

Redaktorzy:

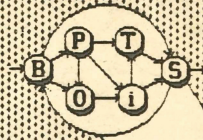
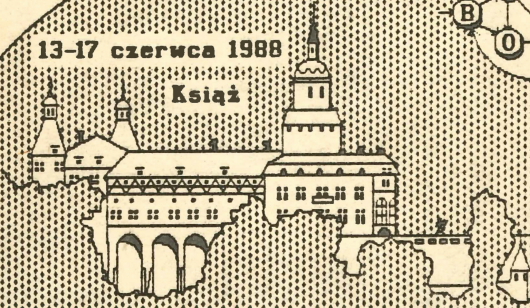
A. Straszak

Z. Nahorski

J. Sikorski

13-17 czerwca 1988

Książ



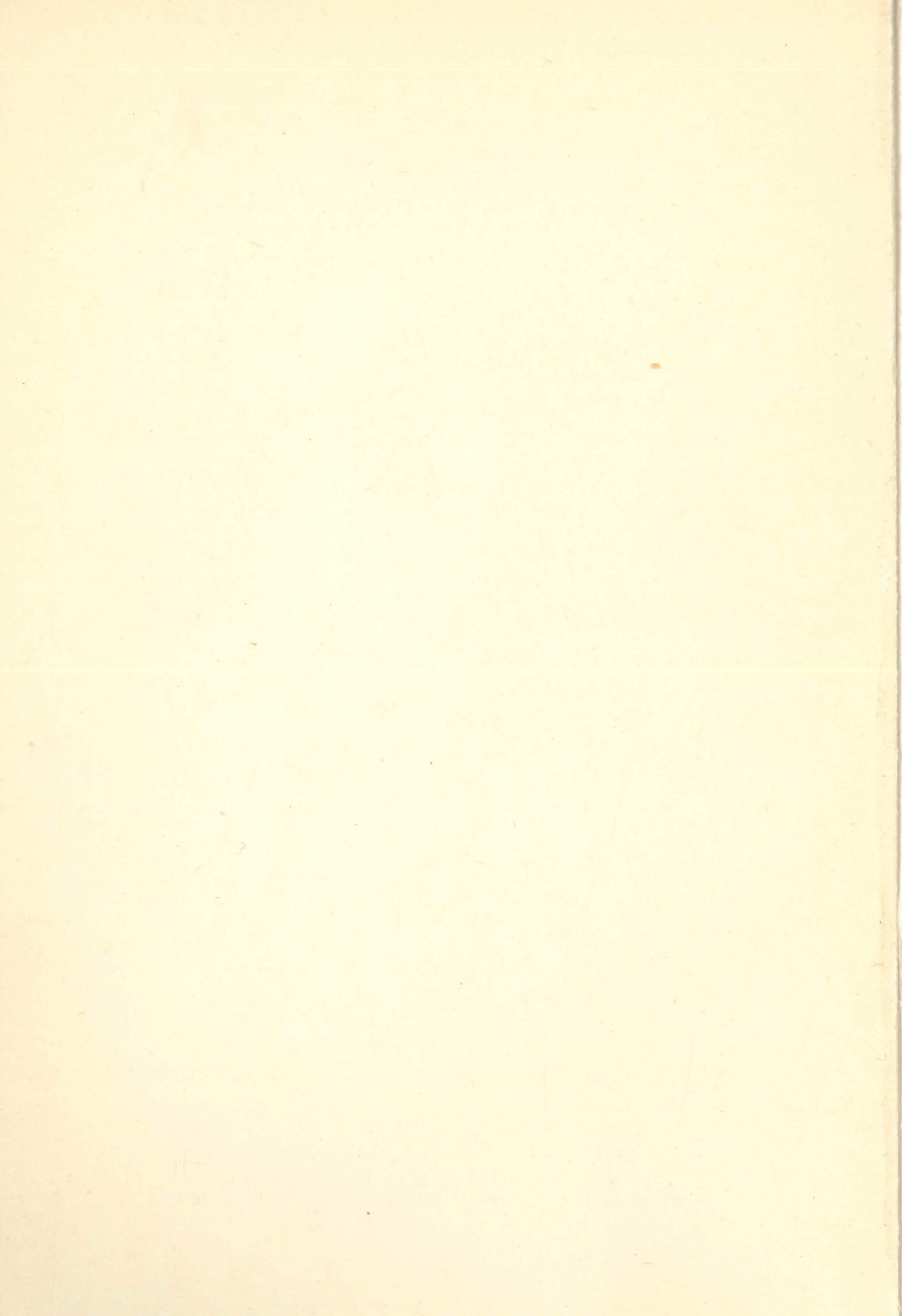
# 1. Krajowa Konferencja Badań Operacyjnych i Systemowych

Tom 1

**BOS'88**

POLSKIE TOWARZYSTWO BADAŃ  
OPERACYJNYCH I SYSTEMOWYCH

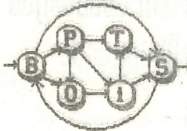
INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH  
POLSKIEJ AKADEMII NAUK



POLSKIE TOWARZYSTWO BADAŃ OPERACYJNYCH I SYSTEMOWYCH

Tom 1

OPTYMALIZACJA  
METODY I ZASTOSOWANIA



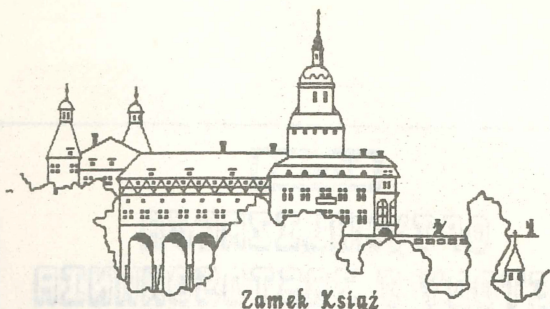
I KRAJOWA KONFERENCJA  
BADAŃ  
OPERACYJNYCH  
i  
SYSTEMOWYCH

Książ. 13 - 17 czerwca 1988

**BOS'88**

INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH POLSKIEJ AKADEMII NAUK

1989  
WARSZAWA



# I Krajowa Konferencja Badań Operacyjnych i Systemowych

## Organizator konferencji

Polskie Towarzystwo Badań Operacyjnych i Systemowych  
przy współpracy  
Instytutu Badań Systemowych PAN

## Komitet naukowy konferencji

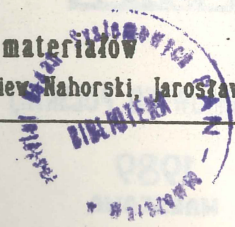
Jerzy Hołubiec, Andrzej Kałuszko, Jerzy Kisielnicki, Henryk Kowalowski,  
Roman Kulikowski, Franciszek Marecki, Zbigniew Nahorski,  
Stanisław Piasecki, Jarosław Sikorski, Jan Stachowicz, Jan Stasiński,  
Andrzej Straszak, Maciej Sysło, Władysław Świtalski

## Redaktorzy naukowcy materiałów

Andrzej Straszak, Zbigniew Nahorski, Jarosław Sikorski

9.1

N.173

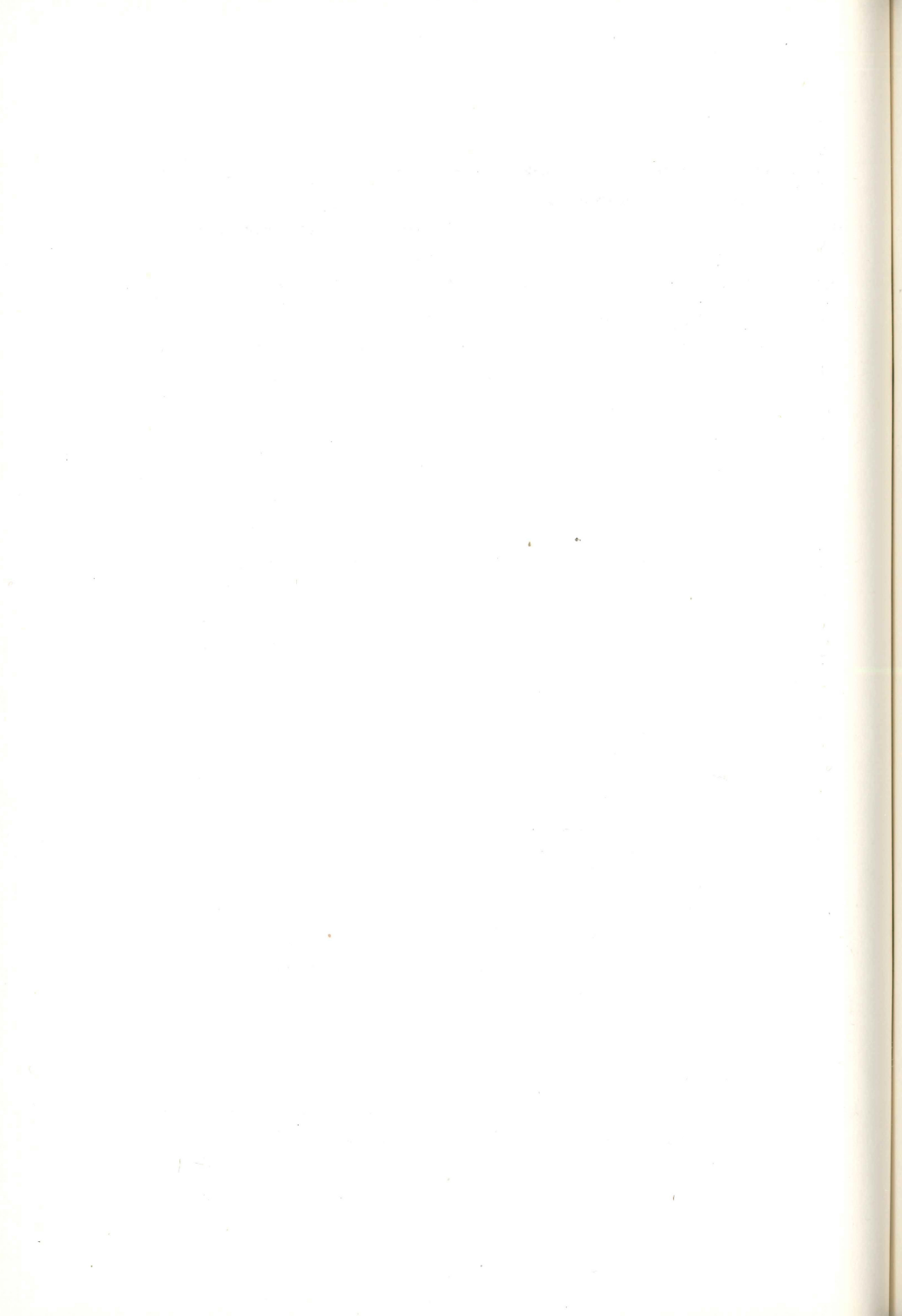


ZPZC

Bibli. podrecznica

41278/I





## 4. Harmonogramowanie

## 4.3

I Międzynarodowa Konferencja  
Badań Operacyjnych i Systemowych  
Wrocław, 13 - 17 czerwca 1988r.

ALGORYTMY APROKSYMACYJNE DLA PROBLEMU  $1|r_j, q_j|C_{\max}$

ZE ZMIENNYMI CZASAMI WYKONYWANIA ZADAŃ

Eugeniusz Nowicki

Instytut Cybernetyki Technicznej

Politechnika Wrocławska

ul. Janiszewskiego 11-17

50-370 Wrocław

W pracy bada się jednomaszynowy problem szeregowania niepodzielnych zadań z niezerowymi momentami gotowości i tzw. końcówkami. Przyjmuje się, że czas wykonywania zadania można zmieniać w pewnym przedziale oraz że koszt wykonywania zadania jest liniową funkcją tego czasu. Stawia się problem wyboru kolejności wykonywania zadań oraz ich czasów, tak by minimalizować globalny koszt będący sumą dwóch składników: kosztu związanego z czasem zakończenia wykonywania wszystkich zadań i sumarycznego kosztu wykonywania zadań. Do rozwiązania tego problemu proponuje się algorytm aproksymacyjny i przeprowadza analizę eksperymentalną na wielu losowo wybranych przykładach.

### 1. Wstęp

W pracy rozważa się jeden z podstawowych problemów teorii szeregowania występujący w dyskretnym procesie produkcyjnym z jednym gniazdem krytycznym. Problem ten, notowany za Grahamem i in. (1979) jako:  $1|r_j, q_j|C_{\max}$ , polega na znalezieniu kolejności wykonywania zadań minimalizującej czas zakończenia wykonywania wszy-



stkich zadań ( $C_{\max}$ ) - przy założeniu ich niepodzielności, niezerowych momentów gotowości do wykonywania oraz występowaniu tzw. końcówek. Waga tego problemu wynika także z faktu, że wykorzystuje się go przy wyliczaniu dolnych ograniczeń bardziej złożonych problemów szeregowania. Graham i in. (1979) pokazali, że jest on silnie NP-trudny. Aktualnie najlepsze algorytmy wyznaczające rozwiązanie optymalne przedstawili: Carlier (1982), Grabowski i in. (1986) a algorytmy aproksymacyjne: Schrage (1971) i Potts (1980).

W tej pracy w odróżnieniu od "klasycznych" sformułowań zakłada się, iż czasy wykonywania zadań można zmieniać w sposób ciągły w pewnym przedziale. Zmiana ta implikuje różny koszt wykonywania zadań i w konsekwencji, oprócz tradycyjnego wskaźnika jakości uszeregowania, pojawia się nowy, będący sumarycznym kosztem wykonywania zadań. Przyjmuje się, że wskaźnik ten liniowo zależy od czasów wykonywania zadań. Jako kryterium globalne wybiera się kombinacje liniową czasu zakończenia wykonywania wszystkich zadań i sumarycznego kosztu ich wykonywania. Przyjęcie takiego modelu zadania, analogicznego jak w problemach PERT/koszt, Elmaghraby (1977), jest niezbędne szczególnie w tych wypadkach, gdy do wykonywania zadania na maszynie potrzebne są jeszcze dodatkowe zasoby nieodnawialne, podzielne w sposób ciągły, których użycie w odpowiedniej ilości zmienia czas oraz koszt wykonywania zadania. Model ten dla innych problemów szeregowania był badany przez wielu autorów. Analizę otrzymanych wyników przedstawiono w pracach przeglądowych: Nowicki i Zdrzałka (1986), Nowicki i Zdrzałka (1987).

Omówiony powyżej problem jest silnie NP-trudny i dlatego do jego rozwiązania proponuje się algorytmy aproksymacyjne. Idea tych algorytmów polega na minimalizacji dolnego ograniczenia ba-

danego kryterium. Następnie dla wybranego algorytmu przeprowadza się analizę eksperymentalną, która potwierdza jego praktyczną przydatność (duża dokładność produkowanego rozwiązania i stosunkowo niewielki czas obliczeń).

Praca była częściowo finansowana przez RP.I.02 "Teoria sterowania i optymalizacji układów dynamicznych i procesów dyskretnych".

## 2. Sformułowanie problemu i podstawowe własności

Dany jest zbiór  $n$  niezależnych zadań ponumerowanych kolejno  $1, 2, \dots, n$ , które należy wykonać na jednej maszynie. Zakładamy, że: (i) maszyna w każdej chwili czasowej może wykonywać nie więcej niż jedno zadanie oraz zadania wykonywane są bez przerw, (ii) zadanie  $j$  jest gotowe do wykonywania w chwili  $r_j \geq 0$ ,  $j=1, 2, \dots, n$ , (iii) czas wykonywania zadania  $j$  na maszynie jest równy  $p_j = a_j - x_j$ ,  $0 \leq x_j \leq u_j$ , gdzie  $x_j$  określa skrócenie normalnego czasu wykonywania  $a_j$ , zaś  $u_j$  ( $0 \leq u_j \leq a_j$ ) maksymalne skrócenie tego czasu,  $j=1, 2, \dots, n$ , (iv) zadanie  $j$  jest uważane za wykonane po upływie czasu  $q_j \geq 0$  od momentu zakończenia jego wykonywania na maszynie,  $j=1, 2, \dots, n$ . Niech  $\pi = (\pi(1), \dots, \pi(n))$  określa permutację elementów zbioru  $\{1, \dots, n\}$ ,  $\Pi$  - zbiór wszystkich takich permutacji, a  $X = \{x = (x_1, \dots, x_n) : 0 \leq x_j \leq u_j, j=1, \dots, n\}$  - zbiór wszystkich dopuszczalnych wektorów skróceń czasów wykonywania zadań na maszynie. Oznaczmy przez  $C_{\max}(\pi, x)$  minimalny moment zakończenia wykonywania zadań, przy spełnieniu (i)-(iv), dla kolejności wykonywania zadań określonej przez  $\pi$  oraz czasów wykonywania  $p_j = a_j - x_j$ ,  $j=1, \dots, n$ .  
Zachodzi

$$C_{\max}(\pi, x) = \max_{1 \leq i_1 \leq i_2 \leq n} [r_{\pi(i_1)} + \sum_{i=1}^{i_2} (a_{\pi(i)} - x_{\pi(i)}) + q_{\pi(i_2)}]. \quad (1)$$

Przyjmujemy, że koszt skrócenia czasu wykonywania zadania  $j$  na maszynie o  $x_j$  jednostek równa się  $c_j x_j$ , gdzie  $c_j \geq 0$  oznacza jednostkowy koszt skrócenia. Przyjmujemy dalej, że globalny koszt  $K(\pi, x)$ , dla ustalonej permutacji  $\pi \in \Pi$  oraz wektora skróceń  $x \in X$  jest równy kosztowi związanemu z długością uszeregowania  $(C_{\max}(\pi, x))$  plus sumaryczny koszt wykonywania zadań na maszynie, tzn. ma postać

$$K(\pi, x) = w * C_{\max}(\pi, x) + \sum_{j=1}^n c_j x_j, \quad (2)$$

gdzie  $w \geq 0$  - jednostkowy koszt związany z długością uszeregowania. Ostatecznie problem formułujemy następująco:

Znaleźć kolejność wykonywania zadań  $\pi^* \in \Pi$  oraz wektor skróceń  $x^* \in X$  spełniające

$$K(\pi^*, x^*) = \min \{K(\pi, x) : \pi \in \Pi, x \in X\}. \quad (3)$$

Sformułowany powyżej problem jest silnie NP-trudny. Wynika to z faktu, iż szczególny jego przypadek z  $u_j = 0, j = 1, \dots, n$  jest równoważny silnie NP-trudnemu problemowi  $1|r_j, q_j|C_{\max}$ . Zauważmy ponadto, że podobnie jak dla innych problemów szeregowania, Nowicki i Zdrzałka (1988), nie zmniejszając ogólności rozważań można przyjąć  $c_j \leq w, j = 1, \dots, n$ . Rzeczywiście, jeżeli dla pewnego  $j$ ,  $c_j \geq w$ , to istnieje rozwiązanie optymalne  $(\pi^*, x^*)$  z  $x_j^* = 0$ . Stąd dla tych  $j$ , dla których  $c_j \geq w$  można określić nową trójkę  $u'_j, a'_j, c'_j$  taka, że  $a'_j = a_j, u'_j = 0$  a jako  $c'_j$  przyjąć dowolną liczbę z  $[0, w]$ .

## 2. Dolne ograniczenia

Różne postacie dolnych ograniczeń minimalnej wartości globalnego kosztu można otrzymać przez odpowiednie relaksacje warunków (i)-(iv). W szczególności jedną z najbardziej narzucających

się relaksacji i w konsekwencji postaci dolnego ograniczenia (LB0) jest dopuszczenie podzielności zadań. Jednakże, złożoność obliczeniowa otrzymanego wtedy problemu jest aktualnie otwartym problemem.

Z kolei, podobnie jak w pracy Nowicki i Zdrzałka (1987) dla wielomaszynowych problemów permutacyjnych, wykorzystując oczywiście nierówność "min max  $\leq$  max min" dostaniemy następującą postać dolnego ograniczenia

$$LB1 = \min_{\pi \in \Pi} w * c_{\max}(\pi, x'), \quad (4)$$

gdzie

$$x'_j = a_j - (1 - c_j / w) u_j, \quad j = 1, \dots, n. \quad (5)$$

Ponieważ wyliczenie wartości LB1 jest problemem silnie NP-trudnym, to relaksując niepodzielność zadań dostaniemy dolne ograniczenie postaci

$$LB2 = w * c_{\max}(x'), \quad (6)$$

gdzie  $c_{\max}(x')$  oznacza minimalną wartość funkcji celu dla problemu  $1 | r_j, q_j, p_{mtn} | C_{\max}$  z czasami wykonywania zadań  $p_j = a_j - x'_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ . Problem notowany jako:  $1 | r_j, q_j, p_{mtn} | C_{\max}$  jest jednomaszynowym problemem szeregowania podzielnych zadań z niezerowymi terminami gotowości, z końcówkami zadań oraz z kryterium typu: czas zakończenia wykonywania zadań. Do jego rozwiązania istnieje algorytm wielomianowy, Carlier (1982), o złożoności  $O(n^2)$ .

Wykorzystując relaksację wartości  $q_j$ , tzn. przyjmując nowe wartości  $q'_j = \min_{1 \leq i \leq n} q_i$ ,  $j = 1, \dots, n$  dostaniemy kolejne dolne ograniczenie

$$LB3 = \min_{\pi \in \Pi, x \in X} K_r(\pi, x) + \min_{1 \leq j \leq n} q_j. \quad (7)$$

Podobnie relaksując wartości  $r_j$  otrzymamy

$$LB4 = \min_{\pi \in \Pi, x \in X} K_q(\pi, x) + \min_{1 \leq j \leq n} r_j. \quad (8)$$

Wielkość  $K_a(\pi, x)$ ,  $a \in \{r, q\}$  jest równa  $K(\pi, x)$  odpowiednio przy założeniu, że  $q_j = 0$ ,  $j=1, \dots, n$  lub  $r_j = 0$ ,  $j=1, \dots, n$ . Do rozwiązania zadania  $\min_{\pi \in \Pi, x \in X} K_a(\pi, x)$ ,  $a \in \{r, q\}$  Nowicki i Zdrzałka (1987) podali algorytm wielomianowy o złożoności  $O(n^2)$ . Przykładowo dla  $a=r$  permutacja będąca jego rozwiązaniem jest permutacja wg. nie-malejących  $r_j$  a optymalny wektor skróceń wylicza się wg. pewnego algorytmu zachłannego.

### 3. Algorytm aproksymacyjny

Wykorzystując jedną z postaci dolnych ograniczeń (4), (7), (8) można zaproponować algorytm aproksymacyjny A dla zadania (3) polegający na wyznaczeniu permutacji  $\pi^A$  będącej rozwiązaniem odpowiedniego problemu optymalizacyjnego i następnie na wyznaczeniu  $x^A \in X$  spełniającego:  $K(\pi^A, x^A) = \min_{x \in X} K(\pi^A, x)$ . Szczególnie przydatna wydaje się tutaj postać (4), która w odróżnieniu od (7), (8) uzależnia  $\pi^A$  od wartości  $r_j$  i  $q_j$ ,  $j=1, \dots, n$ . Jednakże wyznaczenie tej permutacji w tym wypadku jest problemem silnie NP-trudnym i dlatego do tego celu proponujemy zastosować jeden z najlepszych algorytmów przybliżonych - algorytm Schrage, Schrage (1971), Carlier (1982). W konsekwencji proponujemy następujący algorytm aproksymacyjny A do rozwiązania zadania (3):

Algorytm A

Krok 1. Wylicz  $x'_j, j=1, \dots, n$  wg. (5). Stosując algorytm Schrage wyznacz  $\pi^A \in \Pi$  minimalizujące  $C_{\max}(\pi, x')$ , przy ograniczeniach  $\pi \in \Pi$ .

Krok 2. Wyznacz  $x^A \in X$  minimalizujące  $K(\pi^A, x)$ , przy ograniczeniach  $x \in X$ .

Wyliczenie wielkości  $x_j^A$ ,  $j=1, \dots, n$  w kroku 1. wymaga  $O(n)$  czasu a wyznaczenie  $\pi^A$   $O(n \log n)$ , Carlier (1982). Stąd złożoność obliczeniowa kroku 1. jest rzędu  $O(n \log n)$ . Problem, który należy rozwiązać w kroku 2. jest zadaniem programowania liniowego. Można go także traktować jako pewną modyfikację problemu wyznaczenia tzw. krzywej kosztu projektu w zadaniach PERT/koszt. Modyfikacja ta polega na tym, że istotny jest tylko jeden punkt tej krzywej tj. punkt w którym suma jego składowych przyjmuje najmniejszą wartość. Jak wiadomo, w zadaniach PERT/koszt rozważa się projekty (sieci czynności) opisane za pomocą skierowanego, spójnego i acyklicznego grafu  $G=(I, A)$ , z jednym wierzchołkiem początkowym i jednym wierzchołkiem końcowym, gdzie  $I=\{1, \dots, t\}$  - zbiór wierzchołków (zdarzeń),  $A \subset I \times I$  - zbiór łuków (czynności). Dla każdej czynności  $(i, j) \in A$  określa się maksymalnie skrócony czas tej czynności  $l_{ij}$ , normalny czas  $u_{ij}$  oraz jednostkowy koszt skrócenia  $c_{ij}$ . Łatwo pokazać, że graf projektu odpowiadający zadaniu z kroku 2. ma postać:  $t=2n+2$ ,  $A = R \cup P \cup Q \cup Z$ , gdzie  $R=\{(1, 2i): 1 \leq i \leq n\}$ ,  $P=\{(2i, 2i+1): 1 \leq i \leq n\}$ ,  $Q=\{(2i+1, t): 1 \leq i \leq n\}$ ,  $Z=\{(2i+1, 2i+2): 1 \leq i \leq n-1\}$ ,  $l_{1, 2i} = u_{1, 2i} = r_{\pi^A(i)}$ ,  $c_{1, 2i} = 0$ ,  $l_{2i, 2i+1} = a_{\pi^A(i)} - u_{\pi^A(i)}$ ,  $u_{2i, 2i+1} = a_{\pi^A(i)}$ ,  $c_{2i, 2i+1} = c_{\pi^A(i)}$ ,  $l_{2i+1, t} = u_{2i+1, t} = q_{\pi^A(i)}$ ,  $c_{2i+1, t} = 0$ ,  $i=1, \dots, n$ ;  $l_{2i+1, 2i+2} = u_{2i+1, 2i+2} = c_{2i+1, 2i+2} = 0$ ,  $i=1, \dots, n-1$ . Biorąc powyższe pod uwagę, realizację kroku 2. proponujemy oprzeć na standardowym algorytmie z pracy Elmaghraby (1977) wyznaczającym krzywą projektu, po jego odpowiedniej modyfikacji dotyczącej warunku stopu i wykorzystującej specyficzną postać grafu projektu. Dokładny opis tych modyfikacji pomijamy.

Realizacja taka jest realizacją wielomianową (choć krok 2. będąc zadaniem programowania liniowego ma złożoność wielomianową) - jednakże okazała się ona wysoce efektywna.

W następnym rozdziale przeprowadzimy analizę eksperymentalną algorytmu A wykorzystując dolne ograniczenia, dla których istnieją algorytmy wielomianowe tzn. LB2, LB3, LB4.

### 3. Analiza eksperymentalna algorytmu A.

Algorytm A został zaimplementowany w języku FORTRAN i przetestowany na minikomputerze IBM PC/XT. Schemat losowania wielkości  $r_j$ ,  $a_j$ ,  $q_j$ ,  $j=1, \dots, n$  został zaczerpnięty z pracy Carliera (1982). Dla każdego  $n=50, 100, 150, 200$  oraz  $k=1, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, \dots, 100$  wygenerowano 10 przykładów konkretnych problemów (3). Łącznie przeliczono 560 przykładów. Przyjęto  $w=100$ . Przy określonym  $n$  i  $k$ , dla każdego przykładu oraz ustalonego  $j$ , wylosowano 5 liczb  $r_j$ ,  $y_j$ ,  $z_j$ ,  $q_j$ ,  $c_j$ , przez generator o rozkładzie równomiernym odpowiednio ze zbiorów  $\{1, \dots, kn\}$ ,  $\{1, \dots, 25\}$ ,  $\{1, \dots, 25\}$ ,  $\{1, \dots, kn\}$ ,  $\{1, \dots, 50\}$ ; przyjęto  $a_j = y_j + z_j$ ,  $u_j = y_j$ ,  $j=1, \dots, n$ . Dla każdego przykładu wyznaczano wg. algorytmu A  $\pi^A$ ,  $x^A$  oraz  $K(\pi^A, x^A)$ . Następnie wyliczano LB2, LB3, LB4,  $LB = \max\{LB2, LB3, LB4\}$  i wielkość  $r = ((K(\pi^A, x^A) - LB) / LB) * 100\%$  będąca górnym ograniczeniem błędu względnego  $\rho = ((K(\pi^A, x^A) - K^*) / K^*) * 100\%$ , gdzie  $K^* = K(\pi^*, x^*)$ . Wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli 1.

Z analizy tabeli 1. wynika, że algorytm zachowuje się najgorzej dla grupy przykładów określonych przez  $k=10$ . Średnia arytmetyczna SR górnego oszacowania błędu względnego  $\rho$  jest wtedy równa 8.8% (dla  $n=50$ ). Było to jednak spowodowane, jak wykazały dodatkowe eksperymenty numeryczne, "słabością" dolnego ograniczenia LB. Eksperymenty te polegały na tym, że dla przykładów okreś-

lonych przez  $k=5,10,15,20$  wyliczono  $LB_1$  wykorzystując algorytm z pracy Grabowski i in. (1986) i przyjęto  $LB = \max(LB, LB_1)$ . Po tej modyfikacji SR nie była większa niż 2%. Biorąc to pod uwagę oraz fakt, że czas obliczeń dla  $n=200$  jest rzędu 2 minut, można rekomendować algorytm A do zastosowań praktycznych.

k	n=50		n=100		n=150		n=200	
	SR	CPU	SR	CPU	SR	CP	SR	CPU
1	0.17	9.8	0.41	35.2	0.31	75.8	0.55	124.5
5	2.33	9.9	3.37	33.8	3.77	70.0	2.13	100.7
10	8.80	7.2	7.07	24.5	6.21	57.6	6.18	84.5
15	6.35	7.2	5.80	26.5	5.91	56.0	5.72	76.0
20	2.55	5.7	2.44	21.7	2.10	35.1	1.90	74.5
25	0.98	4.1	0.21	11.3	0.64	28.0	0.40	41.1
30	0.42	3.1	0.25	11.2	0.35	26.2	0.06	35.8
40	0.31	2.6	0.07	9.4	0.08	25.1	0.03	35.0
50	0.02	2.6	0.08	9.1	0.02	24.8	0.02	35.1
60	0.09	2.5	0.04	9.2	0.03	28.6	0.01	34.2
70	0.01	2.5	0.01	9.2	0.01	28.6	0.02	34.8
80	0.03	2.6	0.05	9.5	0.00	28.4	0.01	34.2
90	0.02	2.6	0.01	9.3	0.01	28.1	0.00	34.2
100	0.00	2.5	0.01	9.0	0.01	28.1	0.01	34.3

SR - średnia arytmetyczna z dziesięciu górnych ograniczeń  $r$  dla odpowiedniego  $k$  i  $n$ ; wyrażona w procentach.

CPU - średnia arytmetyczna z dziesięciu czasów obliczeń algorytmu A dla odpowiedniego  $k$  i  $n$ ; wyrażona w sec.

Tab. 1. Wyniki eksperymentów numerycznych

#### Literatura

1. Carlier J. (1982) The one-machine sequencing problem. European J. of Operational Research, Vol.10, No. 2, pp.42-47.
2. Elmaghraby S.E. (1977) Activity networks. J. Wiley and Sons,



New York.

3. Grabowski J., Nowicki E., Zdrzałka S. (1986) A block approach for single machine scheduling with release dates and due dates European J. of Operational Research, Vol.26, No. 8, pp.278-285.
4. Graham R.L., Lawler E.L., Lenstra J.K., Rinnoy Kan A.H.G. (1979) Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey, Annals of Discrete Mathematics, Vol.5, pp.287-326.
5. Nowicki E., Zdrzałka S. (1986) Problemy szeregowania ze zmiennymi czasami szeregowania zadań. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Seria Automatyka , Nr 84, ss.163-176.
6. Nowicki E., Zdrzałka S. (1988) Two-machine flow shop scheduling problem with controllable job processing times, European J. of Operational Research, Vol.34, pp.208-220.
7. Nowicki E., Zdrzałka S. (1987) Sequencing problems with controllable job processing times, Raport serii: Preprinty nr 36/87, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej (zaakceptowane do druku w Discrete Applied Mathematics).
8. Schrage L. (1971) Finding optimal solutions to resource constrained network scheduling problem, praca niepublikowana.
9. Potts C.N. (1980) Analysis of a heuristic for one machine with release dates and delivery times, Operations Research, Vol.28, pp.1436-1441.

- (1) ...
- (2) ...
- (3) ...
- (4) ...
- (5) ...
- (6) ...
- (7) ...
- (8) ...
- (9) ...
- (10) ...
- (11) ...
- (12) ...
- (13) ...
- (14) ...
- (15) ...
- (16) ...
- (17) ...
- (18) ...
- (19) ...
- (20) ...
- (21) ...
- (22) ...
- (23) ...
- (24) ...
- (25) ...
- (26) ...
- (27) ...
- (28) ...
- (29) ...
- (30) ...
- (31) ...
- (32) ...
- (33) ...
- (34) ...
- (35) ...
- (36) ...
- (37) ...
- (38) ...
- (39) ...
- (40) ...
- (41) ...
- (42) ...
- (43) ...
- (44) ...
- (45) ...
- (46) ...
- (47) ...
- (48) ...
- (49) ...
- (50) ...
- (51) ...
- (52) ...
- (53) ...
- (54) ...
- (55) ...
- (56) ...
- (57) ...
- (58) ...
- (59) ...
- (60) ...
- (61) ...
- (62) ...
- (63) ...
- (64) ...
- (65) ...
- (66) ...
- (67) ...
- (68) ...
- (69) ...
- (70) ...
- (71) ...
- (72) ...
- (73) ...
- (74) ...
- (75) ...
- (76) ...
- (77) ...
- (78) ...
- (79) ...
- (80) ...
- (81) ...
- (82) ...
- (83) ...
- (84) ...
- (85) ...
- (86) ...
- (87) ...
- (88) ...
- (89) ...
- (90) ...
- (91) ...
- (92) ...
- (93) ...
- (94) ...
- (95) ...
- (96) ...
- (97) ...
- (98) ...
- (99) ...
- (100) ...

# Zarząd

Polskiego Towarzystwa Badań Operacyjnych i Systemowych



## Prezes

prof.dr hab.inż. Andrzej Straszak  
Instytut Badań Systemowych PAN

## Wiceprezes

prof.dr hab.inż. Jan Stasiński  
Wojskowa Akademia Techniczna

## Wiceprezes

prof.dr hab.inż. Stanisław Piasecki  
Instytut Badań Systemowych PAN

## Sekretarz generalny

dr inż. Zbigniew Nahorski  
Instytut Badań Systemowych PAN

## Sekretarz

dr inż. Jarosław Sikorski  
Instytut Badań Systemowych PAN

## Skarbnik

dr inż. Andrzej Kafuszko  
Instytut Badań Systemowych PAN

## Członkowie

prof.dr hab. Jerzy Kisielnicki  
Wydział Zarządzania UW

doc.dr hab.inż. Bohdan Korzan  
Wojskowa Akademia Techniczna

doc.dr hab.inż. Jan Słachowicz  
Zakład Nauk Zarządzania PAN

doc.dr hab.inż. Maciej Sysło  
Instytut Informatyki UW.

## Komisja rewizyjna

### PRZEWODNICZĄCY

dr Władysław Świtalski  
Katedra Cybernetyki i Badań Operacyjnych UW

## CZŁONKOWIE

dr inż. Janusz Kacprzyk  
Instytut Badań Systemowych PAN

dr inż. Marek Malarski  
Instytut Transportu PW

doc.dr hab. Henryk Sroka  
Akademia Ekonomiczna w Katowicach

dr inż. Leon Słomiński  
Instytut Badań Systemowych PAN

TBS

41278  $\frac{1}{1}$

ZP2C -

~~Bib. podręczna~~

**PION III**