



POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

**WIELOKRYTERIALNE DECYZJE
KOOPERACYJNE**

**METODY
WSPOMAGANIA KOMPUTEROWEGO**

Lech Krus

Warszawa 2011



**POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH**

**Seria: BADANIA SYSTEMOWE
Tom 70**

**Redaktor naukowy:
Prof. dr hab. inż. Jakub Gutenbaum**

Warszawa 2011

Rada redakcyjna serii: BADANIA SYSTEMOWE

Prof. Olgierd Hryniewicz - przewodniczący

Prof. Jakub Gutenbaum – redaktor naczelny

Prof. Janusz Kacprzyk

Prof. Tadeusz Kaczorek

Prof. Roman Kulikowski

Prof. Marek Libura

Prof. Krzysztof Malinowski

Prof. Zbigniew Nahorski

Prof. Marek Niezgódka

Prof. Roman Słowiński

Prof. Jan Studziński

Prof. Stanisław Walukiewicz

Prof. Andrzej Weryński

Prof. Antoni Żochowski



**POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH**

Lech Kruś

**WIELOKRYTERIALNE DECYZJE
KOOPERACYJNE
METODY WSPOMAGANIA KOMPUTEROWEGO**

Warszawa 2011

**Copyright © by Instytut Badań Systemowych PAN
Warszawa 2011**

Dr inż. Lech Kruś
Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk
Newelska 6, 01-447 Warszawa
email: krus@ibspan.waw.pl

Recenzenci:

Prof. dr hab. inż. Ignacy Kaliszewski

Prof. dr hab. inż. Andrzej P. Wierzbicki

Skład: Lech Kruś i Urszula Kruś

Wydawca:

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk
Newelska 6, 01-447 Warszawa
www.ibspan.waw.pl

ISSN 0208-8029

ISBN 9788389475381

Wprowadzenie

W pracy rozważa się sytuacje decyzyjne, w których jest kilku decydentów negocjujących warunki możliwej współpracy. Problem dotyczy podziału efektów współpracy, przy czym każdy decydent ma swój odrębny, zestaw celów, które chciałby osiągnąć i kieruje się swoimi preferencjami. Cele te są w ogólnym przypadku konfliktowe, zarówno w przypadku każdego decydenta jak i między decydentami. Każdy decydent ma określony wektor kryteriów mierzących poziomy osiągnięcia jego celów, przy czym wartości tych kryteriów zależą od decyzji wszystkich decydentów. Sytuacje takie nazywane są sytuacjami kooperacyjnymi z wielokryterialnymi wypłatami decydentów. Zakłada się, że można zbudować model matematyczny opisujący taką sytuację decyzyjną a w szczególności pozwalający wyznaczyć wielokryterialne wypłaty decydentów w zależności od podejmowanych przez nich decyzji.

Praca dotyczy problemów metodologicznych związanych ze wspomaganiami procesu decyzyjnego w takich sytuacjach przy wykorzystaniu modeli matematycznych. Przedstawia się podstawy teoretyczne i metody, które mogą być wykorzystane w konstrukcji systemów komputerowych wsparcia decyzyjnego.

Cechą charakterystyczną rozpatrywanych w pracy problemów w przypadku wielokryterialnych wypłat jest to, że każdy decydent ma do czynienia z pewnym zbiorem tzw. niezdominowanych rozwiązań, przy czym zbiory rozwiązań decydentów są wzajemnie współzależne. Zbiory niezdominowanych rozwiązań są na ogół niemożliwe do zapisania w formie analitycznej i przedstawienia decydom w takiej formie do analizy. Możliwe jest natomiast wyznaczenie pewnej skończonej liczby punktów należących do tych zbiorów przy zastosowaniu metod obliczeniowych.

W uzupełnieniu do rozwijanych w pracy podstaw teoretycznych i metod wspomaganie decyzji kooperacyjnych, rozpatruje się również zagadnienia budowy i zastosowania systemów komputerowych nie tylko do wspomaganie analizy decyzyjnej dokonywanej indywidualnie przez każdego decydenta z uwzględnieniem jego preferencji, ale także do wspomaganie procesu mediacji, w trakcie którego generowane są propozycje mediacyjne.

Dla przypadku pojedynczego decydenta rozwinięte zostały metody wielokryterialnego wspomaganie decyzji. Istnieje już obecnie bardzo wiele prac przeglądowych i monografii poświęconych metodom wielokryterialnego podejmowania decyzji. np. (Branke, Deb, Miettinen, Słowiński 2008), (Wierzbicki, Makowski, Vessels 2000), (Kaliszewski 1994, 2006), (Chankong, Haimes 1983), (Cohon, 1985), (Galas, Nykowski, Żółkiewski 1987), (Hwang, Masud, 1979), (Sawaragi, Nakayama, Tanino 1985), (Steuer 1986), (Yu 1985), (Zeleny 1982). Proponowane w tych pracach podejścia mają na celu umożliwienie decydentowi wyboru ze zbioru rozwiązań niezdominowanych rozwiązania zgodnego z jego preferencjami, przy zastosowaniu pewnej procedury przeglądania tego zbioru. Wykorzystywane są przy tym różne metody obliczeniowe.

Wśród stosowanych podejść na szczególną uwagę zasługują metody stosujące pojęcie tzw. funkcji osiągnięcia, wykorzystujących poziomy aspiracji czy punkty referencyjne, sprecyzowane przez decydenta, por. (Wierzbicki, 1982, 1986, Wierzbicki i inni 2000). W metodach tego typu stosowana jest interakcyjna procedura, w trakcie której decydent może coraz lepiej poznawać zbiór rozwiązań niezdominowanych, wyznaczając przy pomocy systemu komputerowego niektóre rozwiązania z tego zbioru. Odpowiednio dobierając punkty referencyjne może także kierować sposobem przeglądania tego zbioru i wybrać ostateczne rozwiązanie zgodnie ze swoimi preferencjami.

W przypadku kilku decydentów zagadnienie jest bardziej złożone, ponieważ istnieje wiele indywidualnych zbiorów rozwiązań niezdominowanych i zbiory te są współzależne. Decydenci mają zwykle różne cele, których osiągnięcie jest mierzone za pomocą kryteriów i mają różne preferencje. Rozwiązaniem całego problemu jest wariant, który zostanie zaakceptowany przez wszystkich decydentów. Decydenci mogą być w różnej tzw. *pozycji przetargowej*. Każdy z nich może mieć inny wpływ na wyniki współpracy. Wspomaganie procesu decyzyjnego rozumiane jest w tym przypadku jako wspomaganie decydentów w procesie analizy umożliwiającej lepsze rozumienie ich pozycji przetargowej, a także jako wspomaganie procesu negocjacji, tzn. pomoc w znalezieniu akceptowalnego przez nich wszystkich rozwiązania.

Istnieje obecnie wiele prac poświęconym analizie procesów negocjacji a także ich formalnemu opisowi, np. prace (Barclay, Peterson 1976), (Raiffa 1982), (Axelrod 1985), (Wierzbicki 1985, 1987, 1990), (Kersten, Szapiro 1986), (Kersten i inni 1988, 1991), Sebenius (1992, 2007). Idee komputerowego wspomagania procesów negocjacji oraz przykłady zbudowanych systemów można

znaleźć w pracach autorów: Goeltner (1987), Jarke, Jelassi, Shakun (1987), Kersten (1985, 1988), Korhonen, Moskowitz, Wallenius, Zions (1986), DeSanctis, Gallupe (1987), Shakun (1988), Nunamaker, Applegate, Konsynsky (1988), Korhonen, Wallenius, (1989), Nyhart, Samarasan (1989), Vetschera (1990), Teich, Wallenius, Kuula, Zions (1995), Ehtamo, Hamalainen (2001), Heiskanen, Ehtamo, Hamalainen (2001). Rozwijane są idee wspomagania negocjacji przez internet, w tym z wykorzystaniem systemów wieloagentowych, i zbierane jest doświadczenie stosowania takich systemów, np. (Kersten, Sunil 1999, Kersten i inni 2002, Kersten, Lo 2003, Chen i inni 2005, Vetschera, Kersten, Köszegi 2006, Vetschera 2007, Wachowicz 2006, 2008, Szapiro, Wojewnik 2007, 2008).

Monografia przedstawia specyficzne autorskie podejście do problemu negocjacji przy wielokryterialnych wypłatach decydentów.

Sytuację decyzyjną, w której znajdują się decydenci opisuje się za pomocą gier wielokryterialnych, w szczególności wielokryterialnego problemu targu i wielokryterialnych gier koalicyjnych. Wypłaty w takich grach rozpatrywane są w przestrzeni będącej iloczynem kartezjańskim przestrzeni kryteriów poszczególnych decydentów. W momencie rozpoczęcia badań w latach 80-ych ubiegłego wieku, teoria takich gier nie była jeszcze rozwinięta. Zaproponowano więc i przedstawia się w pracy odpowiednie sformułowania takich gier, koncepcje ich rozwiązań i analizę właściwości. Proponowane koncepcje rozwiązań charakteryzują się tym, że uwzględniają preferencje każdego z decydentów.

Proponuje się konstrukcję wielorundowych procedur wspomagających analizę decyzyjną wykonywaną przez decydentów jak i proces mediacji z wykorzystaniem koncepcji rozwiązań teorii gier. W każdej rundzie takiej procedury każdy decydent przeprowadza

analizę wielokryterialną osiągalnych wypłat w swojej przestrzeni kryteriów, co umożliwi mu wskazanie swoich preferencji. Informacje o tych preferencjach umożliwiają z kolei wyliczenie propozycji mediacyjnej. Propozycja mediacyjna wyznaczana jest na podstawie jednej z proponowanych w pracy koncepcji rozwiązania gry wielokryterialnej. Propozycja mediacyjna uwzględnia preferencje wszystkich decydentów i jest przedmiotem indywidualnej analizy przez decydentów w kolejnej rundzie.

W pracy opisano, jak taka procedura może być zaimplementowana w konstrukcji komputerowego systemu wsparcia decyzyjnego.

Zaproponowane w pracy podejście stanowi uzupełnienie ewentualnie alternatywę do podejść prezentowanych w cytowanej wyżej literaturze.

Układ pracy jest następujący.

W rozdziale 2 przedstawia się podstawowe pojęcia i idee wielokryterialnej optymalizacji. Szczególną uwagę zwrócono na metodę punktu referencyjnego z wykorzystaniem funkcji osiągnięcia A.P. Wierzbickiego, ponieważ metoda ta jest wykorzystywana w proponowanych procedurach wspomagających analizę i proces mediacji, przedstawionych w dalszej części pracy.

Rozdział 3 wprowadza podstawowe pojęcia dotyczące negocjacji i klasycznej teorii gier. Klasyczną jest nazywana teoria gier rozwijana przy założeniu skalarnych wypłat graczy.

Kolejne rozdziały 4 - 9 zawierają oryginalne wyniki w zakresie przedmiotowym monografii uzyskane w trakcie prowadzonych badań.

Rozdział 4 zawiera ogólne sformułowanie wielokryterialnego problemu decyzyjnego w sytuacjach kooperacyjnych. Podaje się

definicję wielokryterialnego problemu targu. Proponuje się kilka koncepcji rozwiązań, stanowiących uogólnienie rozwiązań znanych z literatury. Rozwiązania te są określane z wykorzystaniem wprowadzonej, oryginalnej koncepcji tzw. punktu względnej utopii. Punkt ten uwzględnia preferencje decydentów określone w ich przestrzeniach kryteriów. Analizuje się właściwości tych rozwiązań i ich relacje.

Przedstawia się następnie możliwości wykorzystania tych rozwiązań w interakcyjnych procedurach mediacyjnych (Rozdział 5). Inspiracją do formułowania takich procedur były koncepcje i metody negocjacji (Raiffa 1982) stosowane w praktyce, np. zakończone sukcesem rokowania izraelsko-egipskie w Camp David. Proponuje się oryginalną procedurę, w której wprowadza się i łączy dwa sposoby wspomagania decyzyjnego: tzw. jednostronne i wielostronne. Wspomaganie jednostronne pozwala każdemu z decydentów biorących udział w negocjacjach na niezależną analizę problemu bez uwzględnienia aktualnych decyzji pozostałych decydentów. Wspomagana jest analiza wielokryterialna wykonywana przez każdego z decydentów metodą punktu referencyjnego z użyciem funkcji osiągnięcia. We wspomaganiu wielostronnym uwzględnione są aktualne decyzje wszystkich decydentów. Taki sposób wspomagania decyzyjnego umożliwi decydentom lepsze poznanie ich sytuacji przetargowej, wybór propozycji rozwiązań zgodnie z ich preferencjami, a także wspomaga znalezienie konsensusu, jako rozwiązania niezdominowanego, akceptowanego przez wszystkich decydentów.

Powyższa procedura została wykorzystana w konstrukcji komputerowego systemu wsparcia decyzyjnego MCBARG. Strukturę

i funkcje tego systemu omawia się w rozdziale 6. System ten umożliwia budowę modelu problemu decyzyjnego opisywanego jako wielokryterialny problem targu i przeprowadzenie sesji negocjacyjnych z udziałem osób przyjmujących rolę decydentów w tym problemie. System wspomaga proces analizy wielokryterialnej dokonywany w każdej rundzie przez każdego decydenta oraz pełni rolę niezależnego mediatora i ułatwia decydentom znalezienie konsensusu. W rozdziale tym przedstawia się także przykłady dotyczące międzynarodowej współpracy w zakresie kwaśnych deszczów, oraz współpracy gospodarstw rolnych, modelowane jako wielokryterialny problem targu. Modele wielokryterialnego problemu targu dla tych przykładów zostały zbudowane z wykorzystaniem edytora systemu MCBARG a następnie wykorzystane w przeprowadzonych eksperymentalnych sesjach negocjacji.

W Rozdziale 7 rozpatruje się sytuacje decyzyjne opisywane za pomocą wielokryterialnych gier kooperacyjnych, uwzględniających możliwość tworzenia przez graczy koalicji. Przedstawia się rozwinięcie sformułowania klasycznych gier kooperacyjnych podanego przez Aumana (1967), oraz koncepcji rozwiązań na przypadek wielokryterialnych wypłat graczy. W przestrzeniach wielokryterialnych wypłat rozpatruje się różne sformułowania dominacji. Podaje się oryginalną propozycję koncepcji rozwiązania typu nukleolus, uwzględniającego preferencje wszystkich graczy. Przedstawia się także idee interakcyjnej procedury wspomagającej analizę i proces mediacji, w której zaproponowana koncepcja nukleolusa służy do wyznaczania propozycji mediacyjnych.

Rozdział 8 przedstawia rodzinę gier opisujących współpracę graczy zainteresowanych pozyskaniem pewnego zestawu dóbr przez realizację wspólnego projektu. Proponuje się i analizuje procedury alokacji kosztów między graczy, wykorzystujące mechanizm

cenowy oraz różne koncepcje rozwiązań. Przedstawia się także procedurę wspomagającą analizę problemu alokacji kosztów. Problem alokacji kosztów rozpatruje się także w kolejnym rozdziale 9 w klasie tzw. gier kooperacyjnych w postaci funkcji partycji. Gry takie opisują rzeczywiste sytuacje, w których wypłaty każdej koalicji zależą nie tylko od graczy, którzy ją tworzą, ale także od struktury koalicji tworzonych przez graczy pozostałych. W pracy rozwijana jest teoria takich gier. W szczególności formułuje się koncepcje rozwiązań, takich jak rdzeń gry i zbiory stabilne. Analizuje się właściwości tych rozwiązań.

Rozdział 10 zawiera podsumowanie najważniejszych wyników uzyskanych w trakcie dotychczasowych badań i prezentowanych we wcześniejszych rozdziałach oraz propozycje kierunków dalszych badań.

Monografię kończy bibliografia zawierająca 235 pozycji literatury i indeks.

Przedstawiane w pracy wyniki były prezentowane m.in. w niżej wymienionych pracach:

- w zakresie idei wspomagania negocjacji w wielokryterialnych sytuacjach kooperacyjnych: (Fortuna, Kruś 1984, Kruś 1985, Bronisz, Kruś 1987, 1988, 1989a, 1989b, Bronisz, Kruś, Wierzbicki 1989, Kruś 1991, Kruś, Bronisz 1993, Kruś 1996, 2002b, 2004b, Wierzbicki, Kruś, Makowski 1993),

- dotyczących systemu komputerowego MCBARG i przykładów wielokryterialnych problemów targu: (Kruś, Bronisz, Łopuch 1990, Kruś, Łopuch 1989, Kruś, Łopuch, Bronisz 1989, Kruś 1992a),

- dotyczących wielokryterialnych gier koalicyjnych, gier wielopremiotowych w zastosowaniu do alokacji kosztów, gier w postaci funkcji partycji: (Kruś, Bronisz 1995, 1996, 1998, 2000, Kruś 2008, 2009).

Lista ważniejszych wyników

W zakresie sytuacji kooperacyjnych modelowanych jako wielokryterialny problem targu:

- koncepcje indywidualnie niezdominowanych wypłat graczy oraz punktu względnej utopii (Definicje 4.1, 4.2),
- koncepcja uogólnionego rozwiązania Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego i jego aksjomatyzacja (Twierdzenia 4.1. i 4.2),
- koncepcja uogólnionego rozwiązania leksykograficznego i jego aksjomatyzacja (Twierdzenie 4.3),
- koncepcja rozwiązania iteracyjnego (Twierdzenie 5.1. pokazujące właściwości tego rozwiązania),
- propozycja interakcyjnej procedury wspomagającej analizę i proces mediacji,
- zaprojektowanie i implementacja systemu komputerowego (MCBARG) wspomagającego analizę i proces mediacji w wielokryterialnym problemie targu, w tym algorytmizacja interakcyjnej procedury wymienionej wyżej,
- opracowanie przykładów ilustrujących wielokryterialny problem targu: współpracy gospodarstw rolnych, problemu kwaśnych deszczów.

W zakresie sytuacji kooperacyjnych modelowanych jako wielokryterialne gry koalicyjne bez wypłat ubocznych:

- sformułowanie założeń i koncepcji rozwiązań takiej gry (Definicje 7.1 - 7.4 oraz Twierdzenia 7.1 i 7.2),
- propozycja nukleolusa uwzględniającego preferencje decydentów a także zbadanie jego właściwości (Lematy 7.1 - 7.3, Twierdzenie 7.3),
- idea interakcyjnej procedury wspomagania negocjacji w sytuacjach decyzyjnych opisywanych przez wielokryterialną grę kooperacyjną.

W zakresie zastosowania gier koalicyjnych w problemach alokacji kosztów:

- sformułowanie problemu alokacji kosztów z wykorzystaniem mechanizmu cen, jako wielopredmiotowej gry kooperacyjnej (Definicje 8.1-8.5),
- koncepcja rozwiązania wg idei Shapley'a i analiza właściwości (Twierdzenie 8.1),
- koncepcja nukleolusa i analiza jego właściwości (Twierdzenie 8.3),
- idea iteracyjnej procedury wspomagającej analizę wielokryterialną,
- propozycje i zbadanie właściwości rozwiązań gier kooperacyjnych w postaci funkcji partycji, formułowanych przy słabszej relacji dominacji niż przyjmowane w literaturze,
- pokazanie, że nukleolus i rdzeń w takich grach mogą być wyznaczone jako analogiczne koncepcje rozwiązań odpowiednio sformułowanych gier w postaci funkcji charakterystycznej (Twierdzenia 9.2 i 9.5).

Interakcyjna procedura wspomagająca analizę i proces mediacji w wielokryterialnym problemie targu

Przedstawia się niżej koncepcję iteracyjnego rozwiązania wielokryterialnego problemu targu zainspirowaną pracą Raiffy (1982), a w szczególności ideą procedury pojedynczego tekstu negocjacyjnego (SNT), zaproponowanej przez R. Fishera, i przedstawionej w punkcie 3.3 na przykładzie negocjacji w Camp David. Zgodnie z tą procedurą, negocjacje prowadzone są w pewnej liczbie rund z udziałem mediatora. Mediator przygotowuje kolejne propozycje mediacyjne. W każdej rundzie strony negocjacji analizują tę samą propozycję mediacyjną, a ich opinie są podstawą konstrukcji kolejnej propozycji przygotowywanej przez mediatora. Proces mediacji ma charakter progresywny z celem doprowadzenia do rozwiązania Pareto optymalnego w zbiorze osiągalnych wypłat negocjujących stron.

Idea tego progresywnego procesu, w którym w poszczególnych rundach są wyznaczane propozycje wypłat przedstawiane pod rozważanie negocjujących decydentów, była podstawą sformułowanej niżej koncepcji rozwiązania iteracyjnego w wielokryterialnym problemie targu, a następnie interakcyjnej procedury wspomagającej proces mediacji w tym problemie.

5.1 Koncepcja rozwiązania iteracyjnego

Rozpatrujemy klasę B^* problemów targu (S, d) spełniających warunki **W4.2.1**, **W4.2.2**, **W4.2.3**.

Zakłada się, że rozwiązanie problem targu (S, d) poszukiwane jest w pewnej liczbie rund $t = 1, 2, \dots, T$, w których określane są wypłaty d^t , $d^t \in S$. Końcowa dopuszczalna i akceptowalna przez decydentów wypłata d^T stanowi rozwiązanie problemu.

Przyjmijmy następujące postulaty, które powinny być spełnione przez proces negocjacji określony ciągiem wypłat d^t :

P1

Proces negocjacji rozpoczyna się w punkcie braku porozumienia, t.j. $d^0 = d$, $d^t \in S$ dla $t = 1, 2, \dots, T$.

P2

Proces jest progresywny, t.j. $d^t \geq d^{t-1}$ dla $t = 1, 2, \dots, T$.

P3

Proces powinien prowadzić do rozwiązania niezdominowanego w zbiorze S , t.j. $d^T (= \lim_{t \rightarrow \infty} d^t$ jeśli $T = \infty$) jest Pareto optymalne w zbiorze S .

P4

Zasada ograniczonego zaufania.

Zakłada się, że decydenci mając ograniczone zaufanie do modelu gry oraz do przyszłych konsekwencji swoich wyborów starają się ograniczyć w poszczególnych rundach procesu negocjacji, możliwe poprawy wypłat decydentów pozostałych.

Przyjmijmy, że decydenci określają swoje zaufanie w kolejnych rundach gry przy pomocy pewnego współczynnika, zwanego dalej współczynnikiem zaufania α_i^t , $0 < \alpha_i^t \leq 1$ gdzie t jest numerem rundy, a i - numerem decydenta. Zasadę ograniczonego zaufania można wtedy zapisać w postaci:

$$d^t - d^{t-1} \leq \alpha_{\min}^t [u(d^{t-1}) - d^{t-1}]$$

dla $t = 1, \dots, T$, gdzie α_{\min}^t jest minimalnym współczynnikiem zaufania w rundzie t , $\alpha_{\min}^t = \min\{\alpha_1^t, \dots, \alpha_n^t, \alpha_{\max}^t\}$, $\alpha_{\max}^t = \max_{\alpha}\{\alpha \in R : d^{t-1} + \alpha[u(d^{t-1}) - d^{t-1}] \in S\}$. $u(d^{t-1})$ jest punktem względnej utopii, odzwierciedlającym preferencje decydentów w zbiorze $\{y \in S : y \geq d^{t-1}\}$. Powyższa nierówność oznacza ograniczenie przyrostu wypłat wszystkich decydentów przez wspólny (minimalny spośród podanych przez decydentów) współczynnik zaufania. Przyjęcie przez decydentów mniejszych współczynników zaufania, powoduje mniejszy przyrost wypłat w danej rundzie, a tym samym, powoduje, że proces będzie się odbywał w większej liczbie rund. Gracze będą wówczas mieli możliwość skorygowania swoich decyzji w następnych rundach.

P5

Każdy decydent zachowuje się racjonalnie, starając się maksymalizować swoje wypłaty w poszczególnych rundach zgodnie ze swoimi preferencjami, wyrażanymi za pośrednictwem punktu względnej utopii. Zakłada się, że w każdej rundzie t każdy decydent bada zbiór swoich i-niezdominowanych punktów w zbiorze $S^t = \{y \in S : y \geq d^{t-1}\}$, i określa swój preferowany punkt y_i^{it} , $i = 1, 2, \dots, n$. Niech w każdej rundzie t , $u(d^{t-1})$ oznacza względny punkt utopii zbioru $\{y \in S : y \geq d^{t-1}\}$ odzwierciedlający preferencje decydentów, t.j. określony na podstawie preferowanych niezdominowanych punktów decydentów. Postulat racjonalności można wówczas sformułować następująco: Dla danego d^t , w każdej rundzie t , nie istnieje wypłata $y \in S$, spełniająca postulaty **P2**, **P4** taka, że $y > d^t$.

Postulat **P4** został przyjęty na podstawie wyników G. Fandla (1979) oraz G. Fandla i A.P. Wierzbickiego (1985), którzy

po raz pierwszy sformułowali zasadę ograniczonego zaufania na podstawie obserwacji zachowań decydentów w czasie eksperymentów growych. Pokażemy istnienie, postać i jednoznaczność procesu spełniającego te postulaty.

Twierdzenie 5.1

Dla każdego wielokryterialnego problemu targu $(S, d) \in B^$ i dla dowolnych współczynników zaufania α_{\min}^t takich, że $\varepsilon \leq \alpha_{\min}^t \leq 1$, $t = 1, 2, \dots, T$, gdzie ε jest dowolnie małą liczbą $0 < \varepsilon$, istnieje jeden i tylko jeden iteracyjny proces d^t , $t = 0, 1, \dots, T$ spełniający postulaty **P1-P5**. Proces ten można zapisać następująco:*

$$d^0 = d$$

$$d^t = d^{t-1} + \alpha_{\min}^t [u(d^{t-1}) - d^{t-1}] \text{ dla } t = 1, \dots, T,$$

gdzie:

$$T \text{ jest najmniejszą liczbą } t \text{ dla której } d^t = d^{t+1}$$

$$\text{lub } T = \infty.$$

■

Dowód

Wprowadźmy pojęcie kierunku poprawy w przestrzeni wypłat, w rundzie t .

$\lambda^t \in \mathbb{R}^M$, $\lambda^t = (\lambda_1^t, \lambda_2^t, \dots, \lambda_n^t)$ jest kierunkiem poprawy w przestrzeni wszystkich decydentów, jeśli λ_i^t jest kierunkiem poprawy decydenta i w jego przestrzeni wypłat wyznaczonym na podstawie jego preferowanego punktu niezdominowanego, tzn. $\lambda^t = \delta * [u(d^{t-1}) - d^{t-1}]$, gdzie δ jest pewną liczbą, $d > 0$. Można przyjąć, że λ^t będzie takie, że $\lambda_{ij}^t > 0$ jeśli współrzędna (ij) należy do zbioru $J(y^t)$, oraz $\lambda_{ij}^t = 0$ w przypadku przeciwnym ($J(y^t)$ jest zbiorem tylko tych współrzędnych, wzdłuż których można uzyskać poprawę wypłat). Z przedstawionej konstrukcji ciągu $\{d^t\}_{t=0}^\infty$ oraz z założeń **W4.2.1**, **W4.2.2**, **W4.2.3** wynika, że jeśli $d^k = d^{k+1}$ to $J(y^k) = \emptyset$, tzn., że żadna ze współrzędnych w punkcie d^k nie

może być poprawiona. Zatem d^k jest Pareto optymalne w S . Rozpatrzmy ciąg $\{d^t\}_{t=0}^\infty$. Ciąg ten jest monotonicznie rosnący i ograniczony, a zatem jest zbieżny. Niech $d_{\text{lim}} = \lim_{t \rightarrow \infty} d^t$. Z przyjętej konstrukcji wynika, że $d_{\text{lim}} \in S$. Przyjmijmy, że d_{lim} nie jest Pareto optymalne w zbiorze S . Wtedy dla dowolnej rundy t , zachodzą następujące relacje:

$$\begin{aligned} \|d^t - d^{t-1}\| &= \|\alpha_{\min}^t [u(d^{t-1}) - d^t]\| \geq \alpha * \|u(d_{\text{lim}}) - d_{\text{lim}}\| \geq \\ &\geq \alpha * \min\{\|u^f(d_{\text{lim}}, \lambda) - d_{\text{lim}}\| : \lambda \in \mathbb{R}^M, \lambda_{ij} > 0 \text{ jeśli } ij \notin J(d_{\text{lim}}), \\ &\lambda_{ij} = 0 \text{ w przypadku przeciwnym}\} = \gamma > 0, \end{aligned}$$

gdzie $u^f(d_{\text{lim}}, \lambda)$ oznacza punkt względnej utopii dla pewnego arbitralnego kierunku poprawy λ .

Wynika stąd, że ciąg $\{d^t\}_{t=0}^\infty$ nie jest zbieżny, co jest sprzeczne z założeniem. Pokazaliśmy zatem, że d_{lim} jest Pareto optymalne w zbiorze S . \diamond

Właściwości iteracyjnego rozwiązania

Właściwość 5.1.1

Dla każdego decydenta, przyrost wypłaty w każdej rundzie jest zgodny z jego preferowanym, wybranym kierunkiem poprawy.

Dowód

Niech y^{it} oznacza preferowany, niezdominowany punkt decydenta i w rundzie t . Z definicji względnego punktu utopijnego i z konstrukcji rozwiązania - ciągu wypłat w twierdzeniu 5.1 wynika, że $d_i^t - d_i^{t-1} = \beta * (y^{it} - d_i^{t-1})$ gdzie β jest dowolną liczbą $\beta > 0$.

\diamond

Właściwość 5.1.2

W dowolnej rundzie proces zostanie zakończony, jeśli każdy z decydentów zaproponuje współczynnik zaufania $\alpha_i^t \geq \alpha_{\max}^t$, $i \in N$.

Właściwość 5.1.3

W przypadku, gdy w pierwszej rundzie ($t = 1$), każdy z decydentów zaproponuje współczynnik zaufania $\alpha_i^1 \geq \alpha_{\max}^1$, $i \in N$, to uzyskane rozwiązanie jest tożsame z uogólnionym rozwiązaniem Raiffa-Kalai-Smorodinsky (R-K-S) przedstawionym w punkcie poprzednim, tzn.

$$d^T = d^1 = f^R(S, d, u).$$

Rozwiązanie to ma w tym przypadku wszystkie własności uogólnionego rozwiązania R-K-S.

Zauważmy, że konstrukcja rozwiązania iteracyjnego wykorzystuje koncepcję uogólnionego rozwiązania R-K-S. Poprawa wypłat decydentów w kolejnej rundzie, następuje w kierunku uogólnionego rozwiązania R-K-S, przy czym krok tej poprawy jest ograniczony przez wartość łącznego współczynnika zaufania decydentów.

5.2 Schemat procedury

Koncepcja iteracyjnego rozwiązania może być wykorzystana do budowy interakcyjnej procedury wspomagającej decydentów w znalezieniu niezdominowanego rozwiązania zgodnego z ich preferencjami. Zgodnie z koncepcją rozwiązania iteracyjnego przyjmujemy, że procedura ta jest opisana przez pewien proces - ciąg wypłat $\{d^t\}_{t=1}^{t=T}$ należących do zbioru porozumień. Proces rozpoczyna się w punkcie status quo i ma następujące własności: jest progresywny, oraz zbiega do rozwiązania Pareto optymalnego w zbiorze S . Poszczególne wypłaty d^t generowane są w kolejnych rundach procedury w zależności od preferencji decydentów, i mogą być traktowane jako propozycje rozwiązań mediacyjnych zgodnie z koncepcją procedury SNT. Zakłada się, że procedura

realizowana jest przez odpowiedni system komputerowy, współpracujący w interakcyjny sposób z decydentami.

Schemat procedury

Formalnie algorytm postępowania może być zapisany następująco: Niech d^t oznacza wektor wypłat w rundzie t , $d^t \in S$, oraz $d^0 = d$, dla $t = 1, 2, \dots$. Niech $S^t = \{y : y \in S, y \geq d^{t-1}\}$.

Każdy decydent i posługuje się dwoma parametrami, którymi może w każdej rundzie wpływać na przebieg procesu. Są to: punkt referencyjny $r_i^t \in \mathbb{R}^{m^i}$, oraz współczynnik zaufania $\alpha^i \in (\delta, 1]$, gdzie δ jest dowolnie małą liczbą $\delta > 0$. Punkty referencyjne wykorzystywane są do testowania i analizy osiągalnych rozwiązań oraz służą do wyrażania przez decydentów ich preferencji. Wybór odpowiedniej wartości współczynnika zaufania pozwala każdemu decydentowi (zgodnie z zasadą ograniczonego zaufania) ograniczyć możliwe przyrosty wypłat kontrdecydentów.

Krok 1. Przyjmij $t = 1$.

Krok 2. Rozpocznij interakcyjną analizę osiągalnych wypłat dokonywaną niezależnie przez poszczególnych decydentów $i = 1, 2, \dots, n$.

Krok 3. Przedstaw decydentowi i informację o punkcie idealnym I_i^t , oraz o punkcie status quo d^{t-1} .

Krok 4. Przyjmij podane przez decydenta wartości odpowiadające jego punktowi referencyjnemu r_{ij}^t , $j = 1, 2, \dots, m^i$, oraz założone punkty referencyjne decydentów pozostałych r_l^t , $l = 1, 2, \dots, n$, $l \neq i$.

Krok 5. Przyjmij podaną przez decydenta wartość współczynnika zaufania α_i^t .

Krok 6. Wyznacz i -niezdominowany punkt y_i^{it} decydenta i oraz punkt względnej utopii u^t i przewidywane rozwiązanie kooperacyjne rundy \hat{y}_i^t .

Krok 7. Wróć do kroku 4 i wyznacz następne punkty i -niezdominowane y_i^{it} , względnej utopii u^t , przewidywane rozwiązania \hat{y}_i^t powtarzając kroki 5 i 6 dla innych punktów referencyjnych podanych przez decydenta, tak długo, aż decydet będzie miał dostateczną informację, aby dokonać wyboru preferowanego (zgodnego z jego preferencjami) punktu referencyjnego \hat{r}_i^t oraz odpowiadających mu \hat{y}_i^{it} , \hat{y}_i^t , spośród analizowanych punktów y_i^{it} , \hat{y}_i^t .

Krok 8. Sprawdź czy wszyscy decydenci dokonali wyboru swoich preferowanych wypłat, jeśli nie, czekaj aż zakończą fazę interakcyjnego przeglądania zbioru wypłat w krokach 2-7.

Krok 9. Wyznacz kooperacyjne rozwiązanie $d^t = (d_1^t, d_2^t, \dots, d_n^t)$ rundy t .

Krok 10. Przedstaw wypłaty (rozwiązanie) d_i^t odpowiednio decydecie $i = 1, 2, \dots, n$.

Krok 11. Sprawdź czy rozwiązanie kooperacyjne rundy jest Pareto optymalne w zbiorze S . Jeśli tak - proces jest skończony, jeśli nie przyjmij następny numer rundy $t = t + 1$, i wróć do kroku 2.

W przedstawionej schematycznie procedurze mamy do czynienia z ciągiem problemów targu (S^t, d^{t-1}) . W każdej rundzie decydenci dokonują najpierw niezależnie analizy osiągalnych wypłat ze zbioru S^t przy użyciu punktów referencyjnych, a następnie wybierają preferowane rozwiązania w ich przestrzeniach kryteriów (kroki 2-6). Na podstawie wybranych przez decydentów preferowanych rozwiązań, oraz przyjętych współczynników zaufania, system

wyznacza i proponuje decydentom mediacyjne rozwiązanie kooperative danej rundy (kroki 9-10).

Problem interakcyjnego przeglądania przez decydentów zbioru osiągalnych rozwiązań może być różnie rozwiązany w różny sposób. Niżej rozpatrzemy dwa podejścia wykorzystujące podejście punktu referencyjnego, które mogą być stosowane w zależności od sformułowania problemu targu. Pierwsze ogólne podejście wykorzystuje idee funkcji osiągnięcia A. P. Wierzbickiego i można je stosować, gdy problem targu określony jest w przestrzeni decyzyjnej decydentów. Drugie podejście wykorzystuje idee maksymalizacji kierunkowej i leksykograficznej poprawy rozwiązań słabo niezdominowanych do rozwiązań niezdominowanych. Podejście to może być stosowane w przypadku, gdy zbiór porozumień jest określony bezpośrednio w przestrzeni kryteriów. Jego zaletą jest prostota obliczeniowa.

5.3 Analiza jednostronna

Kroki 2 do 7 procedury obejmują jednostronna analizę osiągalnych wypłat realizowaną niezależnie przez każdego decydenta. W celu tej analizy wymagane jest wyznaczenie rozwiązań niezdominowanych zgodnie z zakładanymi preferencjami danego decydenta. W ramach tej analizy każdy decydent przegląda zbiór swoich osiągalnych wypłat przy przyjmując różne założenia dotyczące swoich preferencji, ale także dotyczące preferencji pozostałych decydentów.

Analiza ta wykonywana jest w ogólnym przypadku z zastosowaniem podejścia punktu referencyjnego i funkcji osiągnięcia.

Punkty niezdominowane reprezentujące brzeg Pareto optymalny zbioru S dla decydenta i wyznaczone są jako rozwiązanie problemu typu:

Rozpatrujemy problem optymalizacji wielokryterialnej pojedynczego decydenta

$$\max_{x \in X_0} s(y_i(x), r), \quad (5.1)$$

gdzie

r jest wektorem punktów referencyjnych w przestrzeni \mathbb{R}^M , obejmującym punkt referencyjny decydenta i ale także zakładane przez niego punkty referencyjne decydentów pozostałych,

x jest wektorem zmiennych decyzyjnych,

$y_i(x)$ określa wektor kryteriów decydenta i ,

$s(y, r)$ jest funkcją osiągnięcia aproksymującą porządek w przestrzeni \mathbb{R}^M .

Ogólna forma funkcji osiągnięcia ma postać:

$$s(y, y^*) = \min_{1 \leq i \leq m} \sigma_i(y_i, y_i^a, y_i^r) + \rho \sum_{i=1}^m \sigma_i(y_i, y_i^a, y_i^r) \quad (5.2)$$

gdzie $y = f(x)$, natomiast y_i^a, y_i^r oznaczają odpowiednio poziomy aspiracji i rezerwacji podawane przez decydenta. Funkcje $\sigma_i(\cdot)$ mają postać

$$\sigma_i(y_i, y_i^a, y_i^r) = \begin{cases} 1 + \alpha(y_i - y_i^a)/(y_i^{up} - y_i^a), & \text{if } y_i^a \leq y_i \leq y_i^{up} \\ (y_i - y_i^r)/(y_i^a - y_i^r), & \text{if } y_i^r \leq y_i \leq y_i^a \\ \beta(y_i - y_i^r)/(y_i^r - y_i^{lo}), & \text{if } y_i^{lo} \leq y_i \leq y_i^r. \end{cases} \quad (5.3)$$

W rozpatrywanym przypadku punkty referencyjne $y^a = r$ natomiast punkt rezerwacji poprzyjmowany jest na poziomie punktu braku porozumienia $y^r = d$.

Zakładane punkty referencyjne oraz wyznaczone rozwiązania Pareto optymalne składowane są w bazie danych, tak że decydent może tworzyć reprezentację brzegu Pareto optymalnych rozwiązań. W szczególnym przypadku korzystano z prostszej wersji tej funkcji osiągnięcia, gdy parametr $\rho = 0$ i poprawy uzyskanego punktu zbioru S zgodnie z ideą rozwiązania leksykograficznego.

Przyjmijmy, że zbiór porozumień S określony jest bezpośrednio w przestrzeni kryteriów decydentów w formie układu nierówności $f_k(y) \geq 0$, gdzie $f_k : \mathbb{R}^M \rightarrow \mathbb{R}$, $k = 1, \dots, p$. Funkcje f_k mogą być liniowe, lub nieliniowe, zakłada się jednak, że spełnione są warunki **W4.2.1**, **W4.2.2**, **W4.2.3** - określenia problemu targu. Przy wymiarowości przestrzeni kryteriów M większej od trzech i przy znacznej liczbie nierówności określających zbiór porozumień, postać tego zbioru nie może być eksplicite przedstawiona decydentom. Możliwe jest natomiast wyznaczenie pewnej skończonej liczby punktów reprezentujących brzeg Pareto tego zbioru. W tym konkretnym przypadku rozwiązanie zadania 5.1 można wyznaczyć jako rozwiązanie zadania optymalizacji kierunkowej dobrze ilustrujące konstrukcję uogólnionego rozwiązania R-K-S. Należy zaznaczyć, że rozwiązania tych zadań mogą nie być Pareto optymalne i powinny być uzupełnione procedurą wyznaczania rozwiązania leksykograficznego.

Każdemu punktowi referencyjnemu r_i^t w przestrzeni kryteriów decydenta i , przy założeniu, że $r_i^t > d_i^t$, odpowiada pewien kierunek poprawy kryteriów: $\lambda_i^t = r_i^t - d_i^t$. Dla danego (przyjętego przez decydenta i) punktu referencyjnego, i -niezdominowany punkt tego decydenta y_i^{it} można wyznaczyć następująco:

$$\begin{aligned} y_i^{it} &= \max_{\geq} \{y_i \in \mathbb{R}^{m^i} : y \in S, y \geq d^{t-1}, \\ & y_i = d^{t-1} + a * \lambda_i^t \text{ dla pewnego } a \in R\}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Zauważmy, że jest to zadanie maksymalizacji w kierunku λ_i^t w zbiorze S^{it} stanowiącym rzut zbioru S^t na przestrzeń kryteriów decydenta i . Do wyznaczenia maksymalnego elementu w tym zbiorze w kierunku λ_i^t można użyć prostej metody przepołówienia (ang. bisection method).

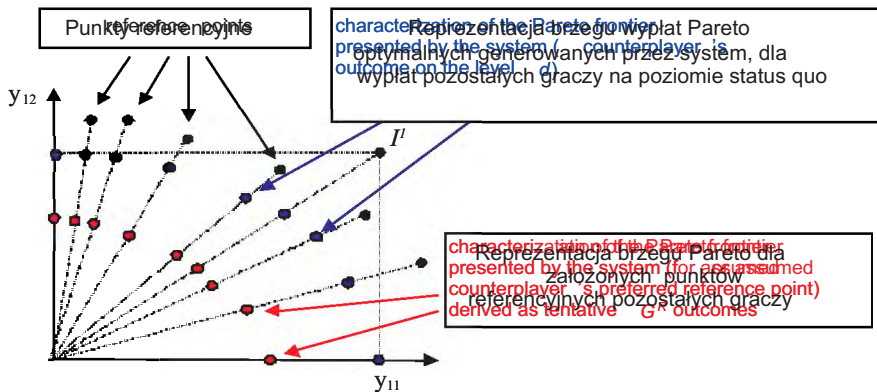
Wyznaczenie przewidywanego rozwiązania wymaga znajomości punktów referencyjnych lub kierunków poprawy pozostałych decydentów. Ponieważ decydent takiej informacji nie posiada, musi te wartości założyć. Może wykorzystać do tego celu informację z poprzednich rund, lub też przyjąć te wartości arbitralnie. Przyjmijmy, że dany decydent przyjmie wartości punktów referencyjnych zarówno dla siebie jak i dla wszystkich pozostałych decydentów. (Założono, że punkty referencyjne dla pozostałych decydentów są przyjmowane domyślnie na podstawie ich decyzji podjętej w poprzedniej rundzie, a w przypadku pierwszej rundy na podstawie punktu idealnego. Decydent może jednak przeglądać rozwiązania także dla innych, założonych przez siebie punktów referencyjnych innych decydentów). Oznaczmy przez $r^t = (r_1^t, r_2^t, \dots, r_n^t)$ określony w ten sposób punkt referencyjny w przestrzeni kryteriów wszystkich decydentów. Punktowi temu odpowiada pewien kierunek poprawy $\lambda^t = r^t - d^{t-1}$, $\lambda^t = (\lambda_1^t, \lambda_2^t, \dots, \lambda_n^t)$. Wyznaczymy, zgodnie z zależnością (5.4), punkty i -niezdominowane y_l^{it} , $l = 1, 2, \dots, n$, $l \neq i$. Punkty i -niezdominowane decydenta i i pozostałych decydentów określają punkt względnej utopii $u^t = (y_1^{it}, y_2^{it}, \dots, y_n^{it})$. Przewidywane rozwiązanie $\hat{y}^t = (\hat{y}_1^t, \hat{y}_2^t, \dots, \hat{y}_n^t)$ może być wyznaczone z zależności:

$$\hat{y}^t = d^{t-1} + \varepsilon^t * [u^t - d^{t-1}] \quad (5.5)$$

gdzie $\varepsilon = \min(\alpha_i^t, \alpha_{\max}^t)$, α_i^t jest współczynnikiem zaufania decydenta i ,

a α_{\max}^t jest maksymalną liczbą α taką, że $d^{t-1} + \alpha * [u^t - d^{t-1}]$ należy do zbioru S .

Rozwiązanie to wyznaczone jest przez rozwiązanie zadania optymalizacji kierunkowej. Zakłada się, że system wyznacza pewną liczbę tych rozwiązań dla różnych punktów referencyjnych proponowanych przez decydenta w interakcyjnej, procedurze uczącej. Uczenie się decydenta polega na tym, że mając coraz więcej informacji o charakterze zbioru S^t , a w szczególności o zbiorze wypłat niezdominowanych i o możliwych wypłatach kooperacyjnych, potrafi lepiej sprecyzować swoje preferencje i aspiracje, odpowiednio dobierając kolejne punkty referencyjne. Zakłada się, że proces ten trwa tak długo, aż decydent wybierze swoje preferowane rozwiązanie. Rozwiązanie to będzie się na ogół różnić od rozwiązania kooperacyjnego wyznaczonego w danej rundzie na podstawie kierunków poprawy – punktów referencyjnych wybranych rzeczywiście przez wszystkich decydentów.



Rysunek 5.1. Przeglądanie zbioru niezdominowanych wypłat dla decydenta na podstawie przyjmowanych przez niego punktów referencyjnych

Rysunek 5.1 ilustruje możliwości przeglądania przez danego decydenta jego osiągalnych wypłat. W wyniku takiego przeglądania,

decydent uzyskuje reprezentację brzegu wypłat Pareto optymalnych i może wskazać preferowaną wypłatę. Zauważmy, że dany decydent może tworzyć różne reprezentacje brzegu Pareto optymalnego zbioru S dla różnych zakładanych punktów referencyjnych innych decydentów. Etap analizy jednostronnej kończy się, gdy wszyscy decydenci określą swoje preferowane wypłaty.

5.4 Analiza wielostronna

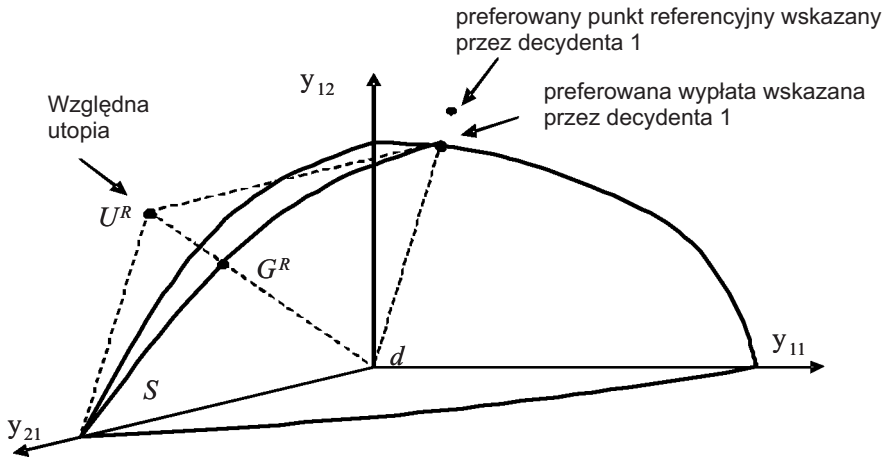
Etap analizy wielostronnej obejmuje wyznaczenie propozycji mediacyjnej, jej analizę przez decydentów oraz powrót do analizy jednostronnej w kolejnej rundzie procedury. Rozwiązanie kooperacyjne danej rundy (krok 9) wyznaczone jest jako rozwiązanie zadania 5.1. Przyjmijmy, że określony jest przez wszystkich decydentów wektor preferowanych punktów referencyjnych $\hat{r}^t = (\hat{r}_1^t, \hat{r}_2^t, \dots, \hat{r}_n^t)$ oraz deklarowanych współczynników zaufania. Punkty i-niezdominowane poszczególnych decydentów są wyznaczone z zależności (5.4) dla punktów referencyjnych \hat{r}_i^t . Punkty i-niezdominowane określają punkt względnej utopii \hat{u}^t . Rozwiązanie kooperacyjne jest wówczas wyznaczone z zależności:

$$\max_{x \in X_0} s(y_i(x), \hat{u}^t). \quad (5.6)$$

Oznaczmy wyznaczony w ten sposób wektor wypłat przez \hat{y}^t . Propozycja mediacyjna wyliczona jest jako

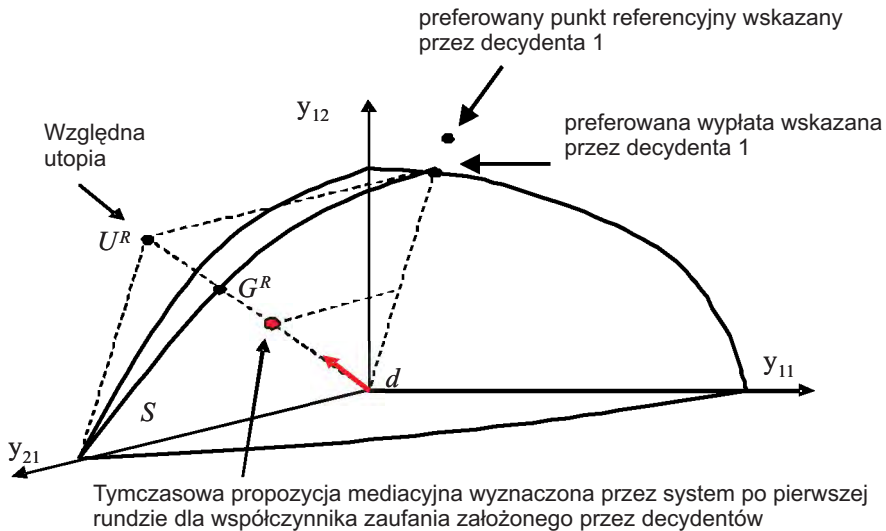
$$d^t = d^{t-1} + \varepsilon^t * [\hat{y}^t - d^{t-1}],$$

gdzie ε^t określone jest na podstawie współczynników zaufania zadeklarowanych przez decydentów na końcu analizy jednostronnej rundy t .



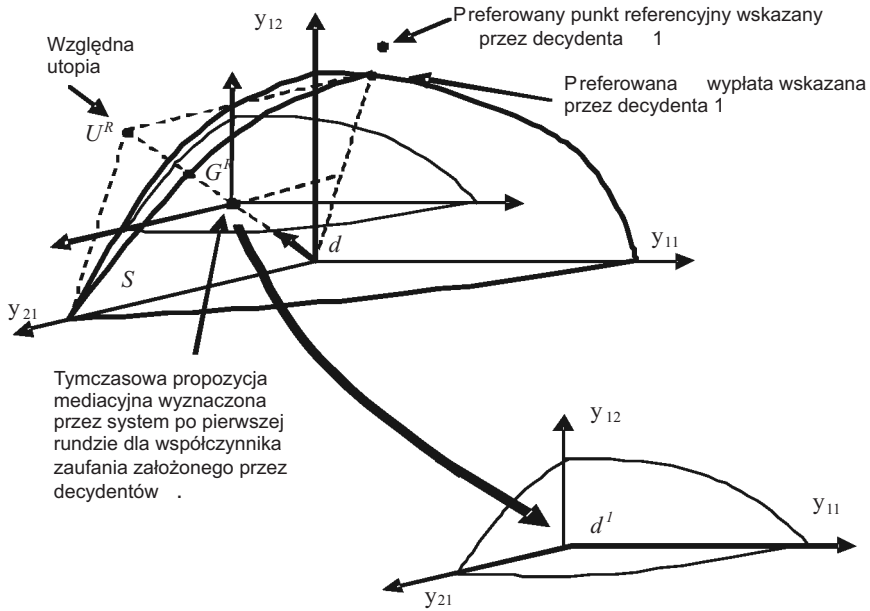
Rysunek 5.2. Wyznaczanie punktu względnej utopii i uogólnionego rozwiązania Raiffy-Kalaja-Smorodinsky'ego

Na podstawie preferowanych wypłat wskazanych przez wszystkich decydentów można wyznaczyć punkt względnej utopii, oraz uogólnione rozwiązanie Raiffa, Kalai, Smorodinsky'ego, co pokazuje Rys. 5.2. Rys. 5.3 ilustruje jak wyznaczana jest propozycja



Rysunek 5.3. Wyznaczanie propozycji mediacyjnej na podstawie założonego współczynnika zaufania

mediacyjna w danej rundzie procedury, z uwzględnieniem założonego (na podstawie decyzji decydentów) współczynnika zaufania. Rys. 5.4 ilustruje przejście do kolejnej rundy analizy i wyznaczania kolejnej propozycji mediacyjnej.



Rysunek 5.4. Propozycja mediacyjna jako punkt status quo w kolejnej rundzie analizy

5.5 Podsumowanie

Zaproponowano interakcyjną procedurę wspomagającą proces mediacji w wielokryterialnym problemie targu. W kolejnych rundach tej procedury wyznaczane są propozycje mediacyjne na podstawie koncepcji rozwiązań wielokryterialnego problemu targu zaproponowanych w rozdziale poprzednim. Wyznaczanie propozycji mediacyjnej w kolejnej rundzie poprzedzone jest etapem analizy wielokryterialnej dokonywanej niezależnie przez każdego decydenta (analizy jednostronnej), w wyniku której decydent określa swoje preferencje w przestrzeni swoich kryteriów. Analiza wielokryterialna dokonywana jest metodą punktu referencyjnego z wykorzystaniem odpowiednio zbudowanej funkcji osiągnięcia. Propozycja mediacyjna konstruowana jest z wykorzystaniem informacji o preferencjach wszystkich decydentów i przedstawiana decydom do analizy zwanej analizą wielostronną. Decydenci w kolejnej rundzie powtarzają jednostronną analizę wielokryterialną z uwzględnianiem nowej propozycji mediacyjnej. Każdy z nich ma możliwość modyfikacji swoich wcześniej wskazanych preferencji.

Teoretyczną podstawę tej procedury stanowi oryginalna koncepcja rozwiązania iteracyjnego, zgodnie z którą generowany jest ciąg rozwiązań wielokryterialnego problemu targu. Pokazano właściwości tej koncepcji, a w szczególności, że przy racjonalnych zachowaniach decydentów, ciąg ten jest zbieżny do związania Pareto optymalnego w zbiorze porozumień.

Uwagi końcowe

W pracy rozpatruje się sytuacje decyzyjne, w których decydenci mogą odnosić korzyści w wyniku wzajemnej współpracy. Korzyści te określane są w porównaniu z sytuacją, gdyby dany decydent nie przystąpił do współpracy, zgodnie z koncepcją BATNA. Każdy decydent podejmuje niezależne decyzje oraz ma swój niezależny wektor kryteriów określający wyniki tych decyzji i swoje preferencje wyboru. Wartości kryteriów danego decydenta zależą od decyzji wszystkich decydentów.

Zakłada się, że dany jest model matematyczny pozwalający wyznaczyć wartości kryteriów każdego decydenta w zależności od decyzji wszystkich decydentów. Model nie opisuje preferencji decydentów. Nie zakłada się istnienia określonych funkcji użyteczności decydentów. Zaproponowano metody wspomagające analizę decyzyjną w wielokryterialnej przestrzeni wypłat stanowiącej iloczyn kartezyjański przestrzeni kryteriów poszczególnych decydentów oraz procedury umożliwiające znalezienie zgodnych decyzji. Przedstawiono ogólny opis matematyczny rozważanych sytuacji decyzyjnych i na tej podstawie sformułowano model wielokryterialnego problemu targu (rozdział 4) rozpatrywany dalej w pracy, a także sformułowano model wielokryterialnej gry kooperacyjnej,

w której uwzględnia się wpływ możliwych koalicji na rozwiązania i wypłaty graczy.

W przypadku wielkryterialnego problemu targu zaproponowano uogólnione rozwiązanie Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego (R-K-S) oraz jego aksjomatyczną charakteryzację. Założono, że każdy gracz ma możliwość analizy niezdominowanych wypłat w swojej przestrzeni kryteriów. Na podstawie wskazanych przez graczy wypłat, wybranych zgodnie z ich preferencjami, konstruuje się tzw. punkt względnej utopii. Punkt ten uwzględniający preferencje wszystkich graczy jest podstawą konstrukcji proponowanego rozwiązania. Rozwiązanie to, w przypadku jednokryterialnych wypłat, sprowadza się do rozwiązania R-K-S. Nie jest natomiast prostym rozszerzeniem klasycznego rozwiązania R-K-S konstruowanym z wykorzystaniem punktu idealnego w przestrzeni wielokryterialnych wypłat. Pokazano, że w szczególnych przypadkach rozwiązanie to może być tylko słabo niezdominowane w zbiorze wypłat. Kolejna propozycja dotyczy, uogólnionego na przypadek wielokryterialnych wypłat, rozwiązania Imai, wykorzystującego porządek leksykograficzny. Podano idee algorytmu umożliwiającego poprawę słabo niezdominowanych rozwiązań R-K-S do rozwiązań niezdominowanych. Przedstawiono również konstrukcje umożliwiające uogólnienie na przypadek wielokryterialnych wypłat klasycznych rozwiązania Nasha i Rozwiązania Egalitarnego. Przeprowadzono analizę własności tych rozwiązań.

Przedstawiane w pracach (Kruś, Bronisz 1993, Kruś 2002) sformułowania wielokryterialnego problemu targu i koncepcje rozwiązań były następnie przedmiotem badań innych autorów np. (Hinojosa i inni 2005), (Marmol i inni 2007).

Koncepcje uogólnionych rozwiązań R-K-S oraz Imai zostały zastosowane w konstrukcji interakcyjnych procedur wspomagan

analizy decyzyjnej decydentów i wyznaczania propozycji mediacyjnych. Wielostronna analiza decyzyjna poprzedzona jest etapem analizy jednostronnej, w trakcie której każdy decydent niezależnie bada zbiór swoich niezdominowanych wypłat w swojej przestrzeni kryteriów, wykorzystując podejście punktu referencyjnego. Wskazane przez każdego decydenta wypłaty, wybrane zgodnie z jego preferencjami, są podstawą wyznaczenia propozycji mediacyjnej. Propozycja ta uwzględnia preferencje wszystkich decydentów i jest przedmiotem analizy wielostronnej. W kolejnych rundach powtarzane są oba etapy analizy. Sformułowano w tym celu koncepcję rozwiązania iteracyjnego i pokazano jego zbieżność do rozwiązania Pareto optymalnego.

Przedstawiono koncepcje ogólnej konstrukcji komputerowych systemów wspomaganie decyzji w rozpatrywanych sytuacjach przetargowych. Procedura wykorzystująca rozwiązanie iteracyjne została zaimplementowana w systemie komputerowym MCBARG. Zamieszczono dwa przykłady ilustrujące wielokryterialny problem targu: przykład dotyczący zagadnienia kwaśnych deszczów oraz przykład dotyczący współpracy gospodarstw rolnych. Przykłady te zostały wprowadzone do systemu i pozwalają prześledzić jego działanie.

W rozdziale 7 rozpatrzono sytuacje kooperacyjne opisywane przez modele wielokryterialnych gier koalicyjnych bez wypłat ubocznych. Podano sformułowanie matematyczne takiej gry, a następnie zbadano jej własności i sformułowano koncepcje rozwiązań takie jak rdzeń i nukleolus gry. Zaproponowano oryginalny sposób określania funkcji nadwyżki uwzględniającej preferencje graczy oraz generowaną przez tę funkcję postać nukleolusa. Nucleolus ten, w przypadku klasycznych gier targu, sprowadza się do koncepcji podanej przez Schmeidlera (1969), natomiast w przypadku gier

targu sprowadza się do uogólnionego rozwiązania Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego podanego w pracy (Kruś, Bronisz 1993) i rozpatrywanego w pracy (Kruś 2002) oraz omówionego w rozdziale 4. Podano również ideę iteracyjnej procedury wspomagającej analizę i wyznaczenie rozwiązania mediacyjnego. Przedstawiane problemy były wcześniej przedmiotem prac (Kruś, Bronisz 1995), (Kruś 2008). Podane propozycje korespondują z ideą zastosowania punktów referencyjnych do wyznaczania propozycji mediacyjnych w grach koalicyjnych przedstawioną w pracy (Wierzbiński 2005).

W rozdziale 8 rozpatrzono problem decyzyjny, w którym podmioty decyzyjne negocjują realizację wspólnego lub wspólnych przedsięwzięć w celu pozyskania wiązki dóbr. Mogą działać indywidualnie lub tworzyć koalicje. Problem dotyczy podziału pozyskanej wiązki dóbr i udziału w kosztach przedsięwzięć. Zaproponowano model rodziny gier kooperacyjnych opisującej ten problem alokacji kosztów z uwzględnieniem mechanizmu cenowego i wypłat ubocznych. Zagadnienie to przedstawiono na podstawie wcześniejszej pracy (Kruś, Bronisz 2000). Zbadano różne koncepcje rozwiązań tych gier. Zaimplementowano algorytm wyznaczania różnych koncepcji nukleolusa traktowanego jako podstawę do wyznaczania propozycji mediacyjnych. Przedstawiono przykład numeryczny ilustrujący proponowane analizy. Zaproponowano również procedurę wspomagającą analizę wielokryterialną i proces mediacji. Problem alokacji i kosztów jest również rozpatrywany w sytuacji, gdy wypłata danej koalicji zależy nie tylko od graczy, którzy ją tworzą, ale także od struktury koalicyjnej graczy pozostałych (rozdział 9). Sytuację taką opisano jako grę kooperacyjną w postaci funkcji partycji. Uzyskane wyniki dotyczą koncepcji rozwiązań w tych grach i ich analizy. Istotne jest w szczególności pokazanie koincydencji rdzenia takiej gry z rdzeniem odpowiednio skonstruowanej gry w postaci funkcji charakterystycznej. Rdzeń

taki określa ramy, w których decydenci mogą prowadzić negocjacje. Można również wtedy zastosować podejście prezentowane w rozdziale 8. Nowe zagadnienia badań w tym kierunku mogą dotyczyć koncepcji rdzeni optymistycznych i pesymistycznych rozpatrywanych w pracach Koczy'ego (2007, 2008).

Uzyskane wyniki teoretyczne mogą mieć zastosowanie nie tylko w omawianym problemie kooperacji, opisywanym jako modele targu lub modele gier kooperacyjnych z wektorowymi wypłatami graczy, ale także w szerszej klasie zagadnień dotyczących także sytuacji niekooperacyjnych. Przykładowo, algorytm interakcyjnej procedury mediacyjnej, wykorzystującej idee rozwiązania iteracyjnego oraz metodę punktu referencyjnego i funkcji osiągnięcia, został zastosowany dla przypadku wielokryterialnej, niekooperacyjnej gry dynamicznej dotyczącej tzw. „wojny rybnej” (prace magisterskie: Cichoń (1989), Kaniewski (1990)), w eksperymentalnym systemie komputerowym. Wielokryterialne rozwiązania w grach niekooperacyjnych były rozpatrywane między innymi w pracach (Wierzbicki 1990, Kruś, Bronisz 1994).

Równolegle z badaniami, których wyniki przedstawia się w tej pracy, prowadzonych z zastosowaniem analizy wielokryterialnej i podejścia punktu referencyjnego, prowadzono prace z zastosowaniem idei funkcji użyteczności. Wykorzystywano koncepcje funkcji użyteczności R. Kulikowskiego (1998, 2002, 2003) inspirowane pracami Savage (1954), Tverskiego i Kahnemana (Tversky 1967, Tversky, Kahneman 1981). Uzyskane wyniki (Kruś 2002a, 2004a), (Kulikowski, Kruś 2003) dotyczą między innymi konstrukcji systemów komputerowych wspomagania analizy decyzyjnej, analizy wspólnych przedsięwzięć innowacyjnych, analizy problemu kooperacji na przykładzie szkoły wyższej. W przypadku stosowania koncepcji funkcji użyteczności decydentów, szczególnie istotny jest problem

identyfikacji jej postaci na podstawie interakcji z decydentami. Interesujące ze względu na zastosowania w praktyce i jako przedmiot dalszych badań są procedury budowy modelu preferencji decydentów prezentowane w pracach (Greco, Mousseau, Słowiński 2008), (Figueira, Greco, Mousseau, Słowiński 2008), oraz zastosowanie teorii zbiorów przybliżonych (Greco, Matarazzo, Słowiński 2001, 2008).

Bieżące i planowane badania dotyczą również zastosowania metod proponowanych w pracy do analizy motywacyjnie zgodnych wielokryterialnych mechanizmów rynkowych z wykorzystaniem systemów wieloagentowych. Zagadnienie zgodności motywacji w mechanizmach rynkowych rozwijane jest w pracach E. Toczyłowskiego (por. Toczyłowski 2003, 2009). Dotyczy ono badania i konstrukcji takich mechanizmów rynkowych, w których harmonizowane są interesy uczestników tak, że występowałaby zgodność ich motywacji i uczestnicy ci byłoby skłonni do przekazywania niezafałszowanych informacji, umożliwiającą efektywne funkcjonowanie danego systemu. W pracy (Kruś, Skorupiński, Toczyłowski 2010) zagadnienie to jest badane jest na przykładzie problemu producenta i jego klientów.

Przedstawiane w tej pracy metody są zgodne z ideami dotyczącymi zaufania i uczciwości w systemach rozproszonych (A. Wierzbicki 2010), stanowiącymi kolejny interesujący kierunek dalszych badań.

Bibliografia

- Alcamo J., Shaw R., Hordijk L. (1990) The RAINS Model of Acidification, Science and Strategies in Europe. Kluwer Ac. Publ., Dordrecht.
- Ameliańczyk, A. (1979) Multicriterial optimization of international economic cooperation control. Prace Naukowe ICT Polit. Wrocław. Nr 39.
- Aumann, R. J. (1961) The Core of Cooperative Games without Side Payments. *Trans. Amer. Math. Soc.* Vol. 98, 539-552.
- Aumann, R. J. (1967) A Survey of Games without Sidepayments. In: *Essays in Mathematical Economics*, M. Shubik, ed., Princeton University Press, 3-27.
- Aumann, R.J., Maschler, M. (1964) The Bargaining Set for Cooperative Games. In: *Advances in Game Theory* (M. Dresher, L. S. Shapley and A. W. Tucker, eds.), *Annals of Mathematics Studies*, No. 52, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

- Auman, R.J., Peleg, B. (1960) Von Neumann-Morgenstern solutions to cooperative games without side payments, *Bull. of the American Mathematical Society*. 66, 173-179.
- Axelrod R., (1985), *The Evolution of Cooperation*. Basic Books, New York.
- Barclay S., Peterson C (1976) Multi-attribute Models for Negotiations. Technical Report 76-1, Decisions and Designs, Inc. McLean, VA.
- Bednarczuk E. (2005) Parametryczne problemy optymalizacji wielokryterialnej, warunki stabilności rozwiązań. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT. Warszawa.
- Bednarczuk E. (2006) Stability analysis for parametric vector optimization problems. *Dissertationes Mathematicae*. Warszawa.
- Benayoun R., de Montgolfier J., Laritchev O. (1971) Linear programming with multiple objective functions: Step Method (STEM). *Mathematical Programming*, 1, 366-375.
- Bergstresser, K., P.L. Yu (1977) Domination Structures and Multicriteria Problems in N-person Games. *Theory and Decision*, Vol. 8, 5-48.
- Bergman L., H. Cesar, G. Klaassen (1990) A Scheme for Sharing the Costs of Reducing Sulfur Emissions in Europe. WP-90-005.IIASA, Laxenburg, Austria.
- Billera L.,J., Heath D. C. (1982) Allocation of Shared Costs: A Set of Axioms Yielding a Unique Procedure, *Mathematics of Operations Research*, Vol. 7, No. 1, 32-39.

- Blass A., Raiffa H. (1986) Copmuter Program for Investigating the Efficient Solutions of Two-party, multiple-issue Negotiations, Unpublished Manuscript, Harvard University.
- Bouyssou D., Marchant T., Pirlot M., Tsoukias A., Vincke P. (2006) Evaluation and Decision Models with Multiple Criteria. Springer.
- Branke, J., Deb, K., Miettinen, K., Słowiński, R. (Eds.) (2008) Multiobjective Optimization, LNCS 5252, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.
- Bronisz P., L. Krus (1986a), Interactive System Aiding Decision Making in Multiobjective Cooperative Games. Mathematical Background, *Syst. Anal. Model. Simul.*, vol.3, 387-394.
- Bronisz P., L. Krus (1986b) Supporting of Negotiation in Bargaining Problem with Multiple Payoffs. W: Proceedings of the 1986 IFAC Workshop on Modeling, Decision and Game with Application to Social Phenomena, Vol II, Beijing, China, 496-502.
- Bronisz P., L. Kruś (1987) A Mathematical Basis for System Supporting Multicriteria Bargaining, *Archiwum Automatyki i Telemechaniki*, vol. 4, Warsaw, Poland, 331-337.
- Bronisz P., L. Kruś, B. Lopuch (1987) An Experimental System Supporting Multiobjective Bargaining Problem. A Methodological Guide, W: Theory, Software and Testing Examples for Decision Support Systems, ed. A. Lewandowski, A.P.Wierzbicki, IIASA, Laxenburg.

- Bronisz P., L. Kruś, (1988a) Application of Generalized Raiffa Solution to Multicriteria Bargaining Support. W: System Modeling and Optimization, M. Iri, K. Yajima (eds), Lecture Notes in Control and Information Sciences 113, Springer-Verlag, 207-211.
- Bronisz P., L. Kruś, (1988b) Interactive Procedures for Multicriteria Decision Support in Bargaining Problem. W: System Analysis and Simulation, A. Sydow, S.G. Tzafestas, R. Vichnevetsky (eds), Band 46, Akademie-Verlag, Berlin, 59-62.
- Bronisz P., L. Kruś, A. Wierzbicki (1989) Towards Interactive Solutions in a Bargaining Problem, W: Aspiration Based Decision Support Systems, ed.: A.Lewandowski, A.P.Wierzbicki, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 331, Springer Verlag, Berlin, 251-268.
- Bronisz P., H. Bury, L. Kruś (1989) Interaktywny system wspomagający analizę strategii rozwojowych. W: Materiały 1-szej Krajowej Konferencji BOiS, IBS PAN, Warszawa.
- Bronisz P., L. Kruś (1989a) Dynamic Solution of Two-Person Bargaining Games. in: Processes of International Negotiations, F. Mautner-Markhof (ed.), Westview Press, Boulder, 449-456.
- Bronisz P., L. Kruś (1989b) An Experimental System Supporting Negotiation on Joint Development Program. in: Processes of International Negotiations, F. Mautner-Markhof (ed.), Westview Press, Boulder, 519-529.
- Bui T. (1987) Co-oP - A Group Decision Support System for Cooperative Multiple Criteria Group Decision Making. Lecture Notes in Computer Science 290, Springer Verlag, Berlin.

- Bury H., L. Kruś, R. Kulikowski (1988) Supporting Planning Decisions by Experiments with Complex Development Model. W: Methodology and Applications of Decision Support Systems, Third Polish Finnish Conference, Sobieszewo 1988. IBS PAN. Warszawa.
- Chander, P., Tulkens, H. (1997) The core and economy with multilateral environmental externalities, *International Journal of Game Theory* 26(3), 379-401.
- Chankong, V., Haimes, Y.Y.(1983) Multiobjective Decision Making: Theory and Methodology. Elsevier Science Publishing, New York.
- Charnes, A., Cooper, W.W., Ferguson, R.O. (1955) Optimal estimation of executive compensation by linear programming. *Management Science* 1(2), 138-151.
- Charnes, A., Cooper, W.W. (1961) Management Models and Industrial Applications of Linear Programming, John Wiley and Sons, New York.
- Charnes, A., Cooper, W.W.(1977) Goal programming and multiple objective optimization; part 1. *European Journal of Operational Research* 1(1), 39-54.
- Chen E., Vahidov R., Gregory E. Kersten G.E.(2005) Agent-supported negotiations in the e-marketplace. *International Journal of Electronic Business*, 3 (1), 28-49 .
- Cichoń T. (1989) Narzędzia softwerowe do symulacji i wspomaganie decyzji w przypadku wielokryterialnej gry dynamicznej. Praca magisterska, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki, Instytut Automatyki.

- Cruijssen F., Cools M. and Dullaert W. (2007) Horizontal cooperation in logistics: Opportunities and impedimenta. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 43(2), 129-142.
- Davis M., Maschler M. (1965), The Kernel of a Cooperative Game, *Naval Research Logistic Quarterly*, Vol. 12.
- Deb K. (2008), Introduction to Evolutionary Multiobjective Optimization. W: Multiobjective Optimization, Branke, J., Deb, K., Miettinen, K., Slowiński, R. (Eds.), LNCS 5252, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 57-95.
- Deb K., Chaudhuri S., Miettinen K.(2006) Towards estimating nadir objective vector using evolutionary approaches. W: Keijzer, M., i inni (red) Proceedings of the 8th Annual Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-2006), Seattle, vol. 1, 643-650. ACM Press, New York.
- Dell R. F., Karwan M. H. (1990) An Interactive MCD Weight Space Reduction Method Utilizing a Tchebysheff Utility Function. *Naval Research Logistics*, 37, 263-277.
- Dreyfus S. (1985) Beyond Rationality, W: M. Grauer, M. Thompson, A. P. Wierzbicki (eds): Plural Rationality and Interactive Decision Processes, Proceedings Sopron 1984, Springer-Verlag, Heidelberg.
- Ehtamo H., Hamalainen R.P. (2001) Interactive multiple-criteria methods for reaching pareto optimal agreements in negotiations. *Group Decision and Negotiation*, 10(6):475-491.
- Fandel G., (1979) Optimale Entscheidungen in Organisationen, Springer-Verlag, Heidelberg.

- Fandel G., A.P. Wierzbicki, (1985) A Procedural Selection of Equilibria for Supergames, (private unpublished communication).
- Fandel G., Gal T. (red)(1997): Multiple Criteria Decision Making. LNEMS 448, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.
- Figueira J., Greco S., Ehrgott M. (red)(2005) Multiple Criteria Analysis State of the Art Surveys. Springer + Business Media Inc.
- Figueira J., Greco S., Mousseau V., Słowiński R. (2008) Interactive Multiobjective Optimization Using a Set of Additive Value Functions. W: J. Branke i inni (red.) Multiobjective Optmization. LNCS 5252, 97-119. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.
- Fernández F.R., Hinojosa M.A., Puerto J. (2004) Multi-criteria minimum cost spanning tree games. *European Journal of Operational Research*, 158 (2), 399-408.
- Fisher R., Ury W., (1981) Getting to Yes, Houghton Mifflin, Boston.
- Fortuna Z., Kruś L. (1984) Simulation of an Interactive Metod Supporting Collectiva Decision Making using a Regional Development Model. In: Interactive Decision Analysis, M. Grauer, A. P. Wierzbicki eds., Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer, Berlin, 201-209.
- Galas Z., Nykowski I., Żółkiewski Z, (1987) Programowanie wielokryterialne. Państwowe Wydawnictwo Naukowe. Warszawa.
- Gass, S., Saaty, T.(1955) The computational algorithm for the parametric objective function. *Naval Research Logistics Quarterly* 2, 39-45. Springer-Verlag, Heidelberg.

- Gately D. (1974) Sharing the Gains from Regional Cooperation: A Game Theoretic Application to Planning Investment in Electric Power, *International Economic Review*, Vol. 15.
- Gembicki, F., Y. Y. Haimes (1975) Approach to Performance and Multiojective Sensitive Optimization: the Goal Attainment Method. *IEEE Automatic Control* AC-20, No. 6.
- Geoffrion, A.M.(1968) Proper efficiency and the theory of vector maximization. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 22(3), 618-630.
- Gillies D. B. (1959) Solution to General Nonzero Sum Games, *Annals of Mathematics Studies*, Vol. 40.
- Goeltner C. (1987) The Copmuter as a Third Party: Decision Support System for Two Party Single-issue and Two Party multiple-issue Negotiations. Working Paper 1958-87, Alfred P. Sloan School of Management, MIT, Cambridge, MA.
- Gondzio J., Makowski M. (1995) HOPDM - Modular Solver for LP Problems: Users Guide to version 2.12. Working Paper WP-95-50, International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg.
- Granat J., Makowski M. (2000) Interactive specification and analysis of aspiration-based preferences. *EJOR*, 122 (2) 469-485.
- Grauer M., M. Thompson, A.P. Wierzbicki (eds), (1985) Plural Rationality and Interactive Decision Processes, Proceedings Sopron 1984, Springer-Verlag, Heidelberg.
- Greco S., Matarazzo B., Słowiński R. (2001) Rough Sets Theory for Multicriteria Decision Analysis. *EJOR*, 129, 1-47.

- Greco S., Matarazzo B., Słowiński R. (2008) Dominance-Based Rough Set Approach to Interactive Multiobjective Optimization. W: J. Branke i inni (red.) *Multibjective Optmization*. LNCS 5252, 121-155. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.
- Greco S., Mousseau V., Słowiński R. (2008) Ordinal Regression Revisited: Multiple criteria ranking with a set of Additive Value Functions. *EJOR*. 191 (2) 416-436).
- Harsanyi J.C., R. Selten, (1972) A Generalized Nash Solution for Two-Person Bargaining Games with Incomplete Information, *Management Sciences*, Vol. 18, 80-106.
- Heiskanen P., Ehtamo H., Hamalainen R.P. (2001) Constraint proposal method for computing Pareto solutions in multi-party negotiations. *European Journal of Operational Research*, 133(1), 44-61.
- Hordijk L. (1991) Use of the RAINS Model in Acid Rains Negotiations in Europe. *Environmental Science Technology*, 25 (4).
- Huang, C.Y., Sjöström, T. (2003) Consistent solutions for cooperative games with externalities, *Games and Economic Behavior* 43, 196-213.
- Hwang C., Masud A. S. M., Paidy S. R., Yoon K. (1979) *Multiple Objective Decision Making: Methods and Applications, A state-of-the-art survey*. Springer Verlag.
- Ignizio, J.P.(1985) *Introduction to Linear Goal Programming*. Sage Publications, Beverly Hills.
- Imai H., (1983) Individual Monotonicity and Lexicographical Maxmin Solution, *Econometrica*, Vol.51, 389-401.
- Jahn, J.(2004) *Vector Optimization*. Springer, Berlin.

- Jacket-Lagreze E., Siskos J. (1982) Assessing a set of Additive Utility Functions for Multicriteria Decision Making: The UTA Method. *EJOR*, 10:151-164.
- Jacket-Lagreze E. (1990) Interactive Assessment of Preferences Using Holistic Judgements. The PREFCALC system. W: Readings in Multiple Criteria Decision aid, (C. A. Bana e Costa Ed.). Springer Verlag, Berlin, 335-350.
- James L.D., R.R. Lee, (1971) Economics of Water Resources Planning. New York, McGraw-Hill.
- Jaszkiewicz A., Słowiński R. (1995) The light-beam search – outranking based interactive procedure for multiple -objective mathematical programming. W: Advances in Multicriteria Analysis (Pardalos P. M., Siskos Y., Zopoundis C. red.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 129-146.
- Jarke M., Jelassi M. T., Shakun M. F. (1987) Mediator: Towards a negotiation support system. *European Journal of Operation Research* 31, 314-334.
- Kalai, E. (1975) Excess Functions for Cooperative Games without Sidepayments. *SIAM J. Appl. Math.*, Vol.29, No. 1, 60-71.
- Kalai E., Smorodinsky M. (1975) Other Solutions to Nash's Bargaining Problem, *Econometrica*, Vol. 43, 513-518.
- Kaliszewski, I.(1994) Quantitative Pareto Analysis by Cone Separation Technique. Kluwer, Dordrecht.
- Kaliszewski I., Zionts S. (2004) Generalization of the Zionts-Wallenius Multicriteria Decision Making Algorithm. *Control and Cybernetics* 3, 477-500.

- Kaliszewski, I. (2006) *Soft Computing for Complex Multiple Criteria Decision Making*, Springer.
- Kaniewski M., (1990) *Wspomaganie decyzji w wielokryterialnych grach dynamicznych na przykładzie modelu gry połowowej*. Praca magisterska, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki, Instytut Automatyki.
- Keeney, R.L., Raiffa, H. (1976) *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*. Wiley, Chichester.
- Kersten G. E. (1985) *NEGO - Group Decision Support System*. *Information and Management*. Vol. 8., 237-386.
- Kersten G. E. (1988) *A Procedure for Negotiating Efficient and Non-Efficient Compromises*. *Decision Support Systems* 4, 167-177, North-Holland.
- Kersten, G. E.; Koszegi, S.T.; Vetschera, R. (2002) *The effects of culture in anonymous negotiations: experiment in four countries*. System Sciences, System Sciences, 2002. HICSS. Proceedings of the 35th Annual Hawaii International Conference, 7-10 Jan. 2002 , 418 - 427.
- Kersten G., Lo G. (2003) *Aspire: an integrated negotiation support system and software agents for e-business negotiation*. *International Journal of Internet and Enterprise Management*, 1 (3), 293 - 315.
- Kersten G. E., Michalowsky W., Matwin S., Szpakowicz S. (1988) *Rule-based Modelling of Negotiation Strategies*. *Theory and Decision*, Vol. 25., 225-257.

- Kersten G. E., Michalowski W., Szpakowicz S., Koperczak Z. (1991) Restructurable Representations of Negotiations. *Management Science*, 37 (10).
- Kersten G.E., Sunil J. (1999) WWW-based negotiation support: design, implementation, and use. *Decision Support Systems* 25, (2), 135-154.
- Kersten G. E., Szapiro T. (1986) Generalized Approach to Modeling Negotiations, *European Journal of Operational Research*, Vol. 26, 1, 142-149.
- Khorram E., Zarepisheh M., Ghaznavi-ghosoni B.A.(2010) Sensitivity analysis on the priority of the objective functions in lexicographic multiple objective linear programs *EJOR*, 207, 1162-1168.
- Kóczy L.Á. (2007) A Recursive Core for Partition Function Form Games. *Theory and Decision* 63, 41-51.
- Kóczy L.Á. (2008) Sequential Coalition Formation and the Core in the Presence of Externalities. *Games and Economic Behavior*
- Konarzewska-Gubała E. (1980) Programowanie przy wielorakości celów. Warszawa. PWE.
- Konarzewska-Gubała E. (1991) Wspomaganie decyzji wielokryterialnych: system „Bipolar”. *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu. Seria Monografie i Opracowania*, 76.
- Kopelowitz A. (1967) Computation of the Kernels of Simple Games and the Nucleolus of N-Person Games. RM No. 31, Research Program in Game Theory and Math. Economics, Department of Mathematics, Hebrew University of Jerusalem.

- Korhonen P., Laakso J. (1986) A Visual Interactive Method for Solving the Multiple Criteria Problem. *EJOR*, 24, 227-287.
- Korhonen P., Salo S., Steuer, R.E.(1997) A heuristic for estimating nadir criterion values in multiple objective linear programming. *Operations Research* 45(5), 751-757.
- Korhonen P., Moskowitz H., Wallenius J., Zionts S. (1986) An Interactive Approach to Multiple Criteria Optimization with Multiple Decision-Makers. *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 33, 589-602, John Wiley & Sons.
- Korhonen P., Wallenius J. (1989) Supporting Individuals in Group Decision-making. Helsinki School Of Economics, Finland.
- Kostreva M.M., Ogryczak W., Wierzbicki A. (2004) Equitable Aggregation and Multiple Criteria Analysis. *EJOR*, 158, 362-367.
- Krajewska M.A., Kopfer H. (2006) Collaborating freight forwarding enterprises. *OR Spectrum*, 28 (3), 301-317.
- Kreglewski T., Paczynski J., Granat J., Wierzbicki A. P. (1988) IAC-DIDAS-N A Dynamic Interactive Decision Analysis and Support System for Multicriteria Analysis of Nonlinear Models with Nonlinear Model Generator supporting model analysis, IIASA working paper, IIASA, Laxenburg , Austria.
- Kreglewski T., (1984) private communication.
- Kruś L. (1985) An Interactive Method for Decision Support in a Two-person Game with an Example from Regional Planning. In: Plural Rationality and Interactive Decision Processes, M. Grauer, M. Thompson, A. P. Wierzbicki eds., Lecture Notes in

Economics and Mathematical Systems, Springer, Berlin, 336-343.

Kruś L., Lopuch B., Bronisz P., (1989) Application of interactive solutions for decision support in bargaining problem, an illustrative example. In: Methodology and Applications of Decision Support Systems, R. Kulikowski (ed.), Proceeding of the 3-rd Polish-Finnish Symposium, Gdansk, 1988, 121-140.

Kruś L., Bronisz P., Lopuch B., (1990) MCBARG - Enhanced, A System Supporting Multicriteria Bargaining, IIASA Collaborative Paper, CP-90-006, IIASA, Laxenburg, Austria.

Kruś, L., Lopuch B. (1989) Wielokryterialny problem targu w przypadku modeli liniowych i jego rozwiązanie przy użyciu systemu MCBARG. Przykład modeli gospodarstwa rolnego. Opracowanie ZTSW 16/17/89, IBS PAN, Warszawa.

Kruś L., Bronisz P. (1990). Decision Support on Joint Development Program, Opracowanie, ZTSW, IBS PAN, Warszawa.

Kruś L., (1991) Some Models and Procedures for Decision Support in Bargaining, W: Multiple Criteria Decision Support. Korhonen, Lewandowski, Wallenius (ed.), Lecture notes in Economics and Math. Systems, Vol. 356, Springer Verlag, Berlin 350-359.

Kruś, L. (1992a) Interactive Approach to multicriteria bargaining on an example of acid rains problem. W: Systems and Control (Han-Fu Chen Ed.) International Acad. Publ., Beijing, China.

Kruś, L. (1992b) Computer Based Mediation Support. W: Preprints of the IFAC Workshop on "Support Systems for Decision and Negotiation Processes", June, 24-26, 1992, Warsaw, Poland.

- Kruś L., Bronisz P. (1993) Some New Results in Interactive Approach to Multicriteria Bargaining. W: User Oriented Methodology and Techniques of Decision Analysis, Wierzbicki i inni (red.), Lecture Notes in Econ. and Math. Systems, Springer Verlag, Berlin, str 21-34.
- Kruś L., Bronisz P. (1994) On n-person Noncooperative Multicriteria Games Described in Strategic Form. *Annals of Operation Research*. Vol. 51 (1994), 83-97. J. C. Balzer AG, Sci. Publ.
- Kruś L., Nahorski Z., Owsinski J. W. (eds.) (1994). Decision Support in Negotiations and Policy Determination. Special issue of *Control and Cybernetics*. Vol. 22, No.4, 1993 (appeared in 1994).
- Kruś L. (1994) Wspomaganie negocjacji w wielokryterialnym zagadnieniu targu. Biuletyn Instytutu Badań Systemowych PAN. Nr 2, 14-26.
- Kruś L., Bronisz P. (1995) Solution Concepts in Multicriteria Cooperative Games without Side Payments. W: System Modelling and Optimization, J. Dolezal (ed.), Chapman and Hall Publ.
- Kruś L., Bronisz P. (1996) Cooperative Game Model for a Cost Allocation Problem. In: S. Bańka, S. Domek, Z. Emirsajłow (eds) *Methods and Models in Automation and Robotics*. Proc of the Third Int. Symposium. 10-13 September, Międzyzdroje Poland. Technical Univ. of Szczecin, Vol. 1, 275-280.
- Kruś L., (1996) Multicriteria Decision Support in Negotiations, *Control and Cybernetics*, Vol. 25 , No. 6, 1245-1260.
- Kruś L., Bronisz P. (1998) Cooperative game in partition function form for a cost allocation problem. In: S. Bańka, S. Domek, Z. Emirsajłow (eds) *Methods and Models in Automation*

and Robotics. Proc.of the Fifth Int. Symposium. 25-29 August, Międzyzdroje, Poland. Technical Univ. of Szczecin, 279-284.

Kruś L., Bronisz, P., (2000) Cooperative game solution concepts to a cost allocation problem, *European Journal of Operational Research*. Vol. 122 , No. 2, 258-271.

Kruś L. (2002a) A System Supporting Financial Analysis of an Innovation Project in the Case of Two Negotiating Parties, *Bull. of Polish Academy of Sci., Ser. Techn.*, Vol. 50, No. 1, 93-108.

Kruś L. (2002b) Multicriteria Decision Support in Bargaining, a Problem of Players Manipulations, in: T. Trzaskalik, J. Michnik, (eds), *Multiple Objective and Goal Programming*, Physica Verlag, Springer, Berlin.

Kruś L., (2004a), A Computer Based System Supporting Analysis of Cooperative Strategies, in: L. Rutkowski, J. Siekmann, R. Tadeusiewicz, L. Zadeh, (eds), *Artificial Intelligence and Soft Computing - ICAISC 2004*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin.

Kruś L. (2004b) A multicriteria approach to cooperation in the case of innovative activity, *Control and Cybernetics*, Vol. 33 , No. 3.

Kruś L. (2008) On Some Procedures Supporting Multicriteria Cooperative Decisions. *Foundations of Computing and Decision Science*, 33 (3), 257-270.

Kruś L. (2009) Cost Allocation in Partition Function Form Games. *Operation Research and Decisions*, No. 2, 39-49.

- Kruś L. Skorupiński J., Toczyłowski E. (2010) Analiza motywacyjnie zgodnych decyzji wielokryterialnych na przykładzie problemu producenta i klientów. *Badania Operacyjne i Systemowe*.
- Kulikowski R. (1998) Portfolio optimization: two factors utility approach, *Control & Cybernetics*, 3.
- Kulikowski R.(2002) URS methodology - a tool for stimulation of economic growth by innovations, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Sci. Tech.*, Vol. 50 , No. 1.
- Kulikowski R.(2003) On general theory of risk management and decision support systems, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Sci. Tech.*, Vol. 51 No. 3.
- Kulikowski R. , L. Kruś (2003) Support of education decisions. In: *Group Decisions and Voting* (J. Kacprzyk, D. Wagner eds), Akad. Oficyna Wyd. EXIT, Warszawa.
- Lax D. A., Sebenius J. K. (1985) The Power of Alternatives and the Limits to Negotiations, *Negotiation J.* Vol. 1, 163-179.
- Legros P.(1986) Allocating Joint Costs by Means of Nucleolus, *Int. Journal of Game Theory*, Vol. 15, Issue 2, 109-119.
- Lewandowski A., A.P. Wierzbicki A.P. (1989) *Aspiration Based Decision Support Systems*. Springer, Berlin.
- Lewandowski A., T. Kreglewski, T. Rogowski, A. P. Wierzbicki (1989) Decision Support Systems of DIDAS Family. In: *Aspiration Based Decision Support Systems*, (A. Lewandowski, A.P. Wierzbicki eds.) *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 331, Springer-Verlag, 21-47.

- Littlechild S.C. (1974) A Simple Expression for the Nucleolus in a Special Case, *Int. Journal of Game Theory*, Vol. 3, Issue 1, 21-29.
- Littlechild, S.C., Thompson, G.F. (1977) Aircraft landing fees: a game theory approach. *The Bell Journal of Economics*. Vol. 8, 186-204.
- Littlechild S.C., Vaidya K.G. (1976) The Propensity to Disrupt and the Disruption Nucleolus of a Characteristic Function Game, *Int. Journal of Game Theory*, Vol. 5, 151-161.
- Lucas, W.F., (1965) Solution for Four-Person Games in Partition Function Form, *SIAM Review*. Vol. 13, 118-128.
- Lucas, W.F. (1968) A game with no solutions. *Bull. of the American Mathematical Society* Vol. 74, 237-239.
- Lucas, W.F. (1969) The proof that a game may not have a solution. *Transactions of the American Mathematical Society*, Vol.137, 219-229.
- Luce R.D., H. Raiffa, (1957) *Games and Decisions: Introduction and Critical Survey*, New York: Wiley.
- Makowski M. (2005) A structured modeling technology. *EJOR*, Vol. 166 (3), 615-648.
- Makowski, M., Somlyódy, L. and Watkins, D. (1996), Multiple Criteria Analysis for Water Quality Management in the Nitra Basin. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, Vol. 32: 937-951.
- Makowski, M. (2000) Modeling paradigms applied to the analysis of European air quality. *EJOR*, Vol. 122 (2), 219-241.

- Maschler M, Peleg B, Shapley L.S. (1979) Geometric Properties of the Kernel, Nucleolus and Related Solution Concepts, *Mathematics of Operations Research*, Vol. 4, 303-338.
- Matsubayashi N., Umezawa M., Masuda Y. and Nishino H. (2005) A cost allocation problem arising in hub-spoke network systems. *European Journal of Operational Research*, Vol. 160 (3), 821-838.
- Matwin S., Szpakowicz S., Koperczak Z., Kersten G.E., Michalowski W.(1989) Negoplan: An Expert System Shell for Negotiation Support, *IEEE Intelligent Systems*, Vol. 4 (4), 50-62.
- Matwin, S., Szapiro T., Haigh K. (1991) Genetic Algorithms Approach to a Negotiation Support System. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* Vol. 21 (1), 102-114.
- Michalowski W., Szapiro T. (1989) A procedure for worst outcomes displacement in multiple criteria decision making . *Computers and Operations Research*, Vol. 16, (3), 195-206.
- Michalowski W., Szapiro T. (1992) A Bi-reference Procedure for Interactive Multiple Criteria Programming. *Operations Research*, Vol. 40, No. 2
- Miettinen, K. (2008) Introduction to Multiobjective Optimization: Noninteractive Approaches. In: Multiobjective Optimization, J. Branke, K. Deb, K. Miettinen, R. Słowiński (Eds.), Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- Moulin H. (1988) Axioms of Cooperative Decision Making. Cambridge University Press, Cambridge.

- Nakayama H. (1985) Aspiration Level Approach to Interactive Multi-objective Programming and its Applications. W: *Advances in Multicriteria Analysis* (Pardalos P. M., Siskos Y., Zopounidis C. red.), Kluwer Academic Publishers, Dodrecht, 147-174.
- Narula S.C., Kirilov L., Vassilev V. (1994) Reference Direction Approach for Solving Multiple Objective Nonlinear Programming Problems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 24, 804-806.
- Nash J.F., (1950) The Bargaining Problem, *Econometrica*, Vol. 18, 155-162.
- Nash J.F., (1953) Two-Person Cooperative Games, *Econometrica*, Vol. 21, 129-140.
- von Neumann, J., O. Morgenstern (1953) *Theory of Games and Economic Behaviour*, Princeton, New Jersey, Princeton Univ. Press.
- Nunamaker J., F., Applegate L., M., Konsynsky B., R. (1988) Computer-aided deliberation: Model Management and Group Decision Support. *Operations Research*, Vol. 36., 826-848.
- Nyhart J., Samarasan D. (1989) The Elements of Negotiation Management: Using Computers to Help Resolve Conflict. *Negotiation Journal*, 43-62.
- Nykowski I., Żółkiewski Z.(1985) A compromise procedure for the multiple objective linear fractional programming problem. *European J. Oper. Res.* 19, 91-97.

- Ogryczak W., (1997) Wielokryterialna optymalizacja liniowa i dyskretna. Modele preferencji i zastosowania do wspomaganie decyzji. Warszawa, Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego.
- Ogryczak W., (2002) Multiple criteria optimization and decisions under risk, *Control and Cybernetics*, Vol. 31 , No. 4.
- Ogryczak W., Śliwiński T. (2007) On Optimization of the Importance Weighted OWA Aggregation of Multiple Criteria. LNCS **4705**, 804-817.
- Ogryczak W., (2008) Reference Point Method with Lexicographic Min-ordering of Individual Achievements. W: Multiple Criteria Decision Making 07, T. Trzaskalik red.. Publisher of The Karol Adamiecki University of Economics in Katowice, Katowice, 155-174.
- Pawlak Z.(1982) Rough sets. *International Journal of Computer and Information Sciences*, 11, 341-356.
- Pawlak Z.(1991) Rough Sets. Kluwer, Dordrecht.
- Peleg, B. (1963) Solutions to Cooperative Games without Side Payments. *Trans. Amer. Math. Soc.* Vol. 106, 280-292.
- Piasecki, St., J. Hołubiec, A. Ameliańczyk (1982). Międzynarodowa kooperacja gospodarcza, modelowanie i optymalizacja. PWN, Warszawa.
- Raiffa H., (1953) Arbitration Schemes for Generalized Two-Person Games, *Annals of Mathematics Studies*, No. 28 361-387, Princeton.
- Raiffa H. (1982) The Art and Science of Negotiations. Harvard Univ. Press, Cambridge.

- Ransmeier J. S. (1942) The Tennessee Valley Authority: A Case Study in the Economics of Multiple Purpose Stream Planning, The Vanderbilt University Press, Nashvill.
- Rogowski, J. Sobczyk, A. P. Wierzbicki (1988) IAC-DIDAS-L A Dynamic Interactive Decision Analysis and Support System, Linear Version. WP-88-110, IIASA, Laxenburg, Austria.
- Roth A.E., (1979a) An Impossibility Result Concerning n-Person Bargaining Games, *International Journal of Game Theory*, Vol. 8, 129-132.
- Roth A.E., (1979b) Axiomatic Model of Bargaining, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 170, Springer-Verlag, Berlin.
- Roth A.E. , M.W.K. Malouf , (1979) Game-Theoretical Models and the Role of Information in Bargaining, *Psychological Review*, Vol. 86, 1163-1170.
- Roy B. (1990) Wielokryterialne wspomaganie decyzji. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne. Warszawa.
- Savage L. J., The foundations of statistics. New York, Wiley, 1954
- Sawaragi Y., Nakayama H., Tanino T. (1985) Theory of Multiobjective Optimization. Academic Press, New York.
- DeSanctis G., Gallupe R., B. (1987) A Foundation for the Study of Group Decision Support Systems. *Management Science*, Vol. 33, No. 5., 589-609.
- Schmeidler D. (1969) The Nucleolus of a Characteristic Function Game, *SIAM Journal of Applied Mathematics*, Vol. 17, No. 3, 1163-1169.

- Sebenius J. K. (1992) Negotiation Analysis: A Characterization and Review *Management Science*, Vol. 38, No. 1, 18-38.
- Sebenius J. K. (2007) Negotiation Analysis: Between Decisions and Games. W: W. Edwards, R. Miles, D. von Winterfeldt (eds.), *Advances in Decision Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Seo F. (1988) Utilization of Mathematical Programming in Group Decision Making: An Application to Effective Formation of Integrated Regional Information Networks. Discussion Paper No. 254, Kyoto Institute of Economic Research, Kyoto University.
- Seo F. Sakawa M. (1987) Multiple Criteria Decision Analysis in Regional Planning, D. Reidel Publishing Co.
- Shakun M. (1988) *Evolutionary Systems Design*. HoldenDay, Oakland, CA.
- Shapley L. S. (1953) A Value for n-Person Game, *Annals of Mathematics Studies*, Vol. 28,
- Shapley L. S., Schubik M. (1966) Quasi-cores in Monetary Economy with Nonconvex Preferences, *Econometrica*, Vol. 34, 805-827.
- Skulimowski A. (1996) *Decision Support Systems Based on Reference Sets Theory Multiobjective Optimization*. AGH-Press, Kraków.
- Skwarczyło M. (1988) Opis użytkowy programu SCONVEX. Opracowanie ZTSW-24-17/88, IBS PAN, Warszawa.
- Stam A., H. Cesar, M. Kuula (1989) Transboundary Air Pollution in Europe: An Interactive Multicriteria Tradeoff Analysis, WP-89-61, IIASA, Laxenburg, Austria.

- Stearns R. (1964) On the Axioms for a Cooperative Game without Side Payments. *Proc. Amer. Math. Soc.* Vol. 15, 82-86.
- Steuer R.E.(1986) Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation, and Application. Wiley, New York.
- Szapiro T. (1991) Podejście interaktywne we wspomaganii podejmowania decyzji. SGH. Warszawa.
- Szapiro T. (1993) Co decyduje o decyzji. PWN, Warszawa.
- Szapiro T.(red.) (2000) Decyzje menadżerskie z Excelem. PWE, Warszawa.
- Szapiro T., Wojewnik P. (2007) Negotiating an Investment Strategy with Fuzzy Redescriptions. W: G. Kersten, j. Rios, E. Chen (red.) *Proc. Group Decisions and Negotiations 2007*, Vol. II, Concordia Univ., Montreal, Canada.
- Szapiro T., Wojewnik P. (2008) Universal Software Platform for Construction of Web-based Negotiation Support Systems. W: J. Climaco, G. Kersten, J. P. Costa (red.) *Group Decisions and Negotiation, Proceedings*, 203-204.
- Teich J. E., Wallenius H., Kuula M., Zionts S. (1995) A Decision Support Approach for Negotiation with an Application to Agricultural Income Policy Negotiations. *European Journal of Operational Research*, Vol. 81, 76-87.
- Thomson W., (1980) Two Characterization of the Raiffa Solution, *Economic Letters*, Vol. 6, 225-231.
- Thrall, R.M., Lucas W.F. (1963) n-Person Games in Partition Function Form, *Naval Research Logistics Quarterly*, 10, 281-298.

- Toczyłowski E.(2003) Optymalizacja procesów rynkowych przy ograniczeniach. AOW EXIT, Warszawa.
- Toczyłowski E. (2009) Zgodność motywacji w mechanizmach rynku energii. Rynek Energii, II(IV) , 88-95.
- Trzaskalik T. (1990) Wielokryterialne dyskretne programowanie dynamiczne. Teoria i zastosowania w praktyce gospodarczej. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach.
- Trzaskalik T. (1997) Multiple Criteria Discrete Dynamic Programming. W: Multiple Criteria Decision Making. Fandel G., Gal T. (eds), LNEMS 448, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 202-211.
- Trzaskalik T. (1998) Multiobjective analysis in dynamic environment. Karol Adamiecki University of Economics in Katowice (Katowice).
- Trzaskalik T., Michnik J. (red.) (2002) Multiple objective and goal programming : Recent developments. Physica-Verlag, Springer.
- Trzaskalik T., Sitarz S. (2007) Discrete dynamic programming with outcomes in random variable structures. *European Journal of Operational Research*, 177, (3), 1535-1548.
- Trzaskalik T. (red.) (2006) Metody wielokryterialne na polskim rynku finansowym. PWE, Warszawa.
- Tversky A., Kahneman O., (1981) The framing of decisions and the psychology of choice, *Science*, Vol. 211, 453-480.
- Tversky A. (1967) Utility theory and additivity analysis of risky choices, *Experimental Psychology*, Vol. 75, 27-37.

- Vetschera, R.(1990) Group Decisions and Negotiation Support - a Methodological Survey. *OR Spectrum*, Vol. 17, 67-77.
- Vetschera R., Kersten G., Köszegi S. (2006) User Assessment of Internet-Based Negotiation Support Systems: An Exploratory Study. *Journal of Organizational Computing and Electronic Commerce* Vol. 16 (2), 123-148.
- Vetschera, R.(2007) Preference structures and negotiator behavior in electronic negotiations. *Decision Support Systems* Vol. 44 (1), 135-146.
- Wachowicz T. (2006) Application of Multiple Attribute Stochastic Dominance to Selection of Negotiation Strategies in E-negotiations. W: Multiple Decision Making 05, T. Trzaskalik (red). The Karol Adamecki University of Economic Press, Katowice.
- Wachowicz T. (2008) Negotiation and Arbitration Support with Analytic Hierarchical Process. W: Multiple Decision Making 07, T. Trzaskalik (red). The Karol Adamecki University of Economic Press, Katowice.
- Wierzbicki A. (2010) Trust and Fairness in Open, Distributed Systems. Springer
- Wierzbicki A.P., (1982) A Mathematical Basis for Satisficing Decision Making, *Mathematical Modelling*, 3, 391-405.
- Wierzbicki A.P., (1983) Negotiation and Mediation in Conflicts I: The Role of Mathematical Approaches and Methods, Working Paper WP-83-106, IIASA, Laxenburg; także w: H. Chestnat i inni, (ed): Supplemental Ways to Increase International Stability, Pergamon Press, Oxford, 1983.

- Wierzbicki A.P., (1985) Negotiation and Mediation in Conflicts II: Plural Rationality and Interactive Decision Processes, W: M.Grauer, M.Thompson, A.P.Wierzbicki (ed): Plural Rationality and Interactive Decision Processes, Proceedings Sopron 1984, Springer-Verlag, Heidelberg.
- Wierzbicki A.P.,(1986) On the Completeness and Constructiveness of Parametric Characterizations to Vector Optimization Problems, *OR Spectrum* 8:73-87, Springer Verlag.
- Wierzbicki A.P., (1990) Multiple Criteria Solutions in Noncooperative Game Theory, Part III. Discussion Paper 288, Kyoto Institute of Economic Research, Kyoto University, Kyoto.
- Wierzbicki A.P., (1987) Towards Interactive Procedures in Simulation and Gaming: Implications for Multiperson Decision Support, W: Methodology and Software for Interactive Decision Support, Proceedings of International Workshop, Albena, Springer Verlag.
- Wierzbicki, A. P., L. Krus, M. Makowski (1993) The Role of Multi-Objective Optimization in Negotiation and Mediation Support” in: Theory and Decision, special issue on “International Negotiation Support Systems: Theory, Methods, and Practice, Vol. 34 (3), 201-214.
- Wierzbicki A. P., M. Makowski, J. Wessels, (2000) Model-based Decision Support Methodology with Environmental Applications, Kluwer Academic Press, Dordrecht, Boston.
- Wierzbicki A. P. (2005) A Reference Point Approach to Coalition Games. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* Vol. 13 (2-3), 81-89.

- Young H. P., Okada N., Hashimoto T. (1980) Cost Allocation in Water Resources Development - A Case Study of Sweden. RR 80-32, IIASA, Laxenburg, Austria.
- Young P. (1982) Cost allocation. Prentice Hall. New York.
- Young P. (1985) Monotonic solutions of cooperative games. *International Journal of Game Theory*, Vol. 14 (2),65-72.
- Young P. (1992) Negotiation Analysis. The University of Michigan Press.
- Zeleny, M.(1973) Compromise programming. In: Cochrane, J.L., Zeleny,M. (eds.) Multiple Criteria Decision Making, 262-301. University of South Carolina, Columbia, SC.
- Zionts S., Wallenius J. (1976) An Interactive Programming Method for Solving the Multiple Criteria Problem. *Management Science* 22, 652-663.
- Zionts S., Wallenius J. (1983) An Interactive Multiple Objective Linear Programming Method for a Class of Underlying Utility Functions. *Management Science* 29, 519-529.

Rozpatruje się sytuacje decyzyjne, w których występuje kilku decydentów, negocjujących warunki współpracy. Problem dotyczy podziału efektów współpracy, przy czym każdy decydent ma swój odrębny, wielokryterialny zestaw celów, które chciałby osiągnąć i kieruje się swoimi preferencjami.

W pracy przedstawia się podstawy teoretyczne i metody wspomaganie procesu decyzyjnego w takich sytuacjach z wykorzystaniem odpowiednio zbudowanego systemu komputerowego. Rozpatrywane sytuacje opisywane są formalnie jako modele wielokryterialnego problemu targu i wielokryterialnych gier koalicyjnych. Proponowane są koncepcje rozwiązań w tych grach uwzględniające preferencje decydentów, a następnie wielorundowe procedury negocjacyjne wspomagające proces znajdowania zgodnego rozwiązania. W poszczególnych rundach takiej procedury stosowana jest jednostronna i wielostronna analiza wielokryterialna możliwych wypłat, przy czym system komputerowy generuje propozycje mediacyjne. Przedstawia się konstrukcję zbudowanego systemu komputerowego MCBARG, w którym taka procedura została zaimplementowana oraz przykłady problemów kooperacji.

ISSN 0208-8029
ISBN 9788389475381

SYSTEMS RESEARCH INSTITUTE
POLISH ACADEMY OF SCIENCES
Phone: (+48) 22 3810246 / 22 3810277 / 22 3810241 / 22 3810273
email: biblioteka@ibspan.waw.pl