POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

WIELOKRYTERIALNE DECYZJE KOOPERACYJNE

METODY WSPOMAGANIA KOMPUTEROWEGO

Lech Kruś

Warszawa 2011

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH

Seria: BADANIA SYSTEMOWE
Tom 70

==

Redaktor naukowy:
Prof. dr hab. inż. Jakub Gutenbaum

Warszawa 2011

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH

==

Lech Kruś

WIELOKRYTERIALNE DECYZJE KOOPERACYJNE

METODY WSPOMAGANIA KOMPUTEROWEGO

Warszawa 2011

Dr inż. Lech Kruś
Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk
Newelska 6, 01-447 Warszawa
email: krus@ibspan.waw.pl

Recenzenci:

Prof. dr hab. inż. Ignacy Kaliszewski

Prof. dr hab. inż. Andrzej P. Wierzbicki

Skład: Lech Kruś i Urszula Kruś

Wydawca:
Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk
Newelska 6, 01-447 Warszawa
www.ibspan.waw.pl

ISSN 0208-8029
ISBN 9788389475381

1

Wprowadzenie

W pracy rozważa się sytuacje decyzyjne, w których jest kilku decydentów negocjujących warunki możliwej współpracy. Problem dotyczy podziału efektów współpracy, przy czym każdy decydent ma swój odrębny, zestaw celów, które chciałby osiągnąć i kieruje się swoimi preferencjami. Cele te są w ogólnym przypadku konfliktowe, zarówno w przypadku każdego decydenta jak i między decydentami. Każdy decydent ma określony wektor kryteriów mierzących poziomy osiągnięcia jego celów, przy czym wartości tych kryteriów zależą od decyzji wszystkich decydentów. Sytuacje takie nazywane są sytuacjami kooperacyjnymi z wielokryterialnami wypłatami decydentów. Zakłada się, że można zbudować model matematyczny opisujący taką sytuację decyzyjną a w szczególności pozwalający wyznaczyć wielokryterialne wypłaty decydentów w zależności od podejmowanych przez nich decyzji.

Praca dotyczy problemów metodologicznych związanych ze wspomaganiem procesu decyzyjnego w takich sytuacjach przy wykorzystaniu modeli matematycznych. Przedstawia się podstawy teoretyczne i metody, które mogą być wykorzystane w konstrukcji systemów komputerowych wsparcia decyzyjnego.

Cechą charakterystyczną rozpatrywanych w pracy problemów w przypadku wielokryterialnych wypłat jest to, że każdy decydent ma do czynienia z pewnym zbiorem tzw. niezdominowanych rozwiązań, przy czym zbiory rozwiązań decydentów są wzajemnie współzależne. Zbiory niezdominowanych rozwiązań są na ogół niemożliwe do zapisania w formie analitycznej i przedstawienia decydentom w takiej formie do analizy. Możliwe jest natomiast wyznaczenie pewnej skończonej liczby punktów należących do tych zbiorów przy zastosowaniu metod obliczeniowych.

W uzupełnieniu do rozwijanych w pracy podstaw teoretycznych i metod wspomagania decyzji kooperacyjnych, rozpatruje się również zagadnienia budowy i zastosowania systemów komputerowych nie tylko do wspomagania analizy decyzyjnej dokonywanej indywidualnie przez każdego decydenta z uwzględnieniem jego preferencji, ale także do wspomagania procesu mediacji, w trakcie którego generowane są propozycje mediacyjne.

Dla przypadku pojedynczego decydenta rozwinięte zostały metody wielokryterialnego wspomagania decyzji. Istnieje już obecnie bardzo wiele prac przeglądowych i monografii poświęconych metodom wielokryterialnego podejmowania decyzji. np. (Branke, Deb, Miettinen, Słowiński 2008), (Wierzbicki, Makowski, Vessels 2000), (Kaliszewski 1994, 2006), (Chankong, Haimes 1983), (Cohon, 1985), (Galas, Nykowski, Żółkiewski 1987), (Hwang, Masud, 1979), (Sawaragi, Nakayama, Tanino 1985), (Steuer 1986), (Yu 1985), (Zeleny 1982). Proponowane w tych pracach podejścia mają na celu umożliwienie decydentowi wyboru ze zbioru rozwiązań niezdominowanych rozwiązania zgodnego z jego preferencjami, przy zastosowaniu pewnej procedury przeglądania tego zbioru. Wykorzystywane są przy tym różne metody obliczeniowe.

Wśród stosowanych podejść na szczególną uwagę zasługują metody stosujące pojęcie tzw. funkcji osiągnięcia, wykorzystujących poziomy aspiracji czy punkty referencyjne, sprecyzowane przez decydenta, por. (Wierzbicki, 1982, 1986, Wierzbicki i inni 2000). W metodach tego typu stosowana jest interakcyjna procedura, w trakcie której decydent może coraz lepiej poznawać zbiór rozwiązań niezdominowanych, wyznaczając przy pomocy systemu komputerowego niektóre rozwiązania z tego zbioru. Odpowiednio dobierając punkty referencyjne może także kierować sposobem przeglądania tego zbioru i wybrać ostateczne rozwiązanie zgodnie ze swoimi preferencjami.

W przypadku kilku decydentów zagadnienie jest bardziej złożone, ponieważ istnieje wiele indywidualnych zbiorów rozwiązań niezdominowanych i zbiory te są współzależne. Decydenci mają zwykle różne cele, których osiągniecie jest mierzone za pomocą kryteriów i maja różne preferencje. Rozwiązaniem całego problemu jest wariant, który zostanie zaakceptowany przez wszystkich decydentów. Decydenci mogą być w różnej tzw. *pozycji przetargowej*. Każdy z nich może mieć inny wpływ na wyniki współpracy. Wspomaganie procesu decyzyjnego rozumiane jest w tym przypadku jako wspomaganie decydentów w procesie analizy umożliwiającej lepsze rozumienie ich pozycji przetargowej, a także jako wspomaganie procesu negocjacji, tzn. pomoc w znalezieniu akceptowalnego przez nich wszystkich rozwiązania.

Istnieje obecnie wiele prac poświęconym analizie procesów negocjacji a także ich formalnemu opisowi, np. prace (Barclay, Peterson 1976), (Raiffa 1982), (Axelrod 1985), (Wierzbicki 1985, 1987, 1990), (Kersten, Szapiro 1986), (Kersten i inni 1988, 1991), Sebenius (1992, 2007). Idee komputerowego wspomagania procesów negocjacji oraz przykłady zbudowanych systemów można znaleźć w pracach autorów: Goeltner (1987), Jarke, Jelassi, Shakun (1987), Kersten (1985, 1988), Korhonen, Moskowitz, Wallenius, Zionts (1986), DeSanctis, Gallupe (1987), Shakun (1988), Nunamaker, Applegate, Konsynsky (1988), Korhonen, Wallenius, (1989), Nyhart, Samarasan (1989), Vetschera (1990), Teich, Wallenius, Kuula, Zionts (1995), Ehtamo, Hamalainen (2001), Heiskanen, Ehtamo, Hamalainen (2001). Rozwijane są idee wspomagania negocjacji przez internet, w tym z wykorzystaniem systemów wieloagentowych, i zbierane jest doświadczenie stosowania takich systemów, np. (Kersten, Sunil 1999, Kersten i inni 2002, Kersten, Lo 2003, Chen i inni 2005, Vetschera, Kersten, Köszegi 2006, Vetschera 2007, Wachowicz 2006, 2008, Szapiro, Wojewnik 2007, 2008).

Monografia przedstawia specyficzne autorskie podejście do problemu negocjacji przy wielokryterialnych wypłatach decydentów.

Sytuację decyzyjną, w której znajdują się decydenci opisuje się za pomocą gier wielokryterialnych, w szczególności wielokryterialnego problemu targu i wielokryterialnych gier koalicyjnych. Wypłaty w takich grach rozpatrywane są w przestrzeni będącej iloczynem kartezjańskim przestrzeni kryteriów poszczególnych decydentów. W momencie rozpoczęcia badań w latach 80-ych ubiegłego wieku, teoria takich gier nie była jeszcze rozwinięta. Zaproponowano więc i przedstawia się w pracy odpowiednie sformułowania takich gier, koncepcje ich rozwiązań i analizę właściwości. Proponowane koncepcje rozwiązań charakteryzują się tym, że uwzględniają preferencje każdego z decydentów.

Proponuje się konstrukcję wielorundowych procedur wspomagających analizę decyzyjną wykonywaną przez decydentów jak i proces mediacji z wykorzystaniem koncepcji rozwiązań teorii gier. W każdej rundzie takiej procedury każdy decydent przeprowadza analizę wielokryterialną osiągalnych wypłat w swojej przestrzeni kryteriów, co umożliwia mu wskazanie swoich preferencji. Informacje o tych preferencjach umożliwiają z kolei wyliczenie propozycji mediacyjnej. Propozycja mediacyjna wyznaczana jest na podstawie jednej z proponowanych w pracy koncepcji rozwiązania gry wielokryterialnej. Propozycja mediacyjna uwzględnia preferencje wszystkich decydentów i jest przedmiotem indywidualnej analizy przez decydentów w kolejnej rundzie.

W pracy opisano, jak taka procedura może być zaimplementowana w konstrukcji komputerowego systemu wsparcia decyzyjnego.

Zaproponowane w pracy podejście stanowi uzupełnienie ewentualnie alternatywę do podejść prezentowanych w cytowanej wyżej literaturze.

Układ pracy jest następujący.

W rozdziale 2 przedstawia się podstawowe pojęcia i idee wielokryterialnej optymalizacji. Szczególną uwagę zwrócono na metodę punktu referencyjnego z wykorzystaniem funkcji osiągnięcia A.P. Wierzbickiego, ponieważ metoda ta jest wykorzystywana w proponowanych procedurach wspomagających analizę i proces mediacji, przedstawionych w dalszej części pracy.

Rozdział 3 wprowadza podstawowe pojęcia dotyczące negocjacji i klasycznej teorii gier. Klasyczną jest nazywana teoria gier rozwijana przy założeniu skalarnych wypłat graczy.

Kolejne rozdziały 4 - 9 zawierają oryginalne wyniki w zakresie przedmiotowym monografii uzyskane w trakcie prowadzonych badań.

Rozdział 4 zawiera ogólne sformułowanie wielokryterialnego problemu decyzyjnego w sytuacjach kooperacyjnych. Podaje się definicję wielokryterialnego problemu targu. Proponuje się kilka koncepcji rozwiązań, stanowiących uogólnienie rozwiązań znanych z literatury. Rozwiązania te są określane z wykorzystaniem wprowadzonej, oryginalnej koncepcji tzw. punktu względnej utopii. Punkt ten uwzględnia preferencje decydentów określone w ich przestrzeniach kryteriów. Analizuje się właściwości tych rozwiązań i ich relacje.

Przedstawia się następnie możliwości wykorzystania tych rozwiązań w interakcyjnych procedurach mediacyjnych (Rozdział 5). Inspiracją do formułowania takich procedur były koncepcje i metody negocjacji (Raiffa 1982) stosowane w praktyce, np. zakończone sukcesem rokowania izraelsko-egipskie w Camp David. Proponuje się oryginalną procedurę, w której wprowadza się i łączy dwa sposoby wspomagania decyzyjnego: tzw. jednostronne i wielostronne. Wspomaganie jednostronne pozwala każdemu z decydentów biorących udział w negocjacjach na niezależną analizę problemu bez uwzględnienia aktualnych decyzji pozostałych decydentów. Wspomagana jest analiza wielokryterialna wykonywana przez każdego z decydentów metodą punktu referencyjnego z użyciem funkcji osiągnięcia. We wspomaganiu wielostronnym uwzględnione są aktualne decyzje wszystkich decydentów. Taki sposób wspomagania decyzyjnego umożliwia decydentom lepsze poznanie ich sytuacji przetargowej, wybór propozycji rozwiązań zgodnie z ich preferencjami, a także wspomaga znalezienie konsensusu, jako rozwiązania niezdominowanego, akceptowanego przez wszystkich decydentów.

Powyższa procedura została wykorzystana w konstrukcji komputerowego systemu wsparcia decyzyjnego MCBARG. Strukturę i funkcje tego systemu omawia się w rozdziale 6. System ten umożliwia budowę modelu problemu decyzyjnego opisywanego jako wielokryterialny problem targu i przeprowadzenie sesji negocjacyjnych z udziałem osób przyjmujących rolę decydentów w tym problemie. System wspomaga proces analizy wielokryterialnej dokonywany w każdej rundzie przez każdego decydenta oraz pełni rolę niezależnego mediatora i ułatwia decydentom znalezienie konsensusu. W rozdziale tym przedstawia się także przykłady dotyczące międzynarodowej współpracy w zakresie kwaśnych deszczów, oraz współpracy gospodarstw rolnych, modelowane jako wielokryterialny problem targu. Modele wielokryterialnego problemu targu dla tych przykładów zostały zbudowane z wykorzystaniem edytora systemu MCBARG a następnie wykorzystane w przeprowadzonych eksperymentalnych sesjach negocjacji.

W Rozdziale 7 rozpatruje się sytuacje decyzyjne opisywane za pomocą wielokryterialnych gier kooperacyjnych, uwzględniających możliwość tworzenia przez graczy koalicji. Przedstawia się rozwinięcie sformułowania klasycznych gier kooperacyjnych podanego przez Aumana (1967), oraz koncepcji rozwiązań na przypadek wielokryterialnych wypłat graczy. W przestrzeniach wielokryterialnych wypłat rozpatruje się różne sformułowania dominacji. Podaje się oryginalną propozycję koncepcji rozwiązania typu nukleolus, uwzględniającego preferencje wszystkich graczy. Przedstawia się także idee interakcyjnej procedury wspomagającej analizę i proces mediacji, w której zaproponowana koncepcja nukleolusa służy do wyznaczania propozycji mediacyjnych.

Rozdział 8 przedstawia rodzinę gier opisujących współpracę graczy zainteresowanych pozyskaniem pewnego zestawu dóbr przez realizację wspólnego projektu. Proponuje się i analizuje procedury alokacji kosztów między graczy, wykorzystujące mechanizm cenowy oraz różne koncepcje rozwiązań. Przedstawia się także procedurę wspomagającą analizę problemu alokacji kosztów. Problem alokacji kosztów rozpatruje się także w kolejnym rozdziale 9 w klasie tzw. gier kooperacyjnych w postaci funkcji partycji. Gry takie opisują rzeczywiste sytuacje, w których wypłaty każdej koalicji zależą nie tylko od graczy, którzy ją tworzą, ale także od struktury koalicji tworzonych przez graczy pozostałych. W pracy rozwijana jest teoria takich gier. W szczególności formułuje się koncepcje rozwiązań, takich jak rdzeń gry i zbiory stabilne. Analizuje się właściwości tych rozwiązań.

Rozdział 10 zawiera podsumowanie najważniejszych wyników uzyskanych w trakcie dotychczasowych badań i prezentowanych we wcześniejszych rozdziałach oraz propozycje kierunków dalszych badań.

Monografię kończy bibliografia zawierająca 235 pozycji literatury i indeks.

Przedstawiane w pracy wyniki były prezentowane m.in. w niżej wymienionych pracach:

- w zakresie idei wspomagania negocjacji w wielokryterialnych sytuacjach kooperacyjnych: (Fortuna, Kruś 1984, Kruś 1985, Bronisz, Kruś 1987, 1988, 1989a, 1989b, Bronisz, Kruś, Wierzbicki 1989, Kruś 1991, Kruś, Bronisz 1993, Kruś 1996, 2002b, 2004b, Wierzbicki, Kruś, Makowski 1993),

- dotyczących systemu komputerowego MCBARG i przykładów wielokryterialnych problemów targu: (Kruś, Bronisz, Łopuch 1990, Kruś, Łopuch 1989, Kruś, Łopuch, Bronisz 1989, Kruś 1992a),

- dotyczących wielokryterialnych gier koalicyjnych, gier wieloprzedmiotowych w zastosowaniu do alokacji kosztów, gier w postaci funkcji partycji: (Kruś, Bronisz 1995, 1996, 1998, 2000, Kruś 2008, 2009).

Lista ważniejszych wyników

W zakresie sytuacji kooperacyjnych modelowanych jako wielokryterialny problemu targu:

- koncepcje indywidualnie niezdominowanych wypłat graczy oraz punktu względnej utopii (Definicje 4.1, 4.2),
- koncepcja uogólnionego rozwiązania Raifffy-Kalaia-Smorodinsky'ego i jego aksjomatyzacja (Twierdzenia 4.1. i 4.2),
- koncepcja uogólnionego rozwiązania leksykograficznego i jego aksjomatyzacja (Twierdzenie 4.3),
- koncepcja rozwiązania iteracyjnego (Twierdzenie 5.1. pokazujące właściwości tego rozwiązania),
- propozycja interakcyjnej procedury wspomagającej analizę i proces mediacji,
- zaprojektowanie i implementacja systemu komputerowego (MCBARG) wspomagającego analizę i proces mediacji w wielokryterialnym problemie targu, w tym algorytmizacja interakcyjnej procedury wymienionej wyżej,
- opracowanie przykładów ilustrujących wielokryterialny problem targu: współpracy gospodarstw rolnych, problemu kwaśnych deszczów.

W zakresie sytuacji kooperacyjnych modelowanych jako wielokryterialne gry koalicyjne bez wypłat ubocznych:

- sformułowanie założeń i koncepcji rozwiązań takiej gry (Definicje 7.1 - 7.4 oraz Twierdzenia 7.1 i 7.2),
- propozycja nukleolusa uwzględniającego preferencje decydentów a także zbadanie jego właściwości (Lematy 7.1 - 7.3, Twierdzenie 7.3),
- idea interakcyjnej procedury wspomagania negocjacji w sytuacjach decyzyjnych opisywanych przez wielokryterialną grę kooperacyjną.

W zakresie zastosowania gier koalicyjnych w problemach alokacji kosztów:

- sformułowanie problemu alokacji kosztów z wykorzystaniem mechanizmu cen, jako wieloprzedmiotowej gry kooperacyjnej (Definicje 8.1-8.5),
- koncepcja rozwiązania wg idei Shapley'a i analiza właściwości (Twierdzenie 8.1),
- koncepcja nukleolusa i analiza jego właściwości (Twierdzenie 8.3),
- idea iteracyjnej procedury wspomagającej analizę wielokryterialną,
- propozycje i zbadanie właściwości rozwiązań gier kooperacyjnych w postaci funkcji partycji, formułowanych przy słabszej relacji dominacji niż przyjmowane w literaturze,
- pokazanie, że nukleolus i rdzeń w takich grach mogą być wyznaczone jako analogiczne koncepcje rozwiązań odpowiednio sformułowanych gier w postaci funkcji charakterystycznej (Twierdzenia 9.2 i 9.5).

7

Wielokryterialne gry kooperacyjne

Rozpatruje się klasę gier kooperacyjnych bez wypłat ubocznych w przypadku wielokryterialnych wypłat graczy. Formułuje się i analizuje koncepcje rozwiązań tych gier, które mogą być przydatne w zagadnieniach wspomagania decyzji w negocjacjach.

Klasyczna teoria gier kooperacyjnych była intensywnie rozwijana w szczególności w przypadku gier z wypłatami ubocznymi - np. prace: Shapley (1953), Schmeidler (1969), Aumann, Maschler (1964), a także bez wypłat ubocznych - Aumann (1961), Peleg (1963), Stearns (1964), Kalai (1975). Teoria ta była rozwijana przy ogólnym założeniu, że wypłaty graczy są mierzone przez daną skalarną funkcję użyteczności. W zadaniach praktycznych decyzje podejmowane są zwykle przy uwzględnieniu wielu kryteriów, a funkcje użyteczności nie są dane jawnie. Prace dotyczące gier kooperacyjnych w przypadku wielokryterialnych wypłat są rzadkie. Należy wymienić artykuł: Bergstressen, Yu (1977), w którym wykorzystuje się struktury dominacji wprowadzone przez Yu do określenia i analizy gier kooperacyjnych z wypłatami ubocznymi.

W niniejszym rozdziale rozwija się teorię wielokryterialnych gier kooperacyjnych bez wypłat ubocznych, przy czym nie zakłada się istnienia jawnie danych funkcji użyteczności graczy. Proponowana idea polega na zastosowaniu podejścia analogicznego do stosowanego w przypadku zadań wielokryterialnego wspomagania decyzji w przypadku jednego decydenta (por. prace Wierzbicki 1982, 1986). Rozwiązań poszukuje się w pewnej interakcyjnej procedurze, w której decydent może generować pewną liczbę rozwiązań, analizować je i wybierać zgodnie ze swoimi preferencjami. W tej pracy poszukuje się rozwiązań, które spełniając określone warunki, mogły by być wykorzystane w takiej procedurze w przypadku gry kooperacyjnej bez wypłat ubocznych. Proponowane koncepcje rozwiązań mogą być rozpatrywane jako rozwinięcie na przypadek wielokryterialny koncepcji zaproponowanych przez Kalaia (1975) w przypadku jednokryterialnych wypłat graczy.

7.1 Problem decyzyjny

7.1.1 Decyzje i wypłaty

Rozpatrzmy sytuacje decyzyjne pewnej liczby graczy, którzy mogą tworzyć koalicje. Każdy gracz ma kilka kryteriów, za pomocą których ocenia swoje wypłaty, przy czym każdy gracz może mieć inny wektor kryteriów. Wypłaty koalicji zależą od tworzących tę koalicję graczy. Problem decyzyjny dotyczy struktury tworzonych koalicji oraz określenia wypłat graczy.

Niech $N = 1, 2, ..., n$ będzie skończonym zbiorem graczy, a $\aleph$ zbiorem wszystkich niepustych podzbiorów zbioru N. Dla każdej koalicji $C \in \aleph$:
$E^C = \times_{i \epsilon C} E_i$ jest daną przestrzenią decyzji graczy w koalicji C, gdzie E_i jest euklidesową przestrzenią decyzji gracza i,
$Y^C = \times_{i \epsilon C} Y_i$ jest daną przestrzenią wielokryterialnych wypłat graczy w koalicji C, gdzie Y_i jest m_i wymiarową przestrzenią

euklidesową gracza i,
$W : E^C \to Y^C$ jest funkcją wektorową definiującą wypłaty graczy.

Dla uproszczenia notacji przyjmujemy, że każdy gracz stara się maksymalizować swoje wszystkie kryteria. Kryteria każdego gracza mogą być w ogólnym przypadku różne i różna może być ich liczba. Przyjmujemy, że dla każdego wektora $y = (y_i)_{i \in N} \in Y^N$, wektor $y^C = (y_i)_{i \in C} \in Y^C$ oznacza wypłaty graczy w koalicji C, gdzie $y_i = (y_{i1}, y_{i2}, \dots y_{im_i}) \epsilon Y_i \subseteq I\!R^{m_i}$.

Współpraca graczy tworzących różne koalicje może być określona przez kolekcję zbiorów ${V^C}_{C \epsilon \aleph}$, gdzie każdy $V^C \subset Y^C$ jest zbiorem osiągalnych wielokryterialnych wypłat graczy w koalicji C.

Przyjęto konwencję, że dla $z, y \in I\!R^m$, dla każdego m :
$z \geq y$ oznacza $z_i \geq y_i$ dla $i = 1, 2, \dots, m$,
$z > y$ oznacza , $z_i \geq y_i, z \neq y$ dla $i = 1, 2 \dots, m$,
$z \gg y$ oznacza $z_i > y_i$ dla $i = 1, 2 \dots, m$.

Wektor $z \in I\!R^m$ jest **słabo Pareto optymalny** w zbiorze $Y_0 \subset \mathbb{R}^m$ jeśli $z \in Y_0$ i nie istnieje $y \in Y_0$ taki, że $y \gg z$,
Wektor $z \in I\!R^m$ jest **Pareto optymalny** w zbiorze $Y_0 \subset R^m$ jeśli $z \in Y_0$ i nie istnieje $y \in Y_0$ taki, że $y \geq z$.

7.1.2 Wielokryterialna gra kooperacyjna

Definicja 7.1
Wielokryterialna n-osobowa gra kooperacyjna bez wypłat ubocznych (n-osobowa gra MCC) jest opisana przez kolekcję $V = \{V^C\}_{C \epsilon \aleph}$ zbiorów V^C spełniających warunki:

1. V^C jest domkniętym niepustym zbiorem w przestrzeni Y^C,

2. V^C jest ograniczony z góry, tzn. istnieje $y^C \epsilon Y^C$ taki, że $V^C \subset \{z^C \epsilon Y^C, z^C \leq y^C\}$,
3. dla każdego $y^C \epsilon V^C$, $z^C \epsilon V^C$, jeżeli $z^C < y^C$, to $z^C \epsilon V^C$,
4. dla każdych dwóch koalicji $C, T \epsilon \aleph$, takich, że $C \cap T = \emptyset$, to spełniony jest warunek $V^C \times V^T \subset V^{C \cup T}$.

□

Sformułowanie gry MCC jest ściśle związane ze sformułowaniem klasycznej gry kooperacyjnej, którą podał Aumanna (1967) dla skalarnych wypłat graczy.
Zbiór V^C reprezentuje wszystkie wypłaty osiągalne samodzielnie przez koalicję C. Zgodnie z warunkami 1 i 2 zakłada się, że ten zbiór jest niepusty, domknięty i ograniczony.
Warunek 3 (komprehensywność) oznacza, że jeśli koalicja może osiągnąć wypłatę y, może także osiągnąć wypłaty $z < y$, tzn może uzyskać każdą wypłatę o mniejszych współrzędnych.
Warunek 4 zapewnia superaddytywność gry. Każda wypłata, której współrzędne mogą być uzyskane przez każdą z dwóch rozłącznych koalicji działających niezależnie, może być także osiągnięta gdy będą działać wspólnie.

7.2 Koncepcje rozwiązań gier kooperacyjnych

Niech Ω oznacza klasę gier spełniających powyższe warunki.

Przez koncepcję rozwiązania rozumie się pewną funkcję F, która każdej grze $V \epsilon \Omega$ przypisuje zbiór wypłat $F(V) \subset V^N$.

Definicja 7.2
Rdzeń (ang. core) gry V jest to zbiór:
core(V) $=$ $\{y \epsilon V^N$: dla każdej koalicji C nie istnieje $z^C \epsilon V^C$

taki, że $z_i > y_i$ dla każdego $i \epsilon C\}$.

Słaby rdzeń (ang. week core) gry V jest to zbiór:
wcore$(V) = \{y \epsilon V^N$: dla każdej koalicji C nie istnieje $z^C \epsilon V^C$ taki, że $z_i \gg y_i$ dla każdego $i \epsilon C\}$.

□

Wypłata należy do rdzenia gry, jeżeli dla każdej koalicji nie istnieje wypłata poprawiająca co najmniej jedno kryterium każdego z graczy. Wypłata należy do słabego rdzenia gry, jeżeli dla każdej koalicji nie istnieje wypłata poprawiająca wszystkie kryteria graczy. Zachodzi oczywiście warunek: **wcore**$(V) \subset$ **core**(V).

Definicja 7.3

Funkcja $l_C : Y^N \times \Omega \to I\!R$ nazywana jest **funkcją nadwyżki** (ang. excess function) dla koalicji C, jeśli spełnia warunki:

1. Jeżeli $y, z \epsilon Y^N$ spełniają warunek $y_i = z_i$ dla każdego $i \epsilon C$, to dla każdej gry V spełnione jest $l_C(y, V) = l_C(z, V)$.
2. Jeżeli $y, z \epsilon Y^N$ spełniają warunek $y_i > z_i$ dla każdego $i \epsilon C$, to dla każdej gry V spełnione jest $l_C(y, V) < l_C(z, V)$.
3. Dla każdej gry V, jeżeli $y^C \epsilon bd(V^C) = \{v^C \epsilon V^C$: nie istnieje $z^C \epsilon V^C$ takie, że $y_i >> v_i$ dla każdego $i \epsilon C\}$, to $l_C(y, V) = 0$, gdzie $bd(V^C)$ oznacza brzeg zbioru V^C.
4. $l_C(y, V)$ jest ciągła ze względu na y i V.

Funkcja $l_C : Y^N \times \Omega \to I\!R$ nazywana jest **funkcją słabej nadwyżki** (ang. week excess function) dla koalicji C, jeśli spełnia warunki 1,3,4 oraz warunek
2a. Jeżeli $y, z \epsilon Y^N$ spełniają warunek $y_i \gg z_i$ dla każdego $i \epsilon C$, to dla każdej gry V spełnione jest $l_C(y, V) < l_C(z, V)$. □

Uwagi dotyczące funkcji nadwyżki

- Funkcja nadwyżki $l_C(y, V)$ odzwierciedla postawę koalicji C względem wypłaty y.
- Warunek 1 oznacza, że funkcja nadwyżki danej koalicji C zależy tylko od graczy, którzy tworzą tę koalicje. Nie zależy od pozostałych graczy ze zbioru N.
- Warunek 2 zapewnia, że jeśli co najmniej jedno kryterium pewnych graczy wzrośnie, to wartość funkcji nadwyżki, utworzonej przez nich koalicji, zmaleje. W przypadku warunku 2a, mamy, że jeśli wzrosną wszystkie kryteria pewnych graczy to wartość funkcji nadwyżki, utworzonej przez nich koalicji, zmaleje.
- Warunek 3 dzieli wypłaty na dwie kategorie: osiągalne dla każdej koalicji C, gdy $l_C(y, V) \geq 0$ i nieosiągalne - gdy $l_C(y, V) < 0$.
- Z warunków 2 i 4 wynika, że jeśli $y, z \epsilon Y^N$ spełniają warunek $y_i \geq z_i$ dla każdego $i \epsilon C$, to dla każdej gry V: $l_C(y, V) \leq l_C(z, V)$.

Proponowane warunki są uogólnieniem warunków nakładanych na funkcję nadwyżki dla klasycznych gier kooperacyjnych bez wypłat ubocznych (por. Kalai 1975).

Definicja 7.4
Wypłata $y \epsilon V$ jest **indywidualnie racjonalna** jeśli należy do zbioru
$IR(V) = \{y \epsilon V^N$: dla każdego $i \in N$ nie istnieje $z \epsilon V^{\{i\}}$ taki, że $z_i > y_i$ $\}$.
Wypłata $y \epsilon V$ jest **(indywidualnie słabo racjonalna)** jeśli należy do zbioru
$wIR(V) = \{y \epsilon V^N$: dla każdego $i \in N$ nie istnieje $z \epsilon V^{\{i\}}$ taki, że

$z_i \gg y_i\}$.
Wypłata $y \epsilon V$ spełnia warunek **grupowej racjonalności** jeżeli należy do zbioru $GR(V) = \{y \epsilon V^N$: nie istnieje $z \epsilon V^N$ spełniający warunek $z_i > y_i$ dla każdego $i \in N$ $\}$.
Wypłata $y \epsilon V$ spełnia warunek **(słabej racjonalności grupowej)** jeżeli należy do zbioru $wGR(V) = \{y \epsilon V^N$: nie istnieje $z \epsilon V^N$ spełniający warunek $z_i \gg y_i$ dla każdego $i \in N$ $\}$.

□

Indywidualna racjonalność oznacza, że żaden gracz nie zgodzi się na wypłatę gorszą od tej, którą może uzyskać działając indywidualnie. Grupowa racjonalność oznacza, że gracze maksymalizując swoje wypłaty, dzielą między siebie wszystkie korzyści wynikające ze współpracy.

Twierdzenie 7.1
Dla każdej kolekcji funkcji słabej nadwyżki $\{l_C\}_C \epsilon \aleph$, *dla każdej gry* $V \epsilon \Omega$
$\boldsymbol{wcore}(V) = \{y \epsilon wGR(V) : l_C(y, V) \leq 0,$ *dla każdego* $C \epsilon \aleph \backslash \{N\}\}$.
Dla każdej kolekcji funkcji nadwyżki $\{l_C\}_C \epsilon \aleph$, *dla każdej gry* $V \epsilon \Omega$
$\boldsymbol{core}(V) = \{y \epsilon GR(V) : l_C(y, V) \leq 0,$ *dla każdego* $C \epsilon \aleph \backslash \{N\}\}$.

■

Dowód
Niech V będzie wielokryterialną grą bez wypłat ubocznych $V \epsilon \Omega$, a $\{l_C\}_C \epsilon \aleph$ będzie daną kolekcją funkcji nadwyżki (funkcji słabej nadwyżki). Teza twierdzenia wynika wprost z Definicji 7.2, określającej rdzeń i słaby rdzeń, z Definicji 7.4, określającej grupową racjonalność i słabą grupową racjonalność, a także z własności 2 i 3 (2a i 3 w przypadku słabej nadwyżki) podanych w Definicji 7.3. ◊

Definicja 7.5
Niech $\Theta(y)$ oznacza wektor w $\mathbb{R}^{|\aleph|-1}$ otrzymany w wyniku uporządkowania wartości funkcji nadwyżki $l_C(y, V)$ wszystkich koalicji C w $\aleph$, $C \neq N$ zgodnie z nierosnącym porządkiem. Niech odpowiednio $w\Theta(y)$ oznacza wektor w tej przestrzeni otrzymany z uporządkowania wartości słabych funkcji nadwyżki.

Nukleolus jest określony jako zbiór:
$\mathfrak{N}(V) = \{y \epsilon IR(v) : \Theta(y) \leq_{lex} \Theta(z)$ dla każdego $z \epsilon IR(V)\}$
Słaby nukleolus jest określony jako zbiór:
$w\mathfrak{N}(V) = \{y \epsilon wIR(v) : w\Theta(y) \leq_{lex} w\Theta(z)$ dla każdego $z \epsilon wIR(V)\}$.

□

Dla dowolnych wektorów $y, z \epsilon \mathbb{R}^M$, $y \leq_{lex} z$ oznacza, że $z = y$, lub istnieje liczba całkowita $k, 1 \leq k \leq m$, taka, że $y_i = z_i$ dla $1 \leq i < k$ i $y_k < z_k$.
Wyłączamy $l_C(y, N)$ ponieważ $l_C(y, N) = 0$ dla każdego $y \epsilon IR(V)$ w przypadku funkcji nadwyżki i odpowiednio dla $y \epsilon wIR(V)$ w przypadku funkcji słabej nadwyżki.

Twierdzenie 7.2
Dla każdej kolekcji funkcji nadwyżki $\{l_C\}_C \epsilon \aleph$, dla każdej gry V, nukleolus $\mathfrak{N}(V)$ jest niepusty i jeśli rdzeń jest niepusty, to
$\mathfrak{N}(V) \subset \boldsymbol{core}(V)$
Dla każdej kolekcji funkcji słabej nadwyżki $\{l_C\}_C \epsilon \aleph$, dla każdej gry V, słaby nukleolus $w\mathfrak{N}(V)$ jest niepusty i jeśli słaby rdzeń jest niepusty, to
$w\mathfrak{N}(V) \subset \boldsymbol{wcore}(V)$. ■

Dowód
Niech V będzie wielokryterialną grą bez wypłat ubocznych $V \epsilon \Omega$,

a $\{l_C\}_{C\epsilon\aleph}$ będzie daną kolekcją funkcji nadwyżki (funkcji słabej nadwyżki). Niech $m = R^{|\aleph|-1}$, a $\Theta(y) = (\Theta_1(y), \Theta_2(y), ..., \Theta_m(y))$ będzie określone zgodnie z Definicją 7.5. Zgodnie z własnością 4 Definicji 7.3, funkcje $l_C(y, V)$ są ciągłe ze względu na zmienną y, a więc także funkcje $\Theta, i = 1, 2, ..., m$ będą ciągłe (funkcje te mogą być określone odpowiednio jako minima i maksima skończonej liczby ciągłych funkcji $l_C(y, V)$). Niech
$A_1 = \{y \in IR(V) : C_1(y) \leq \Theta_1(z)$ dla każdego $z \in IR(V)$, a
$A_{i+1} = \{y \in A_1 : \Theta_{i+1}(y) \leq \Theta_{i+1}(z)$ dla każdego $z \in A_1$
dla $i = 1, 2, ..., m-1$.

Ponieważ funkcje Θ_i są ciągłe a zbiór $IR(V)$ jest zwarty, to zbiory A_i, $i = 1, 2, ..., m$ są zwarte i niepuste. Z definicji nukleolusa mamy $\mathfrak{N}(V) = A_m$, a zatem nukleolus jest niepusty.

Niech gra ma niepusty rdzeń, niech $y \in \mathbf{core}(V)$, a $z \in \mathfrak{N}(V)$. Wtedy $y \in GR(V)$, a maksymalna składowa wektora funkcji Θ spełnia warunek $\Theta_i(z) \leq \Theta_i(y)$. Z Twierdzenia 7.1 wynika, że $\Theta_i(z) \leq \Theta_i(y) \leq 0$, a więc $z \in \mathbf{core}(V)$.
W analogiczny sposób pokazuje się tezę drugiej części twierdzenia.

$\Diamond$

7.3 Koncepcja nukleolusa uwzględniającego preferencje graczy

W tej sekcji wprowadza się funkcję nadwyżki i nukleolus, które mogą być wykorzystane w systemie wspomagającym analizę decyzyjną. Każdy gracz ocenia swoje wypłaty w przestrzeni swoich kryteriów, poszukuje wypłaty najlepszej zgodnie ze swoimi preferencjami. Zakładamy, że preferencje każdego gracza określane są

na podstawie dwóch punktów; punktu referencyjnego i punktu rezerwacji. Punkt referencyjny określony jest przez pożądane przez gracza poziomy aspiracji dla poszczególnych kryteriów. Punkt rezerwacji przyjmiemy na podstawie preferowanej wypłaty gracza działającego niezależnie. W przypadku graczy działających wspólnie, rozpatrujemy wypłaty przestrzeni wszystkich graczy będącej iloczynem kartezjańskim przestrzeni graczy indywidualnych. Można wówczas określić punkt referencyjny wszystkich graczy:
$\underline{y} = (\underline{y}_1, \underline{y}_2, \ldots, \underline{y}_n) \in wIR(V)$, $\underline{y}_i \in V^{\{i\}}$ i
oraz odpowiednio punkt rezerwacji:
$\bar{y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, \ldots, \bar{y}_n) \in Y^N$, $\bar{y} \gg \underline{y}$,
gdzie $\underline{y}$ określa preferowane wypłaty graczy działających niezależnie, a $\bar{y}$ - preferowane wypłaty graczy zgodnie z ich aspiracjami. Niech $w(\underline{y}, \bar{y}) \in Y^N$ oznacza preferowany znormalizowany kierunek poprawy generowany zgodnie z aspiracjami wszystkich graczy, a $w^C(\underline{y}, \bar{y}) \in Y^C$ - preferowany kierunek poprawy graczy w koalicji C.

Zgodnie z podejściem punktu referencyjnego (Wierzbicki 1982, 1986), zakłada się, że punkty $\underline{y}$ i $\bar{y}$ wskazane przez graczy, określają pożądany przez nich kierunek poprawy wypłat. Kierunek poprawy, oznaczony jako $w(\underline{y}, \bar{y}) \in Y^N$, przy założeniu normalizacji pomiędzy graczami, może być przedstawiony następująco:

$$w(\underline{y}, \bar{y}) = (w_1(\underline{y}, \bar{y}), w_2(\underline{y}, \bar{y}), ..., w_n(\underline{y}, \bar{y})),$$

gdzie

$$w_i(\underline{y}, \bar{y}) \in Y_i = I\!R_i^m, w_i(\underline{y}, \bar{y}) = (w_{i1}(\underline{y}, \bar{y}), .., w_{ik}(\underline{y}, \bar{y}))$$

dla $i \in N$, a

$$w_{ij}(\underline{y},\overline{y}) = \frac{\overline{y}_{ij} - \underline{y}_{ij}}{\sum\limits_{j=1}^{m_i} \left(\overline{y}_{ij} - \underline{y}_{ij}\right)}.$$

Można łatwo sprawdzić, że spełniony jest warunek normalizacji, polegający na tym, że dla każdego gracza $i \in N$,

$$\sum_{i=1}^{m_i} w(\underline{y},\bar{y}) = 1.$$

W proponowanym podejściu, szukamy koncepcji rozwiązania gry, która będzie zależała od preferencji graczy. Przyjmujemy, że preferencje graczy są wyrażone przez punkty $\underline{y}$ i $\bar{y}$. Normalizacja wektorów kierunków poprawy umożliwia zachowanie anonimowości graczy w poszukiwanej koncepcji rozwiązania.

Oznaczmy przez $w^C(\underline{y},\bar{y})$ zestawienie kierunków poprawy graczy tworzących koalicję C, tzn. $w^C(\underline{y},\bar{y}) = (w_i(\underline{y},\bar{y}))_{i \in C} \in Y^C$

Proponuje się następujący sposób mierzenia nadwyżki koalicji C, dla danych punktów $\underline{y}$ i $\bar{y}$:

$$h_C(y,V,\underline{y},\bar{y}) = sup\{t \in I\!R : y^C + t \cdot t^C(\underline{y},\bar{y}) \circ w^C(\underline{y},\bar{y})/|C| \in V^C\},$$

gdzie

$$t^C(\underline{y},\bar{y}) = (t_i(\underline{y},\bar{y}))_{i \in C},$$

$$t_i(\underline{y},\bar{y}) = sup\{t \in I\!R : (\underline{y}_i + t \cdot w_i(\underline{y},\bar{y})) \in P^{\{i\}}(V^N)\},$$

$P^C : Y^N \to Y^C$ jest projekcją Y^N na Y^C, tzn.

$$P^C(V^N) = \{y^C : y \in V^N\},$$

$$t(\underline{y},\bar{y}) \circ w(\underline{y},\bar{y}) = (t_1 \cdot w_1(\underline{y},\bar{y}), ..., t_n \cdot w_n(\underline{y},\bar{y})) \in Y^N,$$

$$t^C(\underline{y},\bar{y}) \circ w^C(\underline{y},\bar{y}) = (t_i \cdot w_i(\underline{y},\bar{y}))_{i \in C} \in Y^C,$$

$|C|$ oznacza liczbę graczy w koalicji C.

Lemat 7.1
Dla danych punktów $\underline{y}$ *i* $\bar{y}$ *, funkcja* $h_C(y, V, \underline{y}, \bar{y})$ *jest funkcją słabej nadwyżki gry MCC.*

■

Dowód lematu wynika wprost z definicji funkcji $h_C(y, V, \underline{y}, \bar{y})$.

Definicja 7.6
Wypłata $u(\underline{y}, \bar{y})$ jest nazwana **wypłatą utopijną względem danych punktów** $\underline{y}$ i $\bar{y}$ jeżeli dla każdego $i \in N$:
$u_i(\underline{y}, \bar{y}) = sup\{y_i \in P^{\{i\}}(V^N) : y_i = \underline{y}_i + t \cdot (\bar{y}_i - \underline{y}_i)$ dla pewnego $t \in \mathbb{R}\}$. □

Inaczej mówiąc, wypłata $u(\underline{y}, \bar{y})$ gracza i w koalicji N jest taka, że

$$(\underline{y}_1, \underline{y}_2, ...\underline{y}_{i-1}, u_i(\underline{y}, \bar{y}), \underline{y}_{i+1}, ..., \underline{y}_n) \in wGR(V),$$

a to znaczy, że wypłata u_i opisuje niezdominowane wartości kryteriów gracza i, które on mógłby uzyskać w pełnej koalicji, przy założeniu, że wypłaty pozostałych graczy $j \in N$, $j \neq i$ będą na poziomie $\underline{y}_j$. Została nazwana utopijną, ponieważ w warunkach rzeczywistych pozostali gracze współpracujący w koalicji nie zgodzą się, aby ten jeden gracz przejął wszystkie korzyści ze współpracy.

Lemat 7.2
Wartości funkcji nadwyżki $h_C(y, V, \underline{y}, \bar{y})$ *zależą od* $\underline{y}$ *i od kierunku generowanego przez* $\bar{y}$*, a nie zależą od wartości* $|\bar{y} - \underline{y}|$*.* ■

Dowód
Można sprawdzić, że spełnione są następujące równości:

$$u(\underline{y}, \bar{y}) = \underline{y} + t(\underline{y}, \bar{y}) \circ w(\underline{y}, \bar{y}),$$

$$h_C(y, V, \underline{y}, \bar{y}) = h_C(y, V, \underline{y}, u(\underline{y}, \bar{y})),$$

dla każdego $z \in Y^N$ spełniającego $z = \underline{y} + t \cdot w(\underline{y}, \bar{y})$ i dla pewnego $t \in I\!R$, $t > 0$,

$$h_C(y, V, \underline{y}, \bar{y}) = h_C(y, V, \underline{y}, z).$$

$\Diamond$

Lemat 7.3

Funkcja słabej nadwyżki $h_C(y, V, \underline{y}, \bar{y})$ nie zależy od dodatnich, afinicznych przekształceń kryteriów, tzn. dla każdej koalicji $C \in \mathcal{N}$ i arbitralnej transformacji $T = (T_1, T_2, ..., T_n) : Y^C \to Y^C$, takiej, że $T_{ij}y = (a_{ij} \cdot y_{ij} + b_{ij})$, gdzie liczby $a_{ij}, b_{ij} > 0$ dla $i \in N, j = 1, 2, ..., m_i$,

$$h_C(Ty, TV, T\underline{y}, T\bar{y}) = Th_C(y, V, \underline{y}, \bar{y})$$

dla ustalonych wartości $\underline{y}, \bar{y}$.

$\blacksquare$

Dowód

Niech T będzie afiniczną dodatnią transformacją kryteriów i $T^C = (T_i)_{i \in C} : Y^C \to Y^C$.

Zauważmy, że dla dowolnego $i \in N$ i j takiego, że $1 \le j \le k_i$ mamy

$$w_{ij}(T\underline{y}, T\bar{y}) = \frac{a_{ij}(\bar{y}_{ij} - \underline{y}_{ij})}{\sum_{j=1}^{m_i} a_{ij}(\bar{y}_{ij} - \underline{y}_{ij})}$$

oraz

$$\frac{t_i(\underline{y}, \bar{y})}{\sum_{j=1}^{m_i} a_{ij}(\bar{y}_{ij} - \underline{y}_{ij})} = \frac{t_i(T\underline{y}, T\bar{y})}{\sum_{j=1}^{m_i} a_{ij}(\bar{y}_{ij} - \underline{y}_{ij})}.$$

Otrzymujemy

$$T_{ij}y_{ij} + t \cdot \frac{t_i(T\underline{y}, T\bar{y})}{|C|} \cdot w_{ij}(T\underline{y}, T\bar{y}) =$$

$$a_{ij} + b_{ij} + t \cdot \frac{t_i(\underline{y}, \bar{y}) \cdot \sum_{j=1}^{m_i} a_{ij}(\bar{y}_{ij} - \underline{y}_{ij})}{\sum_{j=1}^{m_i} |C| \cdot (\bar{y}_{ij} - \underline{y}_{ij})} \cdot \frac{a_{ij}(\bar{y}_{ij} - \underline{y}_{ij})}{\sum_{j=1}^{m_i} a_{ij}(\bar{y}_{ij} - \underline{y}_{ij})} =$$

$$a_{ij}(y_{ij} + t \cdot \frac{t_i(\underline{y}, \bar{y})}{|C|} \cdot \frac{(\bar{y}_{ij} - \underline{y}_{ij})}{\sum_{j=1}^{m_i} a_{ij}(\bar{y}_{ij} - \underline{y}_{ij})}) + b_{ij} =$$

$$T_{ij}(y_{ij} + t \cdot \frac{t_i(\underline{y}, \bar{y})}{|C|} \cdot w_{ij}(\underline{y}, \bar{y}).$$

Wynika z tego, że dla każdej koalicji C, każdego $y \in Y^N$ i $t > 0$

$$T^C y^C + t \cdot \frac{t^C(T\underline{y}, T\bar{y})}{|C|} \circ w^C(T\underline{y}, T\bar{y}) =$$

$$T^C(y^C + t \cdot \frac{t^C(\underline{y}, \bar{y})}{|C|} \circ w^C(\underline{y}, \bar{y}).$$

$\Diamond$

Twierdzenie 7.3
Dla danych punktów $\underline{y}$ i $\bar{y}$, słaby nukleolus $w\mathfrak{N}(V, \underline{y}, \bar{y})$ generowany przez funkcję h_C jest niezależny od dodatnich, afinicznych przekształceń kryteriów, tzn.

$$w\mathfrak{N}(TV, T\underline{y}, T\bar{y}) = T[w\mathfrak{N}(V, \underline{y}, \bar{y})],$$

gdzie T jest dodatnim przekształceniem afinicznym.

$\blacksquare$

Dowód twierdzenia wynika bezpośrednio z Lematu 7.3 i z definicji nukleolusa.

Można łatwo sprawdzić, że nucleolus generowany przez funkcję $h_C(y, V, \underline{y}, \bar{y})$ jest uogólnieniem nukleolusa z przypadku jednokryterialnych gier kooperacyjnych z wypłatami ubocznymi, oryginalnie zdefiniowanych przez Schmeidlera (1969), na przypadek gier wielokryterialnych.

Niech gra $V = \{V^C\}_{C \epsilon \aleph}$ będzie taka, że wszystkie podkoalicje zawierające więcej niż jednego i mniej niż n graczy będą trywialne, tzn. że jeżeli $|C| \neq 1$ i $C \neq N$ to

$$V^C = \times_{i \in C} V^{\{i\}}.$$

Niech (S, d) będzie n-osobowym wielokryterialnym problemem targu (problem MCB) zdefiniowanym tak jak w rozdziale 4. Jeżeli koncepcja uogólnionego rozwiązania Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego przedstawionego w rozdziale 4 i zaproponowana wcześniej w pracy (Kruś, Bronisz 1993) dla problemu MCB, jest Pareto optymalna w zbiorze V^N, a $d = \underline{y}$ to można pokazać, że

$$w\mathfrak{N}(V, \underline{y}, \bar{y}) = f^R(V^N, \underline{y}, u(\underline{y}, \bar{y})).$$

Rozwiązanie to jest także uogólnieniem (patrz punkt 4.4) rozwiązania Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego, oryginalnie zdefiniowanego dla problemu targu dwóch graczy z jednokryterialnymi wypłatami (tzn. jeżeli $m_i = 1$ dla każdego $i \in N$) przez Raiffę (1953) i rozpatrywanego później w pracach (Kalai, Smorodinsky 1975), (Thomson 1980). W przypadku jednokryterialnych wypłat graczy, jeżeli podkoalicje są trywialne, proponowany nucleolus pokrywa się z oryginalnym rozwiązaniem Imai (1983) problemu targu. Rozwiązanie Imai leksykograficznie poprawia rozwiązanie Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego, jeżeli nie jest ono Pareto optymalne.

7.4 Iteracyjna procedura wspomagania decyzji

Proponuje się iteracyjną procedurę umożliwiającą graczom analizę możliwych wielokryterialnych wypłat w koalicyjnej grze kooperacyjnej i ułatwiającą znalezienie zgodnego rozwiązania. Procedura obejmuje dwie fazy. W pierwszej fazie każdy gracz analizuje swoje osiągalne wypłaty, przy założeniu braku współpracy z innymi. Wyniki tej analizy traktowane są jako wstępne do analizy prowadzonej w drugiej fazie, w której uwzględnia się współpracę graczy i różne koalicje, które mogą być przez nich tworzone.

W pierwszej fazie, każdy gracz niezależnie dokonuje wielokryterialnej analizy swoich możliwych wypłat z zastosowanie podejścia punktu referencyjnego Wierzbickiego (1982, 1986). Każdy gracz poszukuje niezdominowanej wypłaty, zgodnej ze swoimi preferencjami w zbiorze $V^{\{i\}}$. Jest to wypłata, którą zgodnie z ideą BATNA może uzyskać niezależnie od innych graczy, bez zakładania współpracy. W kolejnych iteracjach gracz i proponuje punkty referencyjne $\bar{y}^i \in R^{m_i}$, gdzie R^{m_i} jest przestrzenią kryteriów tego gracza. System komputerowy dla każdego proponowanego punktu referencyjnego wyznacza wypłatę niezdominowaną w zbiorze $V^{\{i\}}$ zgodnie z tym proponowanym punktem. Generując kolejne wypłaty i przeglądając je, gracz może znaleźć wypłatę zgodną z jego preferancjami. Faza ta kończy się, gdy wszyscy gracze $i = 1, 2, ..., n$ mogą wskazać swoje preferowane wypłaty. Wypłaty te oznaczone jako $\underline{y} = (\underline{y}^1, \underline{y}^2, ..., \underline{y}^i, ..., \underline{y}^n)$ są zapamiętane przez system. Stanowią punkt rezerwacji (status-quo), startowy w drugiej fazie analizy.

W drugiej fazie uwzględnia się możliwość współpracy graczy i tworzenia różnych koalicji. Analiza wykonywana jest z zastosowaniem modelu wielokryterialnej gry kooperacyjnej bez wypłat ubocznych, zdefiniowanej w punkcie 7.1. Analiza wykonywana jest w pewnej liczbie rund. Każda runda składa się z dwóch etapów.

W pierwszym etapie, wspomagania analizy jednostronnej, każdy gracz i niezależnie analizuje swoje możliwe wypłaty w przestrzeni swoich kryteriów, w zbiorach V^C dla różnych koalicji $C \in \aleph$. Może to wykonać wykorzystując podejście punktu referencyjnego, analogicznie jak w przypadku wielokryterialnego zagadnienia targu. Stosując to podejście, gracz może wygenerować pewną liczbę punktów Pareto optymalnych w tych zbiorach, zakładając wypłaty pozostałych graczy na poziomie status-quo i podając swoje punkty referencyjne. Gracz i może także poszukiwać możliwej wypłaty kooperacyjnej, zakładając nieznane preferencje innych graczy, ustalając ich punkty referencyjne y^{*j}, $j \in N$, $j \neq i$ i oczywiście swoje punkty referencyjne y^{*i}. System, dla tych danych punktów referencyjnych i punktu $\underline{y}$ określonego w pierwszej fazie procedury, wyznacza nukleolus $w\mathfrak{N}(V)$ jako możliwe rozwiązanie kooperacyjne. Wygenerowane w ten sposób wypłaty są Pareto optymalne w zbiorze V^N. Gracz może analizować różne warianty rozwiązań, zakładając różne punkty referencyjne swoje i innych graczy. Analizując te warianty, może lepiej poznać naturę gry, swoją sytuację grową i znaleźć preferowany wariant wypłaty. Kończąc analizę jednostronną każdy gracz powinien wskazać preferowany wariant. Wariant ten oznaczony jest jako $\bar{y}^i$. Analiza taka dokonywane jest niezależnie przez wszystkich graczy. Ten etap rundy jest kończony, gdy wszyscy gracze wskażą swoje preferowane wypłaty $\bar{y}^i$, $i = 1, .., n$.

W drugim etapie rundy system określa punkt $\bar{y}$ na podstawie preferowanych wypłat wskazanych przez graczy. Punkt ten wraz z punktem rezerwacji $\underline{y}$ określa względny punkt utopijny i kierunek poprawy uwzględniający preferencje wszystkich graczy. System wyznacza znormalizowany kierunek poprawy w, funkcję nadwyżki $h_C(y, V, \underline{y}, \bar{y})$ dla wszystkich koalicji $C \in \aleph$ oraz nukleolus $w\mathfrak{N}(V, \underline{y}, \bar{y})$ generowany przez tę funkcję. Zauważmy, że nukleolus ten uwzględnia rzeczywiste preferencje wszystkich graczy. Wyznaczany jest zgodnie ze znormalizowanym kierunkiem poprawy określonym na podstawie ich preferowanych wypłat wskazanych w pierwszej części rundy. Zakłada się, że każdy z graczy może ograniczyć poprawę wypłat wszystkich graczy, w zakładanym, ale tym samym stopniu dla wszystkich. Taki ograniczony wektor wypłat przedstawiany jest wszystkim graczom jako tymczasowa **propozycja mediacyjna**. Jeśli któryś z graczy zdecyduje się ograniczyć przyrost wypłat w danej rundzie, to wyznaczony wektor wypłat nie będzie Pareto optymalny w zbiorze V^N, ale gracze mogą powtórzyć analizę i skorygować swoje kierunki poprawy w rundzie następnej.

W kolejnej rundzie powtarzany jest etap analizy jednostronnej z uwzględnieniem tymczasowej propozycji mediacyjnej wyznaczonej w rundzie poprzedniej, jako punktu rezerwacji dla wszystkich graczy. Po jego zakończeniu wyznaczana jest kolejna propozycja mediacyjna na podstawie nukleolusa uwzględniającego preferencje graczy wskazane na końcu analizy jednostronnej. Ciąg kolejnych propozycji mediacyjnych jest progresywny i zbiega do nukleolusa uwzględniającego preferencje graczy w ostatniej przeprowadzonej rundzie.

Proponowana procedura ma charakter poznawczy. Każdy gracz może ja przerwać w dowolnym momencie, a także podejmując decyzje nie musi się zgodzić na wyznaczoną propozycję mediacyjną. Generowane w trakcie procedury informacje pokazują jednak każdemu z graczy jakie są jego możliwe wypłaty i korzyści w przypadku współpracy w zależności od jego preferencji. Generowane są także propozycje mediacyjne uwzględniające preferencje zarówno jego jak i preferencje przyjmowane przez graczy pozostałych.

7.5 Podsumowanie

W rozdziale przedstawiono rozwinięcie teorii wielokryterialnych gier kooperacyjnych bez wypłat ubocznych. Ważniejsze uzyskane wyniki obejmują:
- sformułowanie założeń i koncepcji rozwiązań wielokryterialnych gier koalicyjnych, takich jak rdzeń gry i nukleolus, stanowiących uogólnienie koncepcji klasycznych,
- podanie nowej propozycji funkcji nadwyżki i generowanego przez tę funkcję nukleolusa uwzględniających preferencje graczy.

Przeprowadzono analizę własności tej koncepcji rozwiązania i pokazano, że:
- proponowany nukleolus jest niezależny od afinicznych przekształceń kryteriów graczy,
- proponowany nukleolus stanowi uogólnienie nukleolusa klasycznych gier kooperacyjnych bez wypłat ubocznych zaproponowanego przez Schmeidlera (1969),
- podana koncepcja rozwiązania jest uogólnieniem koncepcji rozwiązania wielokryterialnego problemu targu zaproponowanego w pracy (Kruś, Bronisz, 1993) i klasycznego problemu targu (Raiffa, 1953 - Kalai, Smorodinsky 1975) na przypadek gier kooperacyjnych bez wypłat ubocznych.

Zaproponowano ideę zastosowania proponowanej koncepcji rozwiązania do wspomagania analizy wielokryterialnej w sytuacjach decyzyjnych opisywanych przez gry koalicyjne.

10

Uwagi końcowe

W pracy rozpatruje się sytuacje decyzyjne, w których decydenci mogą odnosić korzyści w wyniku wzajemnej współpracy. Korzyści te określane są w porównaniu z sytuacją, gdyby dany decydent nie przystąpił do współpracy, zgodnie z koncepcją BATNA. Każdy decydent podejmuje niezależne decyzje oraz ma swój niezależny wektor kryteriów określający wyniki tych decyzji i swoje preferencje wyboru. Wartości kryteriów danego decydenta zależą od decyzji wszystkich decydentów.

Zakłada się, że dany jest model matematyczny pozwalający wyznaczyć wartości kryteriów każdego decydenta w zależności od decyzji wszystkich decydentów. Model nie opisuje preferencji decydentów. Nie zakłada się istnienia określonych funkcji użyteczności decydentów. Zaproponowano metody wspomagające analizę decyzyjną w wielokryterialnej przestrzeni wypłat stanowiącej iloczyn kartezjański przestrzeni kryteriów poszczególnych decydentów oraz procedury umożliwiające znalezienie zgodnych decyzji. Przedstawiono ogólny opis matematyczny rozważanych sytuacji decyzyjnych i na tej podstawie sformułowano model wielokryterialnego problemu targu (rozdział 4) rozpatrywany dalej w pracy, a także sformułowano model wielokryterialnej gry kooperacyjnej, w której uwzględnia się wpływ możliwych koalicji na rozwiązania i wypłaty graczy.

W przypadku wielkryterialnego problemu targu zaproponowano uogólnione rozwiązanie Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego (R-K-S) oraz jego aksjomatyczną charakteryzację. Założono, że każdy gracz ma możliwość analizy niezdominowanych wypłat w swojej przestrzeni kryteriów. Na podstawie wskazanych przez graczy wypłat, wybranych zgodnie z ich preferencjami, konstruuje się tzw. punkt względnej utopii. Punkt ten uwzględniający preferencje wszystkich graczy jest podstawą konstrukcji proponowanego rozwiązania. Rozwiązanie to, w przypadku jednokryterialnych wypłat, sprowadza się do rozwiązania R-K-S. Nie jest natomiast prostym rozszerzeniem klasycznego rozwiązania R-K-S konstruowanym z wykorzystaniem punktu idealnego w przestrzeni wielokryterialnych wypłat. Pokazano, że w szczególnych przypadkach rozwiązanie to może być tylko słabo niezdominowane w zbiorze wypłat. Kolejna propozycja dotyczy, uogólnionego na przypadek wielokryterialnych wypłat, rozwiązania Imai, wykorzystującego porządek leksykograficzny. Podano idee algorytmu umożliwiającego poprawę słabo niezdominowanych rozwiązań R-K-S do rozwiązań niezdominowanych. Przedstawiono również konstrukcje umożliwiające uogólnienie na przypadek wielokryterialnych wypłat klasycznych rozwiązania Nasha i Rozwiązania Egalitarnego. Przeprowadzono analizę własności tych rozwiązań.

Przedstawiane w pracach (Kruś, Bronisz 1993, Kruś 2002) sformułowania wielokryterialnego problemu targu i koncepcje rozwiązań były następnie przedmiotem badań innych autorów np. (Hinojosa i inni 2005), (Marmol i inni 2007).

Koncepcje uogólnionych rozwiązań R-K-S oraz Imai zostały zastosowane w konstrukcji interakcyjnych procedur wspomagania analizy decyzyjnej decydentów i wyznaczania propozycji mediacyjnych. Wielostronna analiza decyzyjna poprzedzona jest etapem analizy jednostronnej, w trakcie której każdy decydent niezależnie bada zbiór swoich niezdominowanych wypłat w swojej przestrzeni kryteriów, wykorzystując podejście punktu referencyjnego. Wskazane przez każdego decydenta wypłaty, wybrane zgodnie z jego preferencjami, są podstawą wyznaczenia propozycji mediacyjnej. Propozycja ta uwzględnia preferencje wszystkich decydentów i jest przedmiotem analizy wielostronnej. W kolejnych rundach powtarzane sa oba etapy analizy. Sformułowano w tym celu koncepcję rozwiązania iteracyjnego i pokazano jego zbieżność do rozwiązania Pareto optymalnego.

Przedstawiono koncepcje ogólnej konstrukcji komputerowych systemów wspomagania decyzji w rozpatrywanych sytuacjach przetargowych. Procedura wykorzystująca rozwiązanie iteracyjne została zaimplementowana w systemie komputerowym MCBARG. Zamieszczono dwa przykłady ilustrujące wielokryterialny problem targu: przykład dotyczący zagadnienia kwaśnych deszczów oraz przykład dotyczący współpracy gospodarstw rolnych. Przykłady te zostały wprowadzone do systemu i pozwalają prześledzić jego działanie.

W rozdziale 7 rozpatrzono sytuacje kooperacyjne opisywane przez modele wielokryterialnych gier koalicyjnych bez wypłat ubocznych. Podano sformułowanie matematyczne takiej gry, a następnie zbadano jej własności i sformułowano koncepcje rozwiązań takie jak rdzeń i nukleolus gry. Zaproponowano oryginalny sposób określania funkcji nadwyżki uwzględniającej preferencje graczy oraz generowaną przez tę funkcję postać nukleolusa. Nucleolus ten, w przypadku klasycznych gier targu, sprowadza się do koncepcji podanej przez Schmeidlera (1969), natomiast w przypadku gier targu sprowadza się do uogólnionego rozwiązania Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego podanego w pracy (Kruś, Bronisz 1993) i rozpatrywanego w pracy (Kruś 2002) oraz omówionego w rozdziale 4. Podano również ideę iteracyjnej procedury wspomagającej analizę i wyznaczenie rozwiązania mediacyjnego. Przedstawiane problemy były wcześniej przedmiotem prac (Kruś, Bronisz 1995), (Kruś 2008). Podane propozycje korespondują z ideą zastosowania punktów referencyjnych do wyznaczania propozycji mediacyjnych w grach koalicyjnych przedstawioną w pracy (Wierzbicki 2005).

W rozdziale 8 rozpatrzono problem decyzyjny, w którym podmioty decyzyjne negocjują realizację wspólnego lub wspólnych przedsięwzięć w celu pozyskania wiązki dóbr. Mogą działać indywidualnie lub tworzyć koalicje. Problem dotyczy podziału pozyskanej wiązki dóbr i udziału w kosztach przedsięwzięć. Zaproponowano model rodziny gier kooperacyjnych opisującej ten problem alokacji kosztów z uwzględnieniem mechanizmu cenowego i wypłat ubocznych. Zagadnienie to przedstawiono na podstawie wcześniejszej pracy (Kruś, Bronisz 2000). Zbadano różne koncepcje rozwiązań tych gier. Zaimplementowano algorytm wyznaczania różnych koncepcji nukleolusa traktowanego jako podstawę do wyznaczania propozycji madiacyjnych. Przedstawiono przykład numeryczny ilustrujący proponowane analizy. Zaproponowano również procedurę wspomagającą analizę wielokryterialną i proces mediacji. Problem alokacji i kosztów jest również rozpatrywany w sytuacji, gdy wypłata danej koalicji zależy nie tylko od graczy, którzy ją tworzą, ale także od struktury koalicyjnej graczy pozostałych (rozdział 9). Sytuacje taką opisano jako grę kooperacyjną w postaci funkcji partycji. Uzyskane wyniki dotyczą koncepcji rozwiązań w tych grach i ich analizy. Istotne jest w szczególności pokazanie koincydencji rdzenia takiej gry z rdzeniem odpowiednio skonstruowanej gry w postaci funkcji charakterystycznej. Rdzeń taki określa ramy, w których decydenci mogą prowadzić negocjacje. Można również wtedy zastosować podejście prezentowane w rodziale 8. Nowe zagadnienia badań w tym kierunku mogą dotyczyć koncepcji rdzeni optymistycznych i pesymistycznych rozpatrywanych w pracach Koczy'ego (2007, 2008).

Uzyskane wyniki teoretyczne mogą mieć zastosowanie nie tylko w omawianym problemie kooperacji, opisywanym jako modele targu lub modele gier kooperacyjnych z wektorowymi wypłatami graczy, ale także w szerszej klasie zagadnień dotyczących także sytuacji niekooperacyjnych. Przykładowo, algorytm interakcyjnej procedury mediacyjnej, wykorzystującej idee rozwiązania iteracyjnego oraz metodę punktu referencyjnego i funkcji osiągnięcia, został zastosowany dla przypadku wielokryterialnej, niekooperacyjnej gry dynamicznej dotyczącej tzw. „wojny rybnej" (prace magisterskie: Cichoń (1989), Kaniewski (1990)), w eksperymentalnym systemie komputerowym. Wielokryterialne rozwiązania w grach niekooperacyjnych były rozpatrywane między innymi w pracach (Wierzbicki 1990, Kruś, Bronisz 1994).

Równolegle z badaniami, których wyniki przedstawia się w tej pracy, prowadzonych z zastosowaniem analizy wielokryterialnej i podejścia punktu referencyjnego, prowadzono prace z zastosowaniem idei funkcji użyteczności. Wykorzystywano koncepcje funkcji użyteczności R. Kulikowskiego (1998, 2002, 2003) inspirowane pracami Savage (1954), Tverskiego i Kahnemana (Tversky 1967, Tversky, Kahneman 1981). Uzyskane wyniki (Kruś 2002a, 2004a), (Kulikowski, Kruś 2003) dotyczą między innymi konstrukcji systemów komputerowych wspomagania analizy decyzyjnej, analizy wspólnych przedsięwzięć innowacyjnych, analizy problemu kooperacji na przykładzie szkoły wyższej. W przypadku stosowania koncepcji funkcji użyteczności decydentów, szczególnie istotny jest problem identyfikacji jej postaci na podstawie interakcji z decydentami. Interesujące ze względu na zastosowania w praktyce i jako przedmiot dalszych badań są procedury budowy modelu preferencji decydentów prezentowane w pracach (Greco, Mousseau, Słowiński 2008), (Figueira, Greco, Mousseau, Słowiński 2008), oraz zastosowanie teorii zbiorów przybliżonych (Greco, Matarazzo, Słowiński 2001, 2008).

Bieżące i planowane badania dotyczą również zastosowania metod proponowanych w pracy do analizy motywacyjnie zgodnych wielokryterialnych mechanizmów rynkowych z wykorzystaniem systemów wieloagentowych. Zagadnienie zgodności motywacji w mechanizmach rynkowych rozwijane jest w pracach E. Toczyłowskiego (por. Toczyłowski 2003, 2009). Dotyczy ono badania i konstrukcji takich mechanizmów rynkowych, w których harmonizowane sa interesy uczestników tak, że występowałaby zgodność ich motywacji i uczestnicy ci byliby skłonni do przekazywania niezafałszowanych informacji, umożliwiających efektywne funkcjonowanie danego systemu. W pracy (Kruś, Skorupiński, Toczyłowski 2010) zagadnienie to jest badane jest na przykładzie problemu producenta i jego klientów.

Przedstawiane w tej pracy metody są zgodne z ideami dotyczącymi zaufania i uczciwości w systemach rozproszonych (A. Wierzbicki 2010), stanowiącymi kolejny interesujący kierunek dalszych badań.

Bibliografia

Alcamo J., Shaw R., Hordijk L. (1990) The RAINS Model of Acidification, Science and Strategies in Europe. Kluwer Ac. Publ., Dordrecht.

Ameliańczyk, A. (1979) Multicriterial optimization of international economic cooperation control. Prace Naukowe ICT Polit. Wrocł. Nr 39.

Aumann, R. J. (1961) The Core of Cooperative Games without Side Payments. *Trans. Amer. Math. Soc.* Vol. 98, 539-552.

Aumann, R. J. (1967) A Survey of Games without Sidepayments. In: Essays in Mathematical Economics, M. Shubik, ed., Princeton University Press, 3-27.

Aumann, R.J., Maschler, M. (1964) The Bargaining Set for Cooperative Games. In: Advances in Game Theory (M. Dreshler, L. S. Shapley and A. W. Tucker, eds.), *Annals of Mathematics Studies*, No. 52, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Auman, R.J., Peleg, B. (1960) Von Neumann-Morgenstern solutions to cooperative games without side payments, *Bull. of the American Mathematical Society*. 66, 173-179.

Axelrod R., (1985), The Evolution of Cooperation. Basic Books, New York.

Barclay S., Peterson C (1976) Multi-attribute Models for Negotiations. Technical Report 76-1, Decisions and Designs, Inc. McLean, VA.

Bednarczuk E. (2005) Parametryczne problemy optymalizacji wielokryterialnej, warunki stabilności rozwiązań. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT. Warszawa.

Bednarczuk E. (2006) Stability analysis for parametric vector optimization problems. Dissertationes Mathematicae. Warszawa.

Benayoun R., de Montgolfier J., Laritchev O. (1971) Linear programming with multiple objective functions: Step Method (STEM). *Mathematical Programming*, 1, 366-375.

Bergstresser, K., P.L. Yu (1977) Domination Structures and Multicriteria Problems in N-person Games. *Theory and Decision*, Vol. 8, 5-48.

Bergman L., H. Cesar, G. Klaassen (1990) A Scheme for Sharing the Costs of Reducing Sulfur Emissions in Europe. WP-90-005.IIASA, Laxenburg, Austria.

Billera L.,J., Heath D. C. (1982) Allocation of Shared Costs: A Set of Axioms Yielding a Unique Procedure, *Mathematics of Operations Research*, Vol. 7, No. 1, 32-39.

Blass A., Raiffa H. (1986) Copmuter Program for Investigating the Efficient Solutions of Two-party, multiple-issue Negotiations, Unpublished Manuscript, Harvard University.

Bouyssou D., Marchant T., Pirlot M., Tsoukias A., Vincke P. (2006) Evaluation and Decision Models with Multiple Criteria. Springer.

Branke, J., Deb, K., Miettinen, K., Słowiński, R. (Eds.) (2008) Multiobjctive Optimization, LNCS 5252, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Bronisz P., L. Krus (1986a), Interactive System Aiding Decision Making in Multiobjective Cooperative Games. Mathematical Background, *Syst. Anal. Model. Simul.*, vol.3, 387-394.

Bronisz P., L. Krus (1986b) Supporting of Negotiation in Bargaining Problem with Multiple Payoffs. W: Proceedings of the 1986 IFAC Workshop on Modeling, Decision and Game with Application to Social Phenomena, Vol II, Beijing, China, 496-502.

Bronisz P., L. Kruś (1987) A Mathematical Basis for System Supporting Multicriteria Bargaining, Archiwum Automatyki i Telemechaniki, vol. 4, Warsaw, Poland, 331-337.

Bronisz P., L. Kruś, B. Lopuch (1987) An Experimental System Supporting Multiobjective Bargaining Problem. A Methodological Guide, W: Theory, Software and Testing Examples for Decision Support Systems, ed. A. Lewandowski, A.P.Wierzbicki, IIASA, Laxenburg.

Bronisz P., L. Kruś, (1988a) Application of Generalized Raiffa Solution to Multicriteria Bargaining Support. W: System Modeling and Optimization, M. Iri, K. Yajima (eds), Lecture Notes in Control and Information Sciences 113, Springer- Verlag, 207-211.

Bronisz P., L. Kruś, (1988b) Interactive Procedures for Multicriteria Decision Support in Bargaining Problem. W: System Analysis and Simulation, A. Sydow, S.G. Tzafestas, R. Vichnevetsky (eds), Band 46, Akademie-Verlag, Berlin, 59-62.

Bronisz P., L. Kruś, A. Wierzbicki (1989) Towards Interactive Solutions in a Bargaining Problem, W: Aspiration Based Decision Support Systems, ed.: A.Lewandowski, A.P.Wierzbicki, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 331, Springer Verlag, Berlin, 251-268.

Bronisz P., H. Bury, L. Kruś (1989) Interaktywny system wspomagający analizę strategii rozwojowych. W: Materiały 1-szej Krajowej Konferencji BOiS, IBS PAN, Warszawa.

Bronisz P., L. Kruś (1989a) Dynamic Solution of Two-Person Bargaining Games. in: Processes of International Negotiations, F. Mautner-Markhof (ed.), Westview Press, Boulder, 449-456.

Bronisz P., L. Krus (1989b) An Experimental System Supporting Negotiation on Joint Development Program. in: Processes of International Negotiations, F. Mautner-Markhof (ed.), Westview Press, Boulder, 519-529.

Bui T. (1987) Co-oP - A Group Decision Support System for Cooperative Multiple Criteria Group Decision Making. Lecture Notes in Computer Science 290, Springer Verlag, Berlin.

Bury H., L. Kruś, R. Kulikowski (1988) Supporting Planning Decisions by Experiments with Complex Development Model. W: Methodology and Applications of Decision Support Systems, Third Polish Finnish Conference, Sobieszewo 1988. IBS PAN. Warszawa.

Chander, P., Tulkens, H. (1997) The core and economy with multilateral environmental externalities, *International Journal of Game Theory* 26(3), 379-401.

Chankong, V., Haimes, Y.Y.(1983) Multiobjective Decision Making: Theory and Methodology. Elsevier Science Publishing, New York.

Charnes, A., Cooper, W.W., Ferguson, R.O. (1955) Optimal estimation of executive compensation by linear programming. *Management Science* 1(2), 138-151.

Charnes, A., Cooper, W.W. (1961) Management Models and Industrial Applications of Linear Programming, John Wiley and Sons, New York.

Charnes, A., Cooper, W.W.(1977) Goal programming and multiple objective optimization; part 1. *European Journal of Operational Research* 1(1), 39-54.

Chen E., Vahidov R., Gregory E. Kersten G.E.(2005) Agent-supported negotiations in the e-marketplace. *International Journal of Electronic Business*, 3 (1), 28-49 .

Cichoń T. (1989) Narzędzia softwerowe do symulacji i wspomagania decyzji w przypadku wielokryterialnej gry dynamicznej. Praca magisterska, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki, Instytut Automatyki.

Cruijssen F., Cools M. and Dullaert W. (2007) Horizontal cooperation in logistics: Opportunities and impedimenta. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 43(2), 129-142.

Davis M., Maschler M. (1965), The Kernel of a Cooperative Game, *Naval Research Logistic Quarterly*, Vol. 12.

Deb K. (2008), Introduction to Evolutionary Multiobjective Optimization. W: Multiobjective Optimization, Branke, J., Deb, K., Miettinen, K., Slowiński, R. (Eds.), LNCS 5252, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 57-95.

Deb K., Chaudhuri S., Miettinen K.(2006) Towards estimating nadir objective vector using evolutionary approaches. W: Keijzer, M., i inni (red) Proceedings of the 8th Annual Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-2006), Seattle, vol. 1, 643-650. ACM Press, New York.

Dell R. F., Karwan M. H. (1990) An Interactive MCD Weight Space Reduction Method Utilizing a Tchebysheff Utility Function. *Naval Research Logistics*, 37, 263-277.

Dreyfus S. (1985) Beyond Rationality, W: M. Grauer, M. Thompson, A. P. Wierzbicki (eds): Plural Rationality and Interactive Decision Processes, Proceedings Sopron 1984, Springer-Verlag, Heidelberg.

Ehtamo H., Hamalainen R.P. (2001) Interactive multiple-criteria methods for reaching pareto optimal agreements in negotiations. *Group Decision and Negotiation*, 10(6):475-491.

Fandel G., (1979) Optimale Entscheidungen in Organizationen, Springer-Verlag, Heidelberg.

Fandel G., A.P. Wierzbicki, (1985) A Procedural Selection of Equilibria for Supergames, (private unpublished communication).

Fandel G., Gal T. (red)(1997): Multiple Criteria Decision Making. LNEMS 448, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Figueira J., Greco S., Ehrgott M. (red)(2005) Multiple Criteria Analysis State of the Art Surveys. Springer + Business Media Inc.

Figueira J., Greco S., Mousseau V., Słowiński R. (2008) Interactive Multiobjective Optimization Using a Set of Additive Value Functions. W: J. Branke i inni (red.) Multibjective Optmization. LNCS 5252, 97-119. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Fernández F.R., Hinojosa M.A., Puerto J. (2004) Multi-criteria minimum cost spanning tree games. *European Journal of Operational Research*, 158 (2), 399-408.

Fisher R., Ury W., (1981) Getting to Yes, Hougton Mifflin, Boston.

Fortuna Z., Kruś L. (1984) Simulation of an Interactive Metod Supporting Collectiva Decision Making using a Regional Development Model. In: Interactive Decision Analysis, M. Grauer, A. P. Wierzbicki eds., Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer, Berlin, 201-209.

Galas Z., Nykowski I., Żółkiewski Z, (1987) Programowanie wielokryterialne. Państwowe Wydawnictwo Naukowe. Warszawa.

Gass, S., Saaty, T.(1955) The computational algorithm for the parametric objective function. Naval Research Logistics Quarterly 2, 39-45. Springer-Verlag, Heidelberg.

Gately D. (1974) Sharing the Gains from Regional Cooperation: A Geme Theoretic Application to Planning Investment in Electric Power, *International Economic Review*, Vol. 15.

Gembicki, F., Y. Y. Haimes (1975) Approach to Performance and Multiojective Sensitive Optimization: the Goal Attainement Method. *IEEE Automatic Control* AC-20, No. 6.

Geoffrion, A.M.(1968) Proper efficiency and the theory of vector maximization. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 22(3), 618-630.

Gillies D. B. (1959) Solution to General Nonzero Sum Games, *Annals of Mathematics Studies*, Vol. 40.

Goeltner C. (1987) The Copmuter as a Third Party: Decision Support System for Two Party Single-issue and Two Party multiple-issue Negotiations. Working Paper 1958-87, Alfred P. Sloan School of Management, MIT, Cambridge, MA.

Gondzio J., Makowski M. (1995) HOPDM - Modular Solver for LP Problems: Users Guide to version 2.12. Working Paper WP-95-50, International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg.

Granat J., Makowski M. (2000) Interactive specification and analysis of aspiration-based preferences. *EJOR*, 122 (2) 469-485.

Grauer M., M. Thompson, A.P. Wierzbicki (eds), (1985) Plural Rationality and Interactive Decision Processses, Proceedings Sopron 1984, Springer-Verlag, Heidelberg.

Greco S., Matarazzo B., Słowiński R. (2001) Rough Sets Theory for Multicriteria Decision Analysis. *EJOR*, 129, 1-47.

Greco S., Matarazzo B., Słowiński R. (2008) Dominance-Based Rough Set Approach to Interactive Multiobjective Optimization. W: J. Branke i inni (red.) Multibjective Optmization. LNCS 5252, 121-155. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Greco S., Mousseau V., Słowiński R. (2008) Ordinal Regression Revisited: Multiple criteria ranking with a set of Additive Value Functions. *EJOR*. 191 (2) 416-436).

Harsanyi J.C., R. Selten, (1972) A Generalized Nash Solution for Two-Person Bargaining Games with Incomplete Information, *Management Sciences*, Vol. 18, 80-106.

Heiskanen P., Ehtamo H., Hamalainen R.P. (2001) Constraint proposal method for computing Pareto solutions in multi-party negotiations. *European Journal of Operational Research*, 133(1), 44-61.

Hordijk L. (1991) Use of the RAINS Model in Acid RAins Negotiations in Europe. Environmental Science Technology, 25 (4).

Huang, C.Y., Sjöström, T. (2003) Consistent solutions for cooperative games with externalities, *Games and Economic Behavior* 43, 196-213.

Hwang C., Masud A. S. M., Paidy S. R., Yoon K. (1979) Multiple Objective Decision Making: Methods and Applications, A stete-of-the-art survey. Springer Verlag.

Ignizio, J.P.(1985) Introduction to Linear Goal Programming. Sage Publications, Beverly Hills.

Imai H., (1983) Individual Monotonicity and Lexicographical Maxmin Solution, *Econometrica*, Vol.51, 389-401.

Jahn, J.(2004) Vector Optimization. Springer, Berlin.

Jacket-Lagreze E., Siskos J. (1982) Assesing a set of Additive Utiiy Functions for Multicriteria Decision Making: The UTA Method. *EJOR*, 10:151-164.

Jacket-Legreze E. (1990) Interactive Assessment of Preferences Using Holistic Judgements. The PREFCALC system. W: Readings in Multiple Criteria Decision aid, (C. A. Bana e Costa Ed.). Springer Verlag, Berlin, 335-350.

James L.D., R.R. Lee, (1971) Economics of Water Resources Planning. New York, McGraw-Hill.

Jaszkiewicz A., Słowiński R. (1995) The light-beam search – outranking based interactive procedure for multiple -objective mathematical programming. W: Advances in Multicriteria Analysis (Pardalos P. M., Siskos Y., Zopoundis C. red.), Kluwer Academic Publishers, Dodrecht, 129-146.

Jarke M., Jelassi M. T., Shakun M. F. (1987) Mediator: Towards a negotiation support system. *European Journal of Operation Research* 31, 314-334.

Kalai, E. (1975) Excess Functions for Cooperative Games without Sidepayments. *SIAM J. Appl. Math.*, Vol.29, No. 1, 60-71.

Kalai E., Smorodinsky M. (1975) Other Solutions to Nash's Bargaining Problem, *Econometrica*, Vol. 43, 513-518.

Kaliszewski, I.(1994) Quantitative Pareto Analysis by Cone Separation Technique. Kluwer, Dordrecht.

Kaliszewski I., Zionts S. (2004) Generalization of the Zionts-Wallenius Multicriteria Decision Making Algorithm. *Control and Cybernetics* 3, 477-500.

Kaliszewski, I.(2006) Soft Computing for Complex Multiple Criteria Decision Making, Springer.

Kaniewski M., (1990) Wspomaganie decyzji w wielokryterialnych grach dynamicznych na przykładzie modelu gry połowowej. Praca magisterska, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki, Instytut Automatyki.

Keeney, R.L., Raiffa, H. (1976) Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs. Wiley, Chichester.

Kersten G. E. (1985) NEGO - Group Decision Support System. *Information and Management*. Vol. 8., 237-386.

Kersten G. E. (1988) A Procedure for Negotiating Efficient and Non-Efficient Compromises. *Decision Support Systems* 4, 167-177, North-Holland.

Kersten, G. E.; Koszegi, S.T.; Vetschera, R. (2002) The effects of culture in anonymous negotiations: experiment in four countries. System Sciences, System Sciences, 2002. HICSS. Proceedings of the 35th Annual Hawaii International Conference, 7-10 Jan. 2002 , 418 - 427.

Kersten G., Lo G. (2003) Aspire: an integrated negotiation support system and software agents for e-business negotiation. *International Journal of Internet and Enterprise Management*, 1 (3), 293 - 315.

Kersten G. E., Michalowsky W., Matwin S., Szpakowicz S. (1988) Rule-based Modelling of Negotiation Strategies. *Theory and Decision*, Vol. 25., 225-257.

Kersten G. E., Michalowski W., Szpakowicz S., Koperczak Z. (1991) Restructurable Representations of Negotiations. Management Science, 37 (10).

Kersten G.E., Sunil J. (1999) WWW-based negotiation support: design, implementation, and use. Decision Support Systems 25, (2), 135-154.

Kersten G. E., Szapiro T. (1986) Generalized Approach to Modeling Negotiations, *European Journal of Operational Research*, Vol. 26, 1, 142-149.

Khorram E., Zarepisheh M., Ghaznavi-ghosoni B.A.(2010) Sensitivity analysis on the priority of the objective functions in lexicographic multiple objective linear programs *EJOR*, 207, 1162-1168.

Kóczy L.Á. (2007) A Recursive Core for Partition Function Form Games. *Theory and Decision* 63, 41-51.

Kóczy L.Á. (2008) Sequential Coalition Formation and the Core in the Presence of Externalities. *Games and Economic Behavior*

Konarzewska-Gubała E. (1980) Programowanie przy wielorakości celów. Warszawa. PWE.

Konarzewska-Gubała E. (1991) Wspomaganie decyzji wielokryterialnych: system „Bipolar". Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu. Seria Monografie i Opracowania, 76.

Kopelowitz A. (1967) Computation of the Kernels of Simple Games and the Nucleolus of N-Person Games. RM No. 31, Research Program in Game Theory and Math. Economics, Department of Mathematics, Hebrew University of Jerusalem.

Korhonen P., Laakso J. (1986) A Visual Interactive Method for Solving the Multiple Criteria Problem. *EJOR*, 24, 227-287.

Korhonen P., Salo S., Steuer, R.E.(1997) A heuristic for estimating nadir criterion values in multiple objective linear programming. *Operations Research* 45(5), 751-757.

Korhonen P., Moskowitz H., Wallenius J., Zionts S. (1986) An Interactive Approach to Multiple Criteria Optimization with Multiple Decision-Makers. *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 33, 589-602, John Wiley & Sons.

Korhonen P., Wallenius J. (1989) Supporting Individuals in Group Decision-making. Helsinki School Of Economics, Finland.

Kostreva M.M., Ogryczak W., Wierzbicki A. (2004) Equitable Aggregation and Multiple Criteria Analysis. *EJOR*, 158, 362-367.

Krajewska M.A., Kopfer H. (2006) Collaborating freight forwarding enterprises. *OR Spectrum*, 28 (3), 301-317.

Kreglewski T., Paczynski J., Granat J., Wierzbicki A. P. (1988) IAC-DIDAS-N A Dynamic Interactive Decision Analysis and Support System for Multicriteria Analysis of Nonlinear Models with Nonlinear Model Generator supporting model analysis, IIASA working paper, IIASA, Laxenburg , Austria.

Kreglewski T., (1984) private communication.

Kruś L. (1985) An Interactive Method for Decision Support in a Two-person Game with an Example from Regional Planning. In: Plural Rationality and Interactive Decision Processes, M. Grauer, M. Thompson, A. P. Wierzbicki eds., Lecture Notes in

Economics and Mathematical Systems, Springer, Berlin, 336-343.

Kruś L., Lopuch B., Bronisz P., (1989) Application of interactive solutions for decision support in bargaining problem, an illustrative example. In: Methodology and Applications of Decision Support Systems, R. Kulikowski (ed.), Proceeding of the 3-rd Polish-Finnish Symposium, Gdansk, 1988, 121-140.

Kruś L., Bronisz P., Lopuch B., (1990) MCBARG - Enhanced, A System Supporting Multicriteria Bargaining, IIASA Collaborative Paper, CP-90-006, IIASA, Laxenburg, Austria.

Kruś, L., Lopuch B. (1989) Wielokryterialny problem targu w przypadku modeli liniowych i jego rozwiązanie przy użyciu systemu MCBARG. Przykład modeli gospodarstwa rolnego. Opracowanie ZTSW 16/17/89, IBS PAN, Warszawa.

Kruś L., Bronisz P. (1990). Decision Support on Joint Development Program, Opracowanie, ZTSW, IBS PAN, Warszawa.

Kruś L., (1991) Some Models and Procedures for Decision Support in Bargaining, W: Multiple Criteria Decision Support. Korhonen, Lewandowski, Wallenius (ed.), Lecture notes in Economics and Math. Systems, Vol. 356, Springer Verlag, Berlin 350-359.

Kruś, L. (1992a) Interactive Approach to multicriteria bargaining on an example of acid rains problem. W: Systems and Control (Han-Fu Chen Ed.) International Acad. Publ., Beijing, China.

Kruś, L. (1992b) Computer Based Mediation Support. W: Preprints of the IFAC Workshop on "Support Systems for Decision and Negotiation Processes", June, 24-26, 1992, Warsaw, Poland.

Kruś L., Bronisz P. (1993) Some New Results in Interactive Approach to Multicriteria Bargaining. W: User Oriented Methodology and Techniques of Decision Analysis, Wierzbicki i inni (red.), Lecture Notes in Econ. and Math. Systems, Springer Verlag, Berlin, str 21-34.

Kruś L., Bronisz P. (1994) On n-person Noncooperative Multicriteria Games Described in Strategic Form. *Annals of Operation Research*. Vol. 51 (1994), 83-97. J. C. Balzer AG, Sci. Publ.

Kruś L., Nahorski Z., Owsinski J. W. (eds.) (1994). Decision Support in Negotiations and Policy Determination. Special issue of *Control and Cybernetics*. Vol. 22, No.4, 1993 (appeared in 1994).

Kruś L. (1994) Wspomaganie negocjacji w wielokryterialnym zagadnieniu targu. Biuletyn Instytutu Badań Systemowych PAN. Nr 2, 14-26.

Kruś L., Bronisz P. (1995) Solution Concepts in Multicriteria Cooperative Games without Side Payments. W: System Modelling and Optimization, J. Dolezal (ed.), Chapman and Hall Publ.

Kruś L., Bronisz P. (1996) Cooperative Game Model for a Cost Allocation Problem. In: S. Bańka, S. Domek, Z. Emirsajłow (eds) Methods and Models in Automation and Robotics. Proc of the Third Int. Symposium. 10-13 September, Międzyzdroje Poland. Technical Univ. of Szczecin, Vol. 1, 275-280.

Kruś L., (1996) Multicriteria Decision Support in Negotiations, *Control and Cybernetics*, Vol. 25 , No. 6, 1245-1260.

Kruś L., Bronisz P. (1998) Cooperative game in partition function form for a cost allocation problem. In: S. Bańka, S. Domek, Z. Emirsajłow (eds) Methods and Models in Automation and Robotics. Proc.of the Fifth Int. Symposium. 25-29 August, Międzyzdroje, Poland. Technical Univ. of Szczecin, 279-284.

Kruś L., Bronisz, P., (2000) Cooperative game solution concepts to a cost allocation problem, *European Journal of Operational Research*. Vol. 122 , No. 2, 258-271.

Kruś L. (2002a) A System Supporting Financial Analysis of an Innovation Project in the Case of Two Negotiating Parties, Bull. of Polish Academy of Sci., Ser. Techn., Vol. 50, No. 1, 93-108.

Kruś L. (2002b) Multicriteria Decision Support in Bargaining, a Problem of Players Manipulations, in: T. Trzaskalik, J. Michnik, (eds), Multiple Objective and Goal Programming, Physica Verlag, Springer, Berlin.

Kruś L., (2004a), A Computer Based System Supporting Analysis of Cooperative Strategies, in: L. Rutkowski, J. Siekmann, R. Tadeusiewicz, L. Zadeh, (eds), Artificial Intelligence and Soft Computing - ICAISC 2004, Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin.

Kruś L. (2004b) A multicriteria approach to cooperation in the case of innovative activity, *Control and Cybernetics*, Vol. 33 , No. 3.

Kruś L. (2008) On Some Procedures Supporting Multicriteria Cooperative Decisions. *Foundations of Computing and Decision Science*, 33 (3), 257-270.

Kruś L. (2009) Cost Allocation in Partition Function Form Games. *Operation Research and Decisions*, No. 2, 39-49.

Kruś L. Skorupiński J., Toczyłowski E. (2010) Analiza motywacyjnie zgodnych decyzji wielokryterialnych na przykładzie problemu producenta i klientów. Badania Operacyjne i Systemowe.

Kulikowski R. (1998) Portfolio optimization: two factors utility approach, Control & Cybernetics, 3.

Kulikowski R.(2002) URS methodology - a tool for stimulation of economic growth by innovations, Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Sci. Tech., Vol. 50 , No. 1.

Kulikowski R.(2003) On general theory of risk management and decision support systems, Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Sci. Tech., Vol. 51 No. 3.

Kulikowski R. , L. Kruś (2003) Support of education decisions. In: Group Decisions and Vot-ing (J. Kacprzyk, D. Wagner eds), Akad. Oficyna Wyd. EXIT, Warszawa.

Lax D. A., Sebenius J. K. (1985) The Power of Alternatives and the Limits to Negotiations, *Negotiation J.* Vol. 1, 163-179.

Legros P.(1986) Allocating Joint Costs by Means of Nucleolus, *Int. Journal of Game Theory*, Vol. 15, Issue 2, 109-119.

Lewandowski A., A.P. Wierzbicki A.P. (1989) Aspiration Based Decision Support Systems. Springer, Berlin.

Lewandowski A., T. Kreglewski, T. Rogowski, A. P. Wierzbicki (1989) Decision Support Systems of DIDAS Family. In: Aspiration Based Decision Support Systems, (A. Lewandowski, A.P. Wierzbicki eds.) Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 331, Springer-Verlag, 21-47.

Littlechild S.C. (1974) A Simple Expression for the Nucleolus in a Special Case, *Int. Journal of Game Theory*, Vol. 3, Issue 1, 21-29.

Littlechild, S.C., Thompson, G.F. (1977) Aircraft landing fees: a game theory approach. *The Bell Journal of Economics*. Vol. 8, 186-204.

Littlechild S.C., Vaidya K.G. (1976) The Propensity to Disrupt and the Disruption Nucleolus of a Characteristic Function Game, *Int. Journal of Game Theory*, Vol. 5, 151-161.

Lucas, W.F., (1965) Solution for Four-Person Games in Partition Function Form, *SIAM Review*. Vol. 13, 118-128.

Lucas, W.F. (1968) A game with no solutions. *Bull. of the American Mathematical Society* Vol. 74, 237-239.

Lucas, W.F. (1969) The proof that a game may note have a solution. *Transactions of the American Mathematical Society*, Vol.137, 219-229.

Luce R.D., H. Raiffa, (1957) Games and Decisions: Introduction and Critical Survey, New York: Wiley.

Makowski M. (2005) A structured modeling technology. *EJOR*, Vol. 166 (3), 615-648.

Makowski, M., Somlyódy, L. and Watkins, D. (1996), Multiple Criteria Analysis for Water Quality Management in the Nitra Basin. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, Vol. 32: 937-951.

Makowski, M. (2000) Modeling paradigms applied to the analysis of European air quality. *EJOR*, Vol. 122 (2), 219-241.

Maschler M, Peleg B, Shapley L.S. (1979) Geometric Properties of the Kernel, Nucleolus and Related Solution Concepts, *Mathematics of Operations Research*, Vol. 4, 303-338.

Matsubayashi N., Umezawa M., Masuda Y. and Nishino H. (2005) A cost allocation problem arising in hub-spoke network systems. *European Journal of Operational Research*, Vol. 160 (3), 821-838.

Matwin S., Szpakowicz S., Koperczak Z., Kersten G.E., Michalowski W.(1989) Negoplan: An Expert System Shell for Negotiation Support, *IEEE Intelligent Systems*, Vol. 4 (4), 50-62.

Matwin, S., Szapiro T., Haigh K. (1991) Genetic Algorithms Approach to a Negotiation Support System. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* Vol. 21 (1), 102-114.

Michalowski W., Szapiro T. (1989) A procedure for worst outcomes displacement in multiple criteria decision making . *Computers and Operations Research*, Vol. 16, (3), 195-206.

Michalowski W., Szapiro T. (1992) A Bi-reference Procedure for Interactive Multiple Criteria Programming. *Operations Research*, Vol. 40, No. 2

Miettinen, K. (2008) Introduction to Mutiobjective Optimization: Noninteractive Approaches. In: Multiobjctive Optimization, J. Branke, K. Deb, K. Miettinen, R. Słowiński (Eds.), Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.

Moulin H. (1988) Axioms of Cooperative Decision Making. Cambridge University Press, Cambridge.

Nakayama H. (1985) Aspiration Level Approach to Interactive Multi-objective Programming and its Applications. W: Advances in Multicriteria Analysis (Pardalos P. M., Siskos Y., Zopoundis C. red.), KluwerAcademic Publishers, Dodrecht, 147-174.

Narula S.C., Kirilov L., Vassilev V. (1994) Reference Direction Approach for Solving Multiple Objective Nonlinear Programming Problems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 24, 804-806.

Nash J.F., (1950) The Bargaining Problem, *Econometrica*, Vol. 18, 155-162.

Nash J.F., (1953) Two-Person Cooperative Games, *Econometrica*, Vol. 21, 129-140.

von Neumann, J., O. Morgenstern (1953) Theory of Games and Economic Behaviour, Princeton, New Jersey, Princeton Univ. Press.

Nunamaker J., F., Applegate L., M., Konsynsky B., R. (1988) Computer-aided deliberation: Model Management and Group Decision Support. *Operations Research*, Vol. 36., 826-848.

Nyhart J., Samarasan D. (1989) The Elements of Negotiation Management: Using Computers to Help Resolve Conflict. *Negotiation Journal*, 43-62.

Nykowski I., Żółkiewski Z.(1985) A compromise procedure for the multiple objective linear fractional programming problem. *European J. Oper. Res.* 19, 91-97.

Ogryczak W., (1997) Wielokryterialna optymalizacja liniowa i dyskretna. Modele preferencji i zastosowania do wspomagania decyzji. Warszawa, Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego.

Ogryczak W., (2002) Multiple criteria optimization and decisions under risk, *Control and Cybernetics*, Vol. 31 , No. 4.

Ogryczak W., Śliwiński T. (2007) On Optimization of the Importance Weighted OWA Aggregation of Multiple Criteria. LNCS **4705**, 804-817.

Ogryczak W., (2008) Reference Point Method with Lexicographic Min-ordering of Individual Achievements. W: Multiple Criteria Decision Making 07, T. Trzaskalik red.. Publisher of The Karol Adamiecki University of Economics in Katowice, Katowice, 155-174.

Pawlak Z.(1982) Rough sets. *International Journal of Computer and Information Sciences*, 11, 341-356.

Pawlak Z.(1991) Rough Sets. Kluwer, Dordrecht.

Peleg, B. (1963) Solutions to Cooperative Games without Side Payments. *Trans. Amer. Math. Soc.* Vol. 106, 280-292.

Piasecki, St., J. Hołubiec, A. Ameliańczyk (1982). Międzynarodowa kooperacja gospodarcza, modelowanie i optymalizacja. PWN, Warszawa.

Raiffa H., (1953) Arbitration Schemes for Generalized Two-Person Games, *Annals of Mathematics Studies*, No. 28 361-387, Princeton.

Raiffa H. (1982) The Art and Science of Negotiations. Harvard Univ. Press, Cambridge.

Ransmeier J. S. (1942) The Tennessee Valley Authority: A Case Study in the Economics of Multiple Purpose Stream Planning, The Vanderbild University Press, Nashvill.

Rogowski, J. Sobczyk, A. P. Wierzbicki (1988) IAC-DIDAS-L A Dynamic Interactive Decision Analysis and Support System, Linear Version. WP-88-110, IIASA, Laxenburg, Austria.

Roth A.E., (1979a) An Impossibility Result Concerning n-Person Bargaining Games, *International Journal of Game Theory*, Vol. 8, 129-132.

Roth A.E., (1979b) Axiomatic Model of Bargaining, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 170, Springer-Verlag, Berlin.

Roth A.E. , M.W.K. Malouf , (1979) Game-Theoretical Models and the Role of Information in Bargaining, *Psychological Review*, Vol. 86, 1163-1170.

Roy B. (1990) Wielokryterialne wspomaganie decyzji. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne. Warszawa.

Savage L. J., The foundations of statistics. New York, Wiley, 1954

Sawaragi Y., Nakayama H., Tanino T. (1985) Theory of Multiobjective Optimization. Academic Press, New York.

DeSanctis G., Gallupe R., B. (1987) A Foundation for the Study of Group Decision Support Systems. *Management Science*, Vol. 33, No. 5., 589-609.

Schmeidler D. (1969) The Nucleolus of a Characteristic Function Game, *SIAM Journal of Applied Mathematics*, Vol. 17, No. 3, 1163-1169.

Sebenius J. K. (1992) Negotiation Analysis: A Characterization and Review *Management Science*, Vol. 38, No. 1, 18-38.

Sebenius J. K. (2007) Negotiation Analysis: Between Decisions and Games. W: W. Edwards, R. Miles, D. von Winterfeldt (eds.),Advances in Decision Analysis, Cambridge University Press, Cambridge.

Seo F. (1988) Utilization of Mathematical Programming in Group Decision Making: An Application to Effective Formation of Integrated Regional Information Networks. Discussion Paper No. 254, Kyoto Institute of Economic Research, Kyoto University.

Seo F. Sakawa M. (1987) Multiple Criteria Decision Analysis in Regional Planning, D. Reidel Publishing Co.

Shakun M. (1988) Evolutionary Systems Design. HoldenDay, Oakland, CA.

Shapley L. S. (1953) A Value for n-Person Game, *Annals of Mathematics Studies*, Vol. 28,

Shapley L. S., Schubik M.(1966) Quasi-cores in Monetary Economy with Nonvonvex Preferences, *Econometrica*, Vol. 34, 805-827.

Skulimowski A.(1996) Decision Support Systems Based on Reference Sets Theory Multiobjective Optimization. AGH-Press, Kraków.

Skwarczyło M. (1988) Opis użytkowy programu SCONVEX. Opracowanie ZTSW-24-17/88, IBS PAN, Warszawa.

Stam A., H. Cesar, M. Kuula (1989) Transboundary Air Pollution in Europe: An Interactive Multicriteria Tradeoff Analysis, WP-89-61, IIASA, Laxenburg, Austria.

Stearns R. (1964) On the Axioms for a Cooperative Game without Side Payments. Proc. Amer. Math. Soc. Vol. 15, 82-86.

Steuer R.E.(1986) Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation, and Application. Wiley, New York.

Szapiro T. (1991) Podejście interaktywne we wspomaganiu podejmowania decyzji. SGH. Warszawa.

Szapiro T. (1993) Co decyduje o decyzji. PWN, Warszawa.

Szapiro T.(red.) (2000) Decyzje menadżerskie z Excelem. PWE, Warszawa.

Szapiro T., Wojewnik P. (2007) Negotiating an Investment Strategy with Fuzzy Redescriptions. W: G. Kersten, j. Rios, E. Chen (red.) Proc. Group Decisions and Negotiations 2007, Vol. II, Concordia Univ., Montreal, Canada.

Szapiro T., Wojewnik P. (2008) Universal Software Platform for Construction of Web-based Negotiation Support Systems. W: J. Climaco, G. Kersten, J. P. Costa (red.) Group Decisions and Negotiation, Proceedings, 203-204.

Teich J. E., Wallenius H., Kuula M., Zionts S. (1995) A Decision Support Approach for Negotiation with an Application to Agricultural Income Policy Negotiations. *European Journal of Operational Research*, Vol. 81, 76-87.

Thomson W., (1980) Two Characterization of the Raiffa Solution, Economic Letters, Vol. 6, 225-231.

Thrall, R.M., Lucas W.F. (1963) n-Person Games in Partition Function Form, *Naval Research Logistics Quarterly*, 10, 281-298.

Toczyłowski E.(2003) Optymalizacja procesów rynkowych przy ograniczeniach. AOW EXIT, Warszawa.

Toczyłowski E. (2009) Zgodność motywacji w mechanizmach rynku energii. Rynek Energii, II(IV) , 88-95.

Trzaskalik T. (1990) Wielokryterialne dyskretne programowanie dynamiczne. Teoria i zastosowania w praktyce gospodarczej. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach.

Trzaskalik T. (1997) Multiple Criteria Discrete Dynamic Programming. W: Multiple Criteria Decision Making. Fandel G., Gal T. (eds), LNEMS 448, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 202-211.

Trzaskalik T. (1998) Multiobjective analysis in dynamic environment. Karol Adamiecki University of Economics in Katowice (Katowice).

Trzaskalik T., Michnik J. (red.) (2002) Multiple objective and goal programming : Recent developments. Physica-Verlag, Springer.

Trzaskalik T., Sitarz S. (2007) Discrete dynamic programming with outcomes in random variable structures. *European Journal of Operational Research*, 177, (3), 1535-1548.

Trzaskalik T. (red.) (2006) Metody wielokryterialne na polskim rynku finansowym. PWE, Warszawa.

Tversky A., Kahneman O., (1981) The framing of decisions and the psychology of choice, *Science*, Vol. 211, 453-480.

Tversky A. (1967) Utility theory and additivity analysis of risky choices, *Experimental Psychology*, Vol. 75, 27-37.

Vetschera, R.(1990) Group Decisions and Negotiation Support - a Methodological Survey. *OR Spectrum*, Vol. 17, 67-77.

Vetschera R., Kersten G., Köszegi S. (2006) User Assessment of Internet-Based Negotiation Support Systems: An Exploratory Study. *Journal of Organizational Computing and Electronic Commerce* Vol. 16 (2), 123-148.

Vetschera, R.(2007) Preference structures and negotiator behavior in electronic negotiations. *Decision Support Systems* Vol. 44 (1), 135-146.

Wachowicz T. (2006) Application of Multiple Attribute Stochastic Dominance to Selection of Negotiation Strategies in E-negotiations. W: Multiple Decision Making 05, T. Trzaskalik (red). The Karol Adamiecki University of Economic Press, Katowice.

Wachowicz T. (2008) Negotiation and Arbitration Support with Analytic Hierarchical Process. W: Multiple Decision Making 07, T. Trzaskalik (red). The Karol Adamiecki University of Economic Press, Katowice.

Wierzbicki A. (2010) Trust and Fairness in Open, Distributed Systems. Springer

Wierzbicki A.P., (1982) A Mathematical Basis for Satisficing Decision Making, *Mathematical Modelling*, 3, 391-405.

Wierzbicki A.P., (1983) Negotiation and Mediation in Conflicts I: The Role of Mathematical Approaches and Methods, Working Paper WP-83-106, IIASA, Laxenburg; także w: H. Chestnat i inni, (ed): Supplemental Ways to Increase International Stability, Pergamon Press, Oxford, 1983.

Wierzbicki A.P., (1985) Negotiation and Mediation in Conflicts II: Plural Rationality and Interactive Decision Processes, W: M.Grauer, M.Thompson, A.P.Wierzbicki (ed): Plural Rationality and Interactive Decision Processes, Proceedings Sopron 1984, Springer-Verlag, Heidelberg.

Wierzbicki A.P.,(1986) On the Completeness and Constructiveness of Parametric Characterizations to Vector Optimization Problems, *OR Spectrum* 8:73-87, Springer Verlag.

Wierzbicki A.P., (1990) Multiple Criteria Solutions in Noncooperative Game Theory, Part III. Discussion Paper 288, Kyoto Institute of Economic Research, Kyoto University, Kyoto.

Wierzbicki A.P., (1987) Towards Interactive Procedures in Simulation and Gaming: Implications for Multiperson Decision Support, W: Methodology and Software for Interactive Decision Support, Proceedings of International Workshop, Albena, Springer Verlag.

Wierzbicki, A. P., L. Krus, M. Makowski (1993) The Role of Multi-Objective Optimization in Negotiation and Mediation Support" in: Theory and Decision, special issue on "International Negotiation Support Systems: Theory, Methods, and Practice, Vol. 34 (3), 201-214.

Wierzbicki A. P., M. Makowski, J. Wessels, (2000) Model-based Decision Support Methodology with Environmental Applications, Kluwer Academic Press, Dordrecht, Boston.

Wierzbicki A. P. (2005) A Reference Point Approach to Coalition Games. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* Vol. 13 (2-3), 81-89.

Young H. P., Okada N., Hashimoto T. (1980) Cost Allocation in Water Resources Development - A Case Study of Sweden. RR 80-32, IIASA, Laxenburg, Austria.

Young P. (1982) Cost allocation. Prentice Hall. New York.

Young P. (1985) Monotonic solutions of cooperative games. *Internationl Journal of Game Theory*, Vol. 14 (2),65-72.

Young P. (1992) Negotiation Analysis. The University of Michigan Press.

Zeleny, M.(1973) Compromise programming. In: Cochrane, J.L., Zeleny,M. (eds.) Multiple Criteria Decision Making, 262-301. University of South Carolina, Columbia, SC.

Zionts S., Wallenius J. (1976) An Interactive Programming Method for Solving the Multiple Criteria Problem. *Management Science* 22, 652-663.

Zionts S., Wallenius J. (1983) An Interactive Multiple Objective Linear Programming Method for a Class of Underlying Utility Functions. *Management Science* 29, 519-529.

Rozpatruje się sytuacje decyzyjne, w których występuje kilku decydentów, negocjujących warunki współpracy. Problem dotyczy podziału efektów współpracy, przy czym każdy decydent ma swój odrębny, wielokryterialny zestaw celów, które chciałby osiągnąć i kieruje się swoimi preferencjami.

W pracy przedstawia się podstawy teoretyczne i metody wspomagania procesu decyzyjnego w takich sytuacjach z wykorzystaniem odpowiednio zbudowanego systemu komputerowego. Rozpatrywane sytuacje opisywane są formalnie jako modele wielokryterialnego problemu targu i wielokryterialnych gier koalicyjnych. Proponowane są koncepcje rozwiązań w tych grach uwzględniające preferencje decydentów, a następnie wielorundowe procedury negocjacyjne wspomagające proces znajdowania zgodnego rozwiązania. W poszczególnych rundach takiej procedury stosowana jest jednostronna i wielostronna analiza wielokryterialna możliwych wypłat, przy czym system komputerowy generuje propozycje mediacyjne. Przedstawia się konstrukcję zbudowanego systemu komputerowego MCBARG, w którym taka procedura została zaimplementowana oraz przykłady problemów kooperacji.

ISSN 0208-8029
ISBN 9788389475381

SYSTEMS RESEARCH INSTITUTE
POLISH ACADEMY OF SCIENCES
Phone: (+48) 22 3810246 / 22 3810277 / 22 3810241 / 22 3810273
email: biblioteka@ibspan.waw.pl