POLSKA AKADEMIA NAUK
Instytut Badań Systemowych

ROZWÓJ I ZASTOSOWANIA TECHNOLOGII I SYSTEMÓW INFORMATYCZNYCH

pod redakcją:
Jana Studzińskiego
Ludosława Drelichowskiego
Olgierda Hryniewicza

ROZWÓJ I ZASTOSOWANIA TECHNOLOGII I SYSTEMÓW INFORMATYCZNYCH

Polska Akademia Nauk • Instytut Badań Systemowych

Seria: BADANIA SYSTEMOWE
tom 28

Redaktor naukowy:

Prof. dr hab. Jakub Gutenbaum

Warszawa 2001

ROZWÓJ I ZASTOSOWANIA TECHNOLOGII I SYSTEMÓW INFORMATYCZNYCH

pod redakcją
Jana Studzińskiego, Ludosława Drelichowskiego
i Olgierda Hryniewicza

Wydano z wykorzystaniem dotacji KOMITETU BADAŃ NAUKOWYCH

Książka zawiera wybór artykułów poświęconych omówieniu aktualnego stanu badań w kraju w zakresie rozwoju technologii, modeli i systemów informatycznych oraz ich zastosowań w różnych dziedzinach gospodarki narodowej. Wyodrębnioną grupę stanowią artykuły aplikacyjne omawiające wyniki projektów badawczych i celowych KBN.

Recenzenci artykułów:

Dr hab. inż. Ryszard Budziński, prof. US
Prof. dr hab. inż. Janusz Kacprzyk
Dr hab. Adam Kopiński, prof. AE we Wrocławiu
Doc dr hab. inż. Marek Libura
Prof. dr hab. inż. Andrzej Straszak

ISBN 83-85847-59-6
ISSN 0208-8028

Rozdział 4

Modele i systemy wspomagania decyzji w ekonomii i finansach

OPTYMALIZACJA OPERACJI FINANSOWYCH W KRÓTKIM HORYZONCIE CZASOWYM

Stanisław Łukasik
Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa

In this paper, we consider a class of decision support models formulated in terms of multistage mixed and discrete optimization. The subject of investigations is a model of short-time financial actions. Practical motivations came from. financial operations of small firms.

1. Wstęp

W artykule przedstawiono wieloetapowy model optymalizacji operacji finansowych, w krótkim horyzoncie czasowym. Model sformułowany jest w konwencji dyskretnej optymalizacji dynamicznej. Rozpatrywany zbiór operacji (decyzji) obejmuje ; realizację zobowiązań finansowych wobec zbioru wierzycieli, podejmowanie kredytu z otwartych kont kredytowych oraz otwieranie nowych kont kredytowych. Zmienne egzogeniczne modelu reprezentują wpłaty dokonywane przez dłużników rozpatrywanego podmiotu gospodarczego. W praktyce często jest to zmienna wnosząca czynnik niepewności. Zagadnieniu temu poświęcono oddzielne opracowanie. Stan układu x(t) = $\{ x^1(t),\ x^2(t),\ldots x^N(t)\}$, który można określić jako niestandardowy, obejmuje; wysokość bieżącego konta obrotowego, zbiór zobowiązań (terminowych i przeterminowanych), stan kont kredytowych oraz zbiór oczekiwanych wpływów finansowych. Jako funkcję celu przyjęto pełny bilans finansowy wszystkich kont, należności i zadłużeń na końcu okresu planowania. Prezentowana praca nosi charakter propozycji metodologicznej, zatem uznano za dopuszczalne wprowadzenie wielu uproszczeń w opisie problemu, bez uszczuplania aspektów merytorycznych. Dotyczy to opisu kont, zasad otwierania nowych linii kredytowych oraz oprocentowania kredytów i karnych odsetek za opóźnienia płatności. Przyjęto również zasadę spłacania zobowiązań w pełnej wysokości , bez rozkładania ich na raty.

Należy podkreślić, że przedstawione w niniejszej pracy rozwiązania zależą tylko od stanu początkowego . Są to więc rozwiązania typu „open loop”. Rozwiązania takie stanowią pierwszy krok w kierunku konstrukcji rozwiązań uwzględniających nieprzewidziane zmiany stanu systemu, czyli do rozwiązań w układzie zamkniętym. Głównymi czynnikami niepewności są terminy płatności należności w(t) oraz nowe zbiory kontrahentów W(t) i Z(t). Problemy syntezy reguł decyzyjnych dla takich przypadków stanowią przedmiot dalszych rozważań. Układ pracy jest następujący.

W punkcie 2 przedstawiono model matematyczny zadania z pełna informacją o modelu. W p.3 omówiono zasady tworzenia algorytmu wyznaczania rozwiązań dla tego typu zadania . Kolejny punkt poświęcono opisowi procedur obliczeniowych.

2. Model matematyczny i jego charakterystyka

Na początek rozpatrzmy przypadek pełnej znajomości parametrów modelu. Przyjmiemy następujące oznaczenia

$x^1(t)$ - stan konta bieżącego, z oprocentowaniem γ^1,

$x^2(t) = W(t,\tau,\vartheta) = \{w^i(t,\tau^i,\vartheta^i)\}_{i\in I(t)}$ - zbiór oczekiwanych wpłat o wartościach w^i, terminach bezodsetkowej płatności τ^i oraz szacowanych terminach płatności ϑ^i,

$x^3(t) = Z(t,\tau) = \{z^j(t,\tau^j)\}_{j\in J(t)}$ - zbiór zobowiązań płatniczych nie przeterminowanych , o wartościach z^j i terminach bezodsetkowej płatności τ^j oraz o maksymalnych terminach płatności λ^j,

$Z_{\Xi}(t) = \{ z^j(t) : u^j(t)=0 \vee t=\tau^j \}$ - zbiór zobowiązań osiągających granice terminu płatności bez karnych odsetek,

$Z^0(t) = \{ z^j(t) : u^j(t) = 1 \}$ - zbiór zobowiązań terminowych, spłacanych na etapie t, $V^0(t) = \{ v^k(t) : u^k(t) = 1, k \in K(t) \}$ – zbiór zobowiązań przeterminowanych, spłacanych na etapie t,

$x^4(t) = V(t,\tau) = \{v^k(t,\tau^k,\lambda^k)\}_{k\in K(t)}$ - zobowiązania przeterminowane o maksymalnych terminach płatności λ^k,

$x^5(t) = G(t,\tau) = \{g(t,\tau^n)\}_{n\in N(t)}$ - zbiór otwartych linii kredytowych o kontach g^n(t) i oprocentowaniu γ,

$G^0(t) = \{g^n(t) \in G(t) : g^n(t+1) = 0\}$ - zbiór kont wyczerpanych na etapie t

$D^n(t)$ – zbiór rat płatności kredytów g^n, z uwzględnieniem oprocentowania,

$u^j(t) \in \{0,1\}$, $j \in J(t), u^k(t) \in \{0,1\}, k \in K$ (t) , t $\in$ T 1 = { $t_0, t_f - 1$ }- binarne zmienne decyzyjne , określające terminy płatności odpowiednio j -tego (terminowego) oraz k-tego (przeterminowanego) zobowiązania płatniczego,

$y^n(t) \in [0,1]$ - zmienna decyzyjna określająca podjęcie na etapie t kredytu w wysokości $v^n(t) = y^n(t)\, g^n(t)$, z otwartego konta $g^n(t)$,

$h(t) \in \{0,1\}$ - zmienna decyzyjna określająca otwarcie na etapie t nowej linii kredytowej,

$q_h(t)$ - zmienna decyzyjna określająca wysokość konta nowo otwieranej linii kredytowej, z rozkładem rat $\{ d^j(t,\tau^j) \}_{j\in J_q} = D(t)$,

γ^{N+1} - oprocentowanie kredytu $q_h(t)$,

S – maksymalna wysokość nowego konta kredytowego $q_h(t)$,

$Z_{\Xi}(t) = \{ z^j(t) : u^j(t) = 0 \vee t = \tau^j \}$ - zbiór zobowiązań płatniczych, osiągających granice terminu płatności bez karnych odsetek,

Z^0(t) = $\{ z^j(t) : u^j(t) = 1 \}$ - zbiór zobowiązań terminowych, spłacanych na etapie t, $V^0(t) = \{ v^k(t) : u^k(t) = 1, k \in K(t) \}$ – zbiór zobowiązań przeterminowanych, spłacanych na etapie t,

$W^0(t) = \{ w^i(t) : t = \vartheta^i,\ i \in I(t) \}$ - zbiór należności wpłacanych na etapie t,

Ω(t) – zbiór nowych należności , określonych na etapie t,

κ^{w}, κ^{v_k} - karne odsetki za opóźnienia płatności poza odpowiedni termin dopuszczalny τ^k,

λ- oprocentowanie wkładu bankowego.

Zadanie optymalizacyjne

Poszukiwać będziemy strategii operacji: u^j (t), u^k (t), h(t), y(t), q(t), $\forall t \in T1 = (t_0, t_f - 1)$, maksymalizujących końcowy bilans firmy;

$$\max_{u,h,y,q} (x^1(t_f) + \sum_{i\in I(t_f)} w^i(t_f) - \sum_{j\in J(t_f)} z^j(t_f) - \sum_{k\in K(t_f)} \kappa^{v_k} v^k(t_f)(\lambda^k - t_f) \qquad (1)$$

przy warunkach:

$$\begin{aligned} x^1(t+1) = x^1(t)(1+\lambda) + \sum_{i\in I(t)} w^i(t,\tau^i\vartheta^i)\Big|_{t=\vartheta^i} \\ - \sum_{j\in J(t)} u^j(t) z^j(t) - \sum_{m\in M(t)} u^k(t) v^k(t) + \sum_{n\in N(t)} y^n(t)\, g^n(t) \end{aligned} \qquad (2)$$

$$\begin{aligned} x^1(t)(1+\lambda) + \sum_{i\in I(t)} w^i(t,\tau^i\vartheta^i)\Big|_{t=\vartheta^i} + \sum_{n\in N(t)} y^n(t)\, g^n(t) - \\ \sum_{j\in J(t)} u^j(t) z^j(t) - \sum_{k\in K(t)} u^k(t) v^k(t) \ge 0, \qquad dla\, \forall t \in T \end{aligned} \qquad (3)$$

$$z^j(t+1)=\begin{cases} z^j(t)-\textit{jesli } u^j(t)=0 \vee t<\tau^j \\ 0-\textit{jesli } j\in\Xi(t)=\{j: u^j(t)=0\vee t\geq\tau^j\}, \forall j\in J(t) \\ 0-\textit{jesli } j\in J^0=\{j:\ u^j(t)=1\} \end{cases} \quad (4)$$

$$\mathrm{Z}(t+1)=\{z^j(t+1)\}_{j\in J(t+1)}=\mathrm{Z}(t)\,/\,Z_{\Xi}(t)\ /\ Z^0(t)\oplus \mathrm{D}(t) \quad (5)$$

$$v^k(t+1)=\begin{cases} v^k(t)(1+\kappa^{\,v})-\textit{jesli } u^k(t)=0 \\ 0-\textit{jesli } u^k(t)=1 \end{cases}, \forall\ k\in \mathrm{K}(t) \quad (6)$$

$$\mathrm{V}(t+1)=\{v^k(t+1)\}_{k\in K(t+1)}=\mathrm{V}(t)\oplus Z_{\Xi}(t)\ /\ V^0(t) \quad (7)$$

$$w^i(t+1)=\begin{cases} w^i(t)-\textit{jesli: } t\leq\tau^i \\ 0-\textit{jesli } :t=\vartheta^i \\ w^i(t)(1+\kappa^{w})-\textit{jesli} :t\geq\tau^{\,i} \end{cases} \quad \textit{dla } \forall i\in I(t) \quad (8)$$

$$\mathrm{W}(t+1)=\{w^i(t+1)\}_{i\in I(t+1)}=\mathrm{W}(t)/\,W^0(t)\oplus\Omega(t) \quad (9)$$

$$g^n(t+1)=g^n(t)\left(1-y^n(t)\right) \quad (10)$$

$$\mathrm{G}(t+1)=\mathrm{G}(t)\oplus \mathrm{h}(t)\,\mathrm{q}(t)\ /\ G^0(t) \quad (11)$$

$$\gamma^{N+1}=\begin{cases} \gamma-\textit{jesli bilans koncowy } \beta(t)\geq 0 \\ \mu\gamma, \mu>1-\textit{jesli bilans } \beta(t)<0 \end{cases},$$
$$\text{gdzie } \beta(\mathrm{t})=\mathrm{x}^1(t)+\sum_{i\in I(t)} w^i(t)-\sum_{j\in J(t)} z^j(t)-\sum_{k\in K(t)} v^k(t) \quad (12)$$

$$\mathrm{h(t)q(t)}\leq \mathrm{S}\quad, \forall \mathrm{t}\in \mathrm{T1} \quad (13)$$

$$\sum_{t\in T} u^j(t)\leq 1,\qquad \forall j\in\bigcup_{t\in T1} J(t) \quad (14)$$

$$\sum_{t\in T} u^k(t)\leq 1,\qquad \forall k\in\bigcup_{t\in T1} K(t) \quad (15)$$

$$\sum_{t\in T1} h(t)\leq 1 \tag{16}$$

$$g^{n}(t)\geq 0,\ \forall n\in N(t),\ \forall t\in T1, \tag{17}$$

Interpretacja powyższego zapisu jest następująca.
Funkcja celu (1) wyraża bilans konta bieżącego oraz należności i zobowiązań - w końcu przedziału planowania t_f. Zależności (2), (3) opisują jednoetapową ewolucję stanu konta bieżącego. Formuły (4), (5), (6), (7), (8), (9) przedstawiają ewolucję zbiorów zobowiązań płatniczych terminowych i przeterminowanych, zbiorów należności i zestawów kont kredytowych. Formuła (12) określa sposób wyznaczania oprocentowania nowego kredytu. Nierówność (13) ogranicza wielkość nowego kredytu. Nierówności (14),(15), (16) wyrażają naturalne warunki jednokrotnej realizacji operacji.
Warunek (17) określa nieujemność kont kredytowych.
Należy podkreślić następujące cechy powyższego zadania, jako wieloetapowego zadania optymalizacji dyskretno-ciągłej:

- niektóre zmienne stanu (x (t)) , stanowią reprezentacje zbiorów, których liczność i parametry charakterystyczne zmieniają się w czasie, są to więc opisy zagregowane, które w warstwie algorytmicznej będą rozpisane detalicznie wg układu elementów,
- zmienne decyzyjne u(t) oraz h(t) posiadają charakter binarny, natomiast zmienne y(t) oraz q - ciągły,
- zakładamy następujący porządek szeregu kosztów operacji

$$\eta < \kappa^{w} < \kappa^{v} < \gamma < \gamma^{N+1} \tag{18}$$

dla innego porządku powyższych parametrów otrzymamy inne rozwiązania
- zasada określania oprocentowania nowego konta kredytu obrotowego (γ^{N+1}) jest następująca :
jeśli spodziewany bilans końcowy jest nieujemny , przyjmujemy standardowe oprocentowanie γ, w przeciwnym przypadku – przyjmujemy oprocentowanie wyższe (por.(12)),
- przypadek niedokładnej znajomości terminów wpłat należności (zmienne w^{i}(t)), jest zinterpretowany w terminach lokalnej analizy wrażliwości, jego kompensacja odbywa się w układzie zamkniętym , w funkcji stanu bieżącego .
- Inne podejścia (minimaksowe, probabilistyczne, metoda zbiorów rozmytych) wymagają oddzielnego potraktowania.

3. Algorytm wyznaczania rozwiązań

Specyficzna forma stanu układu skłania do przyjęcia programowania dynamicznego jako zasady konstrukcji algorytmu. Metoda ta wiąże się ze znanymi trudnościami, określanymi mianem przekleństwa wymiarowości. Naturalnym zatem jest postulat wstępnej redukcji zbiorów osiągalnych, z zachowaniem otoczenia rozwiązania optymalnego. Prowadzi to do następującego schematu postępowania:

etap I. oszacowanie istotnego podzbioru rozwiązań dopuszczalnych, metodą testów symulacyjnych,
etap II. zastosowanie procedury programowania dynamicznego, do wyznaczania rozwiązania w zredukowanym zbiorze dopuszczalnym.

Omówimy teraz bardziej szczegółowo powyższe etapy.

Test I.

a) przyjmujemy następujące wartości zmiennych decyzyjnych

$u^j(t)=\begin{cases} 1-dla \;\; t=\tau^j \\ 0-dla \;\; t\neq\tau^j \end{cases}$, $u^k(t)=\begin{cases} 1-dla \;\; t=t_0 \\ 0-dla \;\; t\neq t_0 \end{cases}$, h(t)=0 dla $\forall t\in T1$, oraz

$$y^n(t)=0 \; -dla \; \forall t\in T1 \quad . \tag{19}$$

b) rozwiązujemy układ równań (2), (4) - (8) , dla $\forall t\in T1$, przy zadanym stanie początkowym, przyjmując powyższe zmienne decyzyjne ,
c) oceniamy otrzymaną trajektorię testową:
– jeśli $\tilde{x}^1(t)\geq 0 \;\; dla \; \forall t\in T$, co oznacza wystarczalność własnych środków finansowych , bez podejmowania kredytów - *akceptujemy decyzje (18) jako rozwiązanie ostateczne,*
– w przeciwnym przypadku, przechodzimy do *testu II,*

test II

a) przyjmujemy następujące wartości zmiennych decyzyjnych

$$u^j(t)=\begin{cases} 1-dla \;\; t=\lambda^j \\ 0-dla \;\; t\neq\lambda^j \end{cases} , \; \forall j\in J(t) , \tag{20}$$

$$u^k(t)=\begin{cases} 1-dla \;\; t=t_0 \\ 0-dla \;\; t\neq t_0 \end{cases} , \tag{21}$$

h(t)=0 dla $\forall t\in T1$, oraz $y^n(t)=0 \; -dla \; \forall t\in T1$. (21)

b) rozwiązujemy układ równań (2), (4) - (8) , dla $\forall t\in T1$, przy zadanym stanie początkowym, przyjmując zmienne decyzyjne określone w (19), (20),

c) oceniamy otrzymaną trajektorię:

– jeśli $\tilde{x}^1(t) \geq 0 \ dla \ \forall t \in T$, co oznacza wystarczalność przesuwania terminów płatności ze zbioru Z(t) , bez konieczności zaciągania kredytów - *akceptujemy decyzje (21) , jako składowa rozwiązania ostatecznego, natomiast zmienne decyzyjne u(t) wyznaczamy rozwiązując zadanie zredukowane – por. Problem PI,*

– w przeciwnym przypadku, zmieniamy zmienne $u^k(t)$ na

$$u^k(t) = \begin{cases} 1 - dla \ \ t = \lambda^k \\ 0 - dla \ \ t \neq \lambda^k \end{cases} \tag{22}$$

a następnie wykonujemy operację punktu b),

– - jeśli $\tilde{x}^1(t) \geq 0 \ dla \ \forall t \in T$, akceptujemy decyzje (19) oraz rozwiązujemy problem PIa, dający w wyniku optymalne wartości zmiennych $u^k(t)$,

– natomiast w przeciwnym przypadku, jeśli $\exists t \in T \ ; \tilde{x}^1(t) < 0$, przechodzimy do *testu III*,

Test III

a) przyjmujemy wartości zmiennych decyzyjnych:

- $$u^j(t) = \begin{cases} 1 - dla \ \ t = \lambda^j \\ 0 - dla \ \ t \neq \lambda^j \end{cases}, \ \forall j \in J(t), u^k(t) = \begin{cases} 1 - dla \ \ t = \lambda^k \\ 0 - dla \ \ t \neq \lambda^k \end{cases}, \tag{23}$$

$$y^n(t) = \begin{cases} 1 - dla \, t = t_0 \\ 0 - dla \, t \neq t_0 \end{cases}.$$

- b) rozwiązujemy układ równań (2)- (4)-(8) dla $\forall t \in T1$, przyjmując zmienne decyzyjne określone w (23),

c) oceniamy otrzymaną trajektorię $\tilde{x}^1(t)$;

- jeśli $\tilde{x}^1(t) \geq 0 \ dla \ \forall t \in T$, co oznacza wystarczalność przesuwania terminów płatności oraz zaciągania kredytów z otwartych kont ,
- bez konieczności otwierania nowych kredytów *akceptujemy decyzje (21),(22) , jako rozwiązanie ostateczne, natomiast zmienne decyzyjne y(t) wyznaczamy rozwiązując zadanie zreduko-wane - por.Problem II.,*
- w przeciwnym przypadku , konieczne jest otwarcie nowej linii kredytowej .odpowiednie zmienne decyzyjne wyznaczamy rozwiązując *Problem III.*

- ***Etap II. Formalna wieloetapowa optymalizacja dyskretno – ciągła.***

Podamy teraz sformułowanie zadań wieloetapowych, które w porównaniu ze sformułowaniem wyjściowym (1)-(16) stanowią formę zredukowaną, w sensie zbiorów decyzji dopuszczalnych.

Przypomnijmy, że zadania te formułowane są na podstawie wstępnych testów symulacyjnych, ponadto przypomnijmy, że wszystkie reguły klasyfikacji i redukcji zbiorów dopuszczalnych oparte są na relacji (17).

a) ***Problem I***

$$\max_{u^j}(x^1(t_f) - \sum_{j\in J(t_f)} z^j(t_f) - \sum_{k\in K(t_f)} \kappa^{v_k} v^k(t_f)) \tag{24}$$

przy warunkach :

h(t) = 0 dla $\forall t \in T1$, $y^n(t)=0 - dla\ \forall t\in T1$,

oraz przy warunkach (2) - (9) i (14),(15).

Prostą modyfikacją Problemu I jest Problem PI a , w którym zmienne $u^k(t)$ zastępują $u^j(t)$, wraz z odpowiednimi ograniczeniami..

Problem II

$$\max_{y^n(t)}(x^1(t_f) - \sum_{j\in J(t_f)} z^j(t_f) - \sum_{k\in K(t_f)} \kappa^{v_k} v^k(t_f))\Big|$$

przy ustalonych u(t), h(t) - zgodnie z (18) , oraz przy warunkach (10), (11), (16) .(25)

Problem III

$$\max_{h,q,y}(x^1(t_f) - \sum_{j\in J(t_f)} z^j(t_f) - \sum_{k\in K(t_f)} \kappa^{v_k} v^k(t_f))\Big| \tag{26}$$

przy ustalonych wartościach $u^j(t)$, $u^k(t)$ - por . (22) , oraz przy warunkach (2) – (13), (16).

4. Konstrukcja procedur obliczeniowych

Przy formułowaniu algorytmów dla problemów zredukowanych (PI, PII i PIII) , wykorzystujemy nast. własności rozwiązań optymalnych:

- przy pozytywnym wyniku testu II ; $\tilde{x}^1(t)\geq 0\ dla\ \forall t\in T$, docelowy zbiór zobowiązań przeterminowanych V(t_f) jest pusty,
- w przeciwnym przypadku, tzn. przy negatywnym wyniku testu II – daty

- płatności. zobowiązań nie przeterminowanych z^j będą przesunięte do granicy λ^j, $\forall j \in J$,
- trajektorie i zmienne decyzyjne testowe są przyjmowane jako wartości początkowe odpowiednich sekwencji iteracyjnych,
- zmienne decyzyjne u(t) w zadaniu P1, ograniczone są do przedziałów

$$U^J = \{u^j(t); t \in \{\tau^j, \lambda^j\}\},\ U^K = \{u^k(t): t \in \{t_0, \lambda^k\}\} \qquad (27)$$

Przyjmujemy nieklasyczną zasadę optymalności, z odwróconym kierunkiem rekurencji (typu forward equations), jako formalną metodę wyznaczania rozwiązań zadań (24) - (26).Przykładowo, funkcja Bellmana problemu I (24), dla wybranego etapu t, jest określana jako funkcja od stanu

x(t) =: $\{x^1(t)\ \ Z(t)\ \ V(t)\ \ G(t)\}'$,
w wyniku rozwiązania równania rekurencyjnego

FI(x(t)) =
$$\max_{u^j(t)\in U^J(t) u^k \in U^K(t)} (x^1(t)(1+\eta) - \sum_{j\in J(t)} u^j(t) z^j(t) - \sum_{k\in K(t)} u^k(t) v^k(t))\ |$$

$$dla\ \forall x(t) \in X_\alpha(t) = \{x(t): \Phi(x(t) \le \mathbf{F}(t-1)\ \alpha\}, dla\ t = t_0, t_0+1, .., t_f - 1,$$

przy warunkach (3), (4), (5), (8) oraz (13).
Zbiór Φ(x(t)) stanowi otoczenie punktu x(t), przy wskaźniku relaksacji lokalnie optymalnej wartości funkcji celu , równym α< 1.
Podobnie dla problemu PII ;

FII(x(t)) =
$$\max_{u^j(t)\in U^J(t) u^k \in U^K(t)} (x^1(t)(1+\eta) - \sum_{j\in J(t)} u^j(t) z^j(t) - \sum_{k\in K(t)} u^k(t) v^k(t))\ |$$

$$dla\,\forall x(t) \in X_\alpha(t) = \{x(t): \Phi(x(t) \le F(t-1)\ \alpha\},\ dla\ t = t_0, t_0+1, .., t_f - 1,$$

przy ustalonych wartościach u(t), h(t)- zgodnie z (18) ,
oraz przy warunkach (10), (11), (16).

5. Przykład obliczeniowy o charakterze testowym

Rozpatrzmy testowy przykład omawianego procesu z horyzontem czasowym T = 18 etapów (dni). Załóżmy, że dysponujemy jednym otwartym kontem kredytowym o stanie początkowym g(t_0) = 650 jednostek pieniężnych , z oprocentowaniem $\gamma = 20$ % w skali rocznej. Oprocentowanie kredytu krótkoterminowego $\gamma^N = 35\%$. Przyjmujemy dwie alternatywne wartości początkowe konta obrotowego: $x^1(t_0) = 400$ jedn. pien. oraz $x^1(t_0) = 150$ jedn. pien. Początkowe zbiory kontrahentów zestawiono w poniższej tabeli.

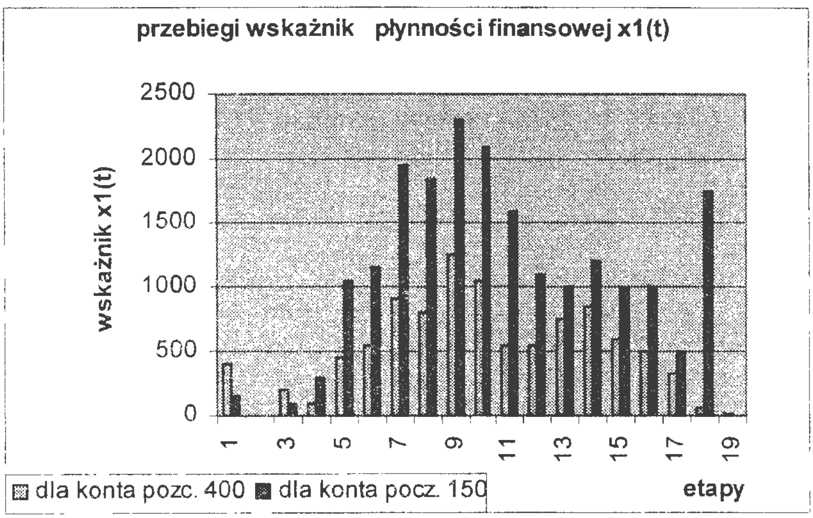
Oczekiwane wpłaty W(t)			**Zobowiązania terminowe Z(t)**			**Zobowiązania przeterminowane V(t)**		
Suma	te m in	Karne odsetki %/dzień	Suma	Termin płatn./max. .termin pł.	Karne odsetki	su ma	Mak- sym..ter min płatn.	Karne odsetki
100	1	0,1 %	100	1 / 14	0,2 %	-	-	-
100	2	0,1 %	300	2 / 15	0,2 %	-	-	-
200	3	0,1 %	100	3 / 16	0,2 %	-	-	-
750	4	0,1 %	400	4 / 18	0,1 %	-	-	-
100	5	0,2 %	-	-	-	-	-	-
800	6	0,2 %	450	6 / 18	0,1 %	-	-	-
-	-	-	100	7 / 7	0,1 %	-	-	-
600	8	0,1 %	150	8 / 8	0,25 %	-	-	-
200	9	0,1 %	400	9 / 9	0,1 %	-	-	-
200	10	0,1 %	700	10/10	0,1 %	-	-	-
-	-	-	100	11/11	0,1 %	200	11	0,32%
-	-	-	700	12/12	0,1 %	300	12	0,27%
200	13	0,2 %	-	-	-	-	-	-
100	14	0,1 %	600	14/19	0,1 %	250	14	0,27%
500	15	0,1 %	150	15/19	0,1 %	-	-	-
100	16	0,1 %	200	16/19	0,15 %	-	-	-
100	17	0,2 %	300	17/19	0,1 %	-	-	-
550	18	0,2 %	-	-	-	-	-	-

Dla wartości konta początkowego $x^1(t_0) = 400$ jedn. pien., w pierwszym etapie podejmowana jest pożyczka z konta g(t) w wysokości 550 j. p,. oraz spłacane są zobowiązania przeterminowane (zmienna decyzyjna $u^k(t)$). Ponadto na etapie t = 12 , zobowiązania terminowe(zmienna decyzyjna $u^j(t)$), przesuwane są na termin t = 18. Nie jest tutaj konieczne otwieranie nowego konta kredytowego .

Przy stanie początkowym konta bieżącego $x^1(t_0) = 150$ jedn. pien., dokonywane są następujące operacje:

- płatności terminowe z terminów t = 1,2,3,4,6 przesuwane są na terminy maksymalne, od t = 14 do t = 18,
- przy t = 1 podejmujemy kredyt w wysokości 500 j.p., z konta otwartego oraz spłacane są zobowiązania przeterminowane (zmienna decyzyjna $u^k(t)$),
- przy t = 15 otwieramy nowe konto kredytowe o wysokości q = 450 jednostek płatniczych.

Wybrane przebiegi zmiennej $x^1(t)$ dla różnych wartości bilansu początkowego podano poniżej.



Literatura

Bertsekas R. (1996) *Dynamic Programming*, J.Wiley.

Łukasik S. (2000) *Discrete Multistage Optimization* – Proceedings Konferencji . MMAR 2000 . Międzyzdroje.

Zanakis H., R. Evans, A. Vazacopoulos (1989) Heuristic methods and applications. *European Journal of Operational Research.* **43** -1989.

ISSN 0208-8028
ISBN 83-85847-59-6

W celu uzyskania bliższych informacji i zakupu dodatkowych egzemplarzy
prosimy o kontakt z Instytutem Badań Systemowych PAN
ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa
tel. 837-35-78 w. 241 e-mail: bibliote@ibspan.waw.pl