowicz
Zakład Nauk Zarządzania PAN

doc.dr hab.inż. Bohdan Korzan
Wojskowa Akademia Techniczna

doc.dr hab.inż. Maciej Sysło
Instytut Informatyki UWr.

Komisja rewizyjna

PRZEWODNICZĄCY

dr Władysław Świtalski
Katedra Cybernetyki i Badań Operacyjnych UW

CZŁONKOWIE

dr inż. Janusz Kacprzyk
Instytut Badań Systemowych PAN

doc.dr hab.Henryk Sroka
Akademia Ekonomiczna w Katowicach

dr inż. Marek Malarski
Instytut Transportu PW

dr inż. Leon Słomiński
Instytut Badań Systemowych PAN