POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

WIELOKRYTERIALNE DECYZJE KOOPERACYJNE

METODY WSPOMAGANIA KOMPUTEROWEGO

Lech Kruś

Warszawa 2011

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH

Seria: BADANIA SYSTEMOWE
Tom 70

==

Redaktor naukowy:
Prof. dr hab. inż. Jakub Gutenbaum

Warszawa 2011

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH

Lech Kruś

WIELOKRYTERIALNE DECYZJE KOOPERACYJNE

METODY WSPOMAGANIA KOMPUTEROWEGO

Warszawa 2011

Dr inż. Lech Kruś
Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk
Newelska 6, 01-447 Warszawa
email: krus@ibspan.waw.pl

Recenzenci:

Prof. dr hab. inż. Ignacy Kaliszewski

Prof. dr hab. inż. Andrzej P. Wierzbicki

Skład: Lech Kruś i Urszula Kruś

Wydawca:
Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk
Newelska 6, 01-447 Warszawa
www.ibspan.waw.pl

ISSN 0208-8029
ISBN 9788389475381

1

Wprowadzenie

W pracy rozważa się sytuacje decyzyjne, w których jest kilku decydentów negocjujących warunki możliwej współpracy. Problem dotyczy podziału efektów współpracy, przy czym każdy decydent ma swój odrębny, zestaw celów, które chciałby osiągnąć i kieruje się swoimi preferencjami. Cele te są w ogólnym przypadku konfliktowe, zarówno w przypadku każdego decydenta jak i między decydentami. Każdy decydent ma określony wektor kryteriów mierzących poziomy osiągnięcia jego celów, przy czym wartości tych kryteriów zależą od decyzji wszystkich decydentów. Sytuacje takie nazywane są sytuacjami kooperacyjnymi z wielokryterialnami wypłatami decydentów. Zakłada się, że można zbudować model matematyczny opisujący taką sytuację decyzyjną a w szczególności pozwalający wyznaczyć wielokryterialne wypłaty decydentów w zależności od podejmowanych przez nich decyzji.

Praca dotyczy problemów metodologicznych związanych ze wspomaganiem procesu decyzyjnego w takich sytuacjach przy wykorzystaniu modeli matematycznych. Przedstawia się podstawy teoretyczne i metody, które mogą być wykorzystane w konstrukcji systemów komputerowych wsparcia decyzyjnego.

Cechą charakterystyczną rozpatrywanych w pracy problemów w przypadku wielokryterialnych wypłat jest to, że każdy decydent ma do czynienia z pewnym zbiorem tzw. niezdominowanych rozwiązań, przy czym zbiory rozwiązań decydentów są wzajemnie współzależne. Zbiory niezdominowanych rozwiązań są na ogół niemożliwe do zapisania w formie analitycznej i przedstawienia decydentom w takiej formie do analizy. Możliwe jest natomiast wyznaczenie pewnej skończonej liczby punktów należących do tych zbiorów przy zastosowaniu metod obliczeniowych.

W uzupełnieniu do rozwijanych w pracy podstaw teoretycznych i metod wspomagania decyzji kooperacyjnych, rozpatruje się również zagadnienia budowy i zastosowania systemów komputerowych nie tylko do wspomagania analizy decyzyjnej dokonywanej indywidualnie przez każdego decydenta z uwzględnieniem jego preferencji, ale także do wspomagania procesu mediacji, w trakcie którego generowane są propozycje mediacyjne.

Dla przypadku pojedynczego decydenta rozwinięte zostały metody wielokryterialnego wspomagania decyzji. Istnieje już obecnie bardzo wiele prac przeglądowych i monografii poświęconych metodom wielokryterialnego podejmowania decyzji. np. (Branke, Deb, Miettinen, Słowiński 2008), (Wierzbicki, Makowski, Vessels 2000), (Kaliszewski 1994, 2006), (Chankong, Haimes 1983), (Cohon, 1985), (Galas, Nykowski, Żółkiewski 1987), (Hwang, Masud, 1979), (Sawaragi, Nakayama, Tanino 1985), (Steuer 1986), (Yu 1985), (Zeleny 1982). Proponowane w tych pracach podejścia mają na celu umożliwienie decydentowi wyboru ze zbioru rozwiązań niezdominowanych rozwiązania zgodnego z jego preferencjami, przy zastosowaniu pewnej procedury przeglądania tego zbioru. Wykorzystywane są przy tym różne metody obliczeniowe.

Wśród stosowanych podejść na szczególną uwagę zasługują metody stosujące pojęcie tzw. funkcji osiągnięcia, wykorzystujących poziomy aspiracji czy punkty referencyjne, sprecyzowane przez decydenta, por. (Wierzbicki, 1982, 1986, Wierzbicki i inni 2000). W metodach tego typu stosowana jest interakcyjna procedura, w trakcie której decydent może coraz lepiej poznawać zbiór rozwiązań niezdominowanych, wyznaczając przy pomocy systemu komputerowego niektóre rozwiązania z tego zbioru. Odpowiednio dobierając punkty referencyjne może także kierować sposobem przeglądania tego zbioru i wybrać ostateczne rozwiązanie zgodnie ze swoimi preferencjami.

W przypadku kilku decydentów zagadnienie jest bardziej złożone, ponieważ istnieje wiele indywidualnych zbiorów rozwiązań niezdominowanych i zbiory te są współzależne. Decydenci mają zwykle różne cele, których osiągniecie jest mierzone za pomocą kryteriów i maja różne preferencje. Rozwiązaniem całego problemu jest wariant, który zostanie zaakceptowany przez wszystkich decydentów. Decydenci mogą być w różnej tzw. *pozycji przetargowej*. Każdy z nich może mieć inny wpływ na wyniki współpracy. Wspomaganie procesu decyzyjnego rozumiane jest w tym przypadku jako wspomaganie decydentów w procesie analizy umożliwiającej lepsze rozumienie ich pozycji przetargowej, a także jako wspomaganie procesu negocjacji, tzn. pomoc w znalezieniu akceptowalnego przez nich wszystkich rozwiązania.

Istnieje obecnie wiele prac poświęconym analizie procesów negocjacji a także ich formalnemu opisowi, np. prace (Barclay, Peterson 1976), (Raiffa 1982), (Axelrod 1985), (Wierzbicki 1985, 1987, 1990), (Kersten, Szapiro 1986), (Kersten i inni 1988, 1991), Sebenius (1992, 2007). Idee komputerowego wspomagania procesów negocjacji oraz przykłady zbudowanych systemów można znaleźć w pracach autorów: Goeltner (1987), Jarke, Jelassi, Shakun (1987), Kersten (1985, 1988), Korhonen, Moskowitz, Wallenius, Zionts (1986), DeSanctis, Gallupe (1987), Shakun (1988), Nunamaker, Applegate, Konsynsky (1988), Korhonen, Wallenius, (1989), Nyhart, Samarasan (1989), Vetschera (1990), Teich, Wallenius, Kuula, Zionts (1995), Ehtamo, Hamalainen (2001), Heiskanen, Ehtamo, Hamalainen (2001). Rozwijane są idee wspomagania negocjacji przez internet, w tym z wykorzystaniem systemów wieloagentowych, i zbierane jest doświadczenie stosowania takich systemów, np. (Kersten, Sunil 1999, Kersten i inni 2002, Kersten, Lo 2003, Chen i inni 2005, Vetschera, Kersten, Köszegi 2006, Vetschera 2007, Wachowicz 2006, 2008, Szapiro, Wojewnik 2007, 2008).

Monografia przedstawia specyficzne autorskie podejście do problemu negocjacji przy wielokryterialnych wypłatach decydentów.

Sytuację decyzyjną, w której znajdują się decydenci opisuje się za pomocą gier wielokryterialnych, w szczególności wielokryterialnego problemu targu i wielokryterialnych gier koalicyjnych. Wypłaty w takich grach rozpatrywane są w przestrzeni będącej iloczynem kartezjańskim przestrzeni kryteriów poszczególnych decydentów. W momencie rozpoczęcia badań w latach 80-ych ubiegłego wieku, teoria takich gier nie była jeszcze rozwinięta. Zaproponowano więc i przedstawia się w pracy odpowiednie sformułowania takich gier, koncepcje ich rozwiązań i analizę właściwości. Proponowane koncepcje rozwiązań charakteryzują się tym, że uwzględniają preferencje każdego z decydentów.

Proponuje się konstrukcję wielorundowych procedur wspomagających analizę decyzyjną wykonywaną przez decydentów jak i proces mediacji z wykorzystaniem koncepcji rozwiązań teorii gier. W każdej rundzie takiej procedury każdy decydent przeprowadza analizę wielokryterialną osiągalnych wypłat w swojej przestrzeni kryteriów, co umożliwia mu wskazanie swoich preferencji. Informacje o tych preferencjach umożliwiają z kolei wyliczenie propozycji mediacyjnej. Propozycja mediacyjna wyznaczana jest na podstawie jednej z proponowanych w pracy koncepcji rozwiązania gry wielokryterialnej. Propozycja mediacyjna uwzględnia preferencje wszystkich decydentów i jest przedmiotem indywidualnej analizy przez decydentów w kolejnej rundzie.

W pracy opisano, jak taka procedura może być zaimplementowana w konstrukcji komputerowego systemu wsparcia decyzyjnego.

Zaproponowane w pracy podejście stanowi uzupełnienie ewentualnie alternatywę do podejść prezentowanych w cytowanej wyżej literaturze.

Układ pracy jest następujący.

W rozdziale 2 przedstawia się podstawowe pojęcia i idee wielokryterialnej optymalizacji. Szczególną uwagę zwrócono na metodę punktu referencyjnego z wykorzystaniem funkcji osiągnięcia A.P. Wierzbickiego, ponieważ metoda ta jest wykorzystywana w proponowanych procedurach wspomagających analizę i proces mediacji, przedstawionych w dalszej części pracy.

Rozdział 3 wprowadza podstawowe pojęcia dotyczące negocjacji i klasycznej teorii gier. Klasyczną jest nazywana teoria gier rozwijana przy założeniu skalarnych wypłat graczy.

Kolejne rozdziały 4 - 9 zawierają oryginalne wyniki w zakresie przedmiotowym monografii uzyskane w trakcie prowadzonych badań.

Rozdział 4 zawiera ogólne sformułowanie wielokryterialnego problemu decyzyjnego w sytuacjach kooperacyjnych. Podaje się definicję wielokryterialnego problemu targu. Proponuje się kilka koncepcji rozwiązań, stanowiących uogólnienie rozwiązań znanych z literatury. Rozwiązania te są określane z wykorzystaniem wprowadzonej, oryginalnej koncepcji tzw. punktu względnej utopii. Punkt ten uwzględnia preferencje decydentów określone w ich przestrzeniach kryteriów. Analizuje się właściwości tych rozwiązań i ich relacje.

Przedstawia się następnie możliwości wykorzystania tych rozwiązań w interakcyjnych procedurach mediacyjnych (Rozdział 5). Inspiracją do formułowania takich procedur były koncepcje i metody negocjacji (Raiffa 1982) stosowane w praktyce, np. zakończone sukcesem rokowania izraelsko-egipskie w Camp David. Proponuje się oryginalną procedurę, w której wprowadza się i łączy dwa sposoby wspomagania decyzyjnego: tzw. jednostronne i wielostronne. Wspomaganie jednostronne pozwala każdemu z decydentów biorących udział w negocjacjach na niezależną analizę problemu bez uwzględnienia aktualnych decyzji pozostałych decydentów. Wspomagana jest analiza wielokryterialna wykonywana przez każdego z decydentów metodą punktu referencyjnego z użyciem funkcji osiągnięcia. We wspomaganiu wielostronnym uwzględnione są aktualne decyzje wszystkich decydentów. Taki sposób wspomagania decyzyjnego umożliwia decydentom lepsze poznanie ich sytuacji przetargowej, wybór propozycji rozwiązań zgodnie z ich preferencjami, a także wspomaga znalezienie konsensusu, jako rozwiązania niezdominowanego, akceptowanego przez wszystkich decydentów.

Powyższa procedura została wykorzystana w konstrukcji komputerowego systemu wsparcia decyzyjnego MCBARG. Strukturę i funkcje tego systemu omawia się w rozdziale 6. System ten umożliwia budowę modelu problemu decyzyjnego opisywanego jako wielokryterialny problem targu i przeprowadzenie sesji negocjacyjnych z udziałem osób przyjmujących rolę decydentów w tym problemie. System wspomaga proces analizy wielokryterialnej dokonywany w każdej rundzie przez każdego decydenta oraz pełni rolę niezależnego mediatora i ułatwia decydentom znalezienie konsensusu. W rozdziale tym przedstawia się także przykłady dotyczące międzynarodowej współpracy w zakresie kwaśnych deszczów, oraz współpracy gospodarstw rolnych, modelowane jako wielokryterialny problem targu. Modele wielokryterialnego problemu targu dla tych przykładów zostały zbudowane z wykorzystaniem edytora systemu MCBARG a następnie wykorzystane w przeprowadzonych eksperymentalnych sesjach negocjacji.

W Rozdziale 7 rozpatruje się sytuacje decyzyjne opisywane za pomocą wielokryterialnych gier kooperacyjnych, uwzględniających możliwość tworzenia przez graczy koalicji. Przedstawia się rozwinięcie sformułowania klasycznych gier kooperacyjnych podanego przez Aumana (1967), oraz koncepcji rozwiązań na przypadek wielokryterialnych wypłat graczy. W przestrzeniach wielokryterialnych wypłat rozpatruje się różne sformułowania dominacji. Podaje się oryginalną propozycję koncepcji rozwiązania typu nukleolus, uwzględniającego preferencje wszystkich graczy. Przedstawia się także idee interakcyjnej procedury wspomagającej analizę i proces mediacji, w której zaproponowana koncepcja nukleolusa służy do wyznaczania propozycji mediacyjnych.

Rozdział 8 przedstawia rodzinę gier opisujących współpracę graczy zainteresowanych pozyskaniem pewnego zestawu dóbr przez realizację wspólnego projektu. Proponuje się i analizuje procedury alokacji kosztów między graczy, wykorzystujące mechanizm cenowy oraz różne koncepcje rozwiązań. Przedstawia się także procedurę wspomagającą analizę problemu alokacji kosztów. Problem alokacji kosztów rozpatruje się także w kolejnym rozdziale 9 w klasie tzw. gier kooperacyjnych w postaci funkcji partycji. Gry takie opisują rzeczywiste sytuacje, w których wypłaty każdej koalicji zależą nie tylko od graczy, którzy ją tworzą, ale także od struktury koalicji tworzonych przez graczy pozostałych. W pracy rozwijana jest teoria takich gier. W szczególności formułuje się koncepcje rozwiązań, takich jak rdzeń gry i zbiory stabilne. Analizuje się właściwości tych rozwiązań.

Rozdział 10 zawiera podsumowanie najważniejszych wyników uzyskanych w trakcie dotychczasowych badań i prezentowanych we wcześniejszych rozdziałach oraz propozycje kierunków dalszych badań.

Monografię kończy bibliografia zawierająca 235 pozycji literatury i indeks.

Przedstawiane w pracy wyniki były prezentowane m.in. w niżej wymienionych pracach:

- w zakresie idei wspomagania negocjacji w wielokryterialnych sytuacjach kooperacyjnych: (Fortuna, Kruś 1984, Kruś 1985, Bronisz, Kruś 1987, 1988, 1989a, 1989b, Bronisz, Kruś, Wierzbicki 1989, Kruś 1991, Kruś, Bronisz 1993, Kruś 1996, 2002b, 2004b, Wierzbicki, Kruś, Makowski 1993),

- dotyczących systemu komputerowego MCBARG i przykładów wielokryterialnych problemów targu: (Kruś, Bronisz, Łopuch 1990, Kruś, Łopuch 1989, Kruś, Łopuch, Bronisz 1989, Kruś 1992a),

- dotyczących wielokryterialnych gier koalicyjnych, gier wieloprzedmiotowych w zastosowaniu do alokacji kosztów, gier w postaci funkcji partycji: (Kruś, Bronisz 1995, 1996, 1998, 2000, Kruś 2008, 2009).

Lista ważniejszych wyników

W zakresie sytuacji kooperacyjnych modelowanych jako wielokryterialny problemu targu:

- koncepcje indywidualnie niezdominowanych wypłat graczy oraz punktu względnej utopii (Definicje 4.1, 4.2),
- koncepcja uogólnionego rozwiązania Raifffy-Kalaia-Smorodinsky'ego i jego aksjomatyzacja (Twierdzenia 4.1. i 4.2),
- koncepcja uogólnionego rozwiązania leksykograficznego i jego aksjomatyzacja (Twierdzenie 4.3),
- koncepcja rozwiązania iteracyjnego (Twierdzenie 5.1. pokazujące właściwości tego rozwiązania),
- propozycja interakcyjnej procedury wspomagającej analizę i proces mediacji,
- zaprojektowanie i implementacja systemu komputerowego (MCBARG) wspomagającego analizę i proces mediacji w wielokryterialnym problemie targu, w tym algorytmizacja interakcyjnej procedury wymienionej wyżej,
- opracowanie przykładów ilustrujących wielokryterialny problem targu: współpracy gospodarstw rolnych, problemu kwaśnych deszczów.

W zakresie sytuacji kooperacyjnych modelowanych jako wielokryterialne gry koalicyjne bez wypłat ubocznych:

- sformułowanie założeń i koncepcji rozwiązań takiej gry (Definicje 7.1 - 7.4 oraz Twierdzenia 7.1 i 7.2),
- propozycja nukleolusa uwzględniającego preferencje decydentów a także zbadanie jego właściwości (Lematy 7.1 - 7.3, Twierdzenie 7.3),
- idea interakcyjnej procedury wspomagania negocjacji w sytuacjach decyzyjnych opisywanych przez wielokryterialną grę kooperacyjną.

W zakresie zastosowania gier koalicyjnych w problemach alokacji kosztów:

- sformułowanie problemu alokacji kosztów z wykorzystaniem mechanizmu cen, jako wieloprzedmiotowej gry kooperacyjnej (Definicje 8.1-8.5),
- koncepcja rozwiązania wg idei Shapley'a i analiza właściwości (Twierdzenie 8.1),
- koncepcja nukleolusa i analiza jego właściwości (Twierdzenie 8.3),
- idea iteracyjnej procedury wspomagającej analizę wielokryterialną,
- propozycje i zbadanie właściwości rozwiązań gier kooperacyjnych w postaci funkcji partycji, formułowanych przy słabszej relacji dominacji niż przyjmowane w literaturze,
- pokazanie, że nukleolus i rdzeń w takich grach mogą być wyznaczone jako analogiczne koncepcje rozwiązań odpowiednio sformułowanych gier w postaci funkcji charakterystycznej (Twierdzenia 9.2 i 9.5).

4

Wielokryterialny problem decyzyjny w sytuacjach kooperacyjnych

W rozdziale rozpatruje się sytuacje decyzyjne, zwane *sytuacjami kooperacyjnymi*, w których kilku decydentów rozważa możliwość współpracy, np. realizacji wspólnego przedsięwzięcia, i negocjuje warunki tej współpracy. Efekty tej współpracy zależą od decyzji wszystkich decydentów, natomiast oceniane są przez każdego z decydentów za pomocą jego wektora kryteriów. W ogólnym przypadku zakładamy, że każdy z decydentów ma swój odrębny wektor kryteriów i swoje niezależne preferencje w ocenie efektów współpracy.

Formułuje się problem decyzyjny jako wielokryterialny problem targu. Poszukuje się koncepcji rozwiązań, które mogą być wykorzystane w procesie mediacji między decydentami. Proponuje się odpowiednie koncepcje rozwiązań tego problemu oraz pokazuje ich właściwości. Koncepcje te uogólniają koncepcje rozwiązań znanych dla przypadku klasycznego problemu targu.

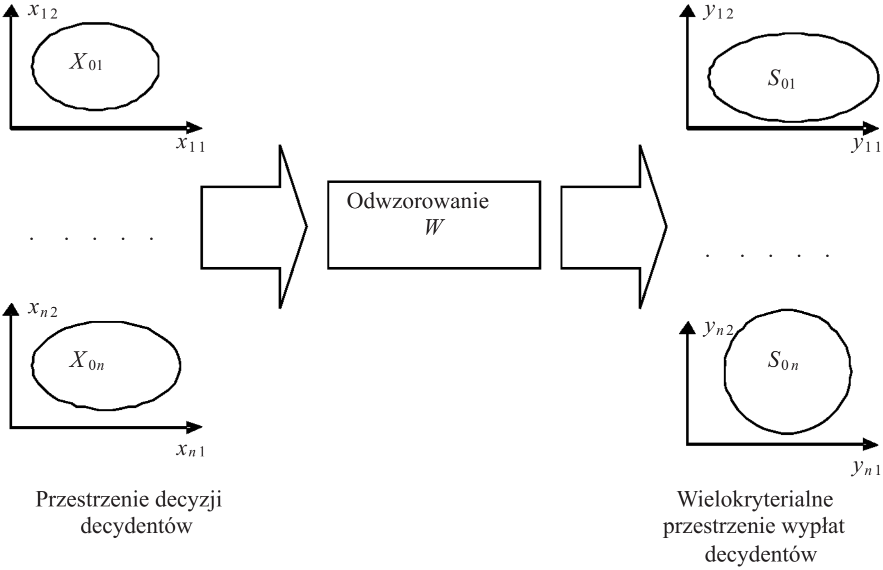
4.1 Ogólne sformułowanie problemu

Rozpatrujemy przypadek n decydentów uzgadniających warunki możliwej współpracy. Oznaczmy ich zbiór przez $N =$

$\{1, 2, \ldots n\}$. Każdy decydent ma określone zmienne decyzyjne, oznaczone przez wektor $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \ldots x_{ik^i})$, tj. $x_i \in I\!R^{k^i}$, gdzie k^i jest liczbą zmiennych decyzyjnych decydenta $i \in N$, $I\!R^{k^i}$ jest przestrzenią jego decyzji. Wektor zmiennych decyzyjnych wszystkich decydentów oznaczamy przez: $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in I\!R^K$, $K = \sum_{i \in N} k^i$, gdzie $I\!R^K$ jest iloczynem kartezjańskim przestrzeni decyzji poszczególnych decydentów.

Zakłada się, że każdy decydent ma określony wektor kryteriów, mierzący jego wypłaty, przy pomocy których ocenia swoje wyniki współpracy. Oznaczmy wektor kryteriów przez $y_i = (y_{i1}, y_{i2}, \ldots y_{im^i}) \in I\!R^{m^i}$, gdzie m^i jest liczbą kryteriów decydenta i, a $I\!R^{m^i}$ jest przestrzenią jego kryteriów. Wektor kryteriów wszystkich decydentów oznaczamy: $y = (y_1, y_2, \ldots y_n) \in I\!R^M$, $M = \sum_{i \in N} m^i$. $I\!R^M$ jest iloczynem kartezjańskim przestrzeni kryteriów poszczególnych decydentów $I\!R^{m^i}$, gdzie $i \in N$.

Zakładamy, że dany jest model pozwalający obliczyć wypłaty decydentów, to jest wartości ich wektorowych kryteriów, przy założonych wariantach zmiennych decyzyjnych. Formalnie, zakładamy, że dany jest model określający zbiór dopuszczalnych decyzji X_0, oraz odwzorowanie W z przestrzeni zmiennych decyzyjnych w przestrzeń kryteriów. Przyjmujemy, że zbiór $X_0 \subset I\!R^K$ jest domknięty i ograniczony, a odwzorowanie $W : X_0 \rightarrow I\!R^M$ ciągłe. W tym przypadku zbiór osiągalnych wypłat $S_0 = W(X_0)$ jest zwarty. Zbiór dopuszczalnych decyzji X_0 w przestrzeni $I\!R^K$ obejmuje zbiory X_{0i} decyzji wszystkich decydentów $i = 1, \ldots n$ określone odpowiednio w ich przestrzeniach decyzji $I\!R^{m^i}$, patrz Rys. 4.1. Zbiór osiągalnych wypłat $S_0 = W(X_0)$ określony jest w przestrzeni kryteriów wszystkich decydentów. Natomiast każdy z decydentów ma dostęp do informacji tylko w swojej wielokryterialnej



Rysunek 4.1. Przestrzenie decyzji i przestrzenie wypłat decydentów

przestrzeni wypłat, w której można określić zbiór jego osiągalnych wypłat S_{0i}, gdzie $i = 1, 2, ..., n$, będący podzbiorem zbioru S_0. Zbiór osiągalnych wypłat każdego z decydentów i zależy od zbioru jego decyzji dopuszczalnych oraz od decyzji podjętych przez pozostałych decydentów.

W przestrzeniach kryteriów wprowadzamy częściowy porządek. Niech $I\!R^m$ oznacza pewną przestrzeń kryteriów. Każde z kryteriów może być maksymalizowane lub minimalizowane. Jednakże dla uproszczenia notacji, bez straty ogólności przyjmujemy, że decydenci maksymalizują swoje kryteria. Określamy **dodatni stożek**:

$$D = \{y \in I\!R^k, : \; y_i \geq 0, \quad \text{dla } i = 1, 2, \ldots, k\},$$

Analogicznie jak w rozdziale 2 wprowadzamy trzy pojęcia dominacji w przestrzeni $I\!R^m$.

Element $z \in I\!R^m$ **silnie dominuje** element $y \in I\!R^m$ (oznaczamy

$y^1 \gg y)$, jeśli $z \in y + int(D)$.
Element z **dominuje** y (oznaczamy: $z > y$), jeśli $z \in y + D\backslash\{0\}$, gdzie $D\backslash\{0\}$.
Element z **słabo dominuje** y (oznaczamy: $z \geq x$), jeśli $z \in y+D$.

Zbiór wypłat Pareto optymalnych (niezdominowanych) w dowolnym zbiorze $Q \in I\!R^k$, określamy w sposób standardowy, jako zbiór:

$$\widehat{Q}_0 = \{\hat{y} \in Q : Q \cap (\hat{y} + D\backslash\{0\}) = \emptyset\}.$$

Zbiór wypłat słabo Pareto optymalnych (słabo niezdominowanych) określony jest jako zbiór:

$$\widehat{Q}^w = \{\hat{y} \in Q : \ Q \cap (\hat{y} + int(D)) = \emptyset\},$$

Pojęcie dominacji wprowadzone zostało dla pewnej arbitralnej przestrzeni kryteriów $I\!R^m$, ponieważ w zależności od toku rozważań może ona oznaczać przestrzeń kryteriów $I\!R^{m^i}$ pojedynczego decydenta i, lub też przestrzeń kryteriów wszystkich decydentów $I\!R^M$.

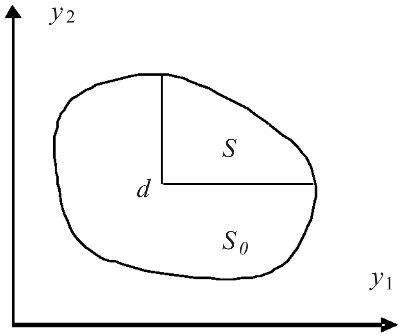
Przyjmijmy, że każdy decydent ma swój punkt rezerwacji $d_i \in I\!R^{m^i}$. Decydent rozpatrując możliwą współpracę, nie zgadza się na propozycje kooperacyjne, które pogarszały by chociaż jedną ze składowych tego punktu. W zależności od rozpatrywanego problemu, decydent może przyjąć ten punkt jako aktualny punkt status-quo, albo rozważając alternatywne przedsięwzięcia, określić go na podstawie koncepcji BATNA (por. rozdział 3). Pojęcie koncepcji BATNA (Best Alternative to Negotiated Agreement) zostało zaprezentowane w pracy (Fisher, Ury 1979) i jest powszechnie stosowane w procesie przygotowania stron do negocjacji. W przypadku wyznaczania punktu rezerwacji na podstawie koncepcji BATNA, wymagana jest wstępna analiza wielokryterialna dokonywana niezależnie przez każdego decydenta, dotycząca możliwych do osiągnięcia wypłat z przedsięwzięć alternatywnych do rozpatrywanego problemu współpracy.

4.2 Wielokryterialny problem targu

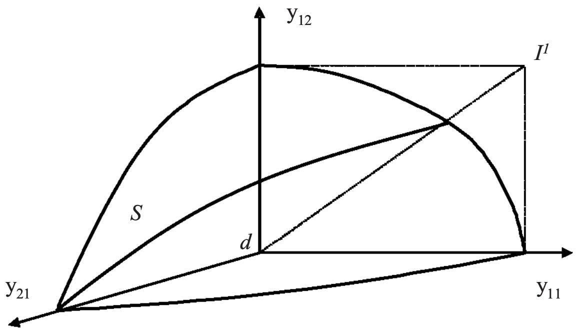
Przyjmując podany wyżej ogólny opis problemu deczyjnego można sformułować wielokryterialny problem targu (ang. multicriteria bargaining problem) jako parę (S, d), w sposób analogiczny jak klasyczny problem targu przedstawiony w sekcji 3.4. Element $d = (d_1, d_2, \ldots, d_n) \in S \subset I\!R^M$ zwany jest punktem braku porozumienia. Zbiór S, zwany zbiorem porozumień jest podzbiorem zbioru osiągalnych wypłat $S \subseteq S_0 \subset I\!R^M$, które dominują punkt d. Zbiór porozumień określa wypłaty osiągalne przez decydentów, które mogą oni uzyskać pod warunkiem porozumienia - zgody wszystkich decydentów. W przypadku braku takiej zgody, wypłaty decydentów określone są przez punkt d. W porównaniu z klasycznym problemie targu punkt d i zbiór S nie są określone w przestrzenie skalarnych wypłat decydentów, ale w przestrzeni będącej iloczynem kartezjańskim ich wielokryterialnych wypłat.

Przykład zbioru wypłat, zbioru porozumień i punkt rezerwacji przedstawione są na Rys. 4.2.

Dla prostoty, przyjęto na tym rysunku, że każdy z dwóch decydentów ma tylko jedno kryterium, y_1 i y_2 odpowiednio. Natomiast na Rys. 4.3 przedstawiono przykład problemu wielokryterialnego, w którym decydent 1 ma dwa kryteria y_{11}, y_{12}, a decydent drugi ma kryterium y_{21}. Na rysunku tym zaznaczono również punkt idealny I^1 w dwukryterialnej przestrzeni wypłat decydenta 1. Punkt ten nie jest osiągalny, leży poza zbiorem S.



Rysunek 4.2. Zbiór porozumień i punkt braku porozumienia w klasycznym problemie targu



Rysunek 4.3. Przykład wielokryterialnego problemu targu

Zauważmy, że dla danego punktu rezerwacji d zbiór porozumień określony jest jako zbiór osiągalnych wypłat, dominujących ten punkt $S = \{y \in S : y \in d + D \setminus \{0\}\}$. Wynika to z faktu, że racjonalny decydent nie zgodzi się na wypłaty gorsze niż określone przez punkt d. Zbiór porozumień S jest określony przez relacje modelu matematycznego. W ogólnym przypadku jego postać nie jest dana (znana) explicite. Wykorzystując model można natomiast wyznaczać punty tego zbioru dla danych wektorów zmiennych decyzyjnych $x_i \in I\!R^{k^i}, i = 1, \ldots, n$.

Wspomaganie podejmowania decyzji w wielokryterialnym problemie targu polega na umożliwieniu decydentom dokonania analizy ich sytuacji decyzyjnej. Taka analiza powinna obejmować ocenę wypłat przy różnych założeniach dotyczących ich decyzji i decyzji pozostałych decydentów, pomocy w określeniu preferencji w przestrzeni wypłat, pomocy w znalezieniu przez decydentów rozwiązania niezdominowanego w zbiorze porozumień, zgodnego z ich preferencjami. Rozwiązanie to powinno spełniać zasady rzetelności („fair play"), aby mogło być zaakceptowane jako rozwiązanie kooperacyjne.

Przedstawione sformułowanie jest rozszerzeniem klasycznej definicji problemu targu, którą podał Nash (1950). Problem ten w klasycznym sformułowaniu był przedmiotem badań tzw. aksjomatycznej teorii targu rozwijanej właśnie przez Nasha, a następnie w pracach: (Raiffa 1953), (Roth 1979a,b), (Kalai, Smorodinsky 1975), (Thomson 1980) i przez wielu innych badaczy. W sformułowaniu klasycznym zakładano istnienie w jawnej postaci funkcji użyteczności poszczególnych decydentów, traktowanych jak graczy, co pozwalało agregować kryteria każdego gracza do jego użyteczności i rozpatrywać problem w przestrzeni jednowymiarowych użyteczności graczy. Metoda badawcza aksjomatycznej teorii targu polega na formułowaniu różnych założeń, zwanych aksjomatami, odnośnie zachowania się graczy w negocjacjach, a zwłaszcza ich odczuć dotyczących sprawiedliwych zasad wyznaczania rozwiązania i własności, które rozwiązanie to powinno spełniać, a następnie na wyszukiwaniu i analizowaniu rozwiązań spełniających te aksjomaty.

W niniejszej pracy problem targu formułowany jest w wielokryterialnej przestrzeni wypłat decydentów, bez założenia agregacji tych kryteriów do użyteczności decydentów. To rozszerzenie definicji jest stosunkowo proste, jednakże koncepcje rozwiązań formułowane w klasycznej teorii targu, jak również i ich własności nie przenoszą się w prosty sposób na przypadek wielokryterialny. Przy braku założenia istnienia jawnie danej funkcji użyteczności, zakłada się jednak, że decydenci mają określone preferencje dotyczące wypłat w ich przestrzeniach kryteriów. W praktyce przy niepełnej wiedzy o sytuacji decyzyjnej, decydent może być nie w pełni świadomy swoich preferencji. Świadomość ta wzrasta w miarę poznawania istoty problemu, na podstawie oceny osiągalnych wypłat, wpływu decyzji na te wypłaty itp. Istnieje w związku z tym potrzeba zastosowania uczących, interakcyjnych mechanizmów pozwalających decydentom na analizę problemu, wyrażanie ich preferencji i poszukiwanie rozwiązań zgodnych z tymi preferencjami w ich przestrzeniach kryteriów. Proponuje się zastosowanie w tym celu podejść rozwijanych w ramach metod wielokryterialnego podejmowania decyzji. Jednakże, aby rozwiązanie mogło być zaakceptowane przez wszystkich decydentów, powinno spełniać akceptowalne zasady rzetelności formułowane w postaci aksjomatów opisujących ich odczucia. Podejście aksjomatycznej teorii targu może ułatwić znalezienie odpowiednich koncepcji rozwiązań. W związku z tym jest celowe połączenie obu tych podejść.

W dalszej części pracy rozpatruje się różne klasy wielokryterialnych problemów targu w zależności od spełnienia następujących warunków:

(**W4.2.1**) Zbiór porozumień S jest zwarty i istnieje element $y \in S$ dominujący element d.

(**W4.2.2**) Zbiór S ma taką własność, że dla każdego $y \in S$ jeśli $z \in \mathbb{R}^m : d \leq z < y$, to $z \in S$. Właściwość tę nazywamy dalej komprechensywnością zbioru S (ang. comprehensiveness).

(**W4.2.3**) Dla każdego $y \in S$, niech $J(y) = \{j : z \geq y,\ z_j > y_j,\ j \in [1, M]$ dla pewnego $z \in S\}$. Wtedy dla każdego $y \in S$, istnieje $z \in S$ taki, że $z \geq y$, $z_j > y_j$ dla każdego $j \in J(y)$.

(**W4.2.4**) Zbiór S jest wypukły.

Oznaczmy przez B - klasę problemów targu spełniających warunki **W4.2.1** i **W4.2.2**, przez B^* - klasę problemów spełniających warunki **W4.2.1**, **W4.2.2**, **W4.2.3**, a przez B^{**}- odpowiednio warunki **W4.2.1**, **W4.2.2**, **W4.2.4** .

Założenia **W4.2.1**, **W4.2.2** i **W4.2.4** są typowo przyjmowane w klasycznej teorii targu. Założenie **W4.2.1** oznacza, że zbiór S jest ograniczony, domknięty i zawiera przynajmniej jeden element dominujący punkt braku porozumienia. Założenie **W4.2.2** (znane również w literaturze jako założenie dyspozycyjności wypłat) stwierdza, że jeśli decydenci mogą uzyskać wypłatę y mogą również osiągnąć każdą wypłatę gorszą od y.

Założenie **W4.2.3** stanowi osłabienie założenia wypukłości zbioru S. Zbiór $J(y)$ określa zbiór tych współrzędnych w przestrzeni $\mathbb{R}^M$, wzdłuż których mogą być powiększone wypłaty w porównaniu z punktem y w zbiorze porozumień S. Warunek stwierdza, że zbiór wypłat efektywnych zbioru S nie zawiera „dziur”, dopuszcza jednak niewypukłość zbioru S. Każdy wypukły zbiór S spełnia warunek **W4.2.3**. Warunek **W4.2.3** zapewnia spójność zbioru niezdominowanych wypłat w zbiorze S.

4.3 Indywidualnie niezdominowane wypłaty decydentów i punkt względnej utopii

Rozpatrzmy problem (S, d) spełniający warunki **W4.2.1**, **W4.2.2**. Jedną z istotnych informacji dla analizy problemu targu przez danego decydenta i, $i \in [1, \ldots n]$ jest ocena możliwych wypłat w przestrzeni jego kryteriów, przy założeniu, że miałby pełną kontrolę nad decyzjami pozostałych decydentów. Punkty niezdominowane odpowiadające takim wypłatom nazwiemy **indywidualnie niezdominowanymi (i-niezdominowanymi)** danego decydenta.

Definicja 4.1
Punkt $y^i \in S$ nazywamy **indywidualnie niezdominowanym (i-niezdominowanym)** decydenta $i \in N$ w problemie (S, d), jeśli

$$Proj^i(S) \cap (Proj^i(y^i) + D \backslash \{0\}) = \emptyset,$$

gdzie: $Proj^i(\cdot)$ oznacza projekcję z przestrzeni $\mathbb{R}^M$ na przestrzeń kryteriów $\mathbb{R}^{k^i}$ decydenta i, tzn. $Proj^i(y) = y_i$, $Proj^i(S) = \{y_i : y \in S\}$, a D jest dodatnim stożkiem w przestrzeni $\mathbb{R}^{k^i}$.

Punkt $y^i \in S$ nazywamy **słabo indywidualnie niezdominowanym (słabo i-niezdominowanym)** decydenta $i \in N$ w problemie (S, d), jeśli

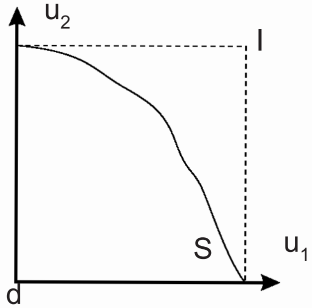
$$Proj^i(S) \cap (Proj^i(y^i) + int(D)) = \emptyset.$$

□

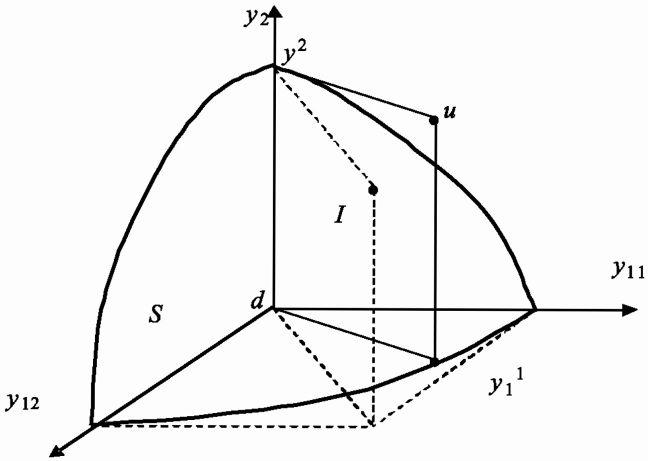
Definicja 4.2
Punkt $u \in \mathbb{R}^M$ nazywamy **punktem względnej utopii** w problemie (S, d) jeśli dla każdego decydenta $i \in N$ istnieje i-niezdominowany punkt $y^i \in S$ taki, że $Proj^i(u) = Proj^i(y^i)$.

Punkt $u \in \mathbb{R}^M$ nazywamy **punktem słabej względnej utopii** w problemie (S, d) jeśli dla każdego decydenta $i \in N$ istnieje słabo i-niezdominowany punkt $y^i \in S$ taki, że $Proj^i(u) = Proj^i(y^i)$.

Punkt $I(S,d) = (I_1,\ldots,I_n) \in I\!R^M$, $I_i = (I_{i1},\ldots,I_{ij},\ldots,I_{ik^i}) \in I\!R^{k^i}$ nazywamy **punktem idealnym** w problemie (S,d) jeżeli dla każdego $i \in N$, $I_{ij} = \max y_{ij} : y \in S$. □



Rysunek 4.4. Punkt idealny w klasycznym problemie targu



Rysunek 4.5. Punkt idealny i punkt względniej utopii w problemie wielokryterialnym

Relacje między punktami i-niezdominowanymi, punktem względnie utopijnym, oraz punktem idealnym zilustrowano na

Rys. 4.4 i Rys. 4.5. Na Rys. 4.4 podano przykład klasycznego problemu targu dla dwóch decydentów, t.j. przypadek, gdy każdy decydent ma tylko jedno kryterium. Na Rys. 4.5 przedstawiono przykład problemu targu, w której decydent pierwszy ma dwa kryteria y_{11}, y_{12}, natomiast decydent drugi ma tylko jedno kryterium y_{21}. Punkt idealny oznaczono przez I, a przykładowy punkt względnej utopii przez u. Zauważmy, że w klasycznym przypadku istnieje tylko jeden punkt względnej utopii tożsamy z punktem idealnym dla zbioru S. W przypadku problemu wielokryterialnego mamy do czynienia z pewnym podzbiorem wypłat Pareto optymalnych osiągalnych przy założeniu wypłaty decydenta 2 na poziomie jego punktu rezerwacji. Są to punkty indywidualnie niezdominowane decydenta 1. Gracz 1 ma w tym przypadku możliwość wyboru jednego z punktów i-niezdominowanych w zależności od swoich preferencji. Wybór taki może być dokonywany przy użyciu metod optymalizacji wielokryterialnej.

Załóżmy, że w ogólnym przypadku każdy decydent $i \in N$ wybrał zgodnie ze swoimi preferencjami jeden z punktów i-niezdominowanych. Punkt względnej utopii stanowi „złożenie” punktów i-niezdominowanych poszczególnych decydentów. W przypadku przedstawionym na Rys. 4.5 jest to „złożenie” punktu i-niezdominowanego gracza pierwszego: y_1^1 oraz punktu i-niezdominowanego gracza drugiego t.j. punktu y^2.

W ogólnym przypadku punkt względnej utopii różni się istotnie od punktu idealnego określonego przez maksymalne wartości poszczególnych kryteriów osiągalne w zbiorze S. Rzut punktu względnej utopii na przestrzeń kryteriów pojedynczego gracza jest osiągalny w odróżnieniu od punktu idealnego, którego odpowiednio rzut w przypadku gdy każdy gracz ma co najmniej dwa kryteria nie jest zwykle osiągalny. Punkt idealny zawsze słabo dominuje punkt względnej utopii. Punkt idealny wynika z natury problemu (modelu), natomiast punkt względnej utopii zależy także od wyborów (preferencji) decydentów.

Zakładamy, że kryteria decydentów są istotne. Ze względu na możliwą różnorodność preferencji decydentów i w konsekwencji różnorodność wyborów punktów i-niezdominowanych, istnieje pewien zbiór punktów słabej względnej utopii. W dalszej części ograniczamy naszą uwagę do punktów słabej względnej utopii dominujących punkt braku porozumienia.

Oznaczmy przez $U(S,d)$ zbiór wszystkich punktów słabej względnej utopii u w grze (S,d) spełniających warunek $u \gg d$.

4.4 Propozycje rozwiązań wielokryterialnego problemu targu

Rozpatrzmy klasę wielokryterialnych problemów targu (S,d), oznaczoną przez B^*, które spełniają warunki **W4.2.1**, **W4.2.2**, **W4.2.3**.

Analogiczne założenia były przyjęte przez Thomsona (1980) dla klasycznego problemu targu, przy czym Thomson zakładał dodatkowo wypukłość zbioru S.

Definicja 4.3
Rozwiązaniem wielokryterialnego problemu targu jest funkcja $f : B^* \times I\!R^M \to I\!R^M$ która przyporządkowuje każdej grze $(S,d) \in B^*$ i każdemu punktowi względnej utopii $u \in U(S,d)$ pewien punkt ze zbioru porozumień S, oznaczony przez $f(S,d,u)$, gdzie $U(S,d)$ oznacza zbiór wszystkich punktów słabej względnej utopii $u \gg d$.
$\square$

4.4.1 Koncepcja uogólnionego rozwiązania Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego (R-K-S)

Poszukujemy rozwiązania $f(S,d,u)$, które powinno posiadać określone własności, formułowane w formie następującego zestawu aksjomatów:

A4.4.1. Słaba Pareto optymalność.
Punkt $f(S,d,u)$ jest słabo Pareto optymalny w zbiorze S.

A4.4.2. Niezależność od dodatnich, afinicznych transformacji kryteriów.
Niech $Ty = (T_1y_1,\ldots,T_ny_n)$ będzie dowolną afiniczną transformacją, taką że $T_iy_i = (a_{ij}y_{ij} + b_{ij})_{j=1,\ldots,m^i}$, $a_{ij} > 0$, $i \in N$. Wtedy $f(TS,Td,Tu) = Tf(S,d,u)$.

A4.4.3. Anonimowość decydentów i kryteriów.
Dla każdej permutacji Π na M, niech Π^* odpowiada permutacji w $I\!R^M$. Wtedy $\Pi^*f(S,d,u) = f(\Pi^*(S),\Pi^*(d),\Pi^*(u))$.

A4.4.4. Ograniczona monotoniczność.
Dla dowolnych (S,d), (S',d) oraz każdego $u \in U(S,d) \cap U(S',d)$, jeśli $S \subset S'$ to $f(S,d,u) \leq f(S',d,u)$.

Aksjomat **A4.4.1** opisuje racjonalność postępowania decydentów. Z aksjomatu **A4.4.2** wynika, że rozwiązanie nie zależy od wyboru afinicznej miary przyporządkowanej poszczególnym kryteriom. Aksjomat **A4.4.3** oznacza, że rozwiązanie nie zależy od uporządkowania decydentów i ich kryteriów, zależy tylko od postaci problemu i od preferencji graczy wyrażanych za pomocą punktu względnej utopii u. Aksjomat monotoniczności wymaga, aby wszyscy decydenci odnieśli korzyści, a przynajmniej nie stracili w przypadku powiększenia zbioru porozumień.

Twierdzenie 4.1

W klasie problemów targu B^* istnieje jedno i tylko jedno rozwiązanie, oznaczone dalej przez f^R spełniające aksjomaty **A4.4.1**, **A4.4.2**, **A4.4.3**, **A4.4.4**. *Rozwiązanie to ma następującą postać:*

$$f^R(S,d,u) = d + h(S,d,u) * [u - d],$$

gdzie $(S,d) \in B^*$, $u \in U(S,d)$, a $h(S,d,u) = \max_{\geq}\{a \in I\!R : d + a(u-d) \in S\}$. ■

Dowód

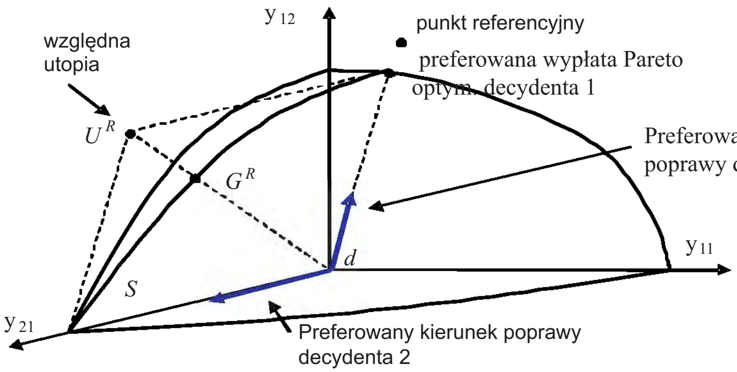
Można łatwo pokazać, że funkcja f^R spełnia warunki **A4.4.1** – **A4.4.4**. Pokażemy, że rozwiązanie f^R jest jednoznaczne. Niech (S,d) będzie dowolną grą z klasy gier B^*, i niech u będzie względnym punktem utopii $u \in U(S,d)$. Pokażemy, że $y^* = f^R(S,d,u)$ jest rozwiązaniem gry (S,d) dla punktu względnej utopii u. Niech T będzie dodatnią transformacją odwzorowującą punkt braku porozumienia d w początek układu współrzędnych 0, a punkt u w punkt $\overline{u}$ taki, że $\overline{u}_{ij} = 1$ for $i \in N$, $j = 1, 2, \ldots, m^i$. Niech $T(S,d) = (TS, 0)$. Zauważmy, że punkt $\overline{y}^* = Ty^*$ ma równe współrzędne. Zdefiniujmy problem targu $(\overline{S}, 0)$, gdzie $\overline{S} = \{y \in TS \ : \ $ dla każdej permutacji Π na N, punkt $z = \Pi^* y$ również należy do $TS\}$. Pokażemy, że $(\overline{S}, 0)$ należy do klasy B^*. Spełnienie warunku **W4.2.1** jest oczywiste. Spełnienie warunku **W4.2.2** wynika z faktu, że jeśli $y \in \overline{S}$, $d \leq z \leq y$ to dla każdej permutacji Π , punkt $\Pi^* y \in TS$, a więc także dla każdej permutacji Π punkt $\Pi^* z \in TS$. Wynika stąd, że $z \in \overline{S}$. Pokażemy spełnienie warunku **W4.2.3**. Jeśli $y, z \in \overline{S}$ oraz $z \geq y$, $z \neq y$ to dla każdej permutacji Π punkty $y^\Pi = \Pi^* y$ i $y^{1\Pi} = \Pi^* z$ należą do TS oraz $y^{1\Pi} \geq y^\Pi$, $y^{1\Pi} \neq y^\Pi$. Z warunku **W4.2.3** dla $T(S,d)$ wynika, że dla każdej permutacji Π istnieje $v^\Pi \in TS$ taki, że $v^\Pi > y^\Pi$. Niech element $v \in I\!R^M$ będzie taki, że dla każdego $i \in N$, $j = 1, \ldots, m$,

$v_{ij} = \min_{\Pi} v^{\Pi}_{\Pi(i)j}$. Punkt v należy do TS, $v > y$, a ponieważ dla każdej permutacji Π, $\Pi^* v \leq v^{\Pi}$, to $\Pi^* v \in TS$. Wynika stąd, że $v \in \overline{S}$ oraz $v > y$. Pokazaliśmy zatem, że $(\overline{S}, 0) \in B^*$. Łatwo zauważyć, że $(\overline{S}, 0)$ jest grą symetryczną, a ponadto $\overline{S} \subset TS$, $\overline{y} \in \overline{S}$, $\overline{u}$ jest punktem względnej utopii dla gry $(\overline{S}, 0)$. Z aksjomatów **A4.4.1** i **A4.4.3** wynika, że $f((\overline{S}, 0), \overline{u}) = \overline{y}^*$. Z aksjomatu monotoniczności wynika,że $f(T(S, d), \overline{u}) = \overline{y}^*$, a z aksjomatu **A4.4.2**: $f((S, d), u) = T^{-1}\overline{y}^* = y^*$. $\diamondsuit$

Twierdzenie zostało wcześniej podane w pracy (Kruś, Bronisz 1993).

Konstrukcję tego rozwiązania zilustrowano na Rys. 4.6. Przedstawiono na nim problem targu dla dwóch decydentów, z których pierwszy ma dwa kryteria oznaczone odpowiednio y_{11}, y_{12} a decydent drugi ma tylko jedno kryterium y_{21}. Punkt braku porozumienia d odpowiada początkowi układu współrzędnych. Przyjmijmy, że y^1_1 jest niezdominowanym punktem decydenta pierwszego, wybranym zgodnie z jego preferencjami ze zbioru wszystkich jego punktów niezdominowanych odpowiadających wypłacie decydenta drugiego na poziomie punktu d. Niezdominowany punkt decydenta drugiego odpowiada wartości jego maksymalnej wypłaty y^2_{21}. Punkt względnej utopii oznaczono na tym rysunku przez Y^R, a punkt odpowiadający uogólnionemu rozwiązaniu R-K-S przez G^R. Zauważmy, że punkt ten leży na przecięciu linii łączącej punkt braku porozumienia i punkt względnej utopii z brzegiem Pareto zbioru porozumień S. W ogólnym przypadku punkt ten istotnie się różni od rozwiązania wyznaczonego na podstawie punktu idealnego w przestrzeni wszystkich kryteriów $\mathbb{R}^3$ tych dwóch decydentów.

W przypadku klasycznej gry targu, t.j. gdy każdy decydent ma tylko jedno kryterium, istnieje tylko jeden punkt względnej utopii



Rysunek 4.6. Konstrukcja uogólnionego rozwiązania Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego

odpowiadający punktowi idealnemu, a zatem rozwiązanie f^R jest w tym przypadku tożsame z koncepcją rozwiązania Raiffy (1953), zaksjomatyzowanego przez Kalaia i Smorodinsky'ego (1975).

Rozpatrzmy klasę gier B. Oznaczmy przez $y^i \in S$ niezdominowany punkt wybrany przez decydenta i, $i = 1, 2, \ldots n$, a przez $u \in I\!R^M$ punkt względnej utopii generowany przez punkty $y^1, y^2, \ldots, y^n$. Przeprowadźmy przez punkty $d, y^1, y^2, \ldots, y^n$ n-wymiarową hiperpłaszczyznę H^n. Każdy punkt $y \in H^n$ można jednoznacznie przedstawić w postaci:

$$y = d + a_1(y^1 - d) + a_2(y^2 - d) + \cdots + a_n(y^n - d).$$

Oznaczmy przez A odwzorowanie z H^n w $I\!R^n$ określone przez $A(y) = A[d + a_1(y^1 - d) + a_2(y^2 - d) + \cdots + a_n(y^n - d)] = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$. Rozpatrzmy na hiperpłaszczyźnie H^n, n osobowy problem targu $(A(S^H), A(d))$, gdzie zbiór $S^H = S \cap H^n$. W problemie tym każdy decydent ma tylko jedno kryterium. Pokażemy związek między rozwiązaniem Raiffy w tak sformułowanym problemie (oznaczonym przez r^n) a rozwiązaniem f^R w problemie wielokryterialnym (S, d).

Twierdzenie 4.2

W klasie wielokryterialnych problemów targu B^* spełniona jest właściwość:

$$A[f^R((S,d),u)] = r^n(A(S^H), A(d)).$$

■

Przedstawiony w twierdzeniu zapis oznacza, że jeśli w wielokryterialnym problemie targu (S,d) ograniczymy rozważania do wypłat na hiperpłaszczyźnie określonej przez punkt braku porozumienia d i przez wybrane przez decydentów ich słabo niezdominowane wypłaty, to koncepcja rozwiązania f^R problem (S,d) odpowiada koncepcji rozwiązania Raiffy problemu sformułowanego na tej hiperpłaszczyźnie.

Dowód

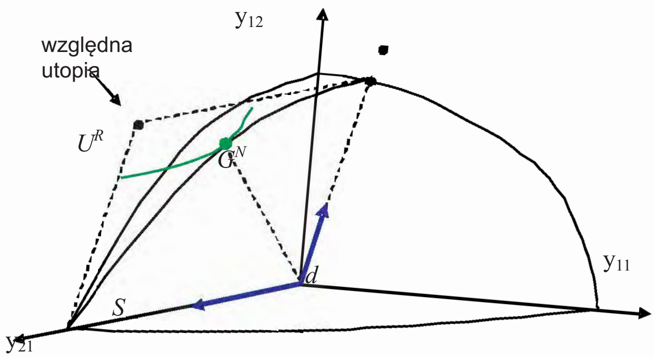
Z założenia **W4.2.2** wynika, że każdy słabo niezdominowany punkt y^i decydenta i, $i \in N$, ma postać: $y^i_j = d_j$ dla $j \in N$, $j \neq i$. W związku z tym, każdy punkt $y \in H^n$ można przedstawić w postaci

$$y = d + a_1(y^1 - d) + a_2(y^2 - d) + \cdots + a_n(y^n - d),$$

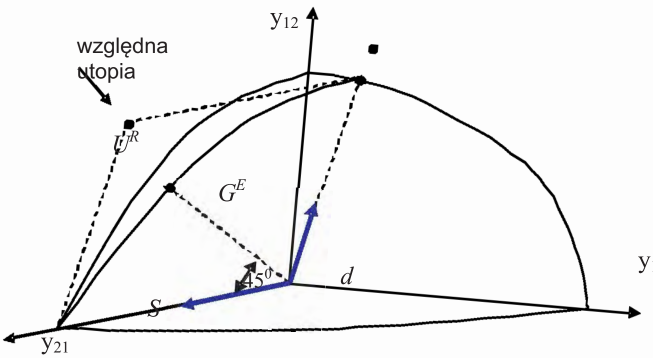
a odwzorowanie A ma postać $A(y) = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$. Odwzorowanie A normalizuje grę targu określoną na hiperpłaszczyźnie H^n, t.j. gra (AS^H, Ad) ma punkt braku porozumienia $Ad = (0, 0, \ldots 0)$, oraz punkt idealny $I = (1, 1, \ldots 1)$. Zachodzą następujące relacje: $r^n((AS^H, Ad) = \max_{\geq}\{a = (a_1, a_2, \ldots, a_n) \in A(S^H) : \ a = A(d) + h(I - A(d)$ dla pewnego $h \in I\!R_+\} = \max_{\geq}\{a \in A(S^H) : \ a = h * 1$ dla pewnego $h \in I\!R_+\} = A[\max_{\geq}\{y \in S : \ y = d + h(u-d)\}] = A[f^R((S,d),u)]$.

◊

Thomson (1980) przedstawił aksjomatyzację klasycznego rozwiązania Raiffy dla n osobowych problemów targu. Twierdzenia 4.1 i 4.2 uogólniają wyniki Thomsona na przypadek wielokryterialnych problemów targu. Aksjomatyzacja uogólnionego rozwiązania Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego została pokazana przy osłabionych założeniach, t.j. bez wymagania wypukłości zbioru porozumień.



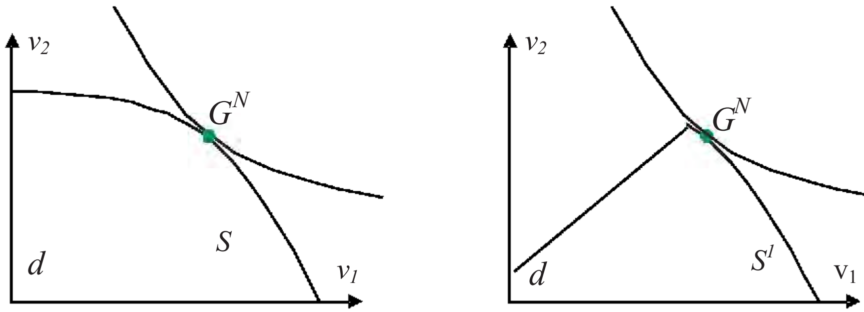
Rysunek 4.7. Konstrukcja uogólnionego rozwiązania Nasha



Rysunek 4.8. Konstrukcja uogólnionego rozwiązania egalitarnego

Na hiperpłaszczyźnie H^n można skonstruować inne rozwiązania stanowiące uogólnienia propozycji określonych dla klasycznej gry targu. Przykłady przedstawiające konstrukcję uogólnionego rozwiązania Nasha oraz rozwiązania Egalitarnego przedstawiono na odpowiednio na Rys. 4.7 i Rys. 4.8. Strzałki zaznaczone na tych rysunkach oznaczają kierunki poprawy wypłat prowadzące do wybranego punktu i-niezdominowanego decydenta 1 w przestrzeni jego kryteriów y_{11}, y_{12} i punktu i-niezdominowanego decydenta 2. W przypadku decydenta 2 jest to maksymalna osiągalna wypłata na osi kryterium y_{21}.

Rozwiązanie egalitarne określone jest jako punkt Pareto optymalny w zbiorze S zapewniający równe przyrosty wypłat na hiperpłaszczyźnie H^n. Rozwiązanie to spełnia aksjomaty: słabej Pareto optymalności, symetrii, silnej monotoniczności.



Rysunek 4.9. Ilustracja aksjomatu niezależności rozwiązania Nasha od nieistotnych opcji

Rozwiązanie kooperacyjne Nasha określone jest jako punkt zbioru S maksymalizujący iloczyn przyrostu wypłat na hiperpłaszczyźnie H^n. Punkt ten spełnia aksjomaty Pareto optymalności, niezależności od afinicznych przekształceń użyteczności, niezależności od nieistotnych opcji, symetrii. Na Rys. 4.9 przedstawia się konstrukcję rozwiązania Nasha dla dwóch różnych zbiorów porozumień. W drugim przypadku osiągalne wypłaty decydenta 2 są istotnie ograniczone, natomiast rozwiązanie Nasha jest w obu przypadkach takie same. Powstaje pytanie czy jest to uczciwe. Wady tej nie ma uogólnione rozwiązanie Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego.

W pracy (Kruś 2002b) rozpatrywano problem ewentualnych manipulacji decydentów i ich wpływ na wynik w przestrzeni wypłat wyznaczany zgodnie z uogólnionym rozwiązaniem R-K-S. Gracz, który będzie próbował oszukiwać deklarując kierunek pożądanej poprawy wypłaty niezgodnie ze swoimi preferencjami sam może na tym stracić. Jego wypłata wyznaczona według nieprawdziwie podanych preferencji będzie gorsza niż w przypadku podania preferencji prawdziwych.

4.4.2 Koncepcja uogólnionego rozwiązania leksykograficznego

Uogólnione rozwiązanie Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego może w szczególnym przypadku należeć do zbioru rozwiązań słabo Pareto optymalnych w zbiorze porozumień S. Oznacza to, że wypłaty niektórych decydentów są słabo niezdominowane i że niektóre kryteria można poprawić bez pogorszenia innych, w tym innych kryteriów pozostałych decydentów. Powstaje możliwość porawy takiego rozwiązania do rozwiązania, które jest niezdominowane w zbiorze S. Takie poprawienie rozwiązania słabo niezdominowanego jest możliwe z zastosowaniem porządku leksykograficzengo oraz sformułowania i rozwiązania odpowiedniego zadania optymalizacji.

Koncepcję rozwiązania leksykograficznego maxmin-u formułujemy następująco:
Dla dowolnego problemu $(S, d) \in B^*$ i $u \in U(S, d)$ niech $L^N : I\!R^M \to I\!R^M$ będzie przekształceniem liniowym takim, że

$$L_i^N(y_i) = (y_i - d_i)/(u_i - d_i) \qquad \text{dla } i \in M.$$

Przekształcenie to normalizuje problem, tzn. $L^N(d) = (0, 0, \dots, 0)$ oraz $L^N(u) = (1, 1, \dots, 1)$.

Niech $\rangle^{lex}$ oznacza leksykograficzny porządek w $\mathbb{R}^M$, tzn. dla dowolnych $y, z \in \mathbb{R}^M$, $y\rangle^{lex}z$ wtedy i tylko wtedy gdy istnieje $i \in M$ takie, że $y_i > z_i$ oraz $y_j = z_j$ dla $j < i$. Niech $P : \mathbb{R}^M \to \mathbb{R}^M$ będzie przekształceniem takim, że dla dowolnego $y \in R^M$ istnieje permutacja π na M spełniająca $P(y) = \pi^* y$ oraz $P_1(y) \leq P_2(y) \leq \dots \leq P_n(y)$. Rozwiązanie leksykograficznego maxmin-u ma postać $f^L(S, d, u) = \{y \in S : P(L^N(y))\rangle^{lex} P(L^N(z))$ dla każdego $z \in S\}$.

Można pokazać, że powyższa konstrukcja daje jednoznaczne rozwiązanie, a także podać sposób jego uzyskania.

Dla $z \in S$ niech $v(S, d, u, z) \in \mathbb{R}^M$ będzie wektorem spełniającym następujące warunki:

$$v_i(S, d, u, z) = u_i - d_i \text{ dla } i \ \in J(S, d, u, z)$$

$$v_i(S, d, u, z) = 0 \text{ dla } i \ \in M \backslash J(S, d, u, z).$$

oraz niech $y(S, d, u, z)$ będzie punktem w S takim. że $y(S, d, u, z) = \max_{\geq}\{y \in S : y = z + av(S, d, u, z)$ dla $a \in \mathbb{R}\}$. Dla danego problemu (S, d) i danego $u \in U(S, d)$ wprowadźmy następujący nieskończony ciąg punktów w S, $\{y^t\}_{t=0}^{\infty}$ spełniający następujące własności: $y^0 = d$, oraz $y^t = y(S, d, u, y^{t-1})$ dla $t = 1, 2, \dots$ Wtedy istnieje liczba T taka, że $y^T = y^{T+1}$, $T \leq M - 1$, oraz $y^T = f^L(S, d, u)$. Ponadto $y^1 = f^R(S, d, u)$.

Intuicyjnie, rozwiązanie to uzyskujemy w następujący iteracyjny sposób: startujemy z punktu d i poruszamy się w kierunku $u - d$ dopóki jest to możliwe w zbiorze S. Po osiągnięciu punktu brzegowego, zerujemy te składowe w wektorze $u - d$ dla których niemożliwa jest poprawa uzyskanego punktu i poruszamy się w tym kierunku dopóki jest to możliwe. Czynność tą powtarzamy, aż uzyskamy punkt w S którego poprawa nie jest możliwa w żadnym kierunku.

Wprowadźmy w miejsce aksjomatu **A4.4.1** następujący aksjomat:

A4.4.1*. Pareto optymalność.

Punkt $f(S, d, u)$ jest Pareto optymalny w zbiorze S.

Twierdzenie 4.3

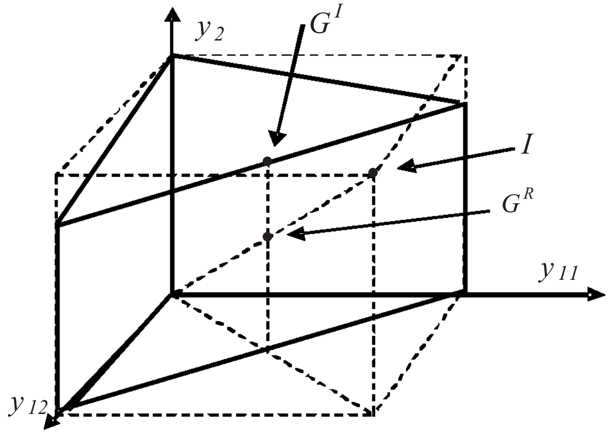
Zaproponowane rozwiązanie leksykograficzne jest jednoznaczne w klasie problemów targu B^*, *ponadto podany algorytm wyznacza to rozwiązanie w sposób jednoznaczny. Rozwiązanie spełnia aksjomaty* **A4.4.1***, **A4.4.2**, **A4.4.3**. ■

Dowód.

Niech (S, d) będzie dowolnym problemem targu z klasy B^*. Niech $u \in U(S, d)$. Ponieważ zbiór S jest niepusty i zwarty, a funkcje P i L są ciągłe, to $f^L(S, d, u)$ istnieje. Jednoznaczność wynika z warunku **W4.2.3**. Jeśli $y \in f^L(S, d, u)$, $z \in f^L(S, d, u)$, $y \neq z$, to istnieje $z^* \in f^L(S, d, u)$ spełniające $P(L(z^*))\rangle^{lex} P(L(y))$, co stanowi sprzeczność. Łatwo można pokazać, że funkcja f^L spełnia aksjomaty **A4.4.1***, **A4.4.2**, **A4.4.3**. ♢

Przedstawiona propozycja jest uogólnieniem na przypadek wielokryterialnych wypłat decydentów - koncepcji, którą Imai (1983) zaproponował w przypadku klasycznego problemu targu, jako rozwiązanie tzw. leksykograficznego maxmin-u.

Zamieszczony niżej przykład (Rys.4.10) ilustruje konstrukcję uogólnionego rozwiązania Imai. Podobnie jak w poprzednich ilustracjach rozpatrywany jest problem targu, w którym decydent pierwszy ma dwa kryteria: odpowiednio y_{11}, y_{12}, natomiast decydent drugi ma tylko jedno kryterium y_2. Zbiór porozumień określony jest następująco:

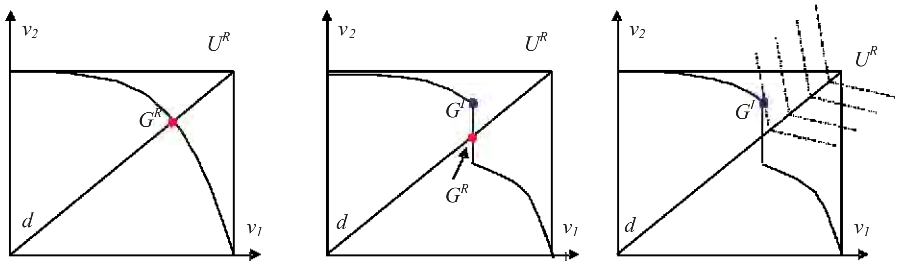


Rysunek 4.10. Konstrukcja rozwiązania leksykograficznego

$y_2 \leq 1$,
$y_{11} + y_{12} \leq 1$ oraz
$y_2 \leq 2 - 0,5 * (y_{11} + y_{12})$.

W podanym przykładzie, $f^L(S, d, u) = (1/2, 1/2, 1, 5)$. Uzyskujemy tą wartość w sposób następujący: najpierw poruszamy się w kierunku $(1, 1, 1)$ uzyskując punkt $(1/2, 1/2, 1/2)$, następnie poruszamy się w kierunku $(0, 0, 1)$ uzyskując rozwiązanie leksykograficznego maxminu. Jak można zauważyć rozwiązanie Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego jest pierwszym „przybliżeniem" rozwiązania leksykograficznego maxminu w podanej konstrukcji. Rozwiązanie leksykograficznego maxminu f^L pokrywa się z rozwiązaniem Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego f^R, jeżeli $f^R(S, d, u)$ jest punktem Pareto-optymalnym.

Na Rys. 4.11 przedstawiono uogólnione rozwiązania Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego i rozwiązanie leksykograficzne w dwuwymiarowej hiperpłaszczyźnie określonej przez i-niezdominowane punkty wybrane przez dwóch decydentów. Na pierwszym rysunku, w przypadku wypukłego zbioru S oba rozwiązania są tożsame.



Rysunek 4.11. Wyznaczanie rozwiązania leksykograficznego z zastosowaniem funkcji skalaryzującej

Na rysunku drugim pokazano jak rozwiązanie leksykograficzne poprawia słabo Pareto optymalne rozwiązanie Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego do rozwiązania Pareto optymalnego w zbiorze S. Na rysunku trzecim pokazano także izolinie funkcji skalaryzującej

$$s(v, U^R) =$$
$$\min_{1 \leq i \leq n} \left[a_i (v_i - U_i^R)/(U_i^R - d_i) \right] + a_{n+1} \sum_{i=1}^{n} a_i (v_i - U_i^R)/(U_i^R - d_i),$$

gdzie $U^R \in R^M$, jest punktem względnej utopii na hiperpłaszczyźnie H^n, a_i są dodatnimi, znormalizowanymi wagami dla $i = 1, \ldots, n$, a $a_{n+1} > 0$ jest małym parametrem. Jeśli $a_{n+1} \to 0_+$, to maksymalizacja tej funkcji dla $y \in S$ prowadzi do rozwiązania leksykograficznego. W pracy (Kostreva, Ogryczak, Wierzbicki 2004) przedstawia się, jak porządek leksykograficzny może być wykorzystany do wyznaczania rozwiązań niezdominowanych w zdaniach optymalizacji wielokryterialnej oraz relacje tego podejścia z zastosowaniem odpowiednich funkcji skalaryzujących.

4.5 Właściwość ciągłości rozwiązań

Przy porównaniu uogólnionego rozwiązania Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego i rozwiązania leksykograficznego istotna jest właściwość ciągłości rowiązań wielokryterialnego zagarnienia targu. Wprowadźmy dodatkowo aksjomat ciągłości.

Definicja 4.4
Rozwiązanie wielokryterialnego zagadnienia przetargowego spełnia **warunek ciągłości**, jeśli dla dowolnego ciągu problemów przetargowych $\{(S_j, d)\}_{j=1}^{\infty}$, $(S_j, d) \in B$ zbieżnego do problemu $(S, d) \in B$, oraz dla dowolnego ciągu punktów $u^j \in U(S_j, d)$ zbieżnego do punktu $u \in U(S, d)$ (w topologii Hausdorffa) zachodzi $\lim_{j \to \infty} f(S_j, d, u^j) = f(S, d, u)$. □

Aksjomat ciągłości stanowi proste uogólnienie aksjomatu ciągłości podawanego w literaturze klasycznego problemu targu.

Definicja 4.5
Mówimy, że rozwiązanie wielokryterialnego problemu targu jest ciągłe ze względu na aspiracje decydentów, jeśli dla dowolnego ciągu punktów referencyjnych $\{y_i^{rt}\}_{t=1}^{\infty}$ dla $i = 1, 2, \ldots n$ takich, że gdy t dąży do nieskończomości y_i^{rt} jest zbieżne do y_i^r dla wszystkich $i = 1, 2, \ldots, n$, spełnione jest, że $G(S, d, u(y^{rt}))$ jest zbieżne do $G(S, d, u(y^{rt}))$, gdzie $y^{rt} = (y_1^r, y_2^r, ..., y_2^r)$. □

Twierdzenie 4.4
Jeśli zbiór porozumień S jest zwarty, wypukły, komprechensywny oraz istnieje punkt $y \in S$ dominujący punkt status-quo d,

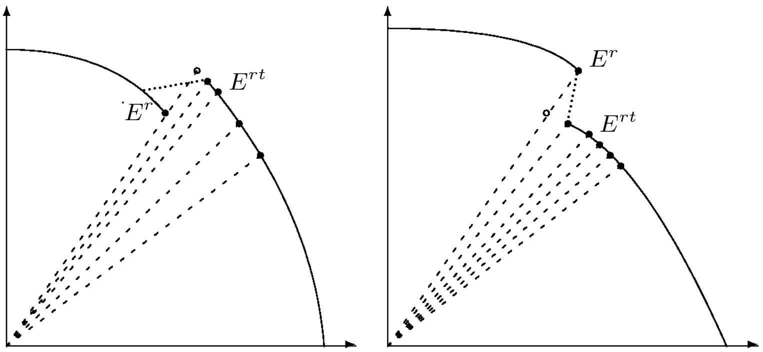
wtedy

- *uogólnione rozwiązanie wielokryterialne zgodne z koncepcją Raiffy, Kalaia, Smorodinsky'ego,*
- *wielokryterialne rozwiązanie zgodne z koncepcją rozwiązania Egalitarnego,*

są ciągłe ze względu na aspiracje decydentów w wielokryterialnym problemie targu. ■

Dowód.
Rozpatrzmy najpierw koncepcję rozwiązania egalitanego i ciąg punktów referencyjnych, y_i^{rt} zbieżny do y_i^r, określony dla wszystkich $i = 1, 2, \ldots, n$. Dla każdego t, na punktach y_i^{rt}, $i = 1, 2, \ldots, n$, i punkcie status quo d można zbudować hiperpłaszczyznę H^{rt} w podobny sposób, jak to przedstawiono w Twierdzeniu 4.2. Na każdej z tych hiperpłaszczyzn rozwiązanie egalitarne E^{rt} jest zdefiniowane jako przecięcie linii prostej równych wypłat z brzegiem wypłat Pareto optymalnych zbioru S. Przyjmijmy, że ten ciąg $\{E^{rt}\}_t$ nie zbiega do E^r, gdzie E^r jest rozwiązaniem egalitarnym dla punktów referencyjnych y_i^r, $i = 1, 2, \ldots, n$. Oznacza to, że ten ciąg zbiega do punktu leżącego na linii prostej łączącej punkt d z punktem E^r, ale w punkcie mniej lub bardziej odległym od d niż punkt E^r (co pokazano na następującym rysunku). Jeśli ten ciąg zbiega do punktu niżej, to można zbudować odcinki łączące punkt E^r z punktami E^{rt}. Odcinki te musiałyby zawierać punkty nie należące do zbioru S. Jest to sprzeczne z założeniem wypukłości zbioru S. Analogiczna sprzeczność zachodzi, jeśli ciąg $\{E^r t\}_t$ zbiegałby do punktu dalszego niż E^r. Odcinki te można zbudować w sposób pokazany z prawej strony rysunku. Oznacza to, że ciąg $\{E^{rt}\}_t$ zbiega w granicy do punktu E^r.

Niech w przypadku uogólnionego rozwiązania Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego (R-K-S) $\hat{y}_i^{rt}$ i $\hat{y}_i^r$ oznaczają niezdominowane punkty zbioru S odpowiadające punktom referencyjnym y_i^{rt} i y_i^r, gdzie i oznacza numer decydenta. W przestrzeni kryteriów decydenta i konstruujemy linię prostą łączącą punkt d z punktem referencyjnym y_i^{rt}. Niezdominowany punkt wypłaty decydenta i



Rysunek 4.12. Ilustracja do dowodu o właściwości ciągłości

określony jest przez przecięcie tej linii z brzegiem Pareto optymalnych wypłat zbioru S w przestrzeni kryteriów tego decydenta. Ponieważ projekcja zbioru wypukłego na hiperpłaszczyznę jest zbiorem wypukłym, podobnie jak w przypadku rozwiązania egalitarnego, można pokazać, że ciąg $\{\hat{y}_i^{rt}\}_t$ zbiega do punktu $\hat{y}_i^r$. Zatem ciąg punktów względnej utopii $\{U^{rt}\}_t$ zbiega do punktu U^r. Konstruujemy linie proste łączące punkt d z punktami U^{rt} i oznaczmy odpowiednio punkty uogólnionego rozwiązania R-K-S jako G^{rt}. Każde rozwiązanie R-K-S jest określone jako przecięcie danej linii z brzegiem Pareto optymalnych wypłat zbioru S. Postępując w analogiczny sposób, jak w przypadku rozwiązania egalitarnego, pokazuje się, że ciąg punktów $\{G^{rt}\}_t$ zbiega w granicy do punktu G^r. $\Diamond$

Właściwość ciągłości jest istotna z punktu widzenia systemów wspomagania decyzji w zastosowaniu do problemów praktycznych. Budowany model zawsze stanowi tylko przybliżenie problemu rzeczywistego. Właściwość ciągłości zapewnia, że gdy konstrukcja modelu jest bliższa rzeczywistości to również rozwiązanie wyznaczone dla tego modelu jest bliższe rozwiązaniu odpowiadającemu problemowi rzeczywistemu. Przy rozpatrywaniu interakcyjnych algorytmów rozwiązania, spełnienie tej własności przez rozwiązanie umożliwia pokazanie zbieżności danego algorytmu.

4.6 Podsumowanie

Przedmiotem tego rozdziału jest sformułowanie problemu decyzyjnego jako wielokryterialnego problemu targu. Poszukiwane są koncepcje rozwiązań, które mogły by być użyte w procesie mediacji między decydentami. Istotne jest, aby takie koncepcje uwzględniały preferencje decydentów określone w przestrzeniach ich kryteriów. Wprowadzono oryginalne pojęcie „punktu względnej utopii" reprezentującego preferencje decydentów. Wykorzystując to pojęcie, skonstruowano odpowiednie koncepcje rozwiązań. Stanowią one uogólnienie rozwiązań klasycznego problemu targu na przypadek wielokryterialnych wypłat decydentów. Pokazano właściwości tych rozwiązań. Koncepcje tych rozwiązań wykorzystywane są do konstrukcji rozwiązania iteracyjnego i procedury wspomagającej proces mediacji w wielokryterialnym problemie targu, przedstawianych w następnym rozdziale.

10

Uwagi końcowe

W pracy rozpatruje się sytuacje decyzyjne, w których decydenci mogą odnosić korzyści w wyniku wzajemnej współpracy. Korzyści te określane są w porównaniu z sytuacją, gdyby dany decydent nie przystąpił do współpracy, zgodnie z koncepcją BATNA. Każdy decydent podejmuje niezależne decyzje oraz ma swój niezależny wektor kryteriów określający wyniki tych decyzji i swoje preferencje wyboru. Wartości kryteriów danego decydenta zależą od decyzji wszystkich decydentów.

Zakłada się, że dany jest model matematyczny pozwalający wyznaczyć wartości kryteriów każdego decydenta w zależności od decyzji wszystkich decydentów. Model nie opisuje preferencji decydentów. Nie zakłada się istnienia określonych funkcji użyteczności decydentów. Zaproponowano metody wspomagające analizę decyzyjną w wielokryterialnej przestrzeni wypłat stanowiącej iloczyn kartezjański przestrzeni kryteriów poszczególnych decydentów oraz procedury umożliwiające znalezienie zgodnych decyzji. Przedstawiono ogólny opis matematyczny rozważanych sytuacji decyzyjnych i na tej podstawie sformułowano model wielokryterialnego problemu targu (rozdział 4) rozpatrywany dalej w pracy, a także sformułowano model wielokryterialnej gry kooperacyjnej, w której uwzględnia się wpływ możliwych koalicji na rozwiązania i wypłaty graczy.

W przypadku wielkryterialnego problemu targu zaproponowano uogólnione rozwiązanie Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego (R-K-S) oraz jego aksjomatyczną charakteryzację. Założono, że każdy gracz ma możliwość analizy niezdominowanych wypłat w swojej przestrzeni kryteriów. Na podstawie wskazanych przez graczy wypłat, wybranych zgodnie z ich preferencjami, konstruuje się tzw. punkt względnej utopii. Punkt ten uwzględniający preferencje wszystkich graczy jest podstawą konstrukcji proponowanego rozwiązania. Rozwiązanie to, w przypadku jednokryterialnych wypłat, sprowadza się do rozwiązania R-K-S. Nie jest natomiast prostym rozszerzeniem klasycznego rozwiązania R-K-S konstruowanym z wykorzystaniem punktu idealnego w przestrzeni wielokryterialnych wypłat. Pokazano, że w szczególnych przypadkach rozwiązanie to może być tylko słabo niezdominowane w zbiorze wypłat. Kolejna propozycja dotyczy, uogólnionego na przypadek wielokryterialnych wypłat, rozwiązania Imai, wykorzystującego porządek leksykograficzny. Podano idee algorytmu umożliwiającego poprawę słabo niezdominowanych rozwiązań R-K-S do rozwiązań niezdominowanych. Przedstawiono również konstrukcje umożliwiające uogólnienie na przypadek wielokryterialnych wypłat klasycznych rozwiązania Nasha i Rozwiązania Egalitarnego. Przeprowadzono analizę własności tych rozwiązań.

Przedstawiane w pracach (Kruś, Bronisz 1993, Kruś 2002) sformułowania wielokryterialnego problemu targu i koncepcje rozwiązań były następnie przedmiotem badań innych autorów np. (Hinojosa i inni 2005), (Marmol i inni 2007).

Koncepcje uogólnionych rozwiązań R-K-S oraz Imai zostały zastosowane w konstrukcji interakcyjnych procedur wspomagania analizy decyzyjnej decydentów i wyznaczania propozycji mediacyjnych. Wielostronna analiza decyzyjna poprzedzona jest etapem analizy jednostronnej, w trakcie której każdy decydent niezależnie bada zbiór swoich niezdominowanych wypłat w swojej przestrzeni kryteriów, wykorzystując podejście punktu referencyjnego. Wskazane przez każdego decydenta wypłaty, wybrane zgodnie z jego preferencjami, są podstawą wyznaczenia propozycji mediacyjnej. Propozycja ta uwzględnia preferencje wszystkich decydentów i jest przedmiotem analizy wielostronnej. W kolejnych rundach powtarzane sa oba etapy analizy. Sformułowano w tym celu koncepcję rozwiązania iteracyjnego i pokazano jego zbieżność do rozwiązania Pareto optymalnego.

Przedstawiono koncepcje ogólnej konstrukcji komputerowych systemów wspomagania decyzji w rozpatrywanych sytuacjach przetargowych. Procedura wykorzystująca rozwiązanie iteracyjne została zaimplementowana w systemie komputerowym MCBARG. Zamieszczono dwa przykłady ilustrujące wielokryterialny problem targu: przykład dotyczący zagadnienia kwaśnych deszczów oraz przykład dotyczący współpracy gospodarstw rolnych. Przykłady te zostały wprowadzone do systemu i pozwalają prześledzić jego działanie.

W rozdziale 7 rozpatrzono sytuacje kooperacyjne opisywane przez modele wielokryterialnych gier koalicyjnych bez wypłat ubocznych. Podano sformułowanie matematyczne takiej gry, a następnie zbadano jej własności i sformułowano koncepcje rozwiązań takie jak rdzeń i nukleolus gry. Zaproponowano oryginalny sposób określania funkcji nadwyżki uwzględniającej preferencje graczy oraz generowaną przez tę funkcję postać nukleolusa. Nucleolus ten, w przypadku klasycznych gier targu, sprowadza się do koncepcji podanej przez Schmeidlera (1969), natomiast w przypadku gier targu sprowadza się do uogólnionego rozwiązania Raiffy-Kalaia-Smorodinsky'ego podanego w pracy (Kruś, Bronisz 1993) i rozpatrywanego w pracy (Kruś 2002) oraz omówionego w rozdziale 4. Podano również ideę iteracyjnej procedury wspomagającej analizę i wyznaczenie rozwiązania mediacyjnego. Przedstawiane problemy były wcześniej przedmiotem prac (Kruś, Bronisz 1995), (Kruś 2008). Podane propozycje korespondują z ideą zastosowania punktów referencyjnych do wyznaczania propozycji mediacyjnych w grach koalicyjnych przedstawioną w pracy (Wierzbicki 2005).

W rozdziale 8 rozpatrzono problem decyzyjny, w którym podmioty decyzyjne negocjują realizację wspólnego lub wspólnych przedsięwzięć w celu pozyskania wiązki dóbr. Mogą działać indywidualnie lub tworzyć koalicje. Problem dotyczy podziału pozyskanej wiązki dóbr i udziału w kosztach przedsięwzięć. Zaproponowano model rodziny gier kooperacyjnych opisującej ten problem alokacji kosztów z uwzględnieniem mechanizmu cenowego i wypłat ubocznych. Zagadnienie to przedstawiono na podstawie wcześniejszej pracy (Kruś, Bronisz 2000). Zbadano różne koncepcje rozwiązań tych gier. Zaimplementowano algorytm wyznaczania różnych koncepcji nukleolusa traktowanego jako podstawę do wyznaczania propozycji madiacyjnych. Przedstawiono przykład numeryczny ilustrujący proponowane analizy. Zaproponowano również procedurę wspomagającą analizę wielokryterialną i proces mediacji. Problem alokacji i kosztów jest również rozpatrywany w sytuacji, gdy wypłata danej koalicji zależy nie tylko od graczy, którzy ją tworzą, ale także od struktury koalicyjnej graczy pozostałych (rozdział 9). Sytuacje taką opisano jako grę kooperacyjną w postaci funkcji partycji. Uzyskane wyniki dotyczą koncepcji rozwiązań w tych grach i ich analizy. Istotne jest w szczególności pokazanie koincydencji rdzenia takiej gry z rdzeniem odpowiednio skonstruowanej gry w postaci funkcji charakterystycznej. Rdzeń taki określa ramy, w których decydenci mogą prowadzić negocjacje. Można również wtedy zastosować podejście prezentowane w rodziale 8. Nowe zagadnienia badań w tym kierunku mogą dotyczyć koncepcji rdzeni optymistycznych i pesymistycznych rozpatrywanych w pracach Koczy'ego (2007, 2008).

Uzyskane wyniki teoretyczne mogą mieć zastosowanie nie tylko w omawianym problemie kooperacji, opisywanym jako modele targu lub modele gier kooperacyjnych z wektorowymi wypłatami graczy, ale także w szerszej klasie zagadnień dotyczących także sytuacji niekooperacyjnych. Przykładowo, algorytm interakcyjnej procedury mediacyjnej, wykorzystującej idee rozwiązania iteracyjnego oraz metodę punktu referencyjnego i funkcji osiągnięcia, został zastosowany dla przypadku wielokryterialnej, niekooperacyjnej gry dynamicznej dotyczącej tzw. „wojny rybnej" (prace magisterskie: Cichoń (1989), Kaniewski (1990)), w eksperymentalnym systemie komputerowym. Wielokryterialne rozwiązania w grach niekooperacyjnych były rozpatrywane między innymi w pracach (Wierzbicki 1990, Kruś, Bronisz 1994).

Równolegle z badaniami, których wyniki przedstawia się w tej pracy, prowadzonych z zastosowaniem analizy wielokryterialnej i podejścia punktu referencyjnego, prowadzono prace z zastosowaniem idei funkcji użyteczności. Wykorzystywano koncepcje funkcji użyteczności R. Kulikowskiego (1998, 2002, 2003) inspirowane pracami Savage (1954), Tverskiego i Kahnemana (Tversky 1967, Tversky, Kahneman 1981). Uzyskane wyniki (Kruś 2002a, 2004a), (Kulikowski, Kruś 2003) dotyczą między innymi konstrukcji systemów komputerowych wspomagania analizy decyzyjnej, analizy wspólnych przedsięwzięć innowacyjnych, analizy problemu kooperacji na przykładzie szkoły wyższej. W przypadku stosowania koncepcji funkcji użyteczności decydentów, szczególnie istotny jest problem identyfikacji jej postaci na podstawie interakcji z decydentami. Interesujące ze względu na zastosowania w praktyce i jako przedmiot dalszych badań są procedury budowy modelu preferencji decydentów prezentowane w pracach (Greco, Mousseau, Słowiński 2008), (Figueira, Greco, Mousseau, Słowiński 2008), oraz zastosowanie teorii zbiorów przybliżonych (Greco, Matarazzo, Słowiński 2001, 2008).

Bieżące i planowane badania dotyczą również zastosowania metod proponowanych w pracy do analizy motywacyjnie zgodnych wielokryterialnych mechanizmów rynkowych z wykorzystaniem systemów wieloagentowych. Zagadnienie zgodności motywacji w mechanizmach rynkowych rozwijane jest w pracach E. Toczyłowskiego (por. Toczyłowski 2003, 2009). Dotyczy ono badania i konstrukcji takich mechanizmów rynkowych, w których harmonizowane sa interesy uczestników tak, że występowałaby zgodność ich motywacji i uczestnicy ci byliby skłonni do przekazywania niezafałszowanych informacji, umożliwiających efektywne funkcjonowanie danego systemu. W pracy (Kruś, Skorupiński, Toczyłowski 2010) zagadnienie to jest badane jest na przykładzie problemu producenta i jego klientów.

Przedstawiane w tej pracy metody są zgodne z ideami dotyczącymi zaufania i uczciwości w systemach rozproszonych (A. Wierzbicki 2010), stanowiącymi kolejny interesujący kierunek dalszych badań.

Bibliografia

Alcamo J., Shaw R., Hordijk L. (1990) The RAINS Model of Acidification, Science and Strategies in Europe. Kluwer Ac. Publ., Dordrecht.

Ameliańczyk, A. (1979) Multicriterial optimization of international economic cooperation control. Prace Naukowe ICT Polit. Wrocł. Nr 39.

Aumann, R. J. (1961) The Core of Cooperative Games without Side Payments. *Trans. Amer. Math. Soc.* Vol. 98, 539-552.

Aumann, R. J. (1967) A Survey of Games without Sidepayments. In: Essays in Mathematical Economics, M. Shubik, ed., Princeton University Press, 3-27.

Aumann, R.J., Maschler, M. (1964) The Bargaining Set for Cooperative Games. In: Advances in Game Theory (M. Dreshler, L. S. Shapley and A. W. Tucker, eds.), *Annals of Mathematics Studies*, No. 52, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

Auman, R.J., Peleg, B. (1960) Von Neumann-Morgenstern solutions to cooperative games without side payments, *Bull. of the American Mathematical Society.* 66, 173-179.

Axelrod R., (1985), The Evolution of Cooperation. Basic Books, New York.

Barclay S., Peterson C (1976) Multi-attribute Models for Negotiations. Technical Report 76-1, Decisions and Designs, Inc. McLean, VA.

Bednarczuk E. (2005) Parametryczne problemy optymalizacji wielokryterialnej, warunki stabilności rozwiązań. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT. Warszawa.

Bednarczuk E. (2006) Stability analysis for parametric vector optimization problems. Dissertationes Mathematicae. Warszawa.

Benayoun R., de Montgolfier J., Laritchev O. (1971) Linear programming with multiple objective functions: Step Method (STEM). *Mathematical Programming*, 1, 366-375.

Bergstresser, K., P.L. Yu (1977) Domination Structures and Multicriteria Problems in N-person Games. *Theory and Decision*, Vol. 8, 5-48.

Bergman L., H. Cesar, G. Klaassen (1990) A Scheme for Sharing the Costs of Reducing Sulfur Emissions in Europe. WP-90-005.IIASA, Laxenburg, Austria.

Billera L.,J., Heath D. C. (1982) Allocation of Shared Costs: A Set of Axioms Yielding a Unique Procedure, *Mathematics of Operations Research*, Vol. 7, No. 1, 32-39.

Blass A., Raiffa H. (1986) Copmuter Program for Investigating the Efficient Solutions of Two-party, multiple-issue Negotiations, Unpublished Manuscript, Harvard University.

Bouyssou D., Marchant T., Pirlot M., Tsoukias A., Vincke P. (2006) Evaluation and Decision Models with Multiple Criteria. Springer.

Branke, J., Deb, K., Miettinen, K., Słowiński, R. (Eds.) (2008) Multiobjctive Optimization, LNCS 5252, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Bronisz P., L. Krus (1986a), Interactive System Aiding Decision Making in Multiobjective Cooperative Games. Mathematical Background, *Syst. Anal. Model. Simul.*, vol.3, 387-394.

Bronisz P., L. Krus (1986b) Supporting of Negotiation in Bargaining Problem with Multiple Payoffs. W: Proceedings of the 1986 IFAC Workshop on Modeling, Decision and Game with Application to Social Phenomena, Vol II, Beijing, China, 496-502.

Bronisz P., L. Kruś (1987) A Mathematical Basis for System Supporting Multicriteria Bargaining, Archiwum Automatyki i Telemechaniki, vol. 4, Warsaw, Poland, 331-337.

Bronisz P., L. Kruś, B. Lopuch (1987) An Experimental System Supporting Multiobjective Bargaining Problem. A Methodological Guide, W: Theory, Software and Testing Examples for Decision Support Systems, ed. A. Lewandowski, A.P.Wierzbicki, IIASA, Laxenburg.

Bronisz P., L. Kruś, (1988a) Application of Generalized Raiffa Solution to Multicriteria Bargaining Support. W: System Modeling and Optimization, M. Iri, K. Yajima (eds), Lecture Notes in Control and Information Sciences 113, Springer- Verlag, 207-211.

Bronisz P., L. Kruś, (1988b) Interactive Procedures for Multicriteria Decision Support in Bargaining Problem. W: System Analysis and Simulation, A. Sydow, S.G. Tzafestas, R. Vichnevetsky (eds), Band 46, Akademie-Verlag, Berlin, 59-62.

Bronisz P., L. Kruś, A. Wierzbicki (1989) Towards Interactive Solutions in a Bargaining Problem, W: Aspiration Based Decision Support Systems, ed.: A.Lewandowski, A.P.Wierzbicki, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 331, Springer Verlag, Berlin, 251-268.

Bronisz P., H. Bury, L. Kruś (1989) Interaktywny system wspomagający analizę strategii rozwojowych. W: Materiały 1-szej Krajowej Konferencji BOiS, IBS PAN, Warszawa.

Bronisz P., L. Kruś (1989a) Dynamic Solution of Two-Person Bargaining Games. in: Processes of International Negotiations, F. Mautner-Markhof (ed.), Westview Press, Boulder, 449-456.

Bronisz P., L. Krus (1989b) An Experimental System Supporting Negotiation on Joint Development Program. in: Processes of International Negotiations, F. Mautner-Markhof (ed.), Westview Press, Boulder, 519-529.

Bui T. (1987) Co-oP - A Group Decision Support System for Cooperative Multiple Criteria Group Decision Making. Lecture Notes in Computer Science 290, Springer Verlag, Berlin.

Bury H., L. Kruś, R. Kulikowski (1988) Supporting Planning Decisions by Experiments with Complex Development Model. W: Methodology and Applications of Decision Support Systems, Third Polish Finnish Conference, Sobieszewo 1988. IBS PAN. Warszawa.

Chander, P., Tulkens, H. (1997) The core and economy with multilateral environmental externalities, *International Journal of Game Theory* 26(3), 379-401.

Chankong, V., Haimes, Y.Y.(1983) Multiobjective Decision Making: Theory and Methodology. Elsevier Science Publishing, New York.

Charnes, A., Cooper, W.W., Ferguson, R.O. (1955) Optimal estimation of executive compensation by linear programming. *Management Science* 1(2), 138-151.

Charnes, A., Cooper, W.W. (1961) Management Models and Industrial Applications of Linear Programming, John Wiley and Sons, New York.

Charnes, A., Cooper, W.W.(1977) Goal programming and multiple objective optimization; part 1. *European Journal of Operational Research* 1(1), 39-54.

Chen E., Vahidov R., Gregory E. Kersten G.E.(2005) Agent-supported negotiations in the e-marketplace. *International Journal of Electronic Business*, 3 (1), 28-49 .

Cichoń T. (1989) Narzędzia softwerowe do symulacji i wspomagania decyzji w przypadku wielokryterialnej gry dynamicznej. Praca magisterska, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki, Instytut Automatyki.

Cruijssen F., Cools M. and Dullaert W. (2007) Horizontal cooperation in logistics: Opportunities and impedimenta. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 43(2), 129-142.

Davis M., Maschler M. (1965), The Kernel of a Cooperative Game, *Naval Research Logistic Quarterly*, Vol. 12.

Deb K. (2008), Introduction to Evolutionary Multiobjective Optimization. W: Multiobjective Optimization, Branke, J., Deb, K., Miettinen, K., Slowiński, R. (Eds.), LNCS 5252, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 57-95.

Deb K., Chaudhuri S., Miettinen K.(2006) Towards estimating nadir objective vector using evolutionary approaches. W: Keijzer, M., i inni (red) Proceedings of the 8th Annual Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-2006), Seattle, vol. 1, 643-650. ACM Press, New York.

Dell R. F., Karwan M. H. (1990) An Interactive MCD Weight Space Reduction Method Utilizing a Tchebysheff Utility Function. *Naval Research Logistics*, 37, 263-277.

Dreyfus S. (1985) Beyond Rationality, W: M. Grauer, M. Thompson, A. P. Wierzbicki (eds): Plural Rationality and Interactive Decision Processes, Proceedings Sopron 1984, Springer-Verlag, Heidelberg.

Ehtamo H., Hamalainen R.P. (2001) Interactive multiple-criteria methods for reaching pareto optimal agreements in negotiations. *Group Decision and Negotiation*, 10(6):475-491.

Fandel G., (1979) Optimale Entscheidungen in Organizationen, Springer-Verlag, Heidelberg.

Fandel G., A.P. Wierzbicki, (1985) A Procedural Selection of Equilibria for Supergames, (private unpublished communication).

Fandel G., Gal T. (red)(1997): Multiple Criteria Decision Making. LNEMS 448, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Figueira J., Greco S., Ehrgott M. (red)(2005) Multiple Criteria Analysis State of the Art Surveys. Springer + Business Media Inc.

Figueira J., Greco S., Mousseau V., Słowiński R. (2008) Interactive Multiobjective Optimization Using a Set of Additive Value Functions. W: J. Branke i inni (red.) Multibjective Optmization. LNCS 5252, 97-119. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Fernández F.R., Hinojosa M.A., Puerto J. (2004) Multi-criteria minimum cost spanning tree games. *European Journal of Operational Research*, 158 (2), 399-408.

Fisher R., Ury W., (1981) Getting to Yes, Hougton Mifflin, Boston.

Fortuna Z., Kruś L. (1984) Simulation of an Interactive Metod Supporting Collectiva Decision Making using a Regional Development Model. In: Interactive Decision Analysis, M. Grauer, A. P. Wierzbicki eds., Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer, Berlin, 201-209.

Galas Z., Nykowski I., Żółkiewski Z, (1987) Programowanie wielokryterialne. Państwowe Wydawnictwo Naukowe. Warszawa.

Gass, S., Saaty, T.(1955) The computational algorithm for the parametric objective function. Naval Research Logistics Quarterly 2, 39-45. Springer-Verlag, Heidelberg.

Gately D. (1974) Sharing the Gains from Regional Cooperation: A Geme Theoretic Application to Planning Investment in Electric Power, *International Economic Review*, Vol. 15.

Gembicki, F., Y. Y. Haimes (1975) Approach to Performance and Multiojective Sensitive Optimization: the Goal Attainement Method. *IEEE Automatic Control* AC-20, No. 6.

Geoffrion, A.M.(1968) Proper efficiency and the theory of vector maximization. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 22(3), 618-630.

Gillies D. B. (1959) Solution to General Nonzero Sum Games, *Annals of Mathematics Studies*, Vol. 40.

Goeltner C. (1987) The Copmuter as a Third Party: Decision Support System for Two Party Single-issue and Two Party multiple-issue Negotiations. Working Paper 1958-87, Alfred P. Sloan School of Management, MIT, Cambridge, MA.

Gondzio J., Makowski M. (1995) HOPDM - Modular Solver for LP Problems: Users Guide to version 2.12. Working Paper WP-95-50, International Institute for Applied Systems Analysis, Laxenburg.

Granat J., Makowski M. (2000) Interactive specification and analysis of aspiration-based preferences. *EJOR*, 122 (2) 469-485.

Grauer M., M. Thompson, A.P. Wierzbicki (eds), (1985) Plural Rationality and Interactive Decision Processses, Proceedings Sopron 1984, Springer-Verlag, Heidelberg.

Greco S., Matarazzo B., Słowiński R. (2001) Rough Sets Theory for Multicriteria Decision Analysis. *EJOR*, 129, 1-47.

Greco S., Matarazzo B., Słowiński R. (2008) Dominance-Based Rough Set Approach to Interactive Multiobjective Optimization. W: J. Branke i inni (red.) Multibjective Optmization. LNCS 5252, 121-155. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Greco S., Mousseau V., Słowiński R. (2008) Ordinal Regression Revisited: Multiple criteria ranking with a set of Additive Value Functions. *EJOR*. 191 (2) 416-436).

Harsanyi J.C., R. Selten, (1972) A Generalized Nash Solution for Two-Person Bargaining Games with Incomplete Information, *Management Sciences*, Vol. 18, 80-106.

Heiskanen P., Ehtamo H., Hamalainen R.P. (2001) Constraint proposal method for computing Pareto solutions in multiparty negotiations. *European Journal of Operational Research*, 133(1), 44-61.

Hordijk L. (1991) Use of the RAINS Model in Acid RAins Negotiations in Europe. Environmental Science Technology, 25 (4).

Huang, C.Y., Sjöström, T. (2003) Consistent solutions for cooperative games with externalities, *Games and Economic Behavior* 43, 196-213.

Hwang C., Masud A. S. M., Paidy S. R., Yoon K. (1979) Multiple Objective Decision Making: Methods and Applications, A stete-of-the-art survey. Springer Verlag.

Ignizio, J.P.(1985) Introduction to Linear Goal Programming. Sage Publications, Beverly Hills.

Imai H., (1983) Individual Monotonicity and Lexicographical Maxmin Solution, *Econometrica*, Vol.51, 389-401.

Jahn, J.(2004) Vector Optimization. Springer, Berlin.

Jacket-Lagreze E., Siskos J. (1982) Assesing a set of Additive Utiiy Functions for Multicriteria Decision Making: The UTA Method. *EJOR*, 10:151-164.

Jacket-Legreze E. (1990) Interactive Assessment of Preferences Using Holistic Judgements. The PREFCALC system. W: Readings in Multiple Criteria Decision aid, (C. A. Bana e Costa Ed.). Springer Verlag, Berlin, 335-350.

James L.D., R.R. Lee, (1971) Economics of Water Resources Planning. New York, McGraw-Hill.

Jaszkiewicz A., Słowiński R. (1995) The light-beam search – outranking based interactive procedure for multiple -objective mathematical programming. W: Advances in Multicriteria Analysis (Pardalos P. M., Siskos Y., Zopoundis C. red.), Kluwer Academic Publishers, Dodrecht, 129-146.

Jarke M., Jelassi M. T., Shakun M. F. (1987) Mediator: Towards a negotiation support system. *European Journal of Operation Research* 31, 314-334.

Kalai, E. (1975) Excess Functions for Cooperative Games without Sidepayments. *SIAM J. Appl. Math.*, Vol.29, No. 1, 60-71.

Kalai E., Smorodinsky M. (1975) Other Solutions to Nash's Bargaining Problem, *Econometrica*, Vol. 43, 513-518.

Kaliszewski, I.(1994) Quantitative Pareto Analysis by Cone Separation Technique. Kluwer, Dordrecht.

Kaliszewski I., Zionts S. (2004) Generalization of the Zionts-Wallenius Multicriteria Decision Making Algorithm. *Control and Cybernetics* 3, 477-500.

Kaliszewski, I.(2006) Soft Computing for Complex Multiple Criteria Decision Making, Springer.

Kaniewski M., (1990) Wspomaganie decyzji w wielokryterialnych grach dynamicznych na przykładzie modelu gry połowowej. Praca magisterska, Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki, Instytut Automatyki.

Keeney, R.L., Raiffa, H. (1976) Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs. Wiley, Chichester.

Kersten G. E. (1985) NEGO - Group Decision Support System. *Information and Management*. Vol. 8., 237-386.

Kersten G. E. (1988) A Procedure for Negotiating Efficient and Non-Efficient Compromises. *Decision Support Systems* 4, 167-177, North-Holland.

Kersten, G. E.; Koszegi, S.T.; Vetschera, R. (2002) The effects of culture in anonymous negotiations: experiment in four countries. System Sciences, System Sciences, 2002. HICSS. Proceedings of the 35th Annual Hawaii International Conference, 7-10 Jan. 2002 , 418 - 427.

Kersten G., Lo G. (2003) Aspire: an integrated negotiation support system and software agents for e-business negotiation. *International Journal of Internet and Enterprise Management*, 1 (3), 293 - 315.

Kersten G. E., Michalowsky W., Matwin S., Szpakowicz S. (1988) Rule-based Modelling of Negotiation Strategies. *Theory and Decision*, Vol. 25., 225-257.

Kersten G. E., Michalowski W., Szpakowicz S., Koperczak Z. (1991) Restructurable Representations of Negotiations. Management Science, 37 (10).

Kersten G.E., Sunil J. (1999) WWW-based negotiation support: design, implementation, and use. Decision Support Systems 25, (2), 135-154.

Kersten G. E., Szapiro T. (1986) Generalized Approach to Modeling Negotiations, *European Journal of Operational Research*, Vol. 26, 1, 142-149.

Khorram E., Zarepisheh M., Ghaznavi-ghosoni B.A.(2010) Sensitivity analysis on the priority of the objective functions in lexicographic multiple objective linear programs *EJOR*, 207, 1162-1168.

Kóczy L.Á. (2007) A Recursive Core for Partition Function Form Games. *Theory and Decision* 63, 41-51.

Kóczy L.Á. (2008) Sequential Coalition Formation and the Core in the Presence of Externalities. *Games and Economic Behavior*

Konarzewska-Gubała E. (1980) Programowanie przy wielorakości celów. Warszawa. PWE.

Konarzewska-Gubała E. (1991) Wspomaganie decyzji wielokryterialnych: system „Bipolar”. Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu. Seria Monografie i Opracowania, 76.

Kopelowitz A. (1967) Computation of the Kernels of Simple Games and the Nucleolus of N-Person Games. RM No. 31, Research Program in Game Theory and Math. Economics, Department of Mathematics, Hebrew University of Jerusalem.

Korhonen P., Laakso J. (1986) A Visual Interactive Method for Solving the Multiple Criteria Problem. *EJOR*, 24, 227-287.

Korhonen P., Salo S., Steuer, R.E.(1997) A heuristic for estimating nadir criterion values in multiple objective linear programming. *Operations Research* 45(5), 751-757.

Korhonen P., Moskowitz H., Wallenius J., Zionts S. (1986) An Interactive Approach to Multiple Criteria Optimization with Multiple Decision-Makers. *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 33, 589-602, John Wiley & Sons.

Korhonen P., Wallenius J. (1989) Supporting Individuals in Group Decision-making. Helsinki School Of Economics, Finland.

Kostreva M.M., Ogryczak W., Wierzbicki A. (2004) Equitable Aggregation and Multiple Criteria Analysis. *EJOR*, 158, 362-367.

Krajewska M.A., Kopfer H. (2006) Collaborating freight forwarding enterprises. *OR Spectrum*, 28 (3), 301-317.

Kreglewski T., Paczynski J., Granat J., Wierzbicki A. P. (1988) IAC-DIDAS-N A Dynamic Interactive Decision Analysis and Support System for Multicriteria Analysis of Nonlinear Models with Nonlinear Model Generator supporting model analysis, IIASA working paper, IIASA, Laxenburg , Austria.

Kreglewski T., (1984) private communication.

Kruś L. (1985) An Interactive Method for Decision Support in a Two-person Game with an Example from Regional Planning. In: Plural Rationality and Interactive Decision Processes, M. Grauer, M. Thompson, A. P. Wierzbicki eds., Lecture Notes in

Economics and Mathematical Systems, Springer, Berlin, 336-343.

Kruś L., Lopuch B., Bronisz P., (1989) Application of interactive solutions for decision support in bargaining problem, an illustrative example. In: Methodology and Applications of Decision Support Systems, R. Kulikowski (ed.), Proceeding of the 3-rd Polish-Finnish Symposium, Gdansk, 1988, 121-140.

Kruś L., Bronisz P., Lopuch B., (1990) MCBARG - Enhanced, A System Supporting Multicriteria Bargaining, IIASA Collaborative Paper, CP-90-006, IIASA, Laxenburg, Austria.

Kruś, L., Lopuch B. (1989) Wielokryterialny problem targu w przypadku modeli liniowych i jego rozwiązanie przy użyciu systemu MCBARG. Przykład modeli gospodarstwa rolnego. Opracowanie ZTSW 16/17/89, IBS PAN, Warszawa.

Kruś L., Bronisz P. (1990). Decision Support on Joint Development Program, Opracowanie, ZTSW, IBS PAN, Warszawa.

Kruś L., (1991) Some Models and Procedures for Decision Support in Bargaining, W: Multiple Criteria Decision Support. Korhonen, Lewandowski, Wallenius (ed.), Lecture notes in Economics and Math. Systems, Vol. 356, Springer Verlag, Berlin 350-359.

Kruś, L. (1992a) Interactive Approach to multicriteria bargaining on an example of acid rains problem. W: Systems and Control (Han-Fu Chen Ed.) International Acad. Publ., Beijing, China.

Kruś, L. (1992b) Computer Based Mediation Support. W: Preprints of the IFAC Workshop on "Support Systems for Decision and Negotiation Processes", June, 24-26, 1992, Warsaw, Poland.

Kruś L., Bronisz P. (1993) Some New Results in Interactive Approach to Multicriteria Bargaining. W: User Oriented Methodology and Techniques of Decision Analysis, Wierzbicki i inni (red.), Lecture Notes in Econ. and Math. Systems, Springer Verlag, Berlin, str 21-34.

Kruś L., Bronisz P. (1994) On n-person Noncooperative Multicriteria Games Described in Strategic Form. *Annals of Operation Research*. Vol. 51 (1994), 83-97. J. C. Balzer AG, Sci. Publ.

Kruś L., Nahorski Z., Owsinski J. W. (eds.) (1994). Decision Support in Negotiations and Policy Determination. Special issue of *Control and Cybernetics*. Vol. 22, No.4, 1993 (appeared in 1994).

Kruś L. (1994) Wspomaganie negocjacji w wielokryterialnym zagadnieniu targu. Biuletyn Instytutu Badań Systemowych PAN. Nr 2, 14-26.

Kruś L., Bronisz P. (1995) Solution Concepts in Multicriteria Cooperative Games without Side Payments. W: System Modelling and Optimization, J. Dolezal (ed.), Chapman and Hall Publ.

Kruś L., Bronisz P. (1996) Cooperative Game Model for a Cost Allocation Problem. In: S. Bańka, S. Domek, Z. Emirsajłow (eds) Methods and Models in Automation and Robotics. Proc of the Third Int. Symposium. 10-13 September, Międzyzdroje Poland. Technical Univ. of Szczecin, Vol. 1, 275-280.

Kruś L., (1996) Multicriteria Decision Support in Negotiations, *Control and Cybernetics*, Vol. 25 , No. 6, 1245-1260.

Kruś L., Bronisz P. (1998) Cooperative game in partition function form for a cost allocation problem. In: S. Bańka, S. Domek, Z. Emirsajłow (eds) Methods and Models in Automation and Robotics. Proc.of the Fifth Int. Symposium. 25-29 August, Międzyzdroje, Poland. Technical Univ. of Szczecin, 279-284.

Kruś L., Bronisz, P., (2000) Cooperative game solution concepts to a cost allocation problem, *European Journal of Operational Research*. Vol. 122 , No. 2, 258-271.

Kruś L. (2002a) A System Supporting Financial Analysis of an Innovation Project in the Case of Two Negotiating Parties, Bull. of Polish Academy of Sci., Ser. Techn., Vol. 50, No. 1, 93-108.

Kruś L. (2002b) Multicriteria Decision Support in Bargaining, a Problem of Players Manipulations, in: T. Trzaskalik, J. Michnik, (eds), Multiple Objective and Goal Programming, Physica Verlag, Springer, Berlin.

Kruś L., (2004a), A Computer Based System Supporting Analysis of Cooperative Strategies, in: L. Rutkowski, J. Siekmann, R. Tadeusiewicz, L. Zadeh, (eds), Artificial Intelligence and Soft Computing - ICAISC 2004, Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin.

Kruś L. (2004b) A multicriteria approach to cooperation in the case of innovative activity, *Control and Cybernetics*, Vol. 33 , No. 3.

Kruś L. (2008) On Some Procedures Supporting Multicriteria Cooperative Decisions. *Foundations of Computing and Decision Science*, 33 (3), 257-270.

Kruś L. (2009) Cost Allocation in Partition Function Form Games. *Operation Research and Decisions*, No. 2, 39-49.

Kruś L. Skorupiński J., Toczyłowski E. (2010) Analiza motywacyjnie zgodnych decyzji wielokryterialnych na przykładzie problemu producenta i klientów. Badania Operacyjne i Systemowe.

Kulikowski R. (1998) Portfolio optimization: two factors utility approach, Control & Cybernetics, 3.

Kulikowski R.(2002) URS methodology - a tool for stimulation of economic growth by innovations, Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Sci. Tech., Vol. 50 , No. 1.

Kulikowski R.(2003) On general theory of risk management and decision support systems, Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Sci. Tech., Vol. 51 No. 3.

Kulikowski R. , L. Kruś (2003) Support of education decisions. In: Group Decisions and Vot-ing (J. Kacprzyk, D. Wagner eds), Akad. Oficyna Wyd. EXIT, Warszawa.

Lax D. A., Sebenius J. K. (1985) The Power of Alternatives and the Limits to Negotiations, *Negotiation J.* Vol. 1, 163-179.

Legros P.(1986) Allocating Joint Costs by Means of Nucleolus, *Int. Journal of Game Theory*, Vol. 15, Issue 2, 109-119.

Lewandowski A., A.P. Wierzbicki A.P. (1989) Aspiration Based Decision Support Systems. Springer, Berlin.

Lewandowski A., T. Kreglewski, T. Rogowski, A. P. Wierzbicki (1989) Decision Support Systems of DIDAS Family. In: Aspiration Based Decision Support Systems, (A. Lewandowski, A.P. Wierzbicki eds.) Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 331, Springer-Verlag, 21-47.

Littlechild S.C. (1974) A Simple Expression for the Nucleolus in a Special Case, *Int. Journal of Game Theory*, Vol. 3, Issue 1, 21-29.

Littlechild, S.C., Thompson, G.F. (1977) Aircraft landing fees: a game theory approach. *The Bell Journal of Economics*. Vol. 8, 186-204.

Littlechild S.C., Vaidya K.G. (1976) The Propensity to Disrupt and the Disruption Nucleolus of a Characteristic Function Game, *Int. Journal of Game Theory*, Vol. 5, 151-161.

Lucas, W.F., (1965) Solution for Four-Person Games in Partition Function Form, *SIAM Review*. Vol. 13, 118-128.

Lucas, W.F. (1968) A game with no solutions. *Bull. of the American Mathematical Society* Vol. 74, 237-239.

Lucas, W.F. (1969) The proof that a game may note have a solution. *Transactions of the American Mathematical Society*, Vol.137, 219-229.

Luce R.D., H. Raiffa, (1957) Games and Decisions: Introduction and Critical Survey, New York: Wiley.

Makowski M. (2005) A structured modeling technology. *EJOR*, Vol. 166 (3), 615-648.

Makowski, M., Somlyódy, L. and Watkins, D. (1996), Multiple Criteria Analysis for Water Quality Management in the Nitra Basin. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, Vol. 32: 937-951.

Makowski, M. (2000) Modeling paradigms applied to the analysis of European air quality. *EJOR*, Vol. 122 (2), 219-241.

Maschler M, Peleg B, Shapley L.S. (1979) Geometric Properties of the Kernel, Nucleolus and Related Solution Concepts, *Mathematics of Operations Research*, Vol. 4, 303-338.

Matsubayashi N., Umezawa M., Masuda Y. and Nishino H. (2005) A cost allocation problem arising in hub-spoke network systems. *European Journal of Operational Research*, Vol. 160 (3), 821-838.

Matwin S., Szpakowicz S., Koperczak Z., Kersten G.E., Michalowski W.(1989) Negoplan: An Expert System Shell for Negotiation Support, *IEEE Intelligent Systems*, Vol. 4 (4), 50-62.

Matwin, S., Szapiro T., Haigh K. (1991) Genetic Algorithms Approach to a Negotiation Support System. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* Vol. 21 (1), 102-114.

Michalowski W., Szapiro T. (1989) A procedure for worst outcomes displacement in multiple criteria decision making . *Computers and Operations Research*, Vol. 16, (3), 195-206.

Michalowski W., Szapiro T. (1992) A Bi-reference Procedure for Interactive Multiple Criteria Programming. *Operations Research*, Vol. 40, No. 2

Miettinen, K. (2008) Introduction to Mutiobjective Optimization: Noninteractive Approaches. In: Multiobjctive Optimization, J. Branke, K. Deb, K. Miettinen, R. Słowiński (Eds.), Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.

Moulin H. (1988) Axioms of Cooperative Decision Making. Cambridge University Press, Cambridge.

Nakayama H. (1985) Aspiration Level Approach to Interactive Multi-objective Programming and its Applications. W: Advances in Multicriteria Analysis (Pardalos P. M., Siskos Y., Zopoundis C. red.), KluwerAcademic Publishers, Dodrecht, 147-174.

Narula S.C., Kirilov L., Vassilev V. (1994) Reference Direction Approach for Solving Multiple Objective Nonlinear Programming Problems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 24, 804-806.

Nash J.F., (1950) The Bargaining Problem, *Econometrica*, Vol. 18, 155-162.

Nash J.F., (1953) Two-Person Cooperative Games, *Econometrica*, Vol. 21, 129-140.

von Neumann, J., O. Morgenstern (1953) Theory of Games and Economic Behaviour, Princeton, New Jersey, Princeton Univ. Press.

Nunamaker J., F., Applegate L., M., Konsynsky B., R. (1988) Computer-aided deliberation: Model Management and Group Decision Support. *Operations Research*, Vol. 36., 826-848.

Nyhart J., Samarasan D. (1989) The Elements of Negotiation Management: Using Computers to Help Resolve Conflict. *Negotiation Journal*, 43-62.

Nykowski I., Żółkiewski Z.(1985) A compromise procedure for the multiple objective linear fractional programming problem. *European J. Oper. Res.* 19, 91-97.

Ogryczak W., (1997) Wielokryterialna optymalizacja liniowa i dyskretna. Modele preferencji i zastosowania do wspomagania decyzji. Warszawa, Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego.

Ogryczak W., (2002) Multiple criteria optimization and decisions under risk, *Control and Cybernetics*, Vol. 31 , No. 4.

Ogryczak W., Śliwiński T. (2007) On Optimization of the Importance Weighted OWA Aggregation of Multiple Criteria. LNCS **4705**, 804-817.

Ogryczak W., (2008) Reference Point Method with Lexicographic Min-ordering of Individual Achievements. W: Multiple Criteria Decision Making 07, T. Trzaskalik red.. Publisher of The Karol Adamiecki University of Economics in Katowice, Katowice, 155-174.

Pawlak Z.(1982) Rough sets. *International Journal of Computer and Information Sciences*, 11, 341-356.

Pawlak Z.(1991) Rough Sets. Kluwer, Dordrecht.

Peleg, B. (1963) Solutions to Cooperative Games without Side Payments. *Trans. Amer. Math. Soc.* Vol. 106, 280-292.

Piasecki, St., J. Hołubiec, A. Ameliańczyk (1982). Międzynarodowa kooperacja gospodarcza, modelowanie i optymalizacja. PWN, Warszawa.

Raiffa H., (1953) Arbitration Schemes for Generalized Two-Person Games, *Annals of Mathematics Studies*, No. 28 361-387, Princeton.

Raiffa H. (1982) The Art and Science of Negotiations. Harvard Univ. Press, Cambridge.

Ransmeier J. S. (1942) The Tennessee Valley Authority: A Case Study in the Economics of Multiple Purpose Stream Planning, The Vanderbild University Press, Nashvill.

Rogowski, J. Sobczyk, A. P. Wierzbicki (1988) IAC-DIDAS-L A Dynamic Interactive Decision Analysis and Support System, Linear Version. WP-88-110, IIASA, Laxenburg, Austria.

Roth A.E., (1979a) An Impossibility Result Concerning n-Person Bargaining Games, *International Journal of Game Theory*, Vol. 8, 129-132.

Roth A.E., (1979b) Axiomatic Model of Bargaining, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 170, Springer-Verlag, Berlin.

Roth A.E. , M.W.K. Malouf , (1979) Game-Theoretical Models and the Role of Information in Bargaining, *Psychological Review*, Vol. 86, 1163-1170.

Roy B. (1990) Wielokryterialne wspomaganie decyzji. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne. Warszawa.

Savage L. J., The foundations of statistics. New York, Wiley, 1954

Sawaragi Y., Nakayama H., Tanino T. (1985) Theory of Multiobjective Optimization. Academic Press, New York.

DeSanctis G., Gallupe R., B. (1987) A Foundation for the Study of Group Decision Support Systems. *Management Science*, Vol. 33, No. 5., 589-609.

Schmeidler D. (1969) The Nucleolus of a Characteristic Function Game, *SIAM Journal of Applied Mathematics*, Vol. 17, No. 3, 1163-1169.

Sebenius J. K. (1992) Negotiation Analysis: A Characterization and Review *Management Science*, Vol. 38, No. 1, 18-38.

Sebenius J. K. (2007) Negotiation Analysis: Between Decisions and Games. W: W. Edwards, R. Miles, D. von Winterfeldt (eds.),Advances in Decision Analysis, Cambridge University Press, Cambridge.

Seo F. (1988) Utilization of Mathematical Programming in Group Decision Making: An Application to Effective Formation of Integrated Regional Information Networks. Discussion Paper No. 254, Kyoto Institute of Economic Research, Kyoto University.

Seo F. Sakawa M. (1987) Multiple Criteria Decision Analysis in Regional Planning, D. Reidel Publishing Co.

Shakun M. (1988) Evolutionary Systems Design. HoldenDay, Oakland, CA.

Shapley L. S. (1953) A Value for n-Person Game, *Annals of Mathematics Studies*, Vol. 28,

Shapley L. S., Schubik M.(1966) Quasi-cores in Monetary Economy with Nonvonvex Preferences, *Econometrica*, Vol. 34, 805-827.

Skulimowski A.(1996) Decision Support Systems Based on Reference Sets Theory Multiobjective Optimization. AGH-Press, Kraków.

Skwarczyło M. (1988) Opis użytkowy programu SCONVEX. Opracowanie ZTSW-24-17/88, IBS PAN, Warszawa.

Stam A., H. Cesar, M. Kuula (1989) Transboundary Air Pollution in Europe: An Interactive Multicriteria Tradeoff Analysis, WP-89-61, IIASA, Laxenburg, Austria.

Stearns R. (1964) On the Axioms for a Cooperative Game without Side Payments. Proc. Amer. Math. Soc. Vol. 15, 82-86.

Steuer R.E.(1986) Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation, and Application. Wiley, New York.

Szapiro T. (1991) Podejście interaktywne we wspomaganiu podejmowania decyzji. SGH. Warszawa.

Szapiro T. (1993) Co decyduje o decyzji. PWN, Warszawa.

Szapiro T.(red.) (2000) Decyzje menadżerskie z Excelem. PWE, Warszawa.

Szapiro T., Wojewnik P. (2007) Negotiating an Investment Strategy with Fuzzy Redescriptions. W: G. Kersten, j. Rios, E. Chen (red.) Proc. Group Decisions and Negotiations 2007, Vol. II, Concordia Univ., Montreal, Canada.

Szapiro T., Wojewnik P. (2008) Universal Software Platform for Construction of Web-based Negotiation Support Systems. W: J. Climaco, G. Kersten, J. P. Costa (red.) Group Decisions and Negotiation, Proceedings, 203-204.

Teich J. E., Wallenius H., Kuula M., Zionts S. (1995) A Decision Support Approach for Negotiation with an Application to Agricultural Income Policy Negotiations. *European Journal of Operational Research*, Vol. 81, 76-87.

Thomson W., (1980) Two Characterization of the Raiffa Solution, Economic Letters, Vol. 6, 225-231.

Thrall, R.M., Lucas W.F. (1963) n-Person Games in Partition Function Form, *Naval Research Logistics Quarterly*, 10, 281-298.

Toczyłowski E.(2003) Optymalizacja procesów rynkowych przy ograniczeniach. AOW EXIT, Warszawa.

Toczyłowski E. (2009) Zgodność motywacji w mechanizmach rynku energii. Rynek Energii, II(IV) , 88-95.

Trzaskalik T. (1990) Wielokryterialne dyskretne programowanie dynamiczne. Teoria i zastosowania w praktyce gospodarczej. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach.

Trzaskalik T. (1997) Multiple Criteria Discrete Dynamic Programming. W: Multiple Criteria Decision Making. Fandel G., Gal T. (eds), LNEMS 448, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 202-211.

Trzaskalik T. (1998) Multiobjective analysis in dynamic environment. Karol Adamiecki University of Economics in Katowice (Katowice).

Trzaskalik T., Michnik J. (red.) (2002) Multiple objective and goal programming : Recent developments. Physica-Verlag, Springer.

Trzaskalik T., Sitarz S. (2007) Discrete dynamic programming with outcomes in random variable structures. *European Journal of Operational Research*, 177, (3), 1535-1548.

Trzaskalik T. (red.) (2006) Metody wielokryterialne na polskim rynku finansowym. PWE, Warszawa.

Tversky A., Kahneman O., (1981) The framing of decisions and the psychology of choice, *Science*, Vol. 211, 453-480.

Tversky A. (1967) Utility theory and additivity analysis of risky choices, *Experimental Psychology*, Vol. 75, 27-37.

Vetschera, R.(1990) Group Decisions and Negotiation Support - a Methodological Survey. *OR Spectrum*, Vol. 17, 67-77.

Vetschera R., Kersten G., Köszegi S. (2006) User Assessment of Internet-Based Negotiation Support Systems: An Exploratory Study. *Journal of Organizational Computing and Electronic Commerce* Vol. 16 (2), 123-148.

Vetschera, R.(2007) Preference structures and negotiator behavior in electronic negotiations. *Decision Support Systems* Vol. 44 (1), 135-146.

Wachowicz T. (2006) Application of Multiple Attribute Stochastic Dominance to Selection of Negotiation Strategies in E-negotiations. W: Multiple Decision Making 05, T. Trzaskalik (red). The Karol Adamiecki University of Economic Press, Katowice.

Wachowicz T. (2008) Negotiation and Arbitration Support with Analytic Hierarchical Process. W: Multiple Decision Making 07, T. Trzaskalik (red). The Karol Adamiecki University of Economic Press, Katowice.

Wierzbicki A. (2010) Trust and Fairness in Open, Distributed Systems. Springer

Wierzbicki A.P., (1982) A Mathematical Basis for Satisficing Decision Making, *Mathematical Modelling*, 3, 391-405.

Wierzbicki A.P., (1983) Negotiation and Mediation in Conflicts I: The Role of Mathematical Approaches and Methods, Working Paper WP-83-106, IIASA, Laxenburg; także w: H. Chestnat i inni, (ed): Supplemental Ways to Increase International Stability, Pergamon Press, Oxford, 1983.

Wierzbicki A.P., (1985) Negotiation and Mediation in Conflicts II: Plural Rationality and Interactive Decision Processes, W: M.Grauer, M.Thompson, A.P.Wierzbicki (ed): Plural Rationality and Interactive Decision Processes, Proceedings Sopron 1984, Springer-Verlag, Heidelberg.

Wierzbicki A.P.,(1986) On the Completeness and Constructiveness of Parametric Characterizations to Vector Optimization Problems, *OR Spectrum* 8:73-87, Springer Verlag.

Wierzbicki A.P., (1990) Multiple Criteria Solutions in Noncooperative Game Theory, Part III. Discussion Paper 288, Kyoto Institute of Economic Research, Kyoto University, Kyoto.

Wierzbicki A.P., (1987) Towards Interactive Procedures in Simulation and Gaming: Implications for Multiperson Decision Support, W: Methodology and Software for Interactive Decision Support, Proceedings of International Workshop, Albena, Springer Verlag.

Wierzbicki, A. P., L. Krus, M. Makowski (1993) The Role of Multi-Objective Optimization in Negotiation and Mediation Support" in: Theory and Decision, special issue on "International Negotiation Support Systems: Theory, Methods, and Practice, Vol. 34 (3), 201-214.

Wierzbicki A. P., M. Makowski, J. Wessels, (2000) Model-based Decision Support Methodology with Environmental Applications, Kluwer Academic Press, Dordrecht, Boston.

Wierzbicki A. P. (2005) A Reference Point Approach to Coalition Games. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* Vol. 13 (2-3), 81-89.

Young H. P., Okada N., Hashimoto T. (1980) Cost Allocation in Water Resources Development - A Case Study of Sweden. RR 80-32, IIASA, Laxenburg, Austria.

Young P. (1982) Cost allocation. Prentice Hall. New York.

Young P. (1985) Monotonic solutions of cooperative games. *Internationl Journal of Game Theory*, Vol. 14 (2),65-72.

Young P. (1992) Negotiation Analysis. The University of Michigan Press.

Zeleny, M.(1973) Compromise programming. In: Cochrane, J.L., Zeleny,M. (eds.) Multiple Criteria Decision Making, 262-301. University of South Carolina, Columbia, SC.

Zionts S., Wallenius J. (1976) An Interactive Programming Method for Solving the Multiple Criteria Problem. *Management Science* 22, 652-663.

Zionts S., Wallenius J. (1983) An Interactive Multiple Objective Linear Programming Method for a Class of Underlying Utility Functions. *Management Science* 29, 519-529.

Rozpatruje się sytuacje decyzyjne, w których występuje kilku decydentów, negocjujących warunki współpracy. Problem dotyczy podziału efektów współpracy, przy czym każdy decydent ma swój odrębny, wielokryterialny zestaw celów, które chciałby osiągnąć i kieruje się swoimi preferencjami.

W pracy przedstawia się podstawy teoretyczne i metody wspomagania procesu decyzyjnego w takich sytuacjach z wykorzystaniem odpowiednio zbudowanego systemu komputerowego. Rozpatrywane sytuacje opisywane są formalnie jako modele wielokryterialnego problemu targu i wielokryterialnych gier koalicyjnych. Proponowane są koncepcje rozwiązań w tych grach uwzględniające preferencje decydentów, a następnie wielorundowe procedury negocjacyjne wspomagające proces znajdowania zgodnego rozwiązania. W poszczególnych rundach takiej procedury stosowana jest jednostronna i wielostronna analiza wielokryterialna możliwych wypłat, przy czym system komputerowy generuje propozycje mediacyjne. Przedstawia się konstrukcję zbudowanego systemu komputerowego MCBARG, w którym taka procedura została zaimplementowana oraz przykłady problemów kooperacji.

ISSN 0208-8029
ISBN 9788389475381

SYSTEMS RESEARCH INSTITUTE
POLISH ACADEMY OF SCIENCES
Phone: (+48) 22 3810246 / 22 3810277 / 22 3810241 / 22 3810273
email: biblioteka@ibspan.waw.pl