# SUR LA NATURE DES GRANDEURS ET LE CHOIX D'UN SYSTÈME D'UNITÉS ÉLECTRIQUES.

Chacune des grandeurs qu'introduit la physique, exige pour sa détermination complète, la connaissance d'un certain nombre de composantes (une seule pour les scalaires, trois pour les vecteurs, neuf en général pour les tenseurs d'espace du second ordre, etc.) et de la manière dont ces composantes se transforment quand on change le système de coordonnées ou le système de référence auquel les phénomènes sont rapportés.

Les lois de la physique s'expriment par des relations entre diverses grandeur susceptibles de varier simultanément dans un même phénomène, et le caractère intrinsèque ou absolu de ces lois résulte du fait que leur forme générale est indépendante du système de coordonnées ou de référence employé.

Deux grandeurs ne peuvent être dites de même nature que si leur égalité éventuelle, c'est-à-dire l'égalité de leurs composantes correspondantes, a un sens intrinsèque, indépendant du système de coordonnées, c'est-à-dire si leurs composantes se transforment de la même manière dans un changement quelconque du système de coordonnées. Il en est ainsi, par exemple, pour les diverses forces, quelle que soit leur origine, électrique, élastique, etc.; on a le droit de dire que toutes les forces sont des grandeurs de même nature.

Les valeurs numériques ou mesures des grandeurs ou de leurs composantes sont déterminées par le choix d'un système d'unités. Les lois s'expriment alors par des équations entre les mesures, et ces équations peuvent être simplifiées grâce à des relations imposées entre les diverses unités pour faire disparaître des coefficients numériques, ou par le choix d'*unités naturelles* telles que le radian pour la mesure des angles.

Il est indispensable pour la technique, et tout à fait légitime, de pousser aussi loin que possible ce genre de simplification. On peut, dans ce sens, faire plus et mieux qu'il n'a été généralement ou officiellement admis jusqu'ici.

On peut, en outre, simplifier dans chaque cas particulier la forme générale ou intrinsèque des équations de la physique par un choix approprié du système de coordonnées (axes rectangulaires dans les milieux isotropes ou de symétrie cristalline élevée, axes obliques dans les milieux dissymétriques, coordonnées curvilignes appropriées à la forme des conducteurs en électrostatique ou des obstacles en hydrodynamique, axes liés à des corps en mouvement ou axes liés à des corps en chute libre pour supprimer localement le champ de gravitation, etc.).

Il peut résulter de semblables simplifications, en physique comme en géométrie, des égalités accidentelles et factices entre les mesures de diverses grandeurs sans qu'on puisse conclure à l'identité de nature de celles-ci. En géométrie, la surface d'un rectangle peut être mesurée par le même nombre que la longueur de sa base lorsque la longueur de sa hauteur a été prise pour unité sans qu'il en résulte l'identité de nature de la surface et de la longueur, ni l'égalité des unités qui servent à les mesurer. De même en physique, l'induction magnétique a les mêmes composantes que le champ magnétique dans le vide lorsqu'on a prise égale à l'unité la perméabilité magnétique du vide, considérée, soit comme grandeur, soit comme coefficient numérique, et que, de plus, on utilise des axes rectangulaires liés à un système matériel en chute libre de manière à mesurer au moyen d'un seul nombre l'ensemble des neuf composantes du tenseur du second ordre qu'est en réalité la perméabilité magnétique dans le cadre général ou même dans le vide. La relation entre l'induction et le champ est en réalité une relation vectorielle linéaire dont les neuf coefficients mesurent les composantes du tenseur de perméabilité. L'égalité fortuite entre les composantes du champ et celles de l'induction disparaît dès qu'on modifie les conditions très particulières qui l'ont provoquée. On ne saurait donc en conclure à l'identité de nature des grandeurs ni par conséquent à celle des unités qui servent à les mesurer.

Autant il est légitime, pour les buts pratiques, de simplifier les équations par un choix convenable des unités et du système de référence, autant il est nécessaire de remonter au cas général lorsque des questions de principe sont posées.

L'application des considérations précédentes au cas des grandeurs électriques et magnétiques exige qu'on commence par donner de celles-ci des définitions générales valables dans un système de coordonnées quelconque. On y parvient de la manière la plus simple en suivant une voie qui met en évidence le parallélisme profond signalé par Minkowski entre le champ électrique et l'induction magnétique d'une part, entre le déplacement ou induction électrique et le champ magnétique, d'autre part. On y trouve également l'avantage que les grandeurs magnétiques sont définies à partir des lois qui régissent le mouvement des particules électrisées ou les courants, au lieu de s'introduire par l'intermédiaire des aimants. L'étude de ceux-ci se trouve reportée à la fin de l'électromagnétisme dont elle constitue le cas le plus complexe, de même que les actions mutuelles entre diélectriques polarisés ne peuvent être étudiées utilement qu'à la fin de l'électrostatique. La particule électrisée en mouvement joue ainsi en électromagnétisme un rôle fondamental équivalent à celui du corps électrisé immobile en électrostatique.

Un système de coordonnées *quelconque* étant choisi, il passe en tout point A trois surfaces coordonnées ($yz$, $zx$, $xy$) se coupant deux à deux suivant trois lignes coordonnées ($x$, $y$, $z$). La charge électrique $e$ d'un corps d'épreuve placé en A et l'intensité du *champ électrique* $\vec{h}$ en ce point se définissent par la condition que le travail d$T$ de l'action subie par le corps d'épreuve *sans vitesse* le long d'un déplacement virtuel d$l$ s'exprime par :

$$d\mathrm{T} = \alpha e h_1 dl,$$

$h_1$ étant la *composante* de $h$ dans la direction du déplacement d$l$, et $\alpha$ un coefficient numérique dont la valeur dépend du choix des unités. Aux directions coordonnées correspondent les trois composantes $h_x$, $h_y$, $h_z$.

*L'induction magnétique* $\vec{B}$ au point A se définit par l'action que subit un élément de courant placé en A ou une particule électrisée en mouvement passant par ce point. La composante $B_x = B_{yz} = - B_{zy}$ est définie par la condition que :

$$dT = \alpha' i B_x dy\, dz = \alpha' i\, d\Phi$$

soit le travail effectué par l'action que subit un élément de courant d'intensité $i$ de longueur d$z$ le long d'un déplacement d$y$. Le coefficient numérique $\alpha'$ dépend du choix des unités. La quantité d $\Phi = B_x$ d$y$ d$z$ est le flux d'induction à travers l'élément de surface parallélogramme d$y$ d$z$.

Le fait expérimental que l'intensité d'un courant est proportionnelle à la quantité d'électricité qu'il transporte se traduit par la relation :

$$i = \frac{1}{\lambda} \frac{dq}{dt},$$

ou :

$$\vec{s} = \frac{1}{\lambda} \Sigma e \vec{v},$$

$\vec{s}$ étant le vecteur courant et la somme qui figure dans le second membre étant étendue à toutes les particules électrisées *libres* de charge $e$ et de vitesse $\vec{v}$ présentes dans l'unité de volume au voisinage du point considéré. Comme le désire M. Abraham, $\lambda$ est un coefficient numérique dont la valeur dépend du choix des unités.

La conservation du flux d'induction magnétique et la loi des courants induits conduisent à écrire entre $\vec{h}$ et $\vec{B}$ les équations de Maxwell sous la forme :

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0, \qquad \frac{\partial h_z}{dy} - \frac{\partial h_y}{\partial z} + \frac{\alpha'}{\lambda \alpha} \frac{\partial B_x}{\partial t} = 0.$$

Les grandeurs induction électrique et champ magnétique se définiront par la manière suivante dans un système de coordonnées quelconque.

La première est définie par la méthode du plan d'épreuve. Une petite lame métallique mince isolée placée au point A dans la direction du plan tangent à la surface coordonnée $yz$ prend par influence des densités d'électricité égales et opposées sur ses deux faces. Si d$e$ est la charge présente du côté des $x$ positifs dans le parallélogramme infiniment petit d$y$ d$z$, la composante $b_x$ de l'induction électrique est définie comme proportionnelle à cette charge par la relation :

$$\beta de = b_x dy\, dz,$$

$\beta$ étant un coefficient numérique dépendant du choix des unités.

Le champ magnétique se définit de la même manière à partir de la nappe de courant superficielle nécessaire sur un tube conducteur infiniment délié placé en A pour protéger l'intérieur du tube contre toute action magnétique. Si le tube est orienté suivant l'axe des $x$, l'intensité d$i$ du courant superficiel (qui se produira spontanément si le tube est superconducteur) par élément de longueur d$x$ définit la composante $H_x$ du champ magnétique par la relation :

$$\beta' di = - H_x dx;$$

$\beta'$ est un autre coefficient numérique.

Les équations de Maxwell, du théorème de Gauss et du théorème d'Ampère s'écrivent à partir de ces définitions dans un système de coordonnées quelconque :

$$\frac{\partial b_x}{\partial x} + \frac{\partial b_y}{\partial y} + \frac{\partial b_z}{\partial z} = \beta \rho, \qquad \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \frac{\beta'}{\lambda\beta}\frac{\partial b_x}{\partial t} = \beta' S_x, \qquad \text{etc.}$$

P d$x$ d$y$ d$z$ étant la charge vraie contenue dans la maille parallélépipédique d$x$ d$y$ d$z$ et $S_x$ étant la composante suivant $x$ du vecteur courant $\vec{S}$.

Il faut joindre aux équations de Maxwell, dont la forme simple est *absolument invariante,* quel que soit le milieu vide ou matériel, isotrope ou non, en repos ou en mouvement par rapport à un système de coordonnées quelconque, en présence ou non d'un champ de gravitation, des relations complémentaires dont la forme est très complexe dans le cas général.

Il faut déjà que le milieu matériel soit immobile et sans polarisation permanente pour que l'induction électrique $\vec{b}$ soit liée au champ électrique $\vec{h}$ par une relation vectorielle linéaire à 9 coefficients, qui exige l'absence de champ de gravitation, l'isotropie du milieu et l'emploi d'axes rectangulaires pour prendre la forme simple :

$$\vec{b} = K\vec{h},$$

où K est une *grandeur,* le pouvoir inducteur spécifique du milieu, puisqu'elle est susceptible de variation continue avec la nature de ce milieu. Sa valeur $K_0$ dans le vide dépend du choix des unités.

Les mêmes conditions très particulières sont nécessaires pour que l'inducteur et le champ magnétique aient entre eux la relation simple :

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \qquad \text{ou} \qquad \vec{B} = \mu_0\vec{H},$$

suivant qu'il s'agit d'un milieu matériel isotrope non ferro-magnétique ou du vide. La *grandeur* perméabilité magnétique est susceptible aussi de variation continue.

Dans ces mêmes conditions, l'ensemble des relations précédentes conduit à prévoir, dans un milieu homogène et isotrope, une vitesse définie de propagation d'ondes électromagnétiques :

$$V = \sqrt{\frac{\alpha\beta\lambda^2}{K\mu\alpha'\beta'}},$$

et dans le vide :

$$c = \sqrt{\frac{\alpha\beta\lambda^2}{K_0\mu_0\alpha'\beta'}}.$$

Un corps électrisé de charge $e$ en mouvement dans le milieu homogène avec une vitesse $v$ petite par rapport à $c$ produit autour de lui un champ électrique et un champ magnétique donnés par :

$$h = \frac{\beta}{4\pi K r^2}, \qquad H = \frac{\beta'}{4\pi\lambda} \cdot \frac{ev \sin\theta}{r^2}.$$

La composition des champs magnétiques produits par la convection des particules électrisées intérieures à un conducteur conduit à la loi de Laplace pour le courant de conduction correspondant :

$$dH = \frac{\beta'}{4\pi} \frac{i\, dl \sin\theta}{r^2}.$$

Les lois de Coulomb en électrostatique et d'Ampère en électrodynamique prennent, dans ces mêmes conditions, la forme :

$$f = \frac{\alpha\beta}{4\pi K} \frac{r^2}{ee'}, \qquad df = \mu \frac{\alpha'\beta'}{4\pi} ii'\, dl\, dl'.$$

Les équations complémentaires applicables aux corps en mouvement peuvent s'obtenir, comme l'a montré Minkowski, par application du principe de relativité à partir des équations connues pour la matière en repos. La théorie de Lorentz aboutit aux mêmes résultats par une voie moins formelle mais plus difficile où les propriétés des diélectriques et des aimants s'expliquent par la présence et les mouvements de particules électrisées séparées par le vide. La polarisation électrique $\vec{a}$ étant définie à partir des positions et l'aimantation $\vec{A}$ à partir des mouvements de ces particules, les relations complémentaires prennent, dans un système de coordonnées rectangulaires, les formes :

$$\vec{b} = K_0 \vec{h} + \beta \vec{a} \qquad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \beta' \vec{A}.$$

Les actions mécaniques entre diélectriques polarisés ou entre aimants plongés dans un milieu polarisable ou aimantable donnent lieu à des lois complexes sur lesquelles MM. Liénard et Chipart ont récemment insisté et qui s'interprètent aisément à partir des lois fondamentales énoncées comme on le fait ici.

Les divers systèmes d'unités électriques correspondent à des choix particuliers des coefficients numériques $\alpha$, $\alpha'$, $\beta$, $\beta'$, $\lambda$ ainsi que des valeurs $K_0$ et $\mu_0$

du pouvoir inducteur spécifique et de la perméabilité magnétique dans le vide. Le tableau ci-dessous résume les plus simples de ces choix particuliers :

| | $K_0$ | $\mu_0$ | $\lambda$ | $\alpha$ | $\alpha'$ | $\beta$ | $\beta'$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I | 1 | $\frac{1}{c^2}$ | 1 | 1 | 1 | $4\pi$ | $4\pi$ |
| II | $\frac{1}{c^2}$ | 1 | 1 | 1 | 1 | $4\pi$ | $4\pi$ |
| III | $\frac{1}{c}$ | $\frac{1}{c^2}$ | 1 | 1 | 1 | $4\pi$ | $4\pi$ |
| IV | 1 | 1 | $c$ | 1 | 1 | $4\pi$ | $4\pi$ |
| V | 1 | 1 | 1 | 1 | $\frac{1}{c^2}$ | 1 | $\frac{1}{c}$ |
| VI | 1 | 1 | $c$ | 1 | 1 | 1 | 1 |

Tous ces choix satisfont à la relation qui donne la vitesse $c$ des ondes électromagnétiques dans le vide :

I, correspond au système électrostatique ;

II, au système électromagnétique ;

III, au système symétrique employé par Hertz ;

IV, à la proposition faite récemment par M. Abraham ;

V, au système rationnel de Heaviside-Lorentz.

Le sixième choix présente comme celui d'Heaviside-Lorentz l'avantage de supprimer le coefficient $4\pi$ dans les équations de Maxwell et dans les relations complémentaires. Celles-ci se présentent dans le dernier système sous la forme particulièrement simple :

$$\vec{b} = \vec{h} + \vec{a} \qquad \vec{B} = \vec{H} + \vec{A}.$$

Ce sixième choix présente, en outre, comme celui de M. Abraham, l'avantage de faire figurer la vitesse de la lumière uniquement dans les lois d'action relatives aux particules électrisées en mouvement, et par l'intermédiaire du rapport $\frac{v}{c}$ de la vitesse d'une particule à la vitesse de la lumière. La force électromagnétique subie par une particule électrisée de charge $e$ et de vitesse $v$ en présence d'une induction magnétique $B$ est donnée par :

$$\vec{f} = e\left(\frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}\right),$$

et le champ magnétique produit par la particule est, à distance $r$ dans la direction qui fait l'angle $\theta$ avec celle de la vitesse :

$$H = \frac{e}{4\pi r^2}\frac{v}{c}\sin\theta,$$

tandis que l'action subie par un élément de courant et le champ magnétique qu'il produit sont donnés par les formules habituelles :

$$d\vec{f} = i\,(\vec{dl} \times \vec{B}), \qquad dH = \frac{idl \sin\alpha}{r^2}.$$

Cet avantage est d'ailleurs compensé par des inconvénients qui semblent devoir laisser la préférence au système de Heaviside-Lorentz. En appliquant ce choix de coefficients au nouveau système de mesures M. T. S., on constituerait un système d'unités électriques M. T. S. unique et on éviterait la complication résultant de l'existence des deux systèmes électrostatique et électromagnétique C. G. S.

Ainsi qu'il a été dit au début, on ne doit pas déduire de la forme particulière des relations complémentaires qui se réduisent, dans le vide, pour les choix IV, V et VI à :

$$\vec{b} = \vec{h}, \qquad \vec{B} = \vec{H},$$

que les grandeurs induction et champ sont de même nature et doivent être mesurées au moyen d'une même unité. Les égalités précédentes entre les mesures de grandeurs différentes sont fortuites et résultent, d'une part, de l'emploi d'axes rectangulaires d'inertie (en chute libre) et du choix du pouvoir inducteur spécifique et de la perméabilité du vide comme unités *naturelles*.

Le choix du radian comme unité *naturelle* d'angle n'a jamais conduit à confondre les unités de travail et de moment d'une force ou d'un couple. Les unités restent distinctes et sont respectivement, dans le système C. G. S., l'erg et l'erg par radian.

La densité d'énergie dans le vide en présence d'un champ electrique $h$ et d'un champ magnétique H est mesurée dans le système IV par :

$$\frac{h^2 + H^2}{8\pi},$$

et dans les sytèmes V et VI par :

$$\frac{h^2 + H^2}{2}.$$

En conclura-t-on, sous prétexte que les carrés des champs électrique et magnétique s'ajoutent en même temps que les énergies, que les champs sont de même nature, et mesurera-t-on un champ électrique en gauss et une densité d'énergie en gauss carrés comme on mesure une surface en centimètres carrés?

Ces conséquences s'imposeraient cependant au même titre que la mesure d'un champ et d'une induction magnétique au moyen de la même unité.

Dans la même voie de simplification, il serait utile, et on l'a déjà proposé bien des fois, de choisir la vitesse de la lumière dans le vide comme unité *naturelle de* vitesse en faisant $c = 1$, et de choisir la charge élémentaire commune à tous les électrons positifs et négatifs comme unité *naturelle* de quantité d'électricité. Dira-t-on qu'une intensité de courant, une différence de potentiel et une énergie ou une masse, qui prennent alors mêmes dimensions sont de même nature et les mesurera-t-on avec une même unité qui varierait en raison inverse de l'unité de longueur, seule unité fondamentale du système ainsi constitué?

Si enfin on veut achever la simplification des équations de la physique en rendant égale à l'unité la constante de la gravitation, on aura un système d'unités entièrement *naturel* dans lequel n'interviendra plus aucun choix arbitraire d'unité fondamentale. Considérera-t-on toutes les grandeurs physiques comme étant de même nature puisque leurs mesures se comportent maintenant comme des nombres purs (nombre d'électrons pour la charge électrique, rapport d'une vitesse à la vitesse de la lumière, d'un pouvoir inducteur ou d'une perméabilité à ceux du vide, etc.)?

Il semble au moins prématuré de s'engager dans cette voie et il est préférable de n'admettre l'identité de nature que dans le sens intrinsèque indiqué plus haut. Deux grandeurs ne peuvent être considérées comme étant de même nature que si l'égalité de leurs mesures ou des mesures de leurs composantes est indépendante du système d'unités ou du système de référence employé.

Les définitions rappelées plus haut pour les champs et les inductions, définitions qui correspondent au caractère invariant absolu des équations de Maxwell, dans le vide comme dans la matière isotrope ou non, en repos ou en mouvement par rapport à un système de référence quelconque, en présence ou non d'un champ de gravitation, ces définitions exigent que les champs et les inductions soient considérés comme des grandeurs différentes et que leurs unités ne soient pas confondues.

Il suffit de passer d'un système de coordonnées rectangulaires ($x$, $y$, $z$) à un système oblique ($\xi$, $\eta$, $\zeta$) dans le cas très simple où l'axe des $\eta$ diffère de l'axe des $y$ par rotation de l'angle $\frac{\pi}{2} - \theta$ autour de l'axe des $z$ vers celui des $x$ pour constater que déjà dans le vide et en l'absence de champ de gravitation les composantes du champ magnétique se transforment autrement que celles de l'induction. Je reproduis les formules déjà données dans le résumé de ma communication du 2 décembre 1921 :

$$\begin{aligned} H_\xi &= H_x & B_\xi &= B_x \sin\theta - B_y \cos\theta \\ H_\eta &= H_y \sin\theta + H_x \cos\theta & B_\eta &= B_y \\ H_\zeta &= H_z & B_\zeta &= B_z \sin\theta. \end{aligned}$$

De même, pour les grandeurs électriques :

$$\begin{aligned} h_\xi &= h_x & b_\xi &= b_x \sin\theta - b_y \cos\theta \\ h_\eta &= h_y \sin\theta + h_x \cos\theta & b_\eta &= b_y \\ h_\zeta &= h_z & b_\zeta &= b_z \sin\theta. \end{aligned}$$

Ces formules résultent des définitions données plus haut et sont les seules qui conservent leur forme aux équations de Maxwell. L'égalité fortuite obtenue en coordonnées rectangulaires dans le vide entre les mesures du champ et de l'induction sont remplacées par les relations :

$$\mathrm{B}_\xi \sin\theta = \mathrm{H}_\xi - \mathrm{H}_\eta \cos\theta, \qquad \mathrm{B}_\eta \sin\theta = \mathrm{H}_\eta - \mathrm{H}_\xi \cos\theta, \qquad \mathrm{B}_\zeta = \mathrm{H}_\zeta \sin\theta,$$

$$b_\xi \sin\theta = h_\xi - h_\eta \cos\theta, \qquad b_\eta \sin\theta = h_\eta - h_\xi \cos\theta, \qquad b_\zeta = h_\zeta \sin\theta,$$

qui représentent, dans ce système d'axes obliques, les formes les plus simples des relations vectorielles entre les champs et les inductions.

Il n'est donc pas possible de donner, même dans le vide, un sens intrinsèque à l'égalité entre un champ et une induction. Si on veut n'envisager, dans un but d'apparente simplification, que les changements d'unités ou de coordonnées pour lesquels cette égalité se conserve, on doit, par application des mêmes principes, aboutir à la conclusion que toutes les grandeurs physiques sont de même nature et que leurs mesures se réduisent à des nombres.

J'insiste à nouveau sur l'importance que présente, à tous les points de vue, la question actuellement discutée et sur les inconvénients de complication et de confusion qu'il y aurait à considérer les grandeurs champ et induction électriques ou magnétiques comme étant de même nature et à les mesurer par une même unité. Aux arguments déjà donnés par moi, et que je maintiens intégralement, j'en ajouterai ici de nouveaux.

M. Janet vient de rappeler que les relations fondamentales telles que les écrit M. Abraham impliquent l'identité de nature du champ magnétique et de l'aimantation, aussi bien d'ailleurs que du champ électrique et de la polarisation, ce qu'il est bien difficile d'admettre au point de vue expérimental.

Dans le même sens, j'ai montré, dans ma dernière communication, que la distinction entre les grandeurs champ et induction avait un sens expérimental très précis. Dans le cas électrique par exemple, le champ peut être le même (égalité des forces exercées sur un même corps d'exploration électrisé) sans que l'induction électrique soit la même, c'est-à-dire sans que l'électrisation par influence sur un plan d'épreuve isolé ait la même densité. Cela correspond au fait immédiat que le même champ électrique entre les armatures d'un condensateur plan correspond, quand on change le diélectrique, à des densités variables d'électrisation sur ces armatures.

De manière analogue, dans le cas magnétique, la force exercée sur un élément de courant peut être la même (égalité des inductions magnétiques) sans que la densité superficielle de courant soit la même sur une tige supraconductrice *quelle que soit la nature de cette tige, ferromagnétique ou non,* c'est-à-dire sans que les champs magnétiques soient égaux. C'est en particulier, *l'indifférence de nature du plan d'épreuve conducteur* (cas électrique) *ou de la tige supraconductrice* (cas magnétique) qui fait l'intérêt expérimental des définitions indiquées dans ma communication pour l'induction électrique et pour le champ magnétique.

Ces définitions sont d'ailleurs les seules qui correspondent à la forme *simple, valable quel que soit le système de coordonnées d'espace employé,* des équations de Maxwell :

$$\frac{\partial h_z}{\partial y} - \frac{\partial h_y}{\partial z} = -\frac{1}{c}\frac{\partial B_x}{\partial t}, \qquad \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{1}{c}\frac{\partial b_x}{\partial t};$$

alors que les définitions de M. Abraham conduisent à une forme inutilement compliquée. De plus, ces dernières définitions aboutissent à des conséquences absurdes, comme je le montrerai tout à l'heure quand on les applique, *mutatis mutandis,* à d'autres domaines de la Physique

Je suis tout à fait d'accord qu'on doit attacher la plus grande importance aux énoncés intrinsèques des lois de la Physique. Leur obtention est précisément un des buts essentiels de la théorie de relativité. Il ne faut cependant pas oublier que les grandeurs tensorielles de divers ordres qui figurent dans ces énoncés *exigent pour leur détermination complète la connaissance de composantes* (trois pour les vecteurs d'espace polaires ou axiaux, neuf pour les tenseurs d'espace, tels que la tension élastique ou la déformation, les conductibilités électrique ou thermique, le pouvoir inducteur spécifique, la perméabilité magnétique et le coefficient de diffusion dans les substances anisotropes, etc.) De quelque manière qu'on s'y prenne, la détermination d'une force ou d'une vitesse exigera toujours la connaissance de trois données numériques.

Examinons les énoncés intrinsèques tels que ceux des lois de l'électromagnétisme :

Le travail du champ électrique le long d'un contour fermé est égal à la dérivée par rapport au temps du flux d'induction magnétique à travers ce contour.

Le travail du champ magnétique le long d'un contour est égal, dans un isolant, à la dérivée par rapport au temps du flux d'induction électrique à travers ce contour.

Ces énoncés font intervenir certaines grandeurs par leur travail (et leurs composantes covariantes) ; d'autres grandeurs par leur flux (et leurs composantes contrevariantes).

Il est facile de vérifier, *et c'est là le sens précis du critérium que j'ai rappelé pour reconnaître si deux grandeurs sont ou non de même nature,* que, *dans tous les domaines de la Physique, les grandeurs qui interviennent de ces deux manières opposées,* et par conséquent dont les composantes se modifient de manières différentes par changement du système de coordonnées, *sont effectivement de natures différentes.*

En hydrodynamique, la vitesse intervient par son travail ou *circulation* le long d'un contour dans la relation qui exprime l'existence d'un potentiel des vitesses, ou, de façon plus générale, le théorème de conservation du tourbillon. Au contraire, dans l'expression du principe de conservation de la matière (ou plus exactement de l'énergie puisqu'il y a inertie de l'énergie) c'est la densité de quantité de mouvement qui intervient par son flux et non pas la vitesse. Nul ne contestera qu'une vitesse et une densité de quantité de mouvement doivent être considérées comme de natures différentes. La première est un vecteur qui intervient par ses composantes covariantes, et la seconde une densité vectorielle qui intervient par ses composantes et contrevariantes, comme dans tous les cas analogues. C'est le produit scalaire de ces deux éléments qui détermine la densité d'énergie cinétique du fluide.

Dans le phénomène de conductibilité thermique, il intervient un vecteur, le gradient de température dont le travail est nul par définition le long d'un contour fermé quelconque, et une densité vectorielle, le flux de chaleur par unité de surface. Ces deux éléments sont de natures différentes sans aucun doute. La loi fondamentale de Fourier introduit entre eux une relation vectorielle linéaire dont les 9 coefficients sont les composantes du tenseur de conductibilité et dont la forme est exactement celle des relations entre le champ et l'induction électriques dans les isolants, le champ et l'induction magnétiques dans les dia ou paramagnétiques, la vitesse et le flux de quantité de mouvement dans le cas d'inertie anisotrope, etc. De plus, le produit scalaire de ces deux éléments détermine la dégradation d'énergie ou l'accroissement d'entropie par unité de volume du fait de la conduction de chaleur.

Dans la conductibilité électrique interviennent le champ électrique et la densité de courant dont le flux donne l'intensité; ces deux éléments, dont nul ne contestera la différence de nature, sont liés par la relation vectorielle linéaire qui exprime la loi d'Ohm (par l'intermédiaire du tenseur de conductivité) et leur produit scalaire donne l'énergie dissipée en chaleur de Joule par unité de volume.

La diffusion fait intervenir aussi un vecteur, le gradient de concentration, et une densité vectorielle, le flux par unité de surface et par unité de temps de la substance qui diffuse. Le coefficient de diffusion dans un milieu anisotrope est le tenseur qui détermine la relation vectorielle linéaire entre ces deux éléments, de natures différentes, dont le produit scalaire caractérise encore la dégradation d'énergie, ou diminution d'énergie utilisable du fait de la diffusion.

Les grandeurs électriques et magnétiques, par la forme des relations qui existent entre elles autant que par leurs caractères individuels présentent un parallélisme évident avec toutes celles que je viens d'énumérer. Les champs et les inductions correspondent à des faits expérimentaux différents ainsi que je l'ai rappelé plus haut, ils ont en général des distributions différentes, ils satisfont à des équations dont la forme absolument invariante et simple exige que le champ électrique, par exemple, soit considéré comme un vecteur et l'induction électrique comme une densité vectorielle. Enfin le produit scalaire du champ et de l'induction donne, dans le cas électrique comme dans le cas magnétique, la densité d'énergie par unité de volume.

Devra-t-on cependant, sous prétexte que cette habitude fâcheuse a pu s'introduire dans certains enseignements, considérer, à l'encontre du cas général, le vecteur champ et la densité vectorielle induction comme étant de même nature et pourra-t-on les définir par l'intermédiaire des actions observées dans des cavités de formes différentes?

Il est facile de voir que des définitions analogues, introduites dans les autres domaines de la Physique, conduiraient à considérer comme étant de même nature un gradient de température et un flux de chaleur, un champ électrique et une densité de courant, un gradient de concentration et un flux de matière, ou, en élasticité, une tension et une déformation.

Prenant, en effet, un couple thermoélectrique dont les deux soudures sont maintenues à petite distance fixe ou un thermomètre différentiel quelconque permettant de mesurer le gradient de température comme une aiguille aimantée permet de mesurer le champ magnétique dans le vide, ou comme un pendule électrisé permet de mesurer le champ électrique, il suffira de passer d'une cavité allongée à une cavité aplatie dans un conducteur thermique pour mesurer le gradient de température ou le flux de chaleur. Définira-t-on ce dernier par le gradient de température dans la cavité aplatie en prenant pour unité (d'ailleurs variable avec la température), la conductibilité calorifique du vide ou de la substance étalon dont on remplira la cavité? Une telle définition serait contraire à la nature des choses (en entendant par là la simplicité des représentations) et conduirait à des difficultés inextricables.

De même un système de deux sondes électriques isolées voisines dont la différence de potentiel mesurerait le champ électrique dans la cavité où on le placerait, donnerait, suivant la forme de cette cavité, soit le champ électrique intérieur à un conducteur (cavité allongée), soit la densité de courant (cavité aplatie).

Le gradient de concentration dans une cavité séparée du milieu par une paroi semi-perméable à la substance qui diffuse donnera soit la grandeur vectorielle gradient de concentration dans le milieu, soit le flux de substance, suivant que la cavité sera longue ou plate. En conclura-t-on à l'identité de nature des deux grandeurs et à l'utilité de les définir par ce procédé?

Enfin dans un corps déformé élastiquement, le creusement de cavités remplies d'une substance étalon dont on mesurera exclusivement la déformation donnera, suivant la forme, soit le tenseur de déformation (cavités allongées), soit le tenseur de tension (cavités aplaties). Y a-t-il lieu d'introduire de telles définitions et de confondre les grandeurs déformation et tension dont le produit scalaire donne ici encore la densité d'énergie élastique?

Je crois que la question se résout d'elle-même pour les cas électrique et magnétique comme pour tous les autres.

Les quatre grandeurs champ et induction électriques et magnétiques se réduisent en réalité, comme l'a montré Minkowski, dans le vide comme dans un milieu matériel quelconque, à deux seulement, dont l'une est un tenseur d'Univers à six composantes, trois d'espace (induction magnétique) et trois de temps (champ électrique), et dont l'autre est une densité tensorielle d'Univers à six composantes, trois d'espace (champ magnétique) et trois de temps (induction électrique).

Chaque aspect de la réalité physique fait ainsi intervenir deux grandeurs, en quelque sorte complémentaires, dont tous les phénomènes cités plus haut fournissent des exemples et entre lesquelles existent des relations du type de la loi de conductibilité électrique ou thermique de la loi de diffusion, etc. La loi de gravitation donnée par M. Einstein relie de la même manière le tenseur dont les composantes sont les dix potentiels de gravitation au tenseur d'énergie et de quantité de mouvement dont la distribution caractérise la matière présente.

Je signalerai enfin que la conception purement mathématique introduite par M. Abraham d'un vecteur unique dont le rotationnel et la divergence sont nuls à la fois, et qui intervient dans certaines équations par ses composantes covariantes et dans d'autres par ses composantes contrevariantes, ne correspond à aucune réalité physique.

Il en est de même de l'énoncé souvent donné d'après lequel *un* champ de vecteur est déterminé quand on connaît *son* rotationnel et *sa* divergence.

En réalité, on se convaincra facilement que, dans toutes les circonstances où ce théorème s'applique à une réalité physique, il concerne non pas un seul champ de vecteur mais un champ de vecteur et un champ de densité vectorielle dont les mesures et les distributions peuvent se trouver fortuitement coïncider par suite d'un choix particulier d'unités ou de l'emploi de systèmes particuliers de coordonnées.

L'énoncé général et vraiment physique est celui-ci : *Un champ de vecteur et un champ de densité vectorielle, liés l'un à l'autre en chaque point par une relation vectorielle linéaire, sont entièrement déterminés quand on connaît le rotationnel du premier et la divergence du second.*

# IX. SUR LA MÉCANIQUE CLASSIQUE ET LES NOUVELLES MÉCANIQUES