XXXVII Konferencja

Statystyka Matematyczna

XXXVII Konferencja
WISŁA 5-9.12.2011
STATYSTYKA MATEMATYCZNA

Wisła 2011

XXXVII Konferencja

Statystyka Matematyczna

Wisła 2011

Wisła, 5–9 grudnia 2011 r.

Organizatorzy Konferencji

Komitet Matematyki Polskiej Akademii Nauk
Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych Politechniki Warszawskiej
Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk

Komitet Organizacyjny

Marek Gągolewski
Przemysław Grzegorzewski (przewodniczący)
Jan Mielniczuk

Sponsorzy

Wydawnictwo Naukowe PWN SA
SAS Institute Polska

Miejsce Konferencji

Hotel *Gawra*
ul. Górnośląska 44, 43-460 Wisła
tel: (+48 33) 855-23-92
www.hotelgawra.pl

Redakcja

Marek Gągolewski
Przemysław Grzegorzewski

Druk i oprawa

SOWA Sp. z o.o
ul. Hrubieszowska 6a, 01-209 Warszawa
www.sowadruk.pl

ISBN: 978-8-3894-7539-8

Spis treści

Streszczenia referatów

Przedmowa

W roku 2011 minie 38 lat od zapoczątkowania cyklu konferencji *Statystyka matematyczna*. Z perspektywy tych lat widać, iż konferencje te są unikatowym wydarzeniem naukowym, niezmiernie ważnym dla środowiska matematyków zajmujących się statystyką matematyczną w naszym kraju — zarówno dla uczonych pracujących twórczo nad rozmaitymi problemami statystyki, dla osób stosujących metody statystyczne w praktyce, jak i dla doktorantów oraz młodych pracowników nauki zainteresowanych tą dyscypliną.

Podstawowym celem Konferencji jest przegląd wyników naukowych uzyskanych przez polskich statystyków w ciągu ostatniego roku, rozwijanie współpracy i wymiany informacji pomiędzy krajowymi zespołami badawczymi i poszczególnymi matematykami oraz konsolidacja środowiska zajmującego się statystyką matematyczną.

Organizatorami XXXVII Konferencji Statystyka Matematyczna są:

- Komisja Statystyki Matematycznej Komitetu Matematyki PAN
- Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych Politechniki Warszawskiej
- Instytut Badań Systemowych PAN.

Miejscem odbywania się tegorocznej Konferencji jest Hotel Gawra w Wiśle. Oprócz referatów zgłaszanych przez uczestników zaplanowaliśmy cykl wykładów pt. *Wnioskowanie nieparametryczne i semiparametryczne w teorii sygnałów i przetwarzaniu obrazów*, które wygłosi prof. Mirosław Pawlak (University of Manitoba).

Dziękujemy wszystkim, którzy pomogli w zorganizowaniu konferencji, a więc Komitetowi Matematyki PAN, władzom Wydziału MiNI PW, dyrekcji IBS PAN, naszym sponsorom: SAS Institute Polska i Wydawnictwu Naukowemu PWN oraz pracownikom Hotelu Gawra.

Życzymy owocnego uczestnictwa w Konferencji.

W imieniu Komitetu Organizacyjnego

— prof. nzw. dr hab. Przemysław Grzegorzewski

Historia

W tym roku mija trzydzieści dziewięć lat pracy Komisji Statystyki Matematycznej Komitetu Matematyki PAN. Jakie były jej początki? W protokole posiedzenia Komitetu Nauk Matematycznych PAN z dnia 16. czerwca 1972 r. czytamy:

> *Doc. dr Caliński omówił sytuację w dziedzinie statystyki matematycznej w Polsce. Odczuwany jest duży brak specjalistów z tego zakresu. W toku dyskusji uznano sprawę kształcenia kadr z dziedziny statystyki matematycznej za bardzo pilną i zwrócono się do doc. dra Calińskiego z prośbą o przedstawienie Prezydium Komitetu wniosków w sprawie powołania Komisji ds. Statystyki Matematycznej.*

W dniu 7 września 1972 r. doc. dr Tadeusz Caliński przesłał na ręce prof. dra hab. Bogdana Bojarskiego, sekretarza naukowego Komitetu Nauk Matematycznych PAN, pismo precyzujące zakres działania oraz skład Komisji.

Zakres działania Komisji został określony następująco:

1. Zbadanie sytuacji w nauczaniu statystyki matematycznej na kierunkach matematyki, a zwłaszcza możliwości uruchomienia specjalizacji ze statystyki matematycznej na przynajmniej jednym uniwersytecie.
2. Zbadanie możliwości i ewentualne zgłoszenie propozycji uruchomienia studiów doktoranckich lub studiów podyplomowych (stacjonarnych) w zakresie teorii i zastosowań statystyki matematycznej w najbardziej zaawansowanych ośrodkach naukowych.
3. Stymulowanie kształcenia na najwyższym poziomie matematyków i innych pracowników nauki zainteresowanych twórczym rozwijaniem teorii i metod statystyki matematycznej poprzez:
   (a) patronowanie regionalnym seminariom ze statystyki matematycznej,
   (b) inicjowanie wakacyjnych szkół ze statystyki matematycznej,
   (c) zgłaszanie i opiniowanie wniosków o stypendia na staże krajowe i zagraniczne w zakresie statystyki matematycznej.
4. Zainicjowanie i podtrzymywanie ogólnokrajowej współpracy i wymiany informacji między zainteresowanymi środowiskami naukowymi dla umożliwienia realizacji zadań wymienionych w punktach 1-3.
5. Popieranie i rozwijanie zagranicznych kontaktów naukowych zwłaszcza przez stwarzanie warunków umożliwiających wymianę wykładowców (patrz punkt 3b), odbywanie studiów i staży zagranicznych (patrz punkt 3c) oraz udział statystyków polskich w międzynarodowych imprezach naukowych.

6. Przyczynianie się do szerszego dopływu czasopism i książek ze statystyki matematycznej do bibliotek ośrodków naukowych zainteresowanych teorią i zastosowaniami statystyki matematycznej.
7. Roztoczenie opieki nad tematami ze statystyki matematycznej w planach badań naukowych, głównie w problemie węzłowym 06.1.1 i oferowanie pomocy w ich opiniowaniu.
8. Współpracowanie z wydawnictwami w zakresie planów wydawniczych dotyczących książek ze statystyki matematycznej, autorów polskich oraz tłumaczeń, a także współpracowanie z redakcjami czasopism publikujących prace ze statystyki matematycznej celem wpływania na właściwy rozwój piśmiennictwa z tej dziedziny.

Prezydium Komitetu Nauk Matematycznych PAN na posiedzeniu w Lublinie w dniu 19 września 1972 r. powołało Komisję ds. Rozwoju Statystyki Matematycznej w Polsce oraz zaakceptowało tezy w sprawie zakresu działania Komisji przedstawione w piśmie doc. dra hab. Tadeusza Calińskiego z dnia 7 września 1972 r. Komitet stwierdził, że w miarę swych organizacyjnych i finansowych możliwości będzie udzielał Komisji wszelkiej niezbędnej pomocy organizacyjnej i finansowej. Pierwsze działania Komisja podjęła w listopadzie 1972 r., a jej pierwsze posiedzenie plenarne odbyło się w dniu 13 lutego 1973 r. we Wrocławiu.

Pod patronatem Komisji do tej pory zorganizowanych zostało 36 konferencji (w tym 13 międzynarodowych, ozn. w wykazie symbolem *): 22 w Wiśle, 5 w Błażejewku, 2 w Będlewie oraz Poznaniu, a także w Jachrance, Kozubniku, Łagowie, Olsztynie i Szklarskiej Porębie.

W ciągu trzydziestu dziewięciu lat działalności Komisja Statystyki Matematycznej odbyła czterdzieści osiem posiedzeń. Obecnie trwa dwunasta kadencja Komisji. Poniżej podajemy skład osobowy Komisji wszystkich kadencji oraz spis wszystkich konferencji i posiedzeń Komisji.

I Kadencja: 1972–1975 (Powołanie Komisji: 19.09.1972)

Skład osobowy:

1. prof. Józef Łukaszewicz (przew.)
2. doc. Tadeusz Caliński (wiceprzew.)
3. doc. Bolesław Kopociński (sekr.)
4. doc. Robert Bartoszyński
5. doc. Witold Klonecki
6. dr Mirosław Krzyśko
7. dr Edward Niedokos
8. prof. Witold Oktaba
9. dr Elżbieta Pleszczyńska
10. doc. Stanisław Trybuła
11. prof. Mieczysław Warmus
12. dr Ryszard Zieliński

Posiedzenia komisji:

1. Wrocław, 13.02.1973
2. Warszawa, 15.06.1973
3. Warszawa, 8.04.1974
4. Wisła, 12.12.1974
5. Warszawa, 1.03.1975

Konferencje:

I. Wisła, 6–12.12.1973
II. Wisła, 12–18.12.1974

II Kadencja: 1975–1977 (Powołanie Komisji: 27.10.1975)

Skład osobowy:

1. doc. Tadeusz Caliński (przew.)
2. doc. Witold Klonecki (wiceprzew.)
3. dr Mirosław Krzyśko (sekr.)
4. doc. Robert Bartoszyński
5. doc. Eugeniusz Fidelis (od 1977 r.)
6. doc. Bolesław Kopociński
7. prof. Józef Łukaszewicz
8. doc. Edward Niedokos
9. prof. Witold Oktaba
10. doc. Elżbieta Pleszczyńska
11. doc. Stanisław Trybuła
12. prof. Mieczysław Warmus
13. dr Ryszard Zieliński

Posiedzenia komisji:

6. Wisła, 6.12.1975
7. Wrocław, 30.09.1976
8. Wisła, 15.12.1976
9. Wisła, 9.12.1977

Konferencje:

III. Wisła, 6–12.12.1975
IV. Wisła, 13–18.12.1976
V. Wisła, 8–14.12.1977 *

III Kadencja: 1978–1980 (Powołanie Komisji: 16.02.1978)

Skład osobowy identyczny jak w II kadencji.

Posiedzenia komisji:

10. Poznań, 5.06.1978
11. Wisła, 11.12.1978
12. Wrocław, 29.01.1979
13. Wisła, 8.12.1979
14. Warszawa, 15.05.1980
15. Wisła, 5.12.1980

Konferencje:

VI. Wisła, 7–13.12.1978 *
VII. Wisła, 7–12.12.1979
VIII. Wisła, 4–10.12.1980 *

IV Kadencja: 1981–1984 (Powołanie Komisji: 28.01.1981)

Skład osobowy:

1. doc. Ryszard Zieliński (przew.)
2. dr Mirosław Krzyśko (wiceprzew.)
3. dr Roman Zmyślony (sekr.)
4. doc. Robert Bartoszyński
5. prof. Tadeusz Caliński
6. doc. Eugeniusz Fidelis
7. dr Radosław Kala
8. doc. Witold Klonecki
9. dr Teresa Ledwina
10. prof. Józef Łukaszewicz
11. doc. Edward Niedokos
12. prof. Witold Oktaba
13. doc. Elżbieta Pleszczyńska
14. prof. Dominik Szynal

Posiedzenia komisji:

16. Warszawa, 22.05.1981
17. Warszawa, 21.01.1983
18. Błażejewko, 9.12.1983
19. Poznań, 7.02.1984
20. Warszawa, 14.12.1984

Konferencje:

IX. Błażejewko, 2–8.12.1982
X. Błażejewko, 8–14.12.1983
XI. Poznań, 4–8.06.1984 *

V Kadencja: 1985–1987 (Powołanie Komisji: 14.01.1985)

Skład osobowy:

1. doc. Ryszard Zieliński (przew.)
2. doc. Mirosław Krzyśko (wiceprzew.)
3. dr Roman Zmyślony (sekr.)
4. dr Jarosław Bartoszewicz
5. prof. Robert Bartoszyński
6. prof. Tadeusz Caliński
7. dr Joachim Domsta
8. doc. Eugeniusz Fidelis

9. doc. Stanisław Gnot
10. dr Radosław Kala
11. doc. Witold Klonecki
12. dr Teresa Ledwina
13. prof. Józef Łukaszewicz
14. doc. Edward Niedokos
15. prof. Witold Oktaba
16. doc. Elżbieta Pleszczyńska
17. prof. Dominik Szynal

Posiedzenia komisji:

21. Warszawa, 29.11.1985
22. Warszawa, 12.12.1986
23. Błażejewko, 28.05.1987

Konferencje:

XII. Błażejewko, 30.05–5.06.1985
XIII. Kozubnik, 10–14.06.1986 *
XIV. Błażejewko, 28.05–3.06.1987

VI Kadencja: 1988–1990 (Powołanie Komisji: 27.01.1988)

Skład osobowy:

1. doc. Stanisław Gnot (przew.)
2. dr Radosław Kala (wiceprzew.)
3. dr Jacek Koronacki (sekr.)
4. doc. Jerzy Baksalary
5. dr Jarosław Bartoszewicz
6. doc. Tadeusz Bednarski
7. prof. Tadeusz Caliński
8. doc. Eugeniusz Fidelis
9. doc. Mirosław Krzyśko
10. dr Teresa Ledwina
11. dr Jan Mielniczuk
12. doc. Edward Niedokos
13. prof. Witold Oktaba
14. prof. Czesław Platt
15. doc. Elżbieta Pleszczyńska
16. prof. Dominik Szynal
17. doc. Ryszard Zieliński
18. dr Roman Zmyślony

Posiedzenia komisji:

24. Poznań, 1.02.1988
25. Olsztyn, 30.08.1988
26. Poznań, 2.02.1989
27. Błażejewko, 31.05.1990

Konferencje:

XV. Olsztyn, 29.08–2.09.1988 *
XVI. Błażejewko, 29.05–2.06.1990

VII Kadencja: 1991–1993 (Powołanie Sekcji Statystyki: 25.01.1991)

Skład osobowy:

1. prof. Mirosław Krzyśko (przew.)
2. prof. Stanisław Gnot (wiceprzew.)
3. dr hab. Krystyna Katulska (sekr.)
4. doc. Jerzy Baksalary
5. doc. Jarosław Bartoszewicz
6. doc. Tadeusz Bednarski
7. prof. Tadeusz Galiński
8. prof. Witold Klonecki
9. doc. Jacek Koronacki
10. doc. Edward Niedokos
11. prof. Witold Oktaba
12. prof. Zdzisław Rychlik
13. doc. Czesław Stępniak
14. prof. Ryszard Zieliński
15. doc. Roman Zmyślony

Posiedzenia komisji:

28. Wisła, 10.12.1991
29. Wisła, 9.12.1992
30. Poznań, 23.02.1993

Konferencje:

XVII. Wisła, 9–13.12.1991
XVIII. Wisła, 7–11.12.1992
XIX. Poznań, 31.05–4.06.1993 *

VIII Kadencja: 1994–1996 (Powołanie Sekcji Statystyki: 28.09.1994)

Skład osobowy:

1. prof. Mirosław Krzyśko (przew.)
2. prof. Ryszard Zieliński (wiceprzew.)
3. dr hab. Krystyna Katulska (sekr.)
4. prof. Jarosław Bartoszewicz
5. doc. Tadeusz Bednarski
6. prof. Tadeusz Caliński
7. prof. Lesław Gajek
8. prof. Stanisław Gnot
9. prof. Radosław Kala
10. doc. Jacek Koronacki
11. prof. Witold Oktaba
12. dr Tomasz Rychlik
13. prof. Zdzisław Rychlik
14. prof. Czesław Stępniak
15. prof. Roman Zmyślony

Posiedzenia komisji:

31. Wisła, 6.12.1994
32. Poznań, 3.02.1995
33. Wisła, 5.12.1995
34. Poznań, 2.02.1996

Konferencje:

XX. Wisła, 5–9.12.1994
XXI. Wisła, 4–8.12.1995
XXII. Jachranka, 17–21.06.1996 *

IX Kadencja: 1996–1998 (Powołanie Sekcji Statystyki: 19.10.1996)

Skład osobowy:

1. prof. Mirosław Krzyśko (przew.)
2. prof. Ryszard Zieliński (wiceprzew.)
3. dr hab. Krystyna Katulska (sekr.)
4. prof. Jarosław Bartoszewicz
5. prof. Tadeusz Bednarski
6. prof. Tadeusz Caliński
7. prof. Bronisław Ceranka
8. prof. Lesław Gajek
9. prof. Stanisław Gnot
10. prof. Radosław Kala
11. doc. Jacek Koronacki
12. prof. Witold Oktaba
13. dr Tomasz Rychlik
14. prof. Czesław Stępniak
15. prof. Roman Zmyślony
16. prof. Stefan Zontek

Posiedzenia komisji:

35. Poznań, 13.02.1997
36. Wisła, 9.12.1997
37. Poznań, 5.02.1998

Konferencje:

XXIII. Wisła, 8–12.12.1997
XXIV. Łagów, 7–11.09.1998 *

X Kadencja: 1999–2002 (Powołanie Sekcji Statystyki: 17.03.1999)

Skład osobowy:

1. prof. Mirosław Krzyśko (przew.)
2. prof. Krystyna Katulska (sekr.)
3. prof. Jarosław Bartoszewicz
4. prof. Tadeusz Bednarski
5. prof. Tadeusz Caliński
6. prof. Bronisław Ceranka
7. prof. Lesław Gajek
8. prof. Stanisław Gnot
9. prof. Radosław Kala
10. doc. Jacek Koronacki
11. prof. Teresa Ledwina
12. prof. Wojciech Niemiro
13. prof. Witold Oktaba
14. doc. Tomasz Rychlik
15. prof. Czesław Stępniak
16. prof. Ryszard Zieliński
17. prof. Wojciech Zieliński
18. prof. Roman Zmyślony
19. prof. Stefan Zontek

Posiedzenia komisji:

38. Wisła, 7.12.1999
39. Wisła, 4.12.2001
40. Poznań, 24.05.2002
41. Wisła, 3.12.2002

Konferencje:

XXV. Wisła, 6–11.12.1999
XXVI. Szklarska Poręba, 21–25.06.2000 *
XXVII. Wisła, 3–7.12.2001
XXVIII. Wisła, 2–6.12.2002

XI Kadencja: 2003–2006 (Powołanie Sekcji Statystyki: 29.05.2003)

Skład osobowy:

1. prof. Mirosław Krzyśko (przew.)
2. prof. Roman Zmyślony (wiceprzew.)
3. prof. Krystyna Katulska (sekr.)
4. prof. Jarosław Bartoszewicz
5. prof. Tadeusz Bednarski
6. prof. Tadeusz Caliński
7. prof. Bronisław Ceranka
8. prof. Lesław Gajek
9. prof. Radosław Kala
10. prof. Jacek Koronacki
11. prof. Teresa Ledwina
12. prof. Marek Męczarski
13. prof. Wojciech Niemiro
14. prof. Witold Oktaba
15. prof. Tomasz Rychlik
16. prof. Czesław Stępniak
17. prof. Ryszard Zieliński
18. prof. Wojciech Zieliński
19. prof. Stefan Zontek

Posiedzenia komisji:

42. Zielona Góra, 29.09.2003
43. Wisła, 7.12.2004
44. Wisła, 6.12.2005
45. Wisła, 5.12.2006

Konferencje:

XXIX. Będlewo, 25-29.08.2003 *
XXX. Wisła, 6-11.12.2004
XXXI. Wisła, 5-10.12.2005
XXXII. Wisła, 4-9.12.2006

XII Kadencja: 2007–2011 (Powołanie Sekcji Statystyki: 26.09.2007)

Skład osobowy:

1. prof. Mirosław Krzyśko (przew.)
2. prof. Krystyna Katulska (sekr.)
3. prof. Jarosław Bartoszewicz
4. prof. Tadeusz Bednarski
5. prof. Tadeusz Caliński
6. prof. Bronisław Ceranka
7. prof. Lesław Gajek
8. prof. Radosław Kala
9. prof. Jacek Koronacki
10. prof. Teresa Ledwina
11. prof. Marek Męczarski
12. prof. Jan Mielniczuk
13. prof. Wojciech Niemiro
14. prof. Witold Oktaba
15. prof. Tomasz Rychlik
16. prof. Czesław Stępniak
17. prof. Jacek Wesołowski
18. prof. Ryszard Zieliński
19. prof. Wojciech Zieliński
20. prof. Roman Zmyślony
21. prof. Stefan Zontek

Posiedzenia komisji:

46. Wisła, 4.12.2007
47. Wisła, 8.12.2009
48. Wisła, 7.12.2010
49. Wisła, 7.12.2011 (planowane)

Konferencje:

XXXIII. Wisła, 3-7.12.2007
XXXIV. Będlewo 21-25.04.2008 *
XXXV. Wisła, 7-11.12.2009
XXXVI. Wisła, 6-10.12.2010
XXXVII. Wisła, 5-9.12.2011

Streszczenia referatów

O stochastycznej strukturze szeregów rytmu serca

Krystyna Ambroch[1]

Celem referatu jest przybliżenie modelowania pewnego typu rzeczywistych procesów niestacjonarnych, heteroskedastycznych, niegaussowskich. Przy zastosowaniu pewnych kryteriów dopasowania modelu klasy ARIMA-ARCH dostajemy pewną charakterystyczną podklasę. Pewne nietypowe szeregi prowadzą do rozszerzenia tej podklasy do klasy modeli o bardziej złożonej strukturze heteroskedastyczności.

Literatura

[1] Cryer J.D., Chan K.S., *Time Series Analysis*, Springer, New York, 2008.

[1] Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej Politechniki Gdańskiej
ul. Bałtycka 13, 80-341 Gdańsk
ambroch@mif.pg.gda.pl

O pewnym twierdzeniu orzekającym niemożliwość przeprowadzenia analizy skupień

Stanisław Ambroszkiewicz[1], *Jacek Koronacki*[1]

Twierdzenie przywołane w tytule referatu to szeroko cytowane twierdzenie Jona Kleinberga [1]. Jego oryginalny dowód, bardzo długi, ale za to niosący wiele informacji dodatkowych o naturze analizy skupień, zastępujemy dowodem mieszczącym się na jednym slajdzie, naszym zdaniem pokazując w ten sposób, że rzekomo możliwie ogólne sformułowanie przez Kleinberga zadania analizy skupień jest sformułowaniem nietrafnym.

Literatura

[1] Kleinberg J., *An impossibility theorem for clustering*, W: Becker S., Thrun S., Obermayer K. (red.), *Advances in Neural Information Processing Systems* s. 446–453, 2002.

[1] Instytut Podstaw Informatyki PAN
ul. Ordona 21, 01-237 Warszawa
sambrosz@ipipan.waw.pl, korona@ipipan.waw.pl

Reprezentacje rozkładów ważonych

Jarosław Bartoszewicz[1]

Niech $\boldsymbol{X}$ będzie n-wymiarowym wektorem losowym o absolutnie ciągłym rozkładzie F z gęstością f i niech $w : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^+$ będzie funkcją, dla której $0 < E[w(\boldsymbol{X})] < \infty$. Rozkład o gęstości

$$f_w(\boldsymbol{x}) = \frac{w(\boldsymbol{x})f(\boldsymbol{x})}{E[w(\boldsymbol{X})]}, \qquad \boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n,$$

nazywa się *rozkładem ważonym* związanym z F z *funkcją wagową* w. Wektor losowy $\boldsymbol{X}_w$ o rozkładzie F_w nazywa się *ważoną wersją* wektora $\boldsymbol{X}$.

Bartoszewicz i Skolimowska [2] rozpatrywali przypadek $n = 1$ i udowodnili, że jeśli funkcja w jest rosnąca lewostronnie ciągła, to $F_w(x) = L_W(F(x))$, a jeśli w jest malejąca lewostronnie ciągła, to $F_w(x) = 1 - L_W(1 - F(x))$, gdzie L_W jest *krzywą Lorenza* zmiennej losowej $W = w(X)$. Błażej [3] uogólnił ten wynik i udowodnił, że dla dowolnej funkcji wagowej w, $F_w(x) = F^*(F(x))$, gdzie F^* jest pewną absolutnie ciągłą dystrybuantą na przedziale $[0, 1]$. Bartoszewicz [1] znalazł reprezentację jednowymiarowego rozkładu ważonego, gdy funkcja wagowa jest superpozycją dwóch funkcji, z których jedna jest monotoniczna. W ten sposób okazało się, że rozkłady wielu ważnych statystyk można traktować jako rozkłady ważone, a twierdzeń teorii tych rozkładów można użyć w dowodach ich własności.

W komunikacie zostanie przedstawione rozszerzenie wyników pracy [1] na przypadek wielowymiarowy oraz jego zastosowanie w dowodach pewnych własności krzywej Lorenza, porządków stochastycznych i klas rozkładów czasu życia.

Literatura

[1] Bartoszewicz J., On a representation of weighted distributions, *Statistics and Probability Letters* **79**, s. 1690–1694, 2009.

[2] Bartoszewicz J., Skolimowska M., Preservation of classes of life distributions and stochastic orders under weighting, *Statistics and Probability Letters* **76**, s. 587–596, 2006.

[3] Błażej P., Preservation of classes of life distributions under weighting with a general weight function, *Statistics and Probability Letters* **78**, s. 3056–3061, 2008.

[1] Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego
pl. Grunwaldzki 2/4, 50-384 Wrocław
jarbar@math.uni.wroc.pl

Asymptotyczna optymalność reguł wielokrotnego testowania w rzadkich mieszaninach

Małgorzata Bogdan[1], *Florian Frommlet*[2]

Frakcja fałszywych odrzuceń (False Discovery Rate, FDR) i ryzyko bayesowskie to dwie odmienne charakterystyki opisujące zachowanie procedur wielokrotnego testowania. Ostatnie badania wykazały jednak, że w przypadku gdy rzeczywista liczba sygnałów stanowi niewielki ułamek p całkowitej liczby testów m, to procedura Benjaminiego-Hochberga (BH) [1] kontrolująca FDR ma również bardzo dobre własności z punktu widzenia ryzyka bayesowskiego. W szczególności, w [2] udowodniono asymptotyczną optymalność (Asymptotic Bayes Optimality under Sparsity, ABOS) procedury BH w sytuacji gdy rozkład brzegowy statystyki testowej jest mieszaniną rozkładów normalnych o różnych wariancjach, rozmiar próby n jest ustalony, $p \to 0$, a średnia wielkość sygnału wolno dąży do nieskończoności wraz z m. W [3] wyniki te zostały uogólnione na testowanie ogólnych hipotez o parametrach położenia i skali w rodzinach, w których zlogarytmowana gęstość jest funkcją wklęsłą. W czasie tego wykładu omówimy rozszerzenie wyników z [2] na przypadek gdy wielkość sygnału ma dowolny rozkład o dodatniej gęstości w pewnym otoczeniu zera, który nie zmienia się wraz ze wzrostem m, podczas gdy n powoli dąży do nieskończoności. Wyniki asymptotyczne zilustrujemy porównaniami dla konkretnych umiarkowanych wartości m i n. Jeżeli czas pozwoli to omówimy też implikacje tych wyników w kontekście wyboru zmiennych objaśniających w rzadkiej regresji.

Literatura

[1] Benjamini Y., Hochberg Y., Controlling the false discovery rate: a practical and powerful approach to multiple testing, *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B.* **57**, s. 289–300, 1995.

[2] Bogdan M., Chakrabarti A., Frommlet F., Ghosh J.K., Asymptotic Bayes Optimality under sparsity of some multiple testing procedures, *Annals of Statistics* **39**, s. 1551–1579, 2011.

[3] Neuvial P., Roquain E., On false discovery rate thresholding for classification under sparsity, *arXiv:1106.6147*, 2011.

[1] Instytut Matematyki i Informatyki Politechniki Wrocławskiej
malgorzata.bogdan@pwr.wroc.pl

[2] Core Unit of Medical Statistics and Informatics, Medical University of Vienna
florian.frommlet@meduniwien.ac.at

Wykorzystanie metody SMC do konstrukcji wersji online algorytmu EM

Katarzyna Brzozowska-Rup[1], *Antoni Leon Dawidowicz*[2]

Celem referatu jest znalezienie metody estymacji parametrów łącznego rozkładu procesu obserwacji $\{Y_t\}_{t=1}^{T}$ oraz zmiennej ukrytej $\{X_t\}_{t=1}^{T}$, gdzie zmienna ukryta spełnia warunek Markowa. Idea prezentowanej procedury polega na połączeniu metody SMC z techniką aproksymacji stochastycznej umożliwiając szacowanie funkcji pseudo-wiarogodności $Q(\theta|y_{1:t}, \theta_t) := E[\log p(x_{1:t}, y_{1:t}|\theta)|y_{1:t}, \theta_{t-1}]$ w momencie pojawiania się nowej obserwacji. W szczególności funkcja pseudo-wiarogodności wyznaczana jest na podstawie następującej zależności rekurencyjnej

$$Q_t(\theta, y_{1:t}|y_t) = (1 - \gamma_t)Q_{t-1}(\theta, y_{1:t-1}|y_{t-1}) + \gamma_t E[\log p(x_t, x_{t-1}|\theta)|y_{1:t}, \theta_{t-1}],$$

gdzie $\{\gamma_k\}$ jest stosownie dobranym ciągiem, natomiast $x_{1:t} = (x_1, \ldots, x_t)$, $y_{1:t} = (y_1, \ldots, y_t)$. Efektywność metody prezentowana jest na przykładzie liniowego, gaussowskiego modelu przestrzeni stanów oraz modelu zmienności stochastycznej SV.

Literatura

[1] Cappé O., Moulines E., Online EM algorithm for latent data models, *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B* **71**(3), s. 593–613, 2009..

[2] Cappé O., Online sequential Monte Carlo EM algorithm, *IEEE Workshop on Statistical Signal Processing (SSP)*, s. 37–40, 2009.

[3] Cappé O., Online EM algorithm for hidden Markov models, *J. Comput. Graph. Statist.*, (w druku).

[4] Celeux G., Chauveau D., Diebolt J., Some stochastic versions of the EM algorithm, *Journal of Statistical Computation and Simulation* **55**, s. 287–314, 2011.

[5] Doucet A, Godsill S., Andrieu C., On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering, *Statistics and Computing* **10**, s. 197–208, 2000.

[6] Kantas N. i in., An overview of sequential Monte Carlo methods for parameter estimation in general state-space models, *Proc. SYSID09. IFAC. France*, 2009.

[7] Robbins H., Monro S., A stochastic approximation method, *Annuals of Mathematical Statistics* **22**, s. 400–407, 1951.

[8] Sato S., Ishii S., On-line EM algorithm for the normalized Gaussian network, *Neural Computation* **12**(2), s. 407–432, 2000.

[9] Titterington D. M., Recursive parameter estimation using incomplete data, *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B* **46**(2), s. 257–267, 1984.

[1] Katedra Matematyki Politechniki Świętokrzyskiej
al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce, `brzozows@poczta.fm`

[2] Instytut Matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego
ul. Łojasiewicza 6, 30-348 Kraków, `Antoni.Leon.Dawidowicz@im.uj.edu.pl`

Regularne A-optymalne układy wagowe o skorelowanych błędach

Bronisław Ceranka[1], *Małgorzata Graczyk*[1]

W pracy przedstawiona została problematyka układów wagowych o macierzy układu, której elementami są 0 i 1. Dodatkowe założenia modelowe dotyczą błędów pomiarów. Przyjmuje się, że błędy są jednakowo skorelowane i mają jednakowe wariancje. Podane zostało dolne ograniczenie śladu macierzy informacji w zależności od współczynnika skorelowania oraz warunki określające istnienie układu optymalnego. Rozważania teoretyczne zostały zobrazowane przykładowymi konstrukcjami.

[1] Katedra Metod Matematycznych i Statystycznych Uniwersytetu Przyrodniczego w Poznaniu
ul. Wojska Polskiego 28, 60-637 Poznań
bronicer@up.poznan.pl, magra@up.poznan.pl

Estymator gładkości funkcji gęstości

Bogdan Ćmiel[1]

W pracy przedstawiono problemem estymacji parametru gładkości funkcji gęstości zdefiniowanego za pomocą przestrzeni Biesowa, tzn. istnienia dodatniej, rzeczywistej wartości s^* takiej, że dla każdego $s < s^*$ funkcja gęstości $f \in B^s_{2\infty}$ i dla każdego $s > s^*$, $f \notin B^s_{2\infty}$. Referat jest oparty na pracy [1], która jest rozszerzeniem wyników uzyskanych w pracy [2], gdzie zakładano, że parametr gładkości należy do przedziału $(0; 1/2)$, a konstrukcja estymatora oparta była na histogramach. Tutaj zakładamy tylko, że parametr gładkości jest ograniczony od góry przez pewną dodatnią stałą, a konstrukcja estymatora oparta jest na współczynnikach falkowych. Przedstawione zostaną również wyniki symulacji numerycznych dla pewnych gęstości o znanym parametrze gładkości.

Literatura

[1] Ćmiel B., Dziedziul K., *Density smoothness estimation*, (w recenzji).

[2] Dziedziul K., Kucharska M., Wolnik B., Estimation of the smoothness parameter, *Journal of Nonparametric Statistics*, doi:10.1080/10485252.2011.587879.

[1] Wydział Matematyki Stosowanej AGH
al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków
cmielbog@gmail.com

Metoda blokowego bootstrapu dla szeregów czasowych o strukturze okresowej

Anna Dudek[1], *Jacek Leśkow*[2]

Przestawiona zostanie nowa metoda bootstrap dla szeregów czasowych o strukturze okresowej. Jest ona modyfikacją metody bootstrapu bloków uwzględniającą sezonowość występującą w danych. Pokazana zostanie zgodność zaproponowanej metody w przypadku estymacji średniej globalnej oraz wskaźników sezonowych. Zaprezentowane zostaną również wyniki przeprowadzonych badań symulacyjnych.

Literatura

[1] Dudek A., Leśkow J., Paparoditis E., Politis D., *Block bootstrap for periodic time series*, (w przygotowaniu).

[1] Wydział Matematyki Stosowanej AGH
al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków
aedudek@agh.edu.pl

[2] Wyższa Szkoła Biznesu – National-Louis University
ul. Zielona 27, 33-300 Nowy Sącz
leskow@wsb-nlu.edu.pl

Testowanie hipotezy o wzajemnym położeniu względem siebie rozkładów uporządkowanych dyspersyjnie

Magdalena Frąszczak[1]

Lehmann i Rojo [3], a następnie Bartoszewicz i Benduch [1] oraz Bartoszewicz i Frąszczak [2] rozważali problem wzajemnego położenia względem siebie czwórek rozkładów prawdopodobieństwa uporządkowanych stochastycznie. W szczególności podali definicję, kiedy dla danej czwórki rozkładów $(F_1, G_1; F_2, G_2)$, uporządkowanych parami w danym porządku S (np. dyspersyjnym, wypukłym, hazardowym), rozkład G_2 jest bardziej na prawo od F_2 w porządku S niż G_1 od F_1.

W komunikacie zostanie rozważony problem testowania hipotez statystycznych o wzajemnym położeniu względem siebie czwórek rozkładów prawdopodobieństwa uporządkowanych dyspersyjnie. Zostanie podany rozkład graniczny zaproponowanej statystyki testowej w przypadku, gdy rozważane rozkłady pochodzą z rodziny rozkładów z parametrem skali. Wykorzystany zostanie m.in. fakt, że porządek dyspersyjny można scharakteryzować za pomocą gęstości kwantylowych.

Literatura

[1] Bartoszewicz J., Benduch M., Some properties of the generalized TTT transform, *J. Statist. Plann. Inference* **139**, s. 2008–2017, 2009.

[2] Bartoszewicz J., Frąszczak M., *Invariance of relative inverse function orderings under compositions of distributions.*

[3] Lehmann E.L., Rojo J., Invariant directional orderings, *Ann. Statist.* **20**, s. 2100–2110, 1992.

[1] Katedra Genetyki i Ogólnej Hodowli Zwierząt Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu
ul. Kożuchowska 7, 51-631 Wrocław
magdalena.fraszczak@up.wroc.pl

Porównanie wybranych estymatorów teoretycznego indeksu Hirscha

Marek Gągolewski[1,2]

W niniejszym komunikacie rozważymy zagadnienie estymacji tzw. teoretycznego indeksu Hirscha [2], który jest pewną charakterystyką położenia rozkładu mającą zastosowanie w wielu problemach praktycznych, m.in. systemach sterowania jakością w nauce, webometrii i marketingu. Przyjmując model zmiennych losowych niezależnych opisanych uogólnionym rozkładem Pareto (GPD) o ciężkich ogonach, porównamy podstawowe własności estymatorów opartych na uogólnionych operatorach OWMax [1] i próbkowym indeksie h [4] oraz MMSE Zhanga-Stevensa [5] i MLE o znanym i nieznanym parametrze skali.

Przedstawione wyniki są rozszerzeniem pracy [3].

Literatura

[1] Dubois D., Prade H., Testemale C., Weighted fuzzy pattern matching, *Fuzzy Sets and Systems* **28**, s. 313–331, 1988.

[2] Gągolewski M., *On estimation of the theoretical Hirsch index using the generalized OWMax operators*, (w przygotowaniu).

[3] Gagolewski M., Grzegorzewski P., *S-statistics and their basic properties*, W: Borgelt C. i in. (red.), *Combining Soft Computing and Statistical Methods in Data Analysis*, Springer-Verlag, s. 281–288, 2000.

[4] Hirsch J.E., An index to quantify individual's scientific research output, *PNAS* **102**(46), s. 16569–16572, 2005.

[5] Zhang J., Stevens M.A., A new and efficient estimation method for the Generalized Pareto Distribution, *Technometrics* **51**(3), s. 316–325, 2009.

[1] Instytut Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
gagolews@ibspan.waw.pl

[2] Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych Politechniki Warszawskiej
pl. Politechniki 1, 00-661 Warszawa

Losowe kombinacje wypukłe m-uogólnionych statystyk pozycyjnych

Agnieszka Goroncy[1], *Udo Kamps*[2]

Rozważamy sytuację identyczności rozkładów pojedynczej m-uogólnionej statystyki pozycyjnej i losowej kombinacji wypukłej dwóch sąsiednich m-uogólnionych statystyk pozycyjnych z wagami o rozkładach beta. Podajemy również charakteryzacje uogólnionych rozkładów Pareto.

Literatura

[1] Goroncy A., Kamps U., Random convex combinations of m-generalized order statistics, *Comm. Statist.-Theory Meth.*, (w druku).
[2] Beutner E., Kamps U., Random convex combinations of order statistics, *Statist. Probab. Lett.* **77**, s. 1133–1136, 2007.

[1] Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika
ul. Chopina 12/18, 87-100 Toruń
gemini@mat.uni.torun.pl

[2] Institute of Statistics, RWTH Aachen University
D-52056 Aachen, Niemcy
udo.kamps@rwth-aachen.de

A-optymalne układy wagowe, w których błędy mają różne wariancje

Małgorzata Graczyk[1]

W pracy przedstawione jest zagadnienie optymalnej estymacji nieznanych miar obiektów w modelu liniowym. Zakłada się, że wynik pomiaru można przedstawić jako liniową kombinację nieznanych miar obiektów o współczynnikach równych 1 lub 0 w zależności od tego, czy obiekt był uwzględniony w tym pomiarze, czy nie. Ponadto zakłada się, że pomiary zostały wykonane w różnym czasie lub przy użyciu różnej aparatury, stąd założenie o niejednakowych wariancjach błędów pomiarów. Podane zostało dolne ograniczenie śladu macierzy informacji oraz warunki, jakie musi spełniać macierz układu, aby układ był regularnie A-optymalny. Do konstrukcji macierzy układu zostały wykorzystane macierze incydencji układów zrównoważonych o blokach niekompletnych.

[1] Katedra Metod Matematycznych i Statystycznych Uniwersytetu Przyrodniczego w Poznaniu
ul. Wojska Polskiego 28, 60-637 Poznań
magra@up.poznan.pl

O estymacji komponentów wariancyjnych i nowych metodach optymalizacji

Mariusz Grządziel[1]

Obliczając wartości estymatorów największej wiarogodności często napotykamy na problemy związane z posiadaniem przez funkcję wiarogodności wielu maksimów lokalnych. Na tego rodzaju trudności natrafiamy w szczególności przy obliczaniu wartości estymatorów komponentów wariancyjnych typu REML (ang. *Residual Maximum Likelihood*) w liniowych modelach mieszanych (por. [2, Rozdział 8] oraz [3]). W ostatnich dwóch dekadach opracowano szereg metod optymalizacji globalnej „odpornych na ugrzęźnięcie w maksimach lokalnych". Zaproponowano także nowe metody optymalizacji lokalnej, które mogą być przydatne w poszukiwaniu maksimum globalnego. Wiele spośród tych procedur, zarówno „globalnych" jak i „lokalnych", zaimplementowano w bibliotece *NLopt* [1]. Podczas referatu zostanie przedyskutowana ich użyteczność do wyznaczania wartości estymatorów komponentów wariancyjnych typu REML.

Literatura

[1] Johnson G., *The NLopt nonlinear-optimization package*, http://ab-initio.mit.edu/nlopt, 2011.

[2] Searle S., Casella G., McCulloch, C., *Variance Components*, Wiley, New York, 1992.

[3] Welham, S., Thompson, R., A note on bimodality in the log-likelihood function for penalized spline mixed models, *Computational Statistics and Data Analysis* **53**, s. 920–931, 2009.

[1] Katedra Matematyki Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu
ul. Grunwaldzka 53, 50-357 Wrocław
mariusz.grzadziel@up.wroc.pl

O implikacjach probabilistycznych

Przemysław Grzegorzewski[1,2]

W referacie zostanie przedstawiona nowa klasa operatorów implikacji, zwanych implikacjami probabilistycznymi, tworzonych na bazie warunkowych kopuł (por. [2]). Zostaną omówione związki tej klasy operatorów z rozwijającą się dynamicznie teorią implikacji wielowartościowych, zwanych powszechnie implikacjami rozmytymi (por. [1]).

Okazuje się, że implikacje probabilistyczne mają ciekawe własności (por. [3]), dzięki którym mogą być przydatne we wnioskowaniu przybliżonym, wydobywaniu wiedzy, podejmowaniu decyzji itd.

Literatura

[1] Baczynski M., Jayaram B., *Fuzzy Implications*, Springer, 2008.

[2] Grzegorzewski P., *Probabilistic implications*, W: *Proceedings of the 7th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology EUSFLAT-2011 and LFA-2011*, Aix-Les-Bains, France, Atlantis Press, s. 254–258, 2011.

[3] Grzegorzewski P., *On the properties of probabilistic implications*, W: De Baets B. i in. (red.), *Eurofuse 2011, AISC* **107**, Springer, s. 67–78, 2011.

[1] Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych Politechniki Warszawskiej
Plac Politechniki 1, 00-661 Warszawa
pgrzeg@mini.pw.edu.pl

[2] Instytut Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
pgrzeg@ibspan.waw.pl

Bootstrapowe obszary predykcyjne dla wielowymiarowych modeli autoregresji z liniowymi ograniczeniami

Marcin Hławka[1], *Roman Różański*[1]

W referacie przedstawiona zostanie konstrukcja bootstrapowych obszarów predykcyjnych dla wielowymiarowych modeli autoregresji z liniowymi ograniczeniami nałożonymi na macierz współczynników. Zakładamy, że szereg czasowy jest odwracalny oraz całkowicie niedeterministyczny. Proces replikujemy przy użyciu metody bootstrap. Replikacje te wykorzystane są w konstrukcji jednoczesnych obszarów predykcyjnych opartych o statystyki minimów i maksimów. Rozpatrywane są także obszary oparte na korekcie Bonferoniego. Pokażemy dowody zgodności badanych obszarów. W obszernym studium symulacyjnym porównamy prawdopodobieństwo pokrycia oraz objętości otrzymanych obszarów predykcyjnych.

Literatura

[1] Billingsley P., *Probability and Measure*, wyd. 3, Wiley, 2008.
[2] Chlapinski G., *Metody replikacji w problemie predykcji modeli szeregow czasowych oraz czasowo-przestrzennych*, rozprawa doktorska, I-18, PWr, 2009.
[3] Hławka M., Różański R., *Bootstrap prediction intervals in multivariate model autoregression with linear constraints*, (w przygotowaniu).
[4] Lütkepohl H., *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer, 2005.

[1] Instytut Matematyki i Informatyki Politechniki Wrocławskiej
ul. Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław
marcin.hlawka@pwr.wroc.pl, roman.rozanski@pwr.wroc.pl

Karta Kendalla jako narzędzie do wykrywania zależności pomiędzy kolejnymi pomiarami procesów

Olgierd Hryniewicz[1], *Anna Szediw*[1]

Celem statystycznego sterowania procesem (SPC) jest wykrywanie rozregulowań procesu, co w konsekwencji powinno prowadzić do znajdowania i usuwania przyczyn rozregulowania, a więc do poprawy jakości procesu. Od kilkudziesięciu już lat stosowane są do tego celu proste metody statystyczne, w tym niezwykle popularne karty kontrolne Shewharta oraz inne karty kontrolne jak np. CUSUM i EWMA.

Te klasyczne i szeroko stosowane karty kontrolne konstruowane są przy założeniu, że obserwacje procesu są niezależne. W praktyce założenie to nie zawsze jest spełnione. Istnieją procesy, takie jak procesy chemiczne, czy też różne ciągłe procesy produkcyjne, dla których występowanie zależności pomiędzy kolejnymi pomiarami jest szczególnie charakterystyczne.

Występowanie zależności wśród obserwacji procesu ma wysoce niepożądany wpływ na efektywność klasycznych kart kontrolnych. Opracowano wiele różnych podejść do problemów SPC dla skorelowanych procesów. W większości przypadków są to jednak złożone procedury statystyczne, trudne w zastosowaniu dla przeciętnego praktyka. Potrzebą zdaje się być zatem umiejętność rozstrzygania, czy w danej sytuacji konieczne jest stosowanie zaawansowanych metod SPC dla skorelowanych danych. W referacie przedstawiona zostanie karta kontrolna Kendalla jako proste i uniwersalne nieparametryczne narzędzie statystyczne zaprojektowane do wykrywania zależności pomiędzy kolejnymi pomiarami procesu [1].

Literatura

[1] Hryniewicz O., Szediw A., *Sequentail signals on a control chart based on nonparametric statistical tests*, W: Lenz H.J., Wilrich P.Th., Schmid W. (red.), *Frontiers in Statistical Quality Control* **9**, Springer, Heidelberg, s. 99–117, 2010.

[1] Instytut Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
hryniewi@ibspan.waw.pl, szediw@ibspan.waw.pl

Zastosowanie efektywności Kallenberga do oceny mocy testu

Tadeusz Inglot[1]

Zostanie przedstawione zastosowanie asymptotycznej efektywności pośredniej (Kallenberga) do asymptotycznych oszacowań niedoboru mocy danego testu (względem testu Neymana-Pearsona) dla ciągu alternatyw zbieżnego do hipotezy. Okazuje się, że znalezione oszacowania asymptotyczne pozwalają na całkiem niezłą prognozę niedoboru mocy dla ustalonej alternatywy w środkowym zakresie mocy nawet dla stosunkowo niewielkich prób. Częściowe, słabsze wyniki były referowane na konferencji „Wisła 2005".

Literatura

[1] Inglot T., Intermediate efficiency by shifting alternatives and evaluation of power, *Journal of Statistical Planning and Inference* **140**, s. 3263–3281, 2010.

[1] Instytut Matematyki i Informatyki Politechniki Wrocławskiej
ul. Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław
Tadeusz.Inglot@pwr.wroc.pl

Wartości rekordowe o losowych indeksach

Maria Iwińska[1], *Magdalena Szymkowiak*[1]

W referacie zostaną przedstawione własności wartości rekordowych w wybranych klasach funkcji niezawodności. Indeksy wartości rekordowych będą losowe.

Literatura

[1] Hu C.-Y., Lin G.D., Characterizations of the exponential distribution by stochastic ordering properties of the geometric compound, *Ann. Inst. Statist. Math.* **55**(3), s. 499–506, 2003.

[2] Iwińska M., On the characterization of the exponential distribution by record values with random index, *Fasc. Math.* **36**, s. 33–39, 2005.

[3] Prakasa Rao B.L.S., Singh H., Sufficient conditions stochastic equality of two distribution under some partial orders, *Statist. Probab. Lett.* **80**, s. 513–518, 2010.

[1] Instytut Matematyki Politechniki Poznańskiej
ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań
maria.iwinska@put.poznan.pl, magdalena.szymkowiak@put.poznan.pl

Oszacowania rozproszenia statystyk pozycyjnych w populacjach zależnych i symetrycznych

Krzysztof Jasiński[1]

Wskazujemy górne oszacowania optymalne rozmaitych miar rozproszenia statystyk pozycyjnych z prób zależnych i symetrycznych, wyrażone w jednostkach tych samych miar rozproszenia dla pojedynczej obserwacji oraz podajemy warunki osiągalności. W szczególności oszacowania te obowiązują dla wariancji. Są one silniejsze niż oszacowania [2] dla statystyk pozycyjnych z prób zależnych, wyznaczone bez założenia symetrii.

Literatura

[1] Jasiński K., Rychlik T., *Bounds on dispersion of order statistics based on dependent symmetrically distributed random variables*, (w przygotowaniu).

[2] Rychlik T., Extreme variances of order statistics in dependent samples, *Statist. Probab. Lett.* **78**, s. 1577–1582, 2008.

[1] Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika
ul. Chopina 12/18, 87-100 Toruń
krzys@mat.umk.pl

Adaptacyjne testy wynikowe do testowania jednowymiarowej symetrii oparte na układach funkcji niegładkich

Jadwiga Józefczyk[1]

Problem testowania symetrii rozkładu jest jednym z najstarszych problemów testowania nieparametrycznego. Pomimo tego posiada obszerna współczesną literaturę i wciąż jest intensywnie badany. Pokazuje to, że symetria jest ważna własnością w wielu modelach m.in. ekonometrycznych. Referat będzie kontynuacją wystąpienia z ubiegłorocznej konferencji. Zaprezentujemy pewne nowe adaptacyjne testy wynikowe oparte na układach funkcji niegładkich. Przedstawimy własności asymptotyczne tych testów przy hipotezie i przy alternatywach. Omówimy również sposób modelowania asymetrii rozkładu. Ponadto pokażemy wyniki badań symulacyjnych, w których nowe testy zostaną porównane z naszą poprzednią konstrukcją oraz bardzo dobrym testem Modarresa i Gastwirtha, zwanym testem hybrydowym.

[1] Instytut Matematyki i Informatyki Politechniki Wrocławskiej
ul. Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław
jadwiga.jozefczyk@pwr.wroc.pl

D-optymalne chemiczne układy wagowe dla trzech obiektów

Krystyna Katulska[1], *Łukasz Smaga*[1]

W pracy rozważane są D-optymalne chemiczne układy wagowe dla estymacji nieznanych miar trzech obiektów. Zakłada się, że błędy pomiarów tworzą proces autoregresyjny rzędu pierwszego. Wtedy macierz kowariancji błędów zależy od znanego parametru ρ. W literaturze znane są pewne wyniki dotyczące D-optymalnych układów wagowych dla trzech obiektów w klasie układów o macierzy układu, której pierwsza kolumna jest wektorem złożonym z samych jedynek (patrz [4] lub [5]). W pracy zaprezentowano macierz D-optymalnego chemicznego układu wagowego dla trzech obiektów, gdy $\rho \in [0, 1/(n-2)]$. Dla wartości parametru ρ z przedziału $[0, 1/(n-2))$, sformułowano i udowodniono twierdzenie podające warunek konieczny i dostateczny na to, aby chemiczny układ wagowy dla trzech obiektów był D-optymalny.

Literatura

[1] Galil Z., Kiefer J., D-optimum weighing designs, *Ann. Statist.* **8**, s. 1293–1306, 1980.

[2] Katulska K., Smaga Ł., D-optimal chemical balance weighing designs with $n \equiv 0 \pmod 4$ and 3 objects, *Communications in Statistics — Theory and Methods*, (w druku).

[3] Katulska K., Smaga Ł., D-optimal chemical balance weighing designs with autoregressive errors, (w recenzji).

[4] Li C.H., Yang S.Y., On a conjecture in D-optimal designs with $n \equiv 0 \pmod 4$, *Linear Algebra and its Applications* **400**, s. 279–290, 2005.

[5] Yeh H.G., Lo Huang M.N., On exact D-optimal designs with 2 two-level factors and n autocorrelated observations, *Metrika* **61**, s. 261–275, 2005.

Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza
ul. Umultowska 87, 61-614 Poznań
krakat@amu.edu.pl, ls@amu.edu.pl

Funkcjonalne zmienne dyskryminacyjne

Mirosław Krzyśko[1], *Tomasz Górecki*[1]

Niech y_{lij} oznacza zaobserwowaną wartość badanej cechy statystycznej na i-tej jednostce pochodzącej z l-tej klasy w j-tym momencie czasowym, gdzie $i = 1, 2, \ldots, N_l$, $j = 1, 2, \ldots, J_i$, $l = 1, 2, \ldots, L$, $N_1 + N_2 + \ldots + N_L = N$. Momenty obserwacji t_{lij} danej cechy statystycznej od jednostki do jednostki mogą się zmieniać, a odstępy między momentami czasowymi nie muszą być jednakowe. Wówczas nasze dane składają się z par $\{t_{lij}, y_{lij}\}$, gdzie $t_{lij} \in I$, $i = 1, 2, \ldots, N_l$, $j = 1, 2, \ldots, J_i$, $l = 1, 2, \ldots, L$. Następnie dokonujemy konwersji danych dyskretnych $\{t_{lij}, y_{lij}\}$ do danych funkcjonalnych:

$$\{x_{li}(t),\ i = 1, 2, \ldots, N_l,\ l = 1, 2, \ldots, L,\ t \in I\}, \text{ gdzie}$$

$$x_{li}(t) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k \varphi_k(t),\ t \in I,$$

$\{\varphi_k(t)\}$ jest wybranym układem ortonormalnych funkcji bazowych, natomiast współczynniki c_k dopasowywane są metodą najmniejszych kwadratów (patrz [1]).

W referacie podany zostanie sposób konstrukcji zmiennych dyskryminacyjnych w przestrzeni $L_2(I)$ dla danych funkcjonalnych. Podana zostanie również ujądrowiona wersja tej konstrukcji.

Literatura

[1] Ramsay J.O., Silverman B.W., *Functional Data Analysis*, wyd. 2, Springer, 2005.

[1] Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza
ul. Umultowska 87, 61-614 Poznań
mkrzysko@amu.edu.pl, drizzt@amu.edu.pl

Jądrowe zmienne dyskryminacyjne

Mirosław Krzyśko[1], *Waldemar Wołyński*[1], *Łukasz Waszak*[1]

Niech $\mathbf{x}_{i1}, ..., \mathbf{x}_{in_i}$ będzie próbą uczącą z klasy i, gdzie $\mathbf{x}_{ij} \in \mathbb{R}^p, j = 1, ..., n_i, i = 1, ..., K, n_1 + n_2 + ... + n_K = n$. Z próby tej wyliczamy wektor średnich $\bar{\mathbf{x}}_i = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i} \mathbf{x}_{ij}$ oraz macierz kowariancji $\mathbf{S}_i = \frac{1}{n_i-1}\sum_{j=1}^{n_i}(\mathbf{x}_{ij}\text{-}\bar{\mathbf{x}}_i)(\mathbf{x}_{ij}\text{-}\bar{\mathbf{x}}_i)^T, i = 1, ..., K$. Z całej próby uczącej, liczącej n-elementów, wyliczamy $\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{K} n_i\bar{\mathbf{x}}_i$, $\mathbf{B} = \sum_{i=1}^{K} n_i(\mathbf{x}_i\text{-}\bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_i\text{-}\bar{\mathbf{x}})^T$ oraz $\mathbf{W} = \sum_{i=1}^{K}(n_i - 1)\mathbf{S}_i$, gdzie $\mathbf{B}$ jest macierzą zmienności międzyklasowej, natomiast $\mathbf{W}$ jest macierzą zmienności wewnątrzklasowej. Niech $\mathbf{S}_B = \frac{1}{K-1}\mathbf{B}$, $\mathbf{S}_W = \frac{1}{n-K}\mathbf{W}$. Konstruujemy nowe zmienne $u_i = \mathbf{a}_i^T\mathbf{x}$, zwane zmiennymi dyskryminacyjnymi , które maksymalizują miarę zróżnicowania K klas: $J(\mathbf{a}) = \frac{\mathbf{a}^T\mathbf{S}_B\mathbf{a}}{\mathbf{a}^T\mathbf{S}_W\mathbf{a}}$, przy dodatkowym warunku ograniczającym $\mathbf{a}_i^T\mathbf{S}_W\mathbf{a}_j = \delta_{ij}$ (delta Kroneckera), oznaczającym, że zmienne dyskryminacyjne mają być nieskorelowane i mają mieć jednostkowe wariancje.
Ponieważ macierz $\mathbf{S}_W$ jest dodatnio określona z prawdopodobieństwem 1, to zadanie sprowadza się do rozwiązania uogólnionego zagadnienia własnego, tj. znalezienia wektorów własnych macierzy $\mathbf{S}_W^{-1}\mathbf{S}_B$ odpowiadających niezerowym wartościom własnym $\lambda_i = \lambda_i(\mathbf{S}_W^{-1}\mathbf{S}_B)$. Znalezione zmienne dyskryminacyjne są funkcjami liniowymi zmiennych pierwotnych.

W celu skonstruowania nieliniowych (jądrowych) zmiennych dyskryminacyjnych należy przestrzeń $\mathbb{R}^p$ odwzorować nieliniowo na przestrzeń Hilberta H z jądrem reprodukującym: $F : \mathbb{R}^P \to H$. W przestrzeni H konstruujemy nieskorelowane zmienne dyskryminacyjne $u = \mathbf{a}^T\mathbf{F}(\mathbf{x})$, które maksymalizują funkcję $J(\mathbf{a}) = \frac{\mathbf{a}^T\mathbf{KWKa}}{\mathbf{a}^T\mathbf{K}(\mathbf{I}-\mathbf{W})\mathbf{Ka}}$, gdzie K jest macierzą jądrową, natomiast $\mathbf{W} = \mathrm{diag}(\mathbf{W}_1, ..., \mathbf{W}_K)$ jest macierzą blokową, w której blok $\mathbf{W}_i$ jest macierzą stopnia n_i o elementach $\frac{1}{n_i}, i = 1, ..., K$. W tym przypadku macierz $\mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{W})\mathbf{K}$ nie jest macierzą dodatnio określoną i zadania optymalizacji nie możemy sprowadzić do rozwiązania uogólnionego zagadnienia własnego. W referacie przedstawione zostaną trzy różne propozycje rozwiązania tego problemu.

[1] Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza
ul. Umultowska 87, 61-614 Poznań
mkrzysko@amu.edu.pl, wolynski@amu.edu.pl, lwaszak@amu.edu.pl

Lasy losowe Breimana i inteligentne systemy inwestycyjne w funduszach typu Quant

Piotr Ładyżyński[1]

Wg doniesień agencji monitorujących rynki finansowe 20% obrotu giełdowego generowana jest przez automatyczne systemy inwestycyjne.

W referacie przedstawię schemat budowy automatycznego systemu inwestycyjnego wykorzystującego lasy losowe Breimana i zbadam jego właściwości. System zostanie porównany z innymi rozwiązaniami dostępnymi w literaturze. Poruszone zostaną również inne niezwykle ważne aspekty zarządzania kapitałem w funduszach typu Quant (zarządzanie pozycją) będące kluczem do sukcesu strategii inwestycyjnej, a często pomijane w literaturze.

[1] Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych Politechniki Warszawskiej
pl. Politechniki 1, 00-661 Warszawa
P.Ladyzynski@mini.pw.edu.pl

Wybór struktury i estymacja parametrów macierzy korelacji komponentów losowych w liniowym modelu z efektami mieszanymi

Aleksandra Maj[1]

W liniowych modelach mieszanych, będących uogólnieniem modeli liniowych, oprócz współczynników β traktowanych jako stałe, znajdują się jeszcze efekty losowe b_i, $i = 1, ..., N$:

$$y_i = X_i\beta + Z_i b_i + \varepsilon_i,$$

gdzie $b_i \sim \mathcal{N}(0, D)$ i $\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \mathcal{R}_i)$, $b \perp \varepsilon$.

W referacie przedstawię szereg kryteriów jakości modelu oraz zaprezentuję wyniki studium symulacyjnego, które przeprowadziłam za pomocą autorskiego pakietu środowiska R o nazwie `lmmfit`, służącego do zachłannego doboru struktur korelacji komponentów losowych D i $\mathcal{R}_i$ na podstawie wybranego kryterium.

Literatura

[1] Pinheiro J., Bates D., *Mixed-Effects Models in S and S-PLUS*, Springer, 2000.

[2] Pinheiro J., Bates D., Unconsrained parametrizations for variance-covariance matrices, *Statistics and Computing* **6**(3), s. 289–296, 1996.

[1] Instytut Podstaw Informatyki PAN
ul. Ordona 21, 01-237 Warszawa
am248424@gmail.com

O rozszerzonej metodzie największej wiarogodności (EML) w zastosowaniu do hierarchicznego uogólnionego modelu liniowego

Andrzej Michalski[1]

Autor referatu przedstawi ogólną koncepcję tzw. rozszerzonej metody największej wiarogodności, znaną w literaturze pod nazwą *extended maximum likelihood* (EML) [2] i pokaże istotne różnice względem metody standardowej (klasycznej). Wiele modeli liniowych o bardziej złożonej strukturze probabilistycznej, w celu przeprowadzenia efektywnego wnioskowania, wymaga posługiwania się trzema typami obiektów: nieznanymi parametrami θ, losową zmienną wynikową y (dane obserwowane) i dodatkowo nieobserwowanymi losowymi wielkościami v. Metoda największej wiarogodności EML, w odróżnieniu od klasycznej, dopuszcza normalizację rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej wynikowej, która jest konieczna ze względu na charakter pomiarów i specyficzną naturalną skalę zmienności, a w zastosowaniu na ogół daje lepsze wyniki w porównaniu z metodą standardową [1]. Dla kilku przykładów danych eksperymentalnych autor przedstawi różne statystyczne i numeryczne aspekty metody EML w zastosowaniu do hierarchicznego uogólnionego modelu liniowego [3].

Literatura

[1] Barlow R., Extended maximum likelihood, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A* **297**(3), s. 496–506, 1990.

[2] Bjørnstad J.F., On the generalization of the likelihood function and likelihood principle, *Journal of the American Statistical Association* **91** , s. 791–806, 1996.

[3] Lee Y., Nelder J.A., Pawitan Y., *Generalized Linear Models with Random Effects. Unified Analysis via H-likelihood*, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, London, New York, 2006.

[1] Katedra Matematyki Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu
ul. Grunwaldzka 53, 50-357 Wrocław
apm.mich@gmail.com

Wykorzystanie metody RSM (Random Subspace Method) do predykcji i konstrukcji wag zmiennych w zadaniu regresji

Jan Mielniczuk[1,2], *Paweł Teisseyre*[1]

Metoda RSM (Random Subspace Method), zaproponowana przez Breimana [1] i Ho [3], jest efektywnym narzędziem stosowanym w klasyfikacji i regresji w przypadku dużej liczby atrubutów M. W konstrukcji Breimana konstruowane jest drzewo w oparciu o losowo wybrany podzbiór $m << M$ atrybutów. Procedura powtarzana jest B razy, co pozwala stworzyć komitet drzew (*random forest*). Metoda Ho jest uogólnieniem algorytmu Breimana na przypadek dowolnej rodziny klasyfikatorów.

W pracy [4] proponujemy wykorzystanie metody RSM do predykcji i konstrukcji nowej miary istotności zmiennych w regresji liniowej. Dla wylosowanego podzbioru m atrybutów dopasowywany jest model liniowy, a każdej z wylosowanych zmiennych przypisana waga równa kwadratowi wartości statystyki t w tym modelu. Procedura jest powtarzana B razy, a końcowe wagi odpowiadające zmiennym są średnimi wag indywidualnych dla modeli, w których zmienne te zostały wylosowane. Procedura pozwala utworzyć ranking zmiennych. Wybór podzbioru atrybutów, na hierarchicznej rodzinie modeli utworzonej w oparciu o ranking zmiennych, dokonywany jest poprzez minimalizację błędu predykcji na niezależnej próbie walidacyjnej.

W referacie przedstawimy wyniki teoretyczne dotyczące zachowania się wprowadzonej procedury. Omówimy również wyniki symulacji, w których porównujemy moc predykcyjną zaproponowanej metody i innych popularnych metod stosowanych dla danych wysokowymiarowych (lasso, ocena istotności pojedynczych zmiennych, lasy losowe). Porównujemy także miarę istotności zmiennych opartą na schemacie RSM i inne opisane w literaturze miary: lmg [2] i zaproponowane przez Breimana.

Literatura

[1] Breiman L., Random forests, *Machine Learning* **45**(1), s. 5–32, 2001.

[2] Grömping U., Estimators of relative importance in linear regression based on variance decomposition, *The American Statistician* **61**, s. 139–147, 2007.

[3] Ho T.K., The Random Subspace Method for constructing decision forests, *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.* **20**(8), s. 832–844, 1998.

[4] Mielniczuk J., Teisseyre P., *Using Random Subspace Method for ranking variables and prediction in linear regression*, (w przygotowaniu).

[1] Instytut Podstaw Informatyki PAN
ul. Ordona 21, 01-237 Warszawa

[2] Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych Politechniki Warszawskiej
pl. Politechniki 1, 00-661 Warszawa

Wpływ metod molekularnych na ocenę odziedziczalności w liniowym modelu mieszanym z dwoma komponentami

Marta Molińska-Glura[1], *Krzysztof Moliński*[2]

W referacie przedstawione zostaną różne postaci dyspersji w mieszanym modelu liniowym z dwoma komponentami. Zaprezentowany zostanie także sposób uporządkowania otrzymanych ocen komponentów wariancyjnych. Prowadzone rozważania będą uwzględniać stopień spokrewnienia lub brak informacji o strukturze podobieństwa analizowanych obiektów.

Literatura

[1] Rao C.R., *Modele liniowe statystyki matematycznej*, PWN, Warszawa, 1982.
[2] Morrison D.F., *Wielowymiarowa analiza statystyczna*, PWN, Warszawa, 1990.

[1] Katedra i Zakład Informatyki i Statystyki Uniwersytetu Medycznego w Poznaniu

[2] Katedra Metod Matematycznych i Statystycznych Uniwersytetu Przyrodniczego w Poznaniu

Maksymalizacja wiarogodności i metody Monte Carlo (MCML): porównanie algorytmów

Wojciech Niemiro[1,2], *Marta Zalewska*[3]

Metody Monte Carlo znajdują zastosowanie do obliczania estymatorów największej wiarogodności w sytuacji, gdy gęstość rozkładu prawdopodobieństwa jest znana tylko z dokładnością do stałej normującej lub gdy model zawiera brakujące dane lub zmienne ukryte. Podstawowa idea pochodzi od C. Geyera i jest niezwykle prosta. Wykorzystuje się schemat losowania istotnego (Importance Sampling) do aproksymacji wiarogodności. Jeśli y jest obserwacją, a Z zmienną ukrytą, to trudną do obliczenia wiarogodność $L(\theta) = f_\theta(y) = \int f_\theta(y,z)\mathrm{d}z$ zastępuje się przez

$$L_m(\theta) = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}\frac{f_\theta(y,Z_k)}{h(Z_k)},$$

gdzie $Z_1,\ldots,Z_m$ jest próbką Monte Carlo wygenerowaną z rozkładu o gęstości $h(z)$. Okazuje się jednak, że oparte na tym schemacie algorytmy różnią się dramatycznie między sobą pod względem efektywności. Referat będzie próbą porównania kilku takich algorytmów i wyjaśnienia pozornej sprzeczności pomiędzy wynikami różnych autorów.

Literatura

[1] Geyer C., On the convergence of MCML calculations, *J.R. Statist. Soc. (B)* **56**, 1994.

[2] Capp O., Douc R., Moulines E., Robert C., On the convergence of MCML metod for latent variable models, *Scand. J. Statist.* **63**, 2002.

[3] Sung Y.J., Geyer C., MC likelihood inference for missing data models, *Ann. Statist.* **35**, 2007.

[4] Zalewska M., Niemiro W., Samoliński B., MCMC imputation in autologistic model, *MC Methods Appl.* **16**, 2010.

[1] Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika
ul. Chopina 12/18, 87-100 Toruń wniem@mat.uni.torun.pl

[2] Wydział Matematyki Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego
ul. Banacha 2, 02-097 Warszawa wniem@mimuw.edu.pl

[3] Wydział Nauki o Zdrowiu Warszawskiego Uniwersytetu Medycznego
ul. Żwirki i Wigury 61, 02-091 Warszawa zalewska.marta@gmail.com

Wykrywanie punktu zmiany w dwufazowym modelu regresji liniowej z ograniczeniami na kształt alternatyw

Konrad Nosek[1]

W referacie przedstawiony zostanie problem wykrywania punktu zmiany w dwufazowym modelu regresji liniowej przy założeniu, iż w drugiej części punkty nie leżą poniżej prostej początkowej. Do wykrycia punktu zmiany zaproponowana zostanie metoda oparta na ilorazie wiarogodności dla modeli liniowych z ograniczeniami w postaci nierówności.

Literatura

[1] Chen J., Gupta A.K., *Parametric Statistical Change Point Analysis*, Birkhaeuser, Boston, 2000.
[2] Gourieroux C., Holly A., Monfort A., Likelihood ratio test, Wald test, and Kuhn-Tucker test in linear models with inequality constraints on the regression parameters, *Econometrica* **50**, s. 63–80, 1982.
[3] Hinkley D.V., Inference in two-phase regression, *J. Amer. Statist. Assoc.* **66**, s. 736–743, 1971.
[4] Julious S.A. Inference and estimation in changepoint regression problem, *The Statistician* **50**, s. 51–61, 2001.
[5] Kim H.-J., Siegmund, D., The likelihood ratio tests for a change-point in simple linear regression, *Biometrika* **76**, s. 409–423, 1989.

[1] Wydział Matematyki Stosowanej AGH
al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków
konosek@agh.edu.pl

Stochastyczne uporządkowanie estymatorów metody momentów

Piotr Nowak[1]

Idea stochastycznego porównywania estymatorów jest często spotykana w literaturze, np. [1], [2]. W komunikacie zostanie omówiony problem stochastycznego uporządkowania estymatorów metody momentów. Zostaną podane warunki, przy których te estymatory są uporządkowane względem porządków określonych typów, w szczególności dla jednoparametrowych rozkładów z rodziny wykładniczej z parametrem położenia i skali. Uwzględniony zostanie także przypadek estymacji parametrów metodą momentów i uporządkowania estymatorów w oparciu o dane cenzurowane, zob. np. [3].

Literatura

[1] Balakrishnan N., Mi J., Order-preserving property of maximum likelihood estimator, *Journal of Statistical Planning and Inference* **98**, s. 89–99, 2001.
[2] Gan G., MLE are stochastically increasing if likelihoods are unimodal, *Statistics & Probability Letters* **40**, s. 289–292, 1998.
[3] Zhongxin N., Heliang F., Moment-method estimation based on censored sample, *Journal of Systems Science and Complexity* **18**(2), s. 254–264, 2005.

[1] Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego
pl. Grunwaldzki 2/4, 50-384 Wrocław
nowak@math.uni.wroc.pl

Wnioskowanie nieparametryczne i semiparametryczne w teorii sygnałów i systemów

Mirosław Pawlak[1,2]

Elektronika, a w szczególności współczesna technologia komunikacji, bazują na dwóch fundamentalnych pojęciach: sygnale jako nośniku informacji i systemie, który tę informację przetwarza i zmienia. Sygnałem może być zarówno jednowymiarowa funkcja reprezentująca potencjał elektryczny w czasie, jak i wielowymiarowa funkcja charakteryzująca informację wizyjną we współrzędnych przestrzennych.

W proponowanej serii wykładów podejmę próbę odpowiedzi na pytanie: czy i jak współczesna teoria estymacji nieparametrycznej i semiparametrycznej może być zastosowana do problemów w teorii sygnałów i systemów. Wykład będzie się składał z trzech bloków poświęconych związkom pomiędzy teorią sygnałów, obrazów i systemów a estymacją nieparametryczną i semiparametryczną.

Literatura

[1] Greblicki W., Pawlak M., *Nonparametric System Identification*, Cambridge University Press, 2009.

[2] Rafajłowicz E., Pawlak M., Steland A., Nonparametric sequential change-point detection by a vertically trimmed box method, *IEEE Trans. Inform. Theory* **56**, s. 3621–3634, 2010.

[1] University of Manitoba (Kanada)
pawlak@ee.umanitoba.ca

[2] Instytut Cybernetyki Politechniki Wrocławskiej

Wybór modelu w problemie k-próbek cz. I

Piotr Pokarowski[1], *Agnieszka Prochenka*[2]

Problem k-próbek polega na porównaniu rozkładów: $F_1, F_2, ..., F_k$ na podstawie k niezależnych próbek. Tradycyjnie, najpierw testuje się hipotezę:

$$H_0 : F_1 = F_2 = ... = F_k,$$

a następnie, w przypadku odrzucenia H_0, porównuje się rozkłady parami. Takie postępowanie wymaga ustalenia arbitralnego poziomu istotności, a ponadto czasami nie prowadzi do czytelnych wniosków (np. odrzucamy $F_1 = F_3$, ale nie odrzucamy $F_1 = F_2$ oraz $F_2 = F_3$).

W referacie proponujemy nową procedurę opartą na wyborze modelu, czyli na wyborze optymalnego podziału zbioru populacji $\{1, 2, ..., k\}$ na części tak, że w każdej części populacje mają ten sam rozkład. Przedstawimy zgodne metody wyboru podziału oparte na minimalnej p-wartości testów jednorodności. W komplementarnym referacie A. Prochenka przedstawi parametryczną wersję metody i porówna ją z testem HSD Tukeya.

Literatura

[1] Banerjee A., Merugu S., Dhillon I., Ghosh J., Clustering with Bregman Divergences, *Journal of Machine Learning Research* **6**, s. 1705–1749, 2005.

[1] Instytut Matematyki Stosowanej i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego
ul. Banacha 2, 02-097 Warszawa
pokar@mimuw.edu.pl

[2] Instytut Podstaw Informatyki PAN
ul. Ordona 21, 01-237 Warszawa
agnieszkaprochenka@gmail.com

Wybór modelu w problemie k-próbek cz. II

Agnieszka Prochenka[1], *Piotr Pokarowski*[2]

Problem k-próbek polega na porównaniu rozkładów: $F_1, F_2, ..., F_k$ na podstawie k niezależnych próbek. Tradycyjnie, najpierw testuje się hipotezę:

$$H_0: F_1 = F_2 = ... = F_k,$$

a następnie, w przypadku odrzucenia H_0, porównuje się rozkłady parami. Takie postępowanie wymaga ustalenia arbitralnego poziomu istotności, a ponadto czasami nie prowadzi do czytelnych wniosków (np. odrzucamy $F_1 = F_3$, ale nie odrzucamy $F_1 = F_2$ oraz $F_2 = F_3$).

W referacie proponujemy nową procedurę opartą na wyborze modelu, czyli na wyborze optymalnego podziału zbioru populacji $\{1, 2, ..., k\}$ na części tak, że w każdej części populacje mają ten sam rozkład. Omówimy wersję parametryczną metody, gdy rozkłady pochodzą z rodziny wykładniczej oraz pokażemy związki proponowanej procedury z testem HSD Tukeya. Przedstawimy algorytm k-średnich dla dywergencji Bregmana, wybierający zachłannie optymalny podział na p części. W komplementarnym referacie P. Pokarowski opowie o zgodności przedstawionej metody porównania rozkładów.

Literatura

[1] Banerjee A., Merugu S., Dhillon I., Ghosh J., Clustering with Bregman divergences, *Journal of Machine Learning Research* **6**, s. 1705–1749, 2005.

[1] Instytut Podstaw Informatyki PAN
ul. Ordona 21, 01-237 Warszawa
`agnieszkaprochenka@gmail.com`

[2] Instytut Matematyki Stosowanej i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego
ul. Banacha 2, 02-097 Warszawa
`pokar@mimuw.edu.pl`

Oszacowanie ryzyka estymatorów regresji rangowej

Wojciech Rejchel[1]

Regresja rangowa związana jest z zadaniami, w których należy przewidzieć lub rozpoznać uporządkowanie obiektów na podstawie obserwacji zmiennych pomocniczych, opisujących cechy tych obiektów. W pracy poszukujemy nierówności probabilistycznych dotyczących ryzyka estymatorów regresji rangowej lepszych niż dotychczas dowiedzione [1], w których otrzymano oszacowania rzędu $\frac{1}{\sqrt{n}}$. Rozważając euklidesowe rodziny reguł rangujących [3], uzyskujemy oszacowania rzędu $\frac{\ln n}{n}$, natomiast w przypadku klas spełniających warunek jednostajnej entropii [5] będzie to $n^{-\frac{2}{2+v}}$ dla pewnego $v \in (0,1)$ [4]. Otrzymane twierdzenia można zastosować do popularnych algorytmów, na przykład do „boostingu" [2] lub maszyn wektorów podpierających [6].

Literatura

[1] Clémençon S., Lugosi G., Vayatis N., Ranking and empirical minimization of U-statistics, *Ann. Statist.* **36**, s. 844–874, 2008.

[2] Freund Y., Iyer R., Schapire R. E., Singer Y., An efficient boosting algorithm for combining preferences, *J. Machine Learning Research* **4**, s. 933–969, 2004.

[3] Nolan D., Pollard D., U-processes: rates of convergence, *Ann. Statist.* **15**, s. 780–799, 1987.

[4] Rejchel W., On ranking and generalization bounds, *J. Machine Learning Research*, (w recenzji).

[5] van der Vaart A. W., Wellner J. A., *Weak convergence and empirical processes: with applications to statistics*, Springer, Nowy Jork, 1996.

[6] Vapnik V. N., *Statistical learning theory*, Wiley, Nowy Jork, 1998.

[1] Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika
ul. Chopina 12/18, 87-100 Toruń
iggypop@mat.umk.pl

Eksperymenty D-optymalne w modelu współoddziaływania

Rafał Różański[1]

Istotnym problemem w teorii eksperymentu jest wyznaczanie układów optymalnych. W modelach współoddziaływania eksperymentami uniwersalnie optymalnymi są układy zrównoważone ze względu na sąsiedztwo (CNBD); [1], [2], [3]. Istnienie CNBD wymaga spełnienia dość restrykcyjnego warunku nałożonego na parametry układu: $\frac{bk}{t(t-1)} \in \mathbb{N}$, gdzie b jest liczbą bloków, k liczbą jednostek eksperymentalnych w każdym bloku, a t liczbą obiektów. Zatem w przypadku bloków kompletnych, tzn. $k = t$, układy CNBD nie istnieją dla $b \neq p(t-1)$, $p \in \mathbb{N}$, w szczególności dla $b = t - 2$ lub $b = t$. W takiej sytuacji można poszukiwać eksperymentów optymalnych ze względu na wybrane kryteria. W [4] oraz [5] scharakteryzowane zostały układy E-optymalne w modelu współoddziaływania z lewostronnymi stałymi efektami sąsiedztwa. Celem referatu jest scharakteryzowanie i konstrukcja układów D-optymalnych w modelu współoddziaływania. Przedstawiane wyniki bazują na pracy [6]. Warunek D-optymalności może być sformułowany za pomocą wartości własnych macierzy informacji i sprowadzony do porównania wyznaczników przekształconych macierzy informacji. Przedstawiane w referacie wyniki opierają się na algebraicznych własnościach wyznaczników macierzy trójdiagonalnych z narożnikami [7].

Literatura

[1] Druilhet, P., Optimality of circular neighbour balanced designs, *J. Statist. Plann. Inference* **81**, s. 141–152, 1999.

[2] Filipiak, K., Markiewicz, A., Optimality of circular neighbor balanced designs under mixed effects model, *Statist. Probab. Lett.* **61**, s. 225–234, 2003.

[3] Filipiak, K., Markiewicz, A., Optimal designs for a mixed interference model, *Metrika* **65**, s. 369–386, 2007.

[4] Filipiak, K., Różański, R., E-optimal designs under an interference model, *Biom. Lett.* **42**(2), s. 133–142, 2005.

[5] Filipiak, K., Różański, R., Sawikowska, A., Wojtera-Tyrakowska, D., On the E-optimality of complete designs under an interference model, *Statist. Probab. Lett.* **78**, s. 2470–2477, 2008.

[6] Filipiak, K., Markiewicz, A., Różański, R., Maximal determinant over certain class of matrices an its application to D-optimality of designs, *Linear Algebra Appl.*, doi:10.1016/j.laa.2011.04.036.

[7] Molinari, L.G., Determinants of block tridiagonal matrices, *Linear Algebra Appl.* **429**, s. 2221–2226, 2008.

[1] Insytut Techniczny Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej
ul. Myśliborska 34, 66-400 Gorzów Wlkp., `rozraf@poczta.onet.pl`

Estymacja funkcji dyskryminacyjnej parametrycznego klasyfikatora Bayesa przy małej liczebności próby uczącej

Katarzyna Stąpor[1]

Jednym z najczęściej stosowanych w praktyce klasyfikatorów generatywnych jest parametryczny klasyfikator Bayesa, którego funkcja dyskryminacyjna i-tej klasy ($i = 1, \dots, c$) przy założeniu równości prawdopodobieństw a priori klas ma postać:

$$d_i(x) = \ln|S_i| + (x - \overline{x_i})^T S_i^{-1}(x - \overline{x_i}),$$

gdzie $S_i = \frac{1}{n_i - 1}\sum_{j=1}^{n_i}(x_{ij} - \overline{x_i})(x_{ij} - \overline{x_i})^T$ jest próbkową macierzą kowariancji (estymator największej wiarygodności), zaś $\overline{x_i}$ średnią z próby w i-tej klasie. Współczesne zastosowania (np. w biologii molekularnej) generują bardzo duże ilości cech. Przy małej liczebności próby, tj. gdy $n_i < p$ (liczebność elementów z i-tej klasy jest mniejsza niż wymiarowość przestrzeni cech) ze względu na osobliwość macierzy S_i pojawia się problem.

W referacie przedstawione zostaną wybrane rozwiązania powyższego problemu, tj. alternatywne metody estymacji macierzy kowariancji, takie jak użycie „uśrednionej" macierzy kowariancji, estymator wykorzystujący regularyzację, metodę „leave-one-out" oraz estymatory oparte na rozkładzie spektralnym. Przedstawione zostanie również zastosowanie parametrycznego klasyfikatora Bayesa w rozpoznawaniu struktury przestrzennej białka — typu ufałdowania.

Literatura

[1] Hastie T., Tibshirani R., Friedman J., *The Elements of Statistical Learning*, Springer, 2001.

[2] Krzyśko M., *Wielowymiarowa analiza statystyczna*, UAM Poznań, 2000.

[3] Chmielnicki W., Stąpor K., *Protein fold recognition with combined SVM-RDA classifier*, W: Grana M. (red.), *5th Int. Conference on Hybrid Artificial Intelligence Systems HAIS'10, Lecture Notes on Artificial Intelligence (LNAI)* **6076**, Springer, Berlin, s. 162–169, 2010.

[1] Instytut Informatyki Politechniki Śląskiej
ul. Akademicka 16, 44-100 Gliwice
`Katarzyna.Stapor@polsl.pl`

Dopuszczalne estymatory niezmiennicze w modelu liniowym

Czesław Stępniak[1]

Cohen [1] scharakteryzował dopuszczalne estymatory liniowe w prostym modelu liniowym. W ogólnym przypadku problem ten był rozważany w pracach [2] i [3]. Ponieważ klasa wszystkich estymatorów dopuszczalnych jest zbyt szeroka, decydujemy się ograniczyć ją przez warunek niezmienniczości. Mówimy, że estymator funkcji parametrycznej jest niezmienniczy, jeśli jego ryzyko kwadratowe zależy od parametru tylko poprzez tę funkcję. Podajemy charakteryzację dopuszczalnych estymatorów niezmienniczych w ogólnym modelu liniowym i wykorzystujemy ją do estymacji funkcji parametrycznych w modelu z pojedynczą i podwójną klasyfikacją obserwacji z restrykcjami.

Literatura

[1] Cohen A., Estimates of linear combinations of the parameters of the mean vector of a multivariate distribution, *Ann. Math. Statist.* **36**, s. 78–87, 1965.

[2] Rao C.R., Estimation of parameters in a linear model, *Ann. Statist.* **4**(6), s. 1023–1037, 1976.

[3] Stępniak C., On admissible estimators in a linear model, *Biom. J.* **26**, s. 815–816, 1984.

[1] Instytut Matematyki Uniwersytetu Rzeszowskiego
al. Rejtana 16 A, 35-959 Rzeszów
stepniak@umcs.lublin.pl

Randomizacja Durbina-Wagle'a

Zbigniew Szkutnik[1]

Randomizacja Durbina, zwana też metodą podstawienia losowego, została zaproponowana w [1] jako pewien sposób usuwania parametrów zakłócających w problemach testowania. Durbin zastosował ją w szczególności do problemu testowania jednowymiarowej normalności. W [4] metoda ta została zastosowana przez Wagle'a do problemu testowania wielowymiarowej normalności, ale przedstawione tam rozumowanie i rachunki wykorzystujące wielowymiarowy rozkład beta nie są formalnie poprawne. Pokażemy, jak można ściśle i prościej niż w [4] uzasadnić tezy Wagle'a wykorzystując bardziej ogólne metody współczesnej analizy wielowymiarowej. Omówimy też pewne niestandardowe wykorzystanie metody randomizacji Durbina-Wagle'a do wyznaczenia asymptotycznych rozkładów (przy H_0) statystyk przybliżonych najmocniejszych niezmienniczych testów wielowymiarowej normalności wyznaczonych w [2]. Te statystyki są funkcjami ekstremalnych statystyk pozycyjnych wierszy zestandaryzowanej macierzy obserwacji, tzw. konfiguracji próby i zachowują się asymptotycznie tak, jakby konfiguracja była próbą prostą ze standardowego wielowymiarowego rozkładu normalnego, co jest wynikiem spodziewanym, ale nie ogólnie prawdziwym. Podamy pewne warunki wystarczające dla takiego asymptotycznego zachowania statystyk będących funkcjami konfiguracji próby.

Literatura

[1] Durbin J., Some methods of constructing exact tests, *Biometrika* **48**, s. 41–55, 1961.

[2] Majerski P., Szkutnik Z., Approximations to most powerful invariant tests for multinormality against some irregular alternatives, *TEST* **19**, s. 113–130, 2010.

[3] Szkutnik Z., *On the Durbin-Wagle randomization device and some of its applications*, (w recenzji).

[4] Wagle B., Multivariate beta distribution and a test for multivariate normality, *J. Roy. Stat. Soc. B* **30**, s. 511–516, 1968.

[1] Wydział Matematyki Stosowanej AGH
al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków
szkutnik@agh.edu.pl

Zgodność zmodyfikowanych wersji bayesowskiego kryterium informacyjnego w rzadkiej liniowej regresji

Piotr Szulc[1]

Rozważamy model regresji liniowej w sytuacji, gdy liczba dostępnych zmiennych objaśniających p_n jest o wiele większa od rozmiaru próby n i gdy liczba niezerowych współczynników p_{0n} jest mała (rzadka regresja). Aby wybrać model regresji, musimy zidentyfikować niezerowe współczynniki. Jednakże, w sytuacji rzadkiej regresji, klasyczne kryteria wyboru modelu jak bayesowskie kryterium informacyjne (BIC) przeszacowują liczbę predyktorów. Aby rozwiązać ten problem, w ostatnim czasie zaproponowano modyfikacje kryterium BIC. W tym roku udało mi się udowodnić, że dwa z nich, mBIC i mBIC2, są zgodne przy założeniu, że zarówno n, p_n jak i p_{0n} dążą do nieskończoności. Taka sytuacja występuje często w rzeczywistości, na przykład w problemie lokalizacji genów. W swoim referacie opisuję, na czym polega lokalizacja genów, przedstawiam trzy modyfikacje kryterium BIC (mBIC, mBIC2 i EBIC) oraz twierdzenia o zgodności tych kryteriów.

[1] Instytut Matematyki i Informatyki Politechniki Wrocławskiej
ul. Janiszewskiego 14a, 50-372 Wrocław
piotr.a.szulc@pwr.wroc.pl

Precyzja estymacji przedziałowej dla frakcji jako miara wiarygodności reguł z niepewnością

Magdalena Szymkowiak[1]

Celem referatu jest wskazanie właściwego przedziału ufności dla frakcji, który umożliwi odpowiednie oszacowanie wiarygodności reguł z niepewnością, powstałych na podstawie analizy danych zbiorczych. Istotnymi wielkościami będą: poziom ufności estymacji przedziałowej, prawdopodobieństwo pokrycia przedziałem oraz długość przedziału ufności dla frakcji. Oszacowanie wiarygodności reguły umożliwi ustalenie jej priorytetu w bazie wiedzy tworzonego regułowego systemu ekspertowego.

Literatura

[1] Brown L. D., Cai T., DasGupta A., Interval estimation for a binomial proportion (with discussion), *Statistical Science* **16**, s. 101–133, 2001.

[2] Jankowska B., Szymkowiak M., *On ranking production rules for rule-based systems with uncertainty*, W: *ICCCI 2011, Part I, LNCS* **6922**, s. 546–556, Springer-Verlag, Berlin, 2011.

[3] Zieliński R., Przedziały ufności dla frakcji, *Matematyka Stosowana* **10**, s. 51–68, 2009.

[1] Instytut Matematyki Politechniki Poznańskiej
ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań
magdalena.szymkowiak@put.poznan.pl

Testy adaptacyjne dla trendu

Grzegorz Wyłupek[1]

Niech $X_{l1}, \ldots, X_{ln_l}$, $l = 1, \ldots, k$, będą k niezależnymi próbami losowymi, gdzie X_{lj} pochodzi z populacji o ciągłej dystrybuancie F_l. Rozważamy, postawiony w niestandardowy sposób, problem weryfikowania rosnącego trendu wśród k populacji, $k \geqslant 2$. Testujemy:

$$\begin{array}{lll} \mathcal{H}: & \text{brak trendu } F_1 \geqslant F_2 \geqslant \ldots \geqslant F_k, & F_i \neq F_j \text{ dla pewnych } i < j, \\ \mathcal{A}_+: & \text{obecność trendu } F_1 \geqslant F_2 \geqslant \ldots \geqslant F_k, & F_i \neq F_j \text{ dla pewnych } i < j. \end{array}$$

Jest to ważny i jednocześnie trudny problem. Szczególnie istotna jest kontrola błędu pierwszego rodzaju. W przypadku $k > 2$ jest ona zdecydowanie trudniejsza niż w przypadku $k = 2$. Jedyne jego pełne rozwiązanie dla $k = 2$ zostało zaproponowane w pracy [2]. W ogólnym przypadku, $k > 2$, najlepszy istniejący test rozwiązuje problem tylko częściowo. Został on zaproponowany w pracy [4] traktującej o dużo prostszym problemie. Uproszczenie i istotne ułatwienie polega na założeniu modelu przesunięcia i testowaniu jednorodności przeciwko rosnącemu trendowi.

Nowe, adaptacyjne rozwiązanie ogólnego problemu, $k > 2$, zaproponowane i przebadane w pracy [5] rozwija i upraszcza rozwiązanie zaproponowane w pracy [2] wykorzystując przy tym doświadczenia z pracy [3].

Omówiona zostanie konstrukcja nowej statystyki testowej z pracy [5] oraz własności teoretyczne odpowiadającego jej testu. Przedstawione zostaną wyniki symulacji obrazujące działanie testu adaptacyjnego w porównaniu do, rekomendowanego w pracy [1], a zaproponowanego w pracy [4], najlepszego konkurencyjnego rozwiązania.

Literatura

[1] Alonzo T. A. i in., A comparison of tests for restricted orderings in the three-class case, *Statistics in Medicine* **28**, s. 1144–1158, 2009.

[2] Ledwina T., Wyłupek G., *Two-sample test against one-sided alternatives*, (w recenzji).

[3] Ledwina T., Wyłupek G., *Nonparametric tests for stochastic ordering*, (w recenzji).

[4] Terpstra J. T., Magel R. C., A new nonparametric test for the ordered alternative problem, *Journal of Nonparametric Statistics* **15**, s. 289–301, 2003.

[5] Wyłupek G., *Data-driven tests for trend*, (w recenzji).

[1] Instytut Matematyczny PAN
ul. Kopernika 18, 51-617 Wrocław
wylupek@impan.pan.wroc.pl

„Ulosowione" najkrótsze przedziały ufności dla prawdopodobieństwa sukcesu

Wojciech Zieliński[1]

Zieliński [1] udowodnił istnienie oraz pokazał konstrukcję najkrótszych przedziałów ufności dla prawdopodobieństwa sukcesu w modelu dwumianowym. Okazuje się, że przedziały te mają pewną wadę: rzeczywisty poziom ufności może być mniejszy od nominalnego.

Pokazana będzie pewna drobna korekta, w wyniku której otrzymuje się najkrótsze przedziały ufności już bez wspomnianej wyżej wady.

Literatura

[1] Zieliński W., The shortest Clopper-Pearson confidence interval for binomial probability, *Communications in Statistics — Simulation and Computation* **39**, s. 188-193, 2010.

[1] Katedra Ekonometrii i Statystyki SGGW
ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa
wojtek.zielinski@statystyka.info

Wykaz uczestników

1. Ambroch Krystyna, dr zob. s. 16
   Politechnika Gdańska
   ambroch@mif.pg.gda.pl
2. Bartoszewicz Jarosław, prof. dr hab. zob. s. 18
   Uniwersytet Wrocławski
   jarbar@math.uni.wroc.pl
3. Bogdan Małgorzata, dr hab. zob. s. 19
   Politechnika Wrocławska
   malgorzata.bogdan@pwr.wroc.pl
4. Brzozowska-Rup Katarzyna, mgr zob. s. 20
   Politechnika Świętokrzyska w Kielcach
   brzozows@poczta.fm
5. Cena Anna
   Politechnika Warszawska
   cenaa@student.mini.pw.edu.pl
6. Ceranka Bronisław, prof. dr hab. zob. s. 21
   Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu
   bronicer@up.poznan.pl
7. Ćmiel Bogdan, mgr zob. s. 22
   Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie
   cmielbog@gmail.com
8. Dudek Anna, dr zob. s. 23
   Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie
   aedudek@agh.edu.pl
9. Dyba Kamil, mgr
   Uniwersytet Wrocławski
   kamil.dyba@math.uni.wroc.pl
10. Frąszczak Magdalena, dr zob. s. 24
    Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu
    magdalena.fraszczak@up.wroc.pl
11. Gągolewski Marek, mgr inż. zob. s. 25
    Instytut Badań Systemowych PAN
    Politechnika Warszawska
    gagolews@ibspan.waw.pl
12. Goroncy Agnieszka, dr zob. s. 26
    Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
    gemini@mat.uni.torun.pl
13. Górecki Tomasz, dr zob. s. 37
    Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu
    drizzt@amu.edu.pl
14. Graczyk Małgorzata, dr zob. s. 21, 27
    Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu
    magra@up.poznan.pl

15. Grala-Michalak, Jolanta dr
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu
grala@amu.edu.pl
16. Grządziel Mariusz, dr zob. s. 28
Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu
mariusz.grzadziel@up.wroc.pl
17. Grzegorzewski Przemysław, prof. nzw. dr hab. zob. s. 29
Politechnika Warszawska
Instytut Badań Systemowych PAN
pgrzeg@mini.pw.edu.pl
18. Hławka Marcin, mgr zob. s. 30
Politechnika Wrocławska
marcin.hlawka@pwr.wroc.pl
19. Inglot Tadeusz, prof. dr hab. zob. s. 32
Politechnika Wrocławska
Tadeusz.Inglot@pwr.wroc.pl
20. Iwińska Maria, dr zob. s. 33
Politechnika Poznańska
maria.iwinska@put.poznan.pl
21. Jasiński Krzysztof, mgr zob. s. 34
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
krzys@mat.umk.pl
22. Józefczyk Jadwiga, mgr inż. zob. s. 35
Politechnika Wrocławska
jadwiga.jozefczyk@pwr.wroc.pl
23. Katulska Krystyna, dr hab. zob. s. 36
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu
krakat@amu.edu.pl
24. Koronacki Jacek, prof. zob. s. 17
Instytut Podstaw Informatyki PAN
korona@ipipan.waw.pl
25. Krzyśko Mirosław, prof. dr hab. zob. s. 37, 38
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu
mkrzysko@amu.edu.pl
26. Ledwina Teresa, prof.
Instytut Matematyczny PAN
ledwina@impan.pan.wroc.pl
27. Leśkow Jacek, dr hab. inż zob. s. 23
WSB-NLU Nowy Sącz
leskow@wsb-nlu.edu.pl
28. Ładyżyński Piotr, mgr zob. s. 39
Politechnika Warszawska
P.Ladyzynski@mini.pw.edu.pl
29. Maj Aleksandra, mgr zob. s. 40
Instytut Podstaw Informatyki PAN
am248424@gmail.com

30. Majerski Piotr, mgr
Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie
majerski@agh.edu.pl
31. Malina Magdalena, mgr
Uniwersytet Wrocławski
Magdalena.Malina@math.uni.wroc.pl
32. Męczarski Marek, prof. nzw. dr hab.
Szkoła Główna Handlowa w Warszawie
mecz@sgh.waw.pl
33. Michalski Andrzej, dr hab. zob. s. 41
Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu
apm.mich@gmail.com
34. Mielniczuk Jan, prof. dr hab. zob. s. 42
Instytut Podstaw Informatyki PAN
Politechnika Warszawska
miel@ipipan.waw.pl
35. Miziuła Patryk, mgr
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
bua@mat.umk.pl
36. Molińska-Glura Marta, dr zob. s. 43
Uniwersytet Medyczny w Poznaniu
mglura@tlen.pl
37. Moliński Krzysztof, prof. dr. hab. zob. s. 43
Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu
krys@up.poznan.pl
38. Niemiro Wojciech, dr hab. zob. s. 44
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
Uniwersytet Warszawski
wniem@mat.uni.torun.pl
39. Nosek Konrad, mgr zob. s. 45
Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie
konosek@agh.edu.pl
40. Nowak Piotr, mgr zob. s. 46
Uniwersytet Wrocławski
nowak@math.uni.wroc.pl
41. Opara Karol, mgr inż.
Instytut Badań Systemowych PAN
Karol.Opara@ibspan.waw.pl
42. Paszkiewicz Adam, prof. dr hab.
Uniwersytet Łódzki
adampasz@math.uni.lodz.pl
43. Pawlak Mirosław, prof. dr hab. zob. s. 47
University of Manitoba (Kanada)
Politechnika Wrocławska
pawlak@ee.umanitoba.ca
44. Pokarowski Piotr, dr hab. zob. s. 48, 49
Uniwersytet Warszawski
pokar@mimuw.edu.pl

45. Prochenka Agnieszka, mgr zob. s. 48, 49
Instytut Podstaw Informatyki PAN
agnieszkaprochenka@gmail.com
46. Rejchel Wojciech, dr zob. s. 50
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
iggypop@mat.umk.pl
47. Różański Rafał, dr zob. s. 51
Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Gorzowie Wlkp.
rozraf@poczta.onet.pl
48. Smaga Łukasz, mgr zob. s. 36
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu
ls@amu.edu.pl
49. Stąpor Katarzyna, prof. zob. s. 52
Politechnika Śląska w Gliwicach
Katarzyna.Stapor@polsl.pl
50. Stępniak Czesław, prof. dr hab. zob. s. 53
Uniwersytet Rzeszowski
stepniak@umcs.lublin.pl
51. Szediw Anna, mgr zob. s. 31
Instytut Badań Systemowych PAN
Anna.Szediw@ibspan.waw.pl
52. Szkutnik Zbigniew, dr hab. zob. s. 54
Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie
szkutnik@agh.edu.pl
53. Szulc Piotr, mgr inż. zob. s. 55
Politechnika Wrocławska
piotr.a.szulc@pwr.wroc.pl
54. Szymkowiak Magdalena, dr zob. s. 33, 56
Politechnika Poznańska
magdalena.szymkowiak@put.poznan.pl
55. Teisseyre Paweł, mgr zob. s. 42
Instytut Podstaw Informatyki PAN
teisseyrep@ipipan.waw.pl
56. Waszak Łukasz, mgr zob. s. 38
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu
lwaszak@amu.edu.pl
57. Wyłupek Grzegorz, mgr zob. s. 57
Instytut Matematyczny PAN
wylupek@impan.pan.wroc.pl
58. Zieliński Wojciech, dr hab. zob. s. 58
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie
wojtek.zielinski@statystyka.info
59. Żerda Iwona, mgr
Uniwersytet Jagielloński w Krakowie
iwona.zerda@im.uj.edu.pl
60. Żogała Barbara
Politechnika Warszawska
zogalab@student.mini.pw.edu.pl

Indeks autorów

ISBN 978-8-3894-7539-8