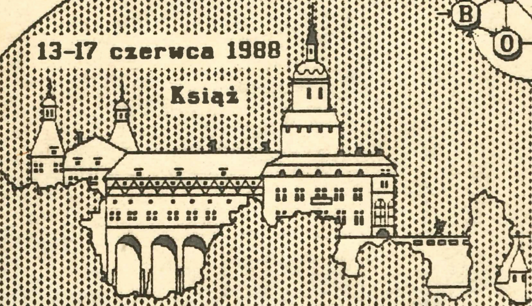
Redaktorzy:
A.Straszak
Z.Nahorski
J.Sikorski

13-17 czerwca 1988

Książ



# 1. Krajowa Konferencja Badań Operacyjnych i Systemowych

TOM 1

BOS'88

POLSKIE TOWARZYSTWO BADAŃ OPERACYJNYCH I SYSTEMOWYCH

INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH POLSKIEJ AKADEMII NAUK

POLSKIE TOWARZYSTWO BADAŃ OPERACYJNYCH I SYSTEMOWYCH

TOM 1

# OPTYMALIZACJA
# METODY I ZASTOSOWANIA

I KRAJOWA KONFERENCJA

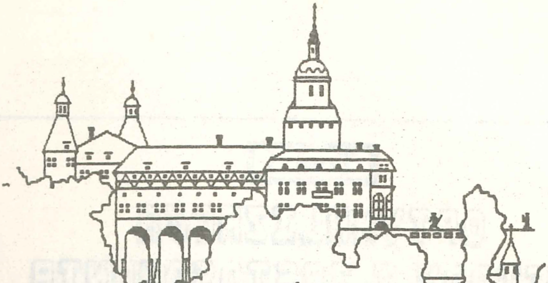
# BADAŃ OPERACYJNYCH i SYSTEMOWYCH

Książ, 13 - 17 czerwca 1988

BOS'88

INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH POLSKIEJ AKADEMII NAUK

1989
WARSZAWA



Zamek Książ

# I Krajowa Konferencja Badań Operacyjnych i Systemowych

**Organizator konferencji**

Polskie Towarzystwo Badań Operacyjnych i Systemowych
przy współpracy
Instytutu Badań Systemowych PAN



**Komitet naukowy konferencji**

Jerzy Hołubiec, Andrzej Kałuszko, Jerzy Kisielnicki, Henryk Kowalowski, Roman Kulikowski, Franciszek Marecki, Zbigniew Nahorski, Stanisław Piasecki, Jarosław Sikorski, Jan Stachowicz, Jan Stasierski, Andrzej Straszak, Maciej Sysło, Władysław Świtalski

**Redaktorzy naukowi materiałów**

Andrzej Straszak, Zbigniew Nahorski, Jarosław Sikorski

# 3. Optymalizacja w transporcie

3.2

I Krajowa Konferencja
Badań Operacyjnych i Systemowych
Książ, 13 - 17 czerwca 1988r.

# ROZMYTE ZAGADNIENIE TRANSPORTOWE Z KRYTERIUM CZASU

Stefan Chanas
Waldemar Kołodziejczyk
Zenon Nowak
Instytut Organizacji i Zarządzania
Politechnika Wrocławska
ul. Smoluchowskiego 25
50-372 Wrocław

Rozpatrzono klasyczne zagadnienie transportowe z kryterium wąskiego gardła. Przyjęto, że czasy przewozu na poszczególnych połączeniach transportowych nie są stałe lecz są niemalejącymi funkcjami wielkości przewożonego ładunku. Założono również, że popyty i podaże są zadane w formie liczb rozmytych, tzn. mogą być naruszane w zakresie pewnych tolerancji z malejącym stopniem satysfakcji. Problem polega na wyznaczaniu planu przewozów minimalizującego najdłuższy czas przewozu i maksymalizującego łączny stopień spełnienia nieostrych wymogów związanych z podażami oraz popytami.

## 1. Sformułowanie problemu

"m" dostawców dysponujących zasobami jednorodnego towaru zaopatruje na określonym terenie "n" odbiorców zgłaszających zapotrzebowanie na ten towar, przy czym każdy dostawca może zaopatrywać dowolnego odbiorcę. Znane są czasy $t_{ij}$, mierzone w ustalonych jednostkach, trwania przewozu każdej ilości towaru z punktów wysyłających do punktów odbierających. Czasy te zależą od wielkości $x_{ij}$ przewożonego ładunku, tj. $t_{ij}=t_{ij}(x_{ij})$, przy czym zależności te mają następujące własności wynikające z przebiegu procesu transportu w praktyce:

(i) $t_{ij}(0)=0$, tzn. czas przewozu zerowej ilości towaru jest zerowy (ładunków zerowych nie przewozi się),

(ii) $\lim t_{ij}(0+)>0$, tzn. czas transportu dowolnej niezerowej ilości towaru jest dodatni (przewóz ładunków trwa w czasie),

(iii) $t_{ij}$ jest niemalejącą funkcją argumentu $x_{ij}$, tzn. czas transportu nie maleje wraz ze wzrostem ilości przewożonego ładunku.

Przewożone ładunki nie są "nieograniczenie podzielne" jak na przykład stal czy węgiel, lecz występują w dyskretnych ilościach jak na przykład samochody, tj. $x_{ij} \in Z_+$, przy czym $Z_+$ oznacza zbiór liczb całkowitych nieujemnych.

Wielkości podaży i popytów nie są na ogół stałe w tym sensie żeby nie mogły być zmienione czy naruszone. Przykładowo, wielkość produkcji przedsiębiorstwa zależy od jego zdolności produkcyjnej, a ta może być niewykorzystana lub przekroczona. W obu przypadkach powoduje to negatywne dla przedsiębiorstwa skutki w postaci strat lub kosztów ponadnormatywnych. Podobnie jest u odbiorcy w przypadku odstępstwa wielkości dostaw od zgłaszanego zapotrzebowania. Przykładowo, przewaga dostaw nad popytem powoduje wzrost zapasów i związanych z tym kosztów zamrożenia środków obrotowych lub zmusza odbiorcę np. do produkcji w godzinach nadliczbowych, a więc do produkcji droższej. Dla zachowania porównywalności różnych sytuacji z jakimi można mieć w omawianej kwestii do czynienia proponujemy zastosowanie dla nich jednolitej miary jaką jest stopień satysfakcji dostawcy (odbiorcy) ze spełnienia oczekiwań związanych z wielkością podaży (popytu). Stopień ten scharakteryzujemy w pełni za pomocą zbioru rozmytego w przestrzeni możliwych wielkości podaży (popytu).

Zakładamy, że podaże $\tilde{a}_i$ $(i=1,2,\ldots,m)$ i popyty $\tilde{b}_j$ $(j=1,2,\ldots,n)$ są nieujemnymi trapezowymi liczbami rozmytymi, tj. $\tilde{a}_i=(a_i^1,\underline{a}_i^1,a_i^2,\bar{a}_i^2)$ oraz $\tilde{b}_j=(b_j^1,\underline{b}_j^1,b_j^2,\bar{b}_j^2)$. Oznacza to, że funkcja przynależności $\mu_{\tilde{a}_i}$ liczby rozmytej $\tilde{a}_i$ jest przedziałami ciągła oraz:

(i) $\mu_{\tilde{a}_i}(x)=0$ dla $x\varepsilon[0,a_i^1-\underline{a}_i^1]\cup[a_i^2+\bar{a}_i^2,+\infty)$,

(ii) $\mu_{\tilde{a}_i}$ jest funkcją niemalejącą na przedziale $[a_i^1-\underline{a}_i^1,a_i^1]$ i nierosnącą na $[a_i^2,a_i^2+\bar{a}_i^2]$,

(iii) $\mu_{\tilde{a}_i}(x)=1$ dla $x\varepsilon[a_i^1,a_i^2]$,

przy czym $\underline{a}_i^1\geq 0$, $\bar{a}_i^2\geq 0$ oraz $a_i^1-\ \underline{a}_i^1\geq 0$. W szczególności może być $a_i^1=a_i^2$ (trójkątna postać liczby rozmytej $\tilde{a}_i$), $a_i^1 = \underline{a}_i^1 = 0$ lub $a_i^2 = +\infty$ (tolerancja jednostronna) oraz $\underline{a}_i^1=\bar{a}_i^2=0$ (przedział). To samo odnosi się do $\tilde{b}_j$.

Zadanie polega na zminimalizowaniu czasu najdłużej trwającego przewozu w danym układzie dostaw (zwanego dalej czasem realizacji dostaw) przy uwzględnieniu możliwości zmiany podaży i popytów oraz wynikającej stąd zmiany odpowiednich stopni satysfakcji. Uściślając, chodzi o wyznaczenie planu przewozów o "możliwie krótkim" czasie realizacji i w "możliwie najwyższym stopniu" zadośćczyniącego nieostrym wymogom dotyczącym podaży i popytów.

Tego rodzaju zagadnienie transportowe, w którym - przy "rozmytym" charakterze równowagi podażowo-popytowej - głównym jednak celem jest wyznaczenie najkrótszego czasu realizacji całości dostaw - może znaleźć zastosowanie przy przewozach towarów szybko psujących się, towarów szybko tracących własności użytkowe względnie w przypadku szczególnej pilności dostaw.

## 2. Model matematyczny

Problem decyzyjny, sformułowany opisowo w punkcie 1, można zapisać w postaci następującego zagadnienia częściowo rozmytego programowania matematycznego, zwanego dalej rozmytym zagadnieniem transportowym z kryterium czasu (RZTC):

$$\max \left\{ t_{ij}(x_{ij}) \mid i = 1,2,\dots,m;\ j = 1,2,\dots,n \right\} \longrightarrow \min \tag{1}$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \lessapprox \tilde{a}_i \quad (i = 1,2,\dots,m),$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \lessapprox \tilde{b}_j \quad (j = 1,2,\dots,n), \tag{2}$$

$$x_{ij} \in \mathbb{Z}_+ \quad (i = 1,2,\dots,m;\ j = 1,2,\dots,n).$$

Symbolikę użytą do zapisu ograniczeń (2) zaczerpnięto z pracy Chanas S. i in. (1984). Mówić się będzie w związku z tym o stopniu $\mu_{\tilde{a}_i}(\sum_{j=1}^{n} x_{ij})$ $\left[\mu_{\tilde{b}_j}(\sum_{i=1}^{m} x_{ij})\right]$ spełnienia i-tego (j-tego) ograniczenia przez rozwiązanie $\{x_{ij}\}$. Stopień ten można również uważać za miarę dopuszczalności rozwiązania $\{x_{ij}\}$ ze względu na i-te (j-te) ograniczenie.

Liczba

$$\mu_C(\{x_{ij}\}) \overset{df}{=} \bigwedge_{i=1}^{m} \mu_{\tilde{a}_i}\left(\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\right) \wedge \bigwedge_{j=1}^{n} \mu_{\tilde{b}_j}\left(\sum_{i=1}^{m} x_{ij}\right) \tag{3}$$

określa zatem stopień jednoczesnego spełnienia wszystkich nieostrych wymogów związanych z podażami i popytami.

Zdefiniujmy teraz następującą transformację funkcji $t_{ij}$ $(i=1,2,\dots,m;\ j=1,2,\dots,n)$:

$$\mu_{ij}(x_{ij}) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x_{ij}=0, \\ \dfrac{M}{t_{ij}(x_{ij})} & \text{dla } x_{ij}\varepsilon(0,m_{ij}], \end{cases} \qquad (4)$$

przy czym $M = \min\{t_{ij}(1) \mid i = 1, 2, ..., m;\ j = 1, 2, ..., n\}$ oraz $m_{ij} = \min\{a_i^2 + \bar{a}_i^2,\ b_j^2 + \bar{b}_j^2\}$.

Łatwo zauważyć, że

$$\mu_G(\{x_{ij}\}) \overset{df}{=} \bigwedge_{i=1}^{m} \bigwedge_{j=1}^{n} \mu_{ij}(x_{ij}) \longrightarrow \max \qquad (5)$$

jest kryterium równoważnym (1). RZTC można zatem zapisać, stosownie do jego opisowej definicji podanej w punkcie 1, w postaci dwukryterialnej:

$$\begin{bmatrix} \mu_G(\{x_{ij}\}) \\ \mu_C(\{x_{ij}\}) \end{bmatrix} \longrightarrow \max \qquad (6)$$

przy warunkach brzegowych

$x_{ij}\varepsilon Z_+$ $(i=1,2,...,m;\ j=1,2,...,n)$.

Problem (6) maksymalizacji funkcji wektorowej można rozwiązać na wiele sposobów stosownie do przyjętej koncepcji rozwiązania optymalnego. Stosując podejście interakcyjne sprowadzimy je do następującego zagadnienia z jedną funkcją celu:

$$[\mu_G(\{x_{ij}\}) \wedge \mu_C(\{x_{ij}\})] \longrightarrow \max$$

przy warunkach brzegowych (7)

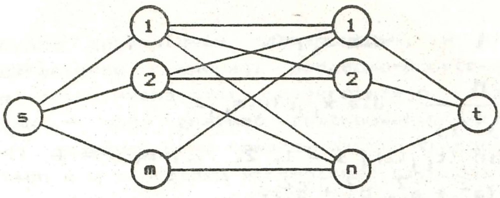
$x_{ij}\varepsilon Z_+$ $(i=1,2,...,m;\ j=1,2,...,n)$.

RZTC w postaci (7) jest przedmiotem dalszych rozważań.

## 3. Algorytm rozwiązania

Algorytm rozwiązania RZTC w postaci (7) jest bezpośrednią konsekwencją wcześniejszych wyników autorów dotyczących całkowitoliczbowych przepływów w sieciach z rozmytymi przepustowościami łukow (Chanas i in.; 1982, 1986). Wykażemy mianowicie, że RZTC w postaci (7) jest równoważne zagadnieniu wyznaczania tzw. optymalnego przepływu całkowitoliczbowego w takich sieciach.

Przyjmijmy zatem, że S jest skierowaną, acykliczną siecią o o grafie <N,A>, przy czym N jest zbiorem węzłów zaś A zbiorem łuków, przedstawionym na rys. 1.




Rys.1 1. Graf sieci zastępczej dla RZTC.

Przepływem całkowitoliczbowym o wielkości v w sieci S ze źródła s do ujścia t nazywamy zbiór $\{x_{ij}\}$ nieujemnych liczb całkowitych przyporządkowanych łukom sieci S i spełniających następujące warunki bilansowe:

$$v = \sum_{i=1}^{m} x_{si} = \sum_{j=1}^{n} x_{jt},$$

$$x_{si} = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \quad (i=1,2,\ldots,m), \tag{8}$$

$$x_{jt} = \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \quad (j=1,2,\ldots,n).$$

Zakładamy, że łuki sieci S obciążono nieujemnymi trapezowymi liczbami rozmytymi o funkcji przynależności $\mu_{kl}$ odpowiadającej łukowi (k,l) danej następująco: $\mu_{si} \equiv \mu_{\tilde{a}_i}$ dla $i=1,2,\ldots,m$; $\mu_{jt} \equiv \mu_{\tilde{b}_j}$ dla $j=1,2,\ldots,n$ oraz $\mu_{ij}$ danych wzorem (4) dla $i=1,2,\ldots,m$, $j=1,2,\ldots,n$. Przyjmujemy, że wprowadzone funkcje przynależności określają rozmyte przepustowości łuków sieci S. Liczba $\mu_{kl}(x_{kl})$ może być interpretowana jako miara dopuszczalności przepływu $\{x_{ij}\}$ ze względu na ograniczenie przepustowości na łuku (k,l), może być rozumiana jako stopień "łatwości" przepływu $\{x_{ij}\}$ przez łuk (k,l) (szerszą dyskusję na ten temat można znaleźć w Chanas S. i in. (1986). Zatem,

$$\mu_N(\{x_{ij}\}) \overset{df}{=} \mu_G(\{x_{ij}\}) \wedge \mu_C(\{x_{ij}\}) \tag{9}$$

oznacza, zgodnie z definicjami (3) i (5), stopień jednoczesnego spełnienia przez przepływ $\{x_{ij}\}$ ograniczeń przepustowości wszystkich łuków sieci S i nazywać się go będzie stopniem dopuszczalności $\{x_{ij}\}$ w S.

Łatwo zauważyć, że RZTC w postaci (7) jest równowaażne wyznaczeniu w sieci S przepływu całkowitoliczbowego dopuszczalnego w najwyższym stopniu, tj. aby rozwiązać RZTC należy znaleźć w S przepływ $\{x^*_{ij}\}$ taki, że

$$\mu_N(\{x^*_{ij}\}) \overset{df}{=} \max_{\{x_{ij}\}} \mu_N(\{x_{ij}\}). \tag{10}$$

Zagadnienie (10) z kolei jest równoważne problemowi wyznaczania w sieci S optymalnego przepływu całkowitoliczbowego. Taki problem sformułowano i rozwiązanao w pracy Chanas S. i in. (1982) przy założeniu ścisłej monotoniczności i ciągłości zarówno lewej jak i prawej gałęzi funkcji przynależności rozmytych przepustowości łuków. Łatwo można wykazać, że uzyskane tam wyniki pozostają w mocy również dla rozważanej tutaj klasy funkcji przynależności. Wprowadzimy w tym celu następującą definicję.

Łańcuch r prowadzący z węzła k do węzła l w sieci S nazywać się będzie łańcuchem poprawiającym względem przepływu $\{x_{ij}\}$ iff $n_r(k,l,\{x_{ij}\})>0$, przy czym

$$n_r(k,l,\{x_{ij}\}) \overset{df}{=} \min_{(\alpha,\beta)\in \overleftarrow{r}} \left[x_{\alpha\beta} - \min\left\{x\in \mathbb{Z}_+ \mid \mu_{\alpha\beta}(x) > \mu_N(\{x_{ij}\})\right\}\right] \wedge$$
$$\min_{(\alpha,\beta)\in \overrightarrow{r}} \left[\max\left\{x\in \mathbb{Z}_+ \mid \mu_{\alpha\beta}(x) > \mu_N(\{x_{ij}\})\right\} - x_{\alpha\beta}\right] \tag{11}$$

Symbole $\overrightarrow{r}$ oraz $\overleftarrow{r}$ oznaczają zbiory łuków zgodnie i przeciwnie skierowanych łańcucha r, odpowiednio. Mówić będziemy, że łańcuch poprawiający istnieje dla łuku (k,l) względem danego przepływu, gdy istnieje łańcuch poprawiający z węzła k do węzła l lub odwrotnie, z węzła l do węzła k. Do wyznaczania łańcuchów poprawiających w prosty sposób można adaptować znany algorytm Dijkstry wyznaczania drzewa najkrótszych połączeń w sieci.

Twierdzenie 1. Niech $\{x_{ij}\}$ oraz $\{\bar{x}_{ij}\}$ będą całkowitoliczbowymi przepływami o wielkości v w sieci S, przy czym

$$\mu_N(\{\bar{x}_{ij}\}) \overset{df}{=} \max\left\{\mu_N(\{x_{ij}\}) \mid \{x_{ij}\} \begin{array}{l}\text{– całkowitoliczbowy przepływ}\\ \text{o wielkosci v w sieci S}\end{array}\right\}. \tag{12}$$

Jeżeli nie istnieje łańcuch poprawiający dla łuku (k,l) względem przepływu $\{x_{ij}\}$, przy czym łuk (k,l) spełnia warunek $\mu_{kl}(x_{kl}) = \mu_N(\{x_{ij}\})$, to $\mu_N(\{x_{ij}\}) = \mu_N(\{\bar{x}_{ij}\})$.

Dowód: Rozumując nie wprost załóżmy, że

$$\mu_N(\{x_{ij}\}) < \mu_N(\{\bar{x}_{ij}\}). \tag{13}$$

Dla dowodu twierdzenia należy wykazać istnienie łańcucha poprawiającego dla łuku $(k,l)$ względem przepływu $\{x_{ij}\}$. $\{\bar{x}_{ij} - x_{ij}\}$ jako różnica dwóch przepływów o wielkości $v$ w sieci $S$ jest przepływem o zerowej wielkości w $S$. W związku z tym, $\{d_{ij}\}$ określone następująco:

$$d_{\alpha\beta} = \begin{cases} -(\bar{x}_{\beta\alpha} - x_{\beta\alpha}) \text{ dla } (\beta,\alpha)\in A \text{ i } \bar{x}_{\beta\alpha} - x_{\beta\alpha} < 0, \\ \bar{x}_{\alpha\beta} - x_{\alpha\beta} \text{ w pozostałym przypadku,} \end{cases}$$

jest przepływem w sieci o grafie powstałym z $\langle N,A\rangle$ przez zmianę orientacji wszystkich łuków $(\alpha,\beta)$, dla których $\bar{x}_{\alpha\beta} - x_{\alpha\beta} < 0$. Przepływ ten jest sumą dodatnich cyrkulacji po skończonej liczbie konturów (pod pojęciem konturu rozumiemy jak zwykle cykl złożony z łuków o tej samej orientacji, zgodnej z ustaloną orientacją cyklu). Istnieje zatem kontur, do którego należy łuk $(k,l)$ lub $(l,k)$, powiedzmy $(k,l)$, gdyż na mocy przypuszczenia (13) mamy $\bar{x}_{kl} - x_{kl} \neq 0$. Kontur ten wyznacza w wyjściowym grafie $\langle N,A\rangle$ łańcuch $r$, który - po nadaniu mu orientacji zgodnej z orientacją łuku $(k,l)$ - zadośćczyni następującym warunkom: $\bar{x}_{\alpha\beta} - x_{\alpha\beta} > 0$ dla $(\alpha,\beta)\in\vec{r}$ oraz $\bar{x}_{\alpha\beta} - x_{\alpha\beta} < 0$ dla $(\alpha,\beta)\in r^{+}$. Stąd i z nierówności (13) po przepisaniu jej do postaci: $\mu_N(\{x_{ij}\}) = \mu_{kl}(x_{kl})) < \mu_{\alpha\beta}(\bar{x}_{\alpha\beta})$ dla każdego $(\alpha,\beta)\in A$ wynika, że $n_r(l,k,\{x_{ij}\}) > 0$. To kończy dowód twierdzenia.

Twierdzenie 1 uzasadnia następującą procedurę, którą nazwiemy procedurą cykli poprawiających, wyznaczania przepływu $\{\bar{x}_{ij}\}$ określonego zależnością (12):

```
begin
 repeat
  wyznaczyć łuk (k,l)εA, dla którego μkl(xkl)=μN({xij});
  if xkl<a1kl then
   wyznaczyć zm:=nr(l,k,{xij})
    else
     wyznaczyć zm:=nr(k,l,{xij});
  if zm>0 then dodać zm do przepływów przez łuki zgodnie
   skierowane i odjąć zm od przepływów przez łuki przeciwnie
   skierowane cyklu złożonego z łuku (k,l) i łańcucha r;
   podstawić pod {xij} aktualny przepływ;
 until zm=0;
 {x̄ij}:={xij};
end.
```

Na bazie przedstawionych wyników można sformułować następujący algorytm rozwiązania RZTC w postaci (7):

```
begin
  v:=0;
  {x̄¹ᵢⱼ}:={0};
  {x̄²ᵢⱼ}:={0};
  while μN({x̄²ᵢⱼ})≥μN({x̄¹ᵢⱼ}) do
   begin
     {x̄¹ᵢⱼ}:={x̄²ᵢⱼ};
     v:=v+1;
     wyznaczyć przepływ {x²ᵢⱼ} o wielkości v w sieci S;
     metodą cykli poprawiających wyznaczyć przepływ {x̄²ᵢⱼ};
   end;
  {x*ᵢⱼ}:= {x̄¹ᵢⱼ};
end.
```

4.Uwagi końcowe

Algorytm rozwiązania RZTC sformułowany w punkcie 3 polega na wielokrotnym stosowaniu procedury cykli poprawiających. Procedura ta będąc modyfikacją algorytmu Dijkstry ma wielomianową złożoność czasową. Liczba powołań procedury w algorytmie jest ograniczona z góry iloczynem liczby łuków sieci S przez pewną stałą c zależną od danych zadania. W konsekwencji otrzymujemy, że sformułowany algorytm rozwiązania RZTC ma złożoność $O(c(m+n+2)^4)$ i należy do klasy algorytmów pseudowielomianowych. Czasochłonność obliczeń można zmniejszyć w przypadku konkretnego zadania przez odpowiedni dobór rozwiązania początkowego (w algorytmie, dla przejrzystości zapisu, obliczenia rozpoczyna się od przepływu zerowego). Na efektywność algorytmu ma wpływ również sposób wyznaczania przepływu o wielkości v+1 na bazie przepływu $\{\bar{x}^1_{ij}\}$ o wielkości v. Szersze omówienie tych zagadnień wykracza poza ramy niniejszego opracowania.

Literatura


[1] Chanas S., Kołodziejczyk W. (1986) Integer flows in network with fuzzy capacity constraints, NETWORKS, Nr 16, ss.17-31.

[2] Chanas S., Kołodziejczyk W. (1982) Maximum flow in a network with fuzzy arc capacities, Fuzzy Sets and Systems, Nr 8, ss. 165-173.

[3] Chanas S, Kołodziejczyk W., Machaj A. (1984) A fuzzy approach to the transportation problem, Fuzzy Sets and Systems, Nr 13, ss. 211-221.

L I T E R A T U R A


(1) Crabill T. B., Gross D., Magazine M. J. (1977) A Classified Bibliography of Research on Optimal Design and Control of Queues. Operations Res. Vol. 25, No. 2, pp. 219-232.

(2) Deb R. K., Serfozo R. F. (1973) Optimal Control of Batch Service Queues. Advances Appl. Probability 5, 340-361.

(3) [illegible] (1979) [illegible] Theory of Service [illegible] Pergamon Press, New York, 1960.

(4) Weiss H. J. (1979) The Computation of Optimal Control of a Queue with Batch Services, Manag. Sci. 25, 320-328.

(5) Stanek S. (1984) [illegible], Praca doktorska, [illegible]

(6) Королюк В., Турбин А. (1976) Полумарковские процессы и их приложения, Киев [illegible]

(7) Schleer G. (1982) [illegible] w [illegible] zakończ [illegible] Przegląd Stat. [illegible]

(8) Neuts M. (1967) A general class of bulk queues with Poisson input, Ann. Math. Stat. 38, 759-770.

(9) ______ (1979) Queues solvable without Rouché's theorem. Operations Res. 27.

(10) Neilson J. (1966) The ergodic queue length distributions for queueing systems with finite capacity, J. Roy. Stat. Soc. B28.

# Zarząd
## Polskiego Towarzystwa Badań Operacyjnych i Systemowych

### Prezes
prof.dr hab.inż. Andrzej Straszak
Instytut Badań Systemowych PAN

### Wiceprezes
prof.dr hab.inż. Jan Stasierski
Wojskowa Akademia Techniczna

### Wiceprezes
prof.dr hab.inż. Stanisław Piasecki
Instytut Badań Systemowych PAN

### Sekretarz generalny
dr inż. Zbigniew Nahorski
Instytut Badań Systemowych PAN

### Sekretarz
dr inż. Jarosław Sikorski
Instytut Badań Systemowych PAN

### Skarbnik
dr inż. Andrzej Kałuszko
Instytut Badań Systemowych PAN

### Członkowie
prof.dr hab. Jerzy Kisielnicki
Wydział Zarządzania UW

doc.dr hab.inż. Bohdan Korzan
Wojskowa Akademia Techniczna

doc.dr hab.inż. Jan Stachowicz
Zakład Nauk Zarządzania PAN

doc.dr hab.inż. Maciej Sysło
Instytut Informatyki UWr.

### Komisja rewizyjna
PRZEWODNICZĄCY

dr Władysław Świtalski
Katedra Cybernetyki i Badań Operacyjnych UW

CZŁONKOWIE

dr inż. Janusz Kacprzyk
Instytut Badań Systemowych PAN

dr inż. Marek Malarski
Instytut Transportu PW

doc.dr hab.Henryk Sroka
Akademia Ekonomiczna w Katowicach

dr inż. Leon Słomiński
Instytut Badań Systemowych PAN

PION III