POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

ROZWÓJ I ZASTOSOWANIA TECHNOLOGII I SYSTEMÓW INFORMATYCZNYCH

pod redakcją:
Jana Studzińskiego
Ludosława Drelichowskiego
Olgierda Hryniewicza

ROZWÓJ I ZASTOSOWANIA TECHNOLOGII
I SYSTEMÓW INFORMATYCZNYCH

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

Seria: BADANIA SYSTEMOWE
tom 28

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum

Warszawa 2001

ROZWÓJ I ZASTOSOWANIA TECHNOLOGII I SYSTEMÓW INFORMATYCZNYCH

pod redakcją
Jana Studzińskiego, Ludosława Drelichowskiego
i Olgierda Hryniewicza

Wydano z wykorzystaniem dotacji KOMITETU BADAŃ NAUKOWYCH

Książka zawiera wybór artykułów poświęconych omówieniu aktualnego stanu badań w kraju w zakresie rozwoju technologii, modeli i systemów informatycznych oraz ich zastosowań w różnych dziedzinach gospodarki narodowej. Wyodrębnioną grupę stanowią artykuły aplikacyjne omawiające wyniki projektów badawczych i celowych KBN.

Recenzenci artykułów:

Dr hab. inż. Ryszard Budziński, prof. US
Prof. dr hab. inż. Janusz Kacprzyk
Dr hab. Adam Kopiński, prof. AE we Wrocławiu
Doc dr hab. inż. Marek Libura
Prof. dr hab. inż. Andrzej Straszak

ISBN 83-85847-59-6
ISSN 0208-8028

Rozdział 4

Modele i systemy wspomagania decyzj w ekonomii i finansach

SIECIOWY MODEL PLANOWANIA FINANSOWEGO UWZGLĘDNIAJĄCY ELEMENT RYZYKA

Henryk Potrzebowski
Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa

Recently the application of risk management and mathematical programming has become a vital topic for financial analyses to project optimisation. The paper deals with practical – mostly MAD optimisation models applied to portfolio management. Such models are formulated as the problem of finding the portfolio of assets that has minimum of maximal absolute deviation. Generalisations such as additional constraints and net flow representation are discussed.

1. Wprowadzenie

Na przestrzeni ostatnich dwóch dziesięcioleci obserwujemy rosnące zainteresowanie problemami planowania portfelowych przedsięwzięć inwestycyjnych uwzględniających element ryzyka. Środki służące rozwiązaniu omawianych zagadnień wpisują się znakomicie w nową intensywnie rozwijaną dziedzinę, określaną mianem inżynierii finansowej. Jest tu miejsce dla badań operacyjnych, a w szczególności dla metod optymalizujących, których racjonalne użycie pozwala przy użyciu podstawowego oprogramowania komputera na racjonalne kształtowanie decyzji finansowych w bliskim horyzoncie czasu.

Wyborowi przedsięwzięć inwestycyjnych praktycznie zawsze towarzyszy dylemat, czy wybierać przedsięwzięcie bardziej zyskowne, z reguły obarczone większym ryzykiem, czy też odwrotnie - mniej zyskowne, ale za to bardziej pewne. Znane modele różnią się sposobem podejścia do rozstrzygnięcia tego dylematu, sposobem dekompozycji i zastosowaną techniką obliczeniową. Omówienie tych zagadnień w nawiązaniu do praktyki planowania finansowego znajdujemy w zbiorowym opracowaniu monograficznym [R.Kulikowski, M.Libura, L.Słomiński, 1998] pod tytułem „Wspomaganie decyzji inwestycyjnych". Opracowanie uwzględnia również wnioski i sugestie zebrane w artykułach [J.M.Mulvey, D.P.Rosenbaum, B.Setty, 1995]„Strategic financial risk management and operations research", oraz w [H.Meier, N.Christofides, G.Salkin, 2001]„Capital Budgeting Under Unsertainty - an integrated approach using contingent claims analysis and integer programmming".

2. Tradycja i rzeczywistość

Tradycja. Tradycyjna technika [Brealey and Myers 1991] przy założeniu stałej stopy procentowej pozwala szacować *wartość bieżącą netto* NPV projektu inwestycyjnego (skrót pochodzi od angielskiej nazwy *„the net present value”*), lub wewnętrzną stopę zwrotu. Jeżeli przyjąć, że V_t jest oczekiwaną wypłatą na koniec przyszłego t-ego okresu, to przy założeniu stałej stopy procentowej r, na początku horyzontu planowania (dla t=0)

$$NPV = \sum_t \frac{V_t}{(1+r)^t}$$

Metody oparte na tym podejściu mają zwolenników, np. [Kosiński, 2000], z uwagi na wymowę intuicyjną i łatwość obliczeń. Nie ujmując nic tym rozwiązaniom, trzeba też stwierdzić, że mogą one być dobrym podejściem w przypadku stabilnych rynków finansowych, lub badań uwzględniających jedynie ogólne trendy. W warunkach dynamicznie rozwijających się rynków finansowych, charakteryzujących się bogatym instrumentarium akcji, opcji itp. właśnie to uproszczenie zmusza do stosowanie bardziej zintegrowanych podejść, jak np. *metod symulacyjnych i metod sztucznej inteligencji*. Praca [Kosiński, 2000] jest przykładem tego podejścia, gdzie do rozwiązania aproksymującego modelu planowania przedsięwzięć inwestycyjnych zaproponowano algorytm genetyczny.

Metody programowania matematycznego. Opracowanie [R.Kulikowski, M.Libura, L.Słomiński, 1998]- część III w stosunkowo prosty sposób omawia nowe podejście do rozwiązywania zagadnień planowania finansowego, gdzie pokazano modele optymalizacyjne dla zadań planowania portfela akcji. Korzystanie z modeli optymalizacyjnych wymaga umiejętności modelowania oraz znajomości systemów optymalizacji liniowej i całkowitoliczbowej. Z uwagi na znaczenie praktyczne w niniejszym artykule zwrócona będzie uwaga na zadanie portfelowe minimalizacji maksymalnego absolutnego odchylenia. Wynika z niego wiele praktycznych rad jak podejść do rozwiązania bardziej złożonych zagadnień planowania finansowego przy użyciu chociażby podstawowego oprogramowania.

Metody scenariuszowe. Analiza scenariuszowa polega na szukaniu rozwiązań seryjnych, dla serii podobnych zadań. Z każdym zadaniem takiej serii łączy się pojęcie scenariusza, reprezentującego szczególny układ przedsięwziąć transakcyjnych. Scenariuszowi można przypisać dodatkowy parametr ryzyka. Łączenie wielu scenariuszy w jednym modelu jest podejściem, które może zmniejszyć ogólny nakład obliczeń w porównaniu ze sposobem szeregowego rozwiązywania pojedynczych zadań, ale wymaga bardziej zaawansowanych rozwiązań. *W* [J.M.Mulvey, D.P.Rosenbaum, B.Setty, 1995] omówiono ważne zastosowania optymalizacyjnych modeli scenariuszowych uwzględniające metody *programowania stochastycznego* w rozwiązywaniu złożonych zadań zarządzania akcjami i zobowiązaniami. Każdemu scenariuszowi odpowiada określony sieciowy model przepływowy, scenariuszom przypisano określone ryzyka. Rozwiązanie zagregowanych modeli wymaga wysokiej znajomości metod optymalizacyjnych i użycia nowoczesnych pakietów (OBI, MINOS, GRG, CPLEX, ...) do rozwiązywaniu zadań programowania matematycznego. Artykuł [H.Meier, N.Christofides, G.Salkin, 2001] jest przykładem odmiennego rozwiązania scenariuszowego zastosowanego do planowania portfela opcji.

3. Model minimaksowy (MAD model)

Rozpatrzmy inwestycję w 5 papierów wartościowych, zwanych dalej akcjami i niech $x_i \geq 0$ oznacza udział i – tej akcji (i = 1,...,5) w portfelu. Naturalnie, udziały te sumują się do 1. Niech r_{it} będzie stopą zwrotu z papieru i zaobserwowaną w okresie t , a $\bar{r}_i$ średnią stóp r_{it} dla wszystkich t (t = 1,...,24). Omawiane przykładowe stopy zwrotów znajdziesz w dodatku 1.

Przyjmijmy, że ryzyko związane z portfelem wyznaczamy jako ważone maksymalne odchylenie w dół od średniej stopy procentowej, wyrażonej za pomocą następującego wzoru:

$$R(x) = \frac{1}{24}\sum_{t=1}^{24}\max\left\{0, \sum_{i=1}^{5}(\bar{r}_i - r_{it})x_i\right\}. \tag{1}$$

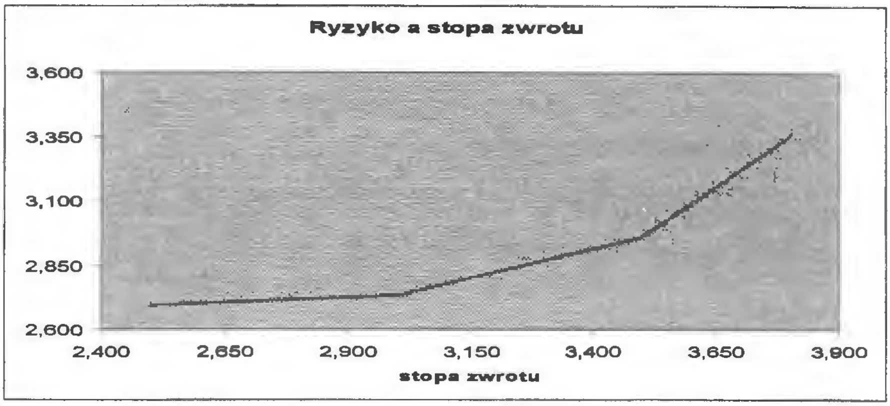
Zadanie konstrukcji portfela akcji o minimalnym ryzyku (1) i zadanej średniej stopie r przyjmuje postać następującą.

$$\begin{aligned} &\min R(x) \\ &\sum_{i=1}^{5} x_i = 1 \\ &\sum_{i=1}^{5} \bar{r}_i x_i = r \\ &x_i \geq 0, \quad i = 1,\dots,n. \end{aligned} \tag{2}$$

Zadanie to dla danych pokazanych w Dodatku 1 rozwiazano za pomocą SOLVERa z pakietu MS office uzyskując wyniki:

Stopa zwrotu.	Ryzyko	wektor x				
2,500	2,698	0,0000	0,0430	0,5747	0,1562	0,2260
3,000	2,737	0,0000	0,0323	0,6348	0,0447	0,2882
3,500	2,962	0,0000	0,0000	0,8204	0,0000	0,1796
3,600	3,091	0,0000	0,0000	0,8796	0,0000	0,1204
3,700	3,223	0,0000	0,0000	0,9388	0,0000	0,0612
3,800	3,355	0,0000	0,0000	0,9980	0,0000	0,0020

Zależność pomiędzy ryzykiem a stopą zwrotu pokazuje załączony wykres.



Rozwiązując tak postawione zadanie nie trzeba było wymuszać żadnych warunków całkowitoliczbowości zmiennych decyzyjnych, ponieważ były zbędne. Następny model jest bardziej złożony. W jego przypadku nie jest takie oczywiste jaki zastosować rodzaj ekstrapolacji stóp procentowych. W poprzednim zadaniu całe to zagadnienie ekstrapolacji wbudowano w model.

4. Model sieciowy

Sieciowy optymalizacyjny model przepływowy jest szczególnym zadaniem programowania matematycznego, którego macierz ograniczeń reprezentuje powiązania pewnego umownego układu węzłów reprezentujących punkty czasowe podejmowania decyzji finansowych nad rożnego rodzaju aktywami, zmienne reprezentują wielkości strumieni finansowych przepływających pomiędzy tymi węzłami, wektor prawych stron reprezentuje wielkości wprowadzanych do lub pozyskiwanych w węzłach sieci środków finansowych, a funkcja celu wyraża preferencje właściciela.

Wybór modelu sieciowego w rozwiązywaniu finansowych zagadnień planowania przedsięwzięć inwestycyjnych podyktowany jest względami efektywnościowymi. Dla takiego modelu istnieją niezmiernie efektywne algorytmy jeżeli wszystkie jego współczynniki w macierzy ograniczeń są zerojedynkowe, a funkcja celu - liniowa.

Niedostatkiem tak prostego modelu jest chociażby brak stóp procentowych dla strumieni finansowych na łukach sieci i trudności w wyrażeniu takich pojęć jak dyspersja czy wariancja reprezentujących ryzyko. Okazuje się, że pod względem obliczeniowym niewiele kosztują mnożniki przypisane łukom sieci. Odpowiedniej modyfikacji łatwo poddaje się prymarna metoda sympleks. Uwzględnienie natomiast nieliniowości w funkcji celu, co daje możliwość uwzględnienia ryzyka jest już bardziej skomplikowane i z reguły znacznie pogarsza możliwości efektywnego rozwiązania. Również kosztowne jest uwzględnienie dodatkowych ograniczeń. Chcąc np. uwzględnić stałe opłaty transakcyjne, eliminować przepływy o małych wartościach, trzeba wprowadzić zmienne binarne i dodatkowe ograniczenia. Do bardziej złożonych operacji należy dodawanie ograniczeń dla podzbiorów różnych strumieni.

5. Przykładowe sformułowanie

Horyzont planowania T podzielmy na podzbiór dyskretnych, nie koniecznie równych, przedziałów czasowych T={0,1,...,τ}, w których na początku każdego przedziału podejmuje się decyzje finansowe. Dla uproszczenia przyjmijmy, że ocenie podlegały będą efekty tych decyzji w postaci przepływów finansowych uzyskanych w końcu τ -tego przedziału.

Rozpatrujemy problem optymalizacji portfela inwestycyjnego, złożonego z aktywów kwalifikujących się do zbioru kategorii P = {0, 1, ..., p}, przy czym kategoria 0 reprezentuje stan kasowy, a kategorie 1,2,..., p reprezentują różne walory o wartościach rynkowych, takich jak kapitał akcyjny, papiery wartościowe, obligacje skarbowe, nieruchomości, itp.

Przyjmijmy, że dla węzłów odpowiadających parom (i,t), gdzie $i \in P$, $t \in T$, konstruowanej sieci przepływów, zgodnie z pewnym ustalonym scenariuszem znane są następujące parametry:

ρ_{it} - współczynnik procentowy reprezentujący dla przedziału t stopę zwrotu dla aktywu i – tej kategorii

σ_{it} - współczynnik reprezentujący koszt transakcyjny związany z zakupem lub sprzedażą aktywu kategorii i na początku przedziału t

ω_{i0} - wartość początkowa aktywu i-tej kategorii

Przyjmując jako zmienne decyzyjne:

x_{it} - wartość aktywów kategorii i dla początku przedziału t,

s_{it} - wielkość sprzedaży i-tego aktywu na początku przedziału t , celem zwiększenia stanu kasy

z_{it} - wielkość zakupów aktywów *i-tej* kategorii na początku przedziału t,

i funkcję użyteczności w postaci sumy wartości wszystkich aktywów na koniec przedziału τ , to model planowania przedsięwzięć formułujemy w sposób następujący. Znajdź

$$\text{maksimum} \sum_{i \in P} \rho_{i\tau} x_{i\tau}\,, \tag{1}$$

przy warunkach, że

$$x_{0t} = (1 + \rho_{0i,t-1}) x_{0,t-1} + \sum_{j \neq 0} (1 - \sigma_{jt}) s_{jt} - \sum_{j \neq 0} z_{jt}\,, \text{ dla każdych }, t \neq 0, \tag{2}$$

$$x_{it} = (1 + \rho_{i,t-1})x_{i,t-1} - s_{it} + (1 - \sigma_{it})z_{it}, \quad \text{dla każdych, } t \neq 0,\ i \neq 0 \quad (3)$$

$$x_{i0} = \omega_{i0} \quad \text{dla każdego i.} \quad (4)$$

$$x_{it} \geq 0, \quad s_{it} \geq 0, \quad z_{it} \geq 0, \quad \text{dla każdych } i, t \quad (5)$$

Model (1)...(5) jest typowym sieciowym modelem przepływowym ze współczynnikami przypisanymi strumieniom finansowym. Funkcja celu (1) wyraża wartość kapitału w końcu horyzontu T. Ograniczenie (2) reprezentuje stany gotówkowe kasy, ograniczenie (3) – stany każdej kategorii aktywu, ograniczenie (5) – stan startowy portfela aktywów. Model jest liniowy, o zmiennych ciągłych i nieujemnych, co wyraża (5).

Literatura

Berger A.J., Rothberg E., Mulvey J. M., and Vanderbei R.J. (1996),"Solving multistage stochastic programs using tree dissection", *SIAM Jurnal on Optimization.*

Carpenter T., Lusting I., Mulvey J. M., and Shanno D.F. (1993),"Separable quadratic programming via primal-dual interior point method and its use in a sequential procedure", *ORSA Journal on Computing 5, 182 – 191.*

Kosiński J. (2000): „Zastosowanie algorytmów genetycznych w optymalizacji przepływów pieniężnych w wielookresowych projektach inwestycyjnych", *IBS PAN, Praca doktorska.*

Kulikowski R., Libura M., Słomiński L. (1998), *„Ws*pomaganie decyzji inwestycyjnych". PAN – IBS, Warszawa, Seria: Badania Systemowe, tom 21.

Lusting I.J., Marsten R., E., and ShannoD.F. (1994),"Interior point method for linear programming: Computational state of the art", *ORSA Journal on Computing 6, 1-14.*

Meier H., Christofides N., Salkin G., (2001),]„Capital Budgeting Under Unsertainty - an integrated approach using contingent claims analysis and integer programmming", Operations Research Vol.49, No.2, pp. 196-206

Mulvey J. M., Rosenboum D.P., Shetty B. (1996): „Strategic financial risk management and operatons research", *European Journal of Operational Research, 97, 1-16.*

Mulvey J. M., and Ruszczynski A. (1995): „A new scenerio decomposition method for large scale stochastic optimization", *Operations Research 42, 447- 490.*

Mulvey J. M., and Ziemba W. (1995):"Asset and liability allocation in a global environment", *in* R. Jarrow, V.Maksimovic and W.Zięba *(eds), Hendbooks in Operations Research and Management Science: Finance,* Elsevier Science, Amsterdam.

Dodatek 1. **Przykład danych**

		Kategorie akcji				
		1	2	3	4	5
Miesiące	1	11,594	1,515	-1,579	-9,360	-0,408
	2	22,078	5,299	9,947	7,578	0,000
	3	-8,511	-8,000	9,446	-16,327	0,694
	4	-3,488	0,395	5,164	-8,571	-3,862
	5	-9,639	-9,764	-3,571	-18,283	-10,949
	6	-12,000	6,195	-0,543	-11,570	-8,197
	7	-10,606	-0,417	-7,619	-8,441	-6,786
	8	-1,695	-6,276	11,856	-8,220	-13,725
	9	-12,069	-9,091	-3,286	-10,227	-2,273
	10	27,451	15,000	11,186	-3,797	2,791
	11	-21,538	-4,465	6,550	-4,021	-8,140
	12	-19,608	-6,132	8,750	12,676	-5,063
	13	48,780	27,156	4,215	12,500	35,200
	14	19,672	-2,372	7,355	15,271	12,121
	15	1,370	15,190	13,889	18,000	-0,901
	16	4,054	15,751	17,073	-0,847	18,548
	17	-15,584	-9,810	1,042	23,884	-10,958
	18	3,077	4,270	20,833	4,196	14,912
	19	-4,478	-6,485	-7,543	-4,027	-5,058
	20	4,688	11,679	3,263	-6,333	4,918
	21	-11,940	-7,285	3,189	-18,939	-3,125
	22	-1,695	-3,214	-7,506	-2,856	27,742
	23	15,517	0,369	-3,580	5,882	16,026
	24	5,970	-1,866	-7,250	-0,926	-2,762
Stopa średnia		1,3083	1,1518	3,8034	-1,3649	2,1144
Extrap.liniowa	25	2,5657	2,0759	1,6887	5,0245	10,6990
	26	2,6663	2,1499	1,5195	5,5357	11,3858
	27	2,7669	2,2238	1,3504	6,0468	12,0725
	28	2,8675	2,2977	1,1812	6,5580	12,7593
Extrap.wielom.2	25	6,1777	-3,1336	-6,7034	-4,5780	10,8358
	26	7,1443	-4,3102	-8,8874	-6,3748	11,5541
	27	8,1775	-5,5830	-11,2264	-8,3492	12,2748
	28	9,2773	-6,9520	-13,7204	-10,5012	12,9979

ISSN 0208-8028
ISBN 83-85847-59-6

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 837-35-78 w. 241 e-mail: bibliote@ibspan.waw.pl