S. Miszt

Polska Akademia Nauk
Instytut Geografii
i Przestrzennego Zagospodarowania

prace habilitacyjne

Ludwik Mazurkiewicz

Teoretyczne podstawy modeli przestrzennego oddziaływania

OSSOLINEUM

TEORETYCZNE PODSTAWY
MODELI PRZESTRZENNEGO
ODDZIAŁYWANIA

POLISH ACADEMY OF SCIENCES
INSTITUTE OF GEOGRAPHY
AND SPATIAL ORGANIZATION

Ludwik Mazurkiewicz

THEORETICAL FOUNDATIONS OF SPATIAL INTERACTION MODELS

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT GEOGRAFII
I PRZESTRZENNEGO ZAGOSPODAROWANIA

Prace Habilitacyjne

Ludwik Mazurkiewicz

TEORETYCZNE PODSTAWY MODELI PRZESTRZENNEGO ODDZIAŁYWANIA

WROCŁAW · WARSZAWA · KRAKÓW · GDAŃSK · ŁÓDŹ
ZAKŁAD NARODOWY IMIENIA OSSOLIŃSKICH
WYDAWNICTWO POLSKIEJ AKADEMII NAUK
1986

Okładkę projektował Edward Kostka

Opracowanie redakcyjne Ludmiła Kwiatkowska

Wykonano ze składopisu dostarczonego przez Autora

ISBN 83-04-02492-6

Zakład Narodowy im. Ossolińskich — Wydawnictwo. Wrocław 1986.
Nakład: 630 egz. Objętość: ark. wyd. 5,50, ark. druk. 8,88, ark. A_1 12.
Papier offset. kl. V. 70 g 70 × 100.
Oddano do druku 1986.07.19.
Druk ukończono we wrześniu 1986.
Wrocławska Drukarnia Naukowa. Zam. 2155/86- J-11
Cena zł 120.–

SPIS TREŚCI

Wstęp 7

I. Model przestrzennego oddziaływania jako kategoria metodologiczna 13

II. Makroskalowe koncepcje modelu grawitacji 21

1. Koncepcja modelu grawitacji oparta na przesłankach empirycznych i probabilistycznych 21

2. Koncepcja maksymalizacji entropii 25

3. Koncepcja modelu grawitacji W. Alonso 35

III. Behawiorystyczne koncepcje modelu grawitacji 41

1. Uwagi wstępne 41

2. Ekonomiczna koncepcja modelu grawitacji 43

3. Koncepcja dyskontującego wpływu odległości 46

4. Koncepcja korzyści konsumenta 48

5. Koncepcja wyboru w warunkach ustalonego rozkładu użyteczności 51

6. Koncepcja wyboru w warunkach losowego rozkładu użyteczności 53

7. Wnioski końcowe 56

IV. Koncepcja modelu "pośrednich możliwości" 60

1. Uwagi wstępne 60

2. Koncepcja modelu "pośrednich możliwości" M. Schneidera ... 62

3. Falowa koncepcja modelu "pośrednich możliwości" 66

4. Koncepcja maksymalizacji entropii 71

V. Koncepcje integrujące 77

1. Uwagi wstępne 77

2. Koncepcja integrująca A.G.Wilsona 79

3. Koncepcja integrująca J.M.Choukrouna 81

VI. Nowe podejście do modelu grawitacji oraz modelu "pośrednich możliwości" 88

1. Uwagi wstępne 88

2. Model grawitacji 89

3. Model "pośrednich możliwości" 95

4. Model grawitacji w wersji behawiorystycznej 98

VII. Koncepcja ogólnego modelu przestrzennego oddziaływania 108

VIII. Podsumowanie 123

Bibliografia 127

Theoretical foundations of spatial interaction models (summary) ... 133

WSTĘP

Pojęcie przestrzennego oddziaływania należy do najważniejszych kategorii organizujących pole badawcze geografii społeczno-ekonomicznej. Dotyczy ono zjawiska, którego poszczególne, konkretne przypadki mają postać przemieszczeń stanowiących oddziaływania między różnymi częściami (obszarami) wybranego terytorium. Wyróżnia się dwa podstawowe rodzaje tych oddziaływań oraz związane z nimi dwa rodzaje powyższego zjawiska, które nosi nazwę "przestrzennego oddziaływania" (ang. spatial interaction). Na pierwszy z nich składają się przemieszczenia, w których biorą udział ludzie, na drugi zaś - strumienie przenoszących się w przestrzeni wytworów ludzkiej działalności.

Modele służące przedstawianiu obydwu rodzajów zjawiska przestrzennego oddziaływania można zgrupować w dwie, odpowiadające tym rodzajom, klasy. Wprawdzie prezentujące poszczególne klasy konstrukcje modelowe różnią się pod względem odniesienia przedmiotowego, wspólny jest jednak ich kształt formalny. Zarówno jedne jak i drugie wyrażają w gruncie rzeczy to samo upraszczające założenie, dotyczące ukrytej, trwałej zależności wewnętrznej, odpowiedzialnej za rozmaite formy ujawniania się w rzeczywistości obydwu rodzajów zjawiska przestrzennego oddziaływania. Zależność ta daje się formułować na wiele sposobów, z których każdy opiera się na innych przesłankach. Przyjmuje się, że zbiór tych sposobów (koncepcji), z których poszczególne odnosząc się do tej samej zależności dostarczają za każdym razem innej jej interpretacji, tworzy podstawy teoretyczne modeli przestrzennego oddziaływania. W zbiorze tym niemal wszystkie koncepcje dotyczą przemieszczania się ludzi. Fakt ten, a równocześnie podobieństwo równań modelowych reprezentujących obydwie klasy, wykorzystano w niniejszej pracy do dokonania pewnego uproszczenia, polegającego na przedstawieniu problematyki podstaw teoretycznych obydwu klas modeli przestrzennego oddziaływania na przykładzie modeli dotyczących zjawiska przemieszczania się ludzi w przestrzeni.

Przedmiotem niniejszej pracy (jej odniesieniem przedmiotowym) jest zatem zjawisko przestrzennego oddziaływania, rozumiane jako przemieszczanie się[1] ludzi w rozmaitych celach między dowolnymi obszarami wybranego terytorium, zawierającymi miejsca aktywności odpowiadające różnym sferom społecznej i gospodarczej działalności człowieka. Związane z poszczególnymi obszarami miejsca tworzą zbiory (terytorialne zbiorowości), przy czym pewna miara liczebności tych zbiorów nosi nazwę "mas obszarów".[2]

Opracowanie jest poświęcone rekonstrukcji metodologicznej współczesnych koncepcji modeli przestrzennego oddziaływania, a równocześnie zawiera próbę sformułowania własnych koncepcji modeli tego typu.

---

[1] Nazwą "przemieszczenie" obejmuje się tutaj każdą formę, w jakiej jednostka ludzka pokonuje odległość w przestrzeni, bez względu na sposób, zasięg i częstość przenoszenia się z jednego obszaru do drugiego, a więc np. ruch pieszy lub przejazdy do: pracy, miejsc zamieszkania, usług, miejsc nauki, wypoczynku, w celach towarzyskich; podróże na różne odległości i przy użyciu różnych środków lokomocji, różne formy migracji itp. Aby uniknąć powtórzeń, obok terminu "przemieszczenie" zastosowano jako równoważną nazwę "podróż" (ang. trip) szczególnie rozpowszechnioną w literaturze anglo-amerykańskiej.

[2] Zwrot "pewna miara" oznacza, że chodzi o liczebność zbioru złożonego nie tyle z przedmiotów rzeczywistych, ile ich uproszczonych, ze względu na określoną własność (własności), wersji.

Pojęcie "modelu przestrzennego oddziaływania" odnosi się do formuły, która służy odwzorowywaniu różnych sposobów, na jakie odbywa się przemieszczanie się ludzi w przestrzeni. Mówiąc dokładniej, odwzorowuje ona pewną klasę zjawisk, mających formę przemieszczeń dokonywanych przez ludzi, jako wyraz wzajemnego oddziaływania między obszarami, a więc z punktu widzenia założenia o postaci związku między intensywnością tych zjawisk a rozmiarami mas obszarów oraz ich położenia względem siebie. O związku tym zakłada się, że nawiązuje do zależności, jaka zachodzi między oddalonymi od siebie masami fizycznymi zgodnie z prawem grawitacji Newtona. Formuła wyrażająca powyższy związek stanowi próbę przedstawienia trwałej przestrzennej zależności strukturalnej leżącej u podstaw rozmaitych postaci ujawniania się w rzeczywistości zjawiska zachowania człowieka (przemieszczania się ludzi) w przestrzeni.[3] Dla formuły tej przyjmuje się nazwę "model przestrzennego oddziaływania".

We współczesnej literaturze przedmiotu istnieją liczne koncepcje, przedstawiające odmienne sposoby formułowania modeli przestrzennego oddziaływania. Za koncepcję uważa się określony zbiór założeń teoretycznych wraz ze specyficznymi regułami pozwalającymi wyprowadzić odpowiednią dla tych założeń postać modelu przestrzennego oddziaływania.

Wśród istniejących koncepcji wyróżnia się dwie podstawowe klasy. Na jedną składają się ujęcia dotyczące przemieszczeń w postaci oddziaływań między dowolnymi parami obszarów w przestrzeni; przemieszczenia te nazwano bezpośrednimi, związane zaś z nimi zjawisko - przestrzennym oddziaływaniem o bezpośrednim charakterze. Drugą klasę tworzą koncepcje odnoszące się do przemieszczeń zachodzących między dowolną liczbą obszarów - zjawisko nosi wówczas nazwę "przestrzennego oddziaływania o pośrednim lub złożonym charakterze", przemieszczenia zaś - "przemieszczeń (podróży) złożonych". Dowolne z tych przemieszczeń składa się z szeregu następujących po sobie przemieszczeń bezpo-

[3] Zwrot "zachowanie człowieka w przestrzeni" w dalszym ciągu będzie używany tylko i wyłącznie w znaczeniu odpowiadającym określeniu "przemieszczanie ludzi w przestrzeni".

średnich, z których każde łączy dwa różne obszary. Ponieważ pierwsze z powyższych zjawisk jest szczególnym przypadkiem drugiego, zatem koncepcje modeli przestrzennego oddziaływania o charakterze bezpośrednim należy traktować jak specjalny przypadek koncepcji modeli przestrzennego oddziaływania o charakterze złożonym.

We współczesnej literaturze przedmiotu klasa tych pierwszych ujęć jest wyraźnie liczniejsza niż zbiór koncepcji odnoszących się do zjawiska przestrzennego oddziaływania o złożonym charakterze. Z tego względu w dalszym ciągu pracy przyjęto, że termin "model przestrzennego oddziaływania" oznacza model dotyczący przemieszczeń bezpośrednich lub po prostu przemieszczeń (poza wypadkami, gdy kontekst wymaga stosowania tego terminu w jego właściwym znaczeniu, obejmującym również zjawisko przemieszczeń złożonych).

Koncepcje modeli przestrzennego oddziaływania można, generalnie rzecz biorąc, podzielić na dwie podstawowe grupy: ujęcia właściwe dla modelu grawitacji[4] i ujęcia właściwe dla modelu "pośrednich możliwości". O ile druga z tych grup jest zbiorem względnie jednorodnym, gdy chodzi o charakter stosowanych przesłanek, o tyle w pierwszej istnieje podział na dwie wyraźne podgrupy, różne pod względem proponowanych założeń. Jednej z nich odpowiadają tzw. koncepcje makroskalowe, drugiej natomiast - behawiorystyczne (Hua i Porell 1979). Ujęcia makroskalowe zajmują się zachowaniem dużych grup ludzi w przestrzeni i posiadają w zasadzie statystyczny charakter, behawiorystyczne natomiast dotyczą przestrzennych aspektów postępowania pojedynczego człowieka i mają z reguły deterministyczną naturę.

W pracy uwzględniono powyższe rozróżnienie i rozpatrzono trzy grupy koncepcji, reprezentujące trzy różne podejścia do modelowania przestrzennego oddziaływania: makroskalowe, behawiorystyczne i typu

---

[4] Dokładniej - grawitacyjnego modelu przestrzennego oddziaływania (por. Chojnicki 1966, s. 44), w opracowaniu będzie jednak używana niemal wyłącznie nazwa "model grawitacji" jako wygodny i powszechnie stosowany skrót tej pierwszej.

"pośrednich możliwości". Stosując dwa pierwsze otrzymuje się model grawitacji, natomiast stosując ostatnie - model "pośrednich możliwości".

Pierwszym zadaniem niniejszej pracy jest dokonanie rekonstrukcji metodologicznej współczesnych koncepcji modeli dotyczących zjawiska oddziaływania bezpośredniego na podstawie nowszej literatury przedmiotu. Odtworzono najbardziej typowe, a równocześnie najbardziej znane ujęcia, pozwalające zaprezentować charakterystyczne dla tych trzech podejść zagadnienia teoretyczne.

Drugim podstawowym zadaniem jest sformułowanie koncepcji ogólnego modelu przestrzennego oddziaływania. Koncepcja ta odnosi się w zasadzie do zjawiska przemieszczeń złożonych, jednak w zakresie określonego w pracy przedmiotu badania oraz przyjętego rozróżnienia między dwoma rodzajami przemieszczeń dokonywanych przez ludzi, pełni ona uniwersalną rolę poznawczą. W jej ramach otrzymano z jednej strony model odwzorowujący zjawisko przestrzennego oddziaływania o złożonym charakterze, z drugiej zaś, jako jego szczególne przypadki, modele typowe dla każdej z trzech grup koncepcji dotyczących zjawiska oddziaływań przestrzennych o bezpośrednim charakterze. Model przemieszczeń złożonych potraktowano zatem jako formułę o charakterze ogólnym w tym sensie, że odnosi się do przemieszczeń zarówno złożonych jak i bezpośrednich. W stosunku do tej formuły zastosowano nazwę "ogólny model przestrzennego oddziaływania".

Wymienione zadania realizowano w następującym porządku: w rozdziale I rozpatrzono model przestrzennego oddziaływania jako kategorię metodologiczną, rozdziały II i III poświęcono przedstawieniu kolejno makroskalowych i behawiorystycznych koncepcji modelu grawitacji, IV zaś - koncepcji modelu "pośrednich możliwości". W rozdziale V omówiono próby połączenia (integracji) koncepcji przedstawionych w trzech poprzednich rozdziałach. Następne dwa rozdziały poświęcono ogólnemu modelowi przestrzennego oddziaływania, przy czym koncepcję tego modelu (rozdział VII) poprzedza analiza jej szczególnych przypadków (rozdział VI). Ostatni, VIII rozdział zawiera podsumowanie opracowania.

I. MODEL PRZESTRZENNEGO ODDZIAŁYWANIA JAKO KATEGORIA METODOLOGICZNA

Pojęcie modelu stosowane jest szeroko w wielu naukach. Pełni ono ważną rolę poznawczą również w geografii społeczno-ekonomicznej, gdzie chyba najbardziej znanym przykładem jego zastosowania są modele przestrzennego oddziaływania. W polskiej literaturze przedmiotu problematyka tych modeli doczekała się do tej pory jednego opracowania monograficznego (Chojnicki 1966). Jest to również jedyne dotąd opracowanie omawiające metodologiczne i teoretyczne aspekty powyższych modeli. Zawarta w niniejszym rozdziale analiza pojęcia "model" opiera się głównie na pracy R.Wójcickiego (1974). Celem tej analizy jest przedstawienie możliwych sposobów interpretacji terminu "model przestrzennego oddziaływania", rozumianego tutaj jako wspólna nazwa dla wymienionych w poprzednim rozdziale formuł.

Uogólniając w tym miejscu prezentowany przez R.Wójcickiego punkt widzenia na pojęcie modelu, można powiedzieć, że podstawową rolę w określeniu tego pojęcia odgrywa zagadnienie konceptualizacji. Wyrażając się jeszcze niezbyt precyzyjnie, konceptualizacja jest zabiegiem poznawczym, którego potrzeba wynika z konieczności stosowania uproszczeń w procesie badania złożonej natury otaczającej rzeczywistości. Poddawane analizie zjawisko rzeczywiste ma zwykle na tyle skomplikowaną strukturę, że niemożliwe jest uwzględnienie wszystkich jej aspektów. Bada się więc to zjawisko z punktu widzenia określonego celu - wówczas pewne własności (cechy) zjawiska stają się istotne,inne zaś nie. Procedurę wyodrębniania oraz określania tych pierwszych cech R.Wójcicki nazywa konceptualizacją. "Konceptualizacja - pisze R.Wójcicki (1974, s. 29) - to wybór odpowiedniego zestawu parametrów (zmiennych - L.M.) oraz określenie ich z taką dokładnością,jaka dyktowana jest rodzajem zagadnienia jakie badamy. Każdy konkretny przypadek zjawiska poddany konceptualizacji możemy traktować jako układ złożony z pewnego obiektu lub ogólniej pewnego zbioru obiektów, przedziału czasowego oraz wyróżnionych parametrów (zmiennych - L.M.) charakteryzujących ten obiekt (zbiór obiektów) , a więc jako pewien układ empiryczny".

Układ empiryczny należy zatem traktować jako uproszczone odwzorowanie zjawiska, konceptualizację zaś jako zabieg prowadzący do otrzymania tego odwzorowania.[5]

Konceptualizacja oraz układ empiryczny są kategoriami, na podstawie których konstruuje się pojęcie "modelu". Pojęcie to nie jest jednak jednoznaczne. R.Wójcicki przypisuje mu trzy znaczenia - operacyjne, semantyczne i syntaktyczne. Według niego z modelem operacyjnym mamy

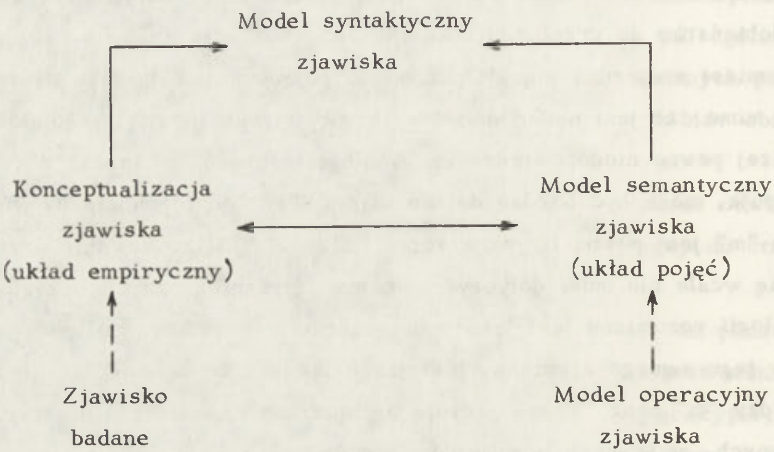
---

[5] W literaturze metodologicznej na określenie redukcji zbioru cech charakteryzujących badane zjawisko do zestawu cech uważanych za istotne z określonego punktu widzenia, częściej od "konceptualizacji" stosuje się termin "idealizacja". Określa on procedurę, zgodnie z którą otrzymanie zestawu własności istotnych odbywa się w wyniku eliminacji cech uznanych za uboczne, zachowania natomiast tych, które dla określonego celu badawczego mają podstawowe znaczenie i których występowanie nie pozostaje równocześnie w sprzeczności z brakiem tamtych cech. Eliminacja własności nieistotnych odbywa się drogą zaliczenia przysługujących im zwykle wartości (wielkości) do zbioru krańcowego (maksymalnego lub minimalnego), a więc takiego, do którego nie mogą one w rzeczywistości należeć (por. Nowak 1971, s. 42-43). W pracy używany będzie w dalszym ciągu termin "konceptualizacja", jako ściśle związany z przedstawianą tutaj za R.Wójcickim koncepcją modelu.

do czynienia wówczas, gdy "badanie pewnego zjawiska zastępujemy badaniem zachowania pewnego sztucznie skonstruowanego obiektu, który wyposażamy we własności upodobniające go pod pewnymi względami do obiektu stanowiącego przedmiot badania" (Wójcicki 1974, p. 281). Obiekt ten jest rozumiany dość szeroko - może nim być zarówno przedmiot materialny, jak i konstrukt matematyczny, ogólnie zaś - pewne zjawisko, którego cechy odpowiadają wybranym cechom zjawiska badanego. "Model operacyjny zjawiska "z" to dowolne zjawisko "m", którego przebieg wykazuje pewne podobieństwo do przebiegu zjawiska "z" (Wójcicki 1974, s. 282). Dalej natomiast stwierdza się: "Operowanie pojęciem modelu jako pewnego obiektu, mimo że jest nader dogodne, kryje w sobie pewną nieścisłość, a raczej pewne niedopowiedzenie. Analogia łącząca "m" oraz "z", jeśli występuje, może być bardzo daleko idąca. Tak będzie chociażby wówczas, gdy "m" jest pewną fizyczną kopią "z". ... Wnioskowanie przez analogię wcale nie musi dotyczyć obiektów fizycznie różnych, często pojęcie analogii rozumiane jest jako podobieństwo w przebiegu różnych przypadków tego samego zjawiska. Jest jasne jednak, że ogólnie biorąc analogia między "m" oraz "z" ma jedynie ograniczony charakter i dotyczy jedynie pewnych, wybranych parametrów (zmiennych - L.M.) obu zjawisk ... Winniśmy więc w zasadzie mówiąc, że "m" jest modelem "z", dodawać każdorazowo, że zjawisko to jest modelem "z" ze względu na takie a takie parametry (zmienne - L.M.) lub co na jedno wychodzi, ze względu na określoną konceptualizację. W istocie rzeczy jednak samą konceptualizację możemy traktować jako model pewnego specjalnego rodzaju. Modele pojęte jako konceptualizacje, a więc stanowiące pewne układy pojęć, nazywać będziemy modelami semantycznymi" (Wójcicki 1974, s. 294).

Modelem syntaktycznym zjawiska jest natomiast "wyrażenie zdaniowe, np.: równanie określonego rodzaju, lub ogólniej układ takich wyrażeń (równań) opisujących przebieg danego zjawiska" (Wójcicki 1974, s. 299).

Zgodnie z tym, co powiedziano wyżej, pojęcie "model" obejmuje trzy kategorie: może to być obiekt realny (zjawisko), będący stosunkowo wierną kopią badanego zjawiska - nosi on nazwę modelu operacyjnego; może to być odpowiadający temu zjawisku układ pojęć - wtedy jest to model semantyczny; może to być wreszcie twór językowy (wyrażenie zdaniowe), dla którego przyjęto nazwę modelu syntaktycznego. Zależność między tymi trzema sposobami rozumienia terminu "model", a pojęciami konceptualizacji oraz układu empirycznego, przedstawiona jest na rycinie 1, której idea zapożyczona została z pracy R.Wójcickiego (1974, s. 295).



Ryc. 1. Związki między trzema sposobami interpretacji pojęcia "model"

Najniższy poziom uogólnienia struktury prezentuje zjawisko, a wśród modeli - model operacyjny. Analogia między nimi jest jednak trudno uchwytna przy użyciu środków formalnych, bowiem fakty składające się na zjawisko rzeczywiste mają odmienną naturę niż elementy struktury modelowej; symbolizuje to brak na rycinie linii łączącej zjawisko i model operacyjny. Omawiana analogia staje się możliwa do określenia dopiero za pośrednictwem odpowiednich konceptualizacji. Zabieg konceptualizacji oznaczony jest linią przerywaną i - jak widać - poddaje się mu zarówno zjawisko (otrzymuje się wówczas układ empiryczny), jak również model operacyjny (uzyskuje się model semantyczny zjawiska). Linia ciągła między obydwiema konceptualizacjami wskazuje na zachodzącą między nimi analogię, dającą się uchwycić środkami formalnymi - na jej podstawie konstruuje się model syntaktyczny. Za pośrednictwem obydwu konceptualizacji służy on opisowi zjawiska, a także wyznacza pewien obiekt, który jest modelem operacyjnym zjawiska (Wójcicki 1974, s. 294-295 i 299).

Przedstawione rozważania można przenieść na zagadnienie modelowania zjawiska przestrzennego oddziaływania. Podobnie jak uczyniono to wyżej, także modelowi przestrzennego oddziaływania nadaje się trzy znaczenia - operacyjne, semantyczne i syntaktyczne.

Specyfika zjawiska przestrzennego oddziaływania, przede wszystkim zaś jego skala oraz skomplikowana struktura sprawiają, że trudno przyjąć, aby modelem operacyjnym mógł być obiekt materialny czy też jakieś inne zjawisko przypominające zjawisko przestrzennego oddziaływania. Do wymienionych uprzednio obiektów spełniających zadanie modelu operacyjnego zaliczają się jednak konstrukty matematyczne. Zakłada się, że taki właśnie konstrukt może pełnić rolę modelu operacyjnego zjawiska przestrzennego oddziaływania. Przyjmuje się w związku z tym, że modelem takim jest macierz danych, przedstawiająca w numerycznej formie strukturę powyższego zjawiska. Jej elementy odnoszą się do wielkości (rozmiarów) strumieni przemieszczeń między poszczególnymi obszarami określonego terytorium. Macierz przemieszczeń jest modelem operacyjnym w tym sensie, że - przy odpowiednim skomplikowaniu jej konstrukcji - odwzorowuje dość wiernie wiele własności złożonej struktury zjawiska przestrzennego oddziaływania. Analogia zachodzi tutaj zatem między obiektami rzeczywistymi, jakimi są przemieszczający się w przestrzeni ludzie a elementami zbiorów matematycznych, z których utworzona jest macierz. Jak już jednak wspomniano, analogia ta jest trudno uchwytna przy pomocy środków formalnych, bowiem natura obiektów rzeczywistych jest skomplikowana. Z każdym takim obiektem związane jest jednocześnie wiele cech, z których nie wszystkie są istotne z punktu widzenia ich związku ze zjawiskiem przemieszczania w przestrzeni.

Aby uchwycić powyższą analogię w sposób formalny, konieczna jest konceptualizacja zarówno zjawiska przestrzennego oddziaływania, jak i jego modelu operacyjnego. Przykłady procedury konceptualizacji zjawiska przedstawiono w dalszej części pracy. Tutaj należy jedynie zaznaczyć, że w jej wyniku otrzymuje się układ empiryczny, będący uproszczonym obrazem zjawiska przestrzennego oddziaływania. Obraz ten ma postać abstrakcyjnej przestrzeni (terytorium) jednakowej w każdym swoim miejscu, podzielonej na obszary z ustalonymi odległościami między nimi. W obszarach tych znajduje się określona liczba miejsc (ludzkiej) działalności, rozumianych jako abstrakcyjne (uproszczone) odpowiedniki miejsc aktywności życiowej lub zawodowej człowieka, z którymi związane są idealne jednostki ludzkie, również jednakowe pod każdym możliwym względem, dokonujące przemieszczeń między obszarami.

Konceptualizacja modelu operacyjnego zjawiska przestrzennego oddziaływania przyjmuje formę układu pojęć odpowiadających podstawowym obiektom tworzącym układ empiryczny otrzymany w wyniku konceptualizacji zjawiska. Do pojęć tych należą:

- masa obszaru, której wielkość jest scharakteryzowana bądź liczebnością miejsc działalności w obszarze, bądź liczebnością kończących się tam lub rozpoczynających przemieszczeń,
- odległość między obszarami,
- wielkość strumieni przemieszczeń między obszarami.

Liczebność miejsc działalności czy też liczba jednostek ludzkich, z którymi związane przemieszczenia powstają lub kończą się w poszczególnych obszarach, są dwiema podstawowymi kategoriami, używanymi najczęściej w literaturze przedmiotu do określenia wielkości mas obszarów. Do oznaczania tych wielkości przyjęto trzy zmienne: K_i - liczba ludzi podejmujących przemieszczenia w obszarze i, H_j - liczba ludzi, którzy kończą przemieszczenia w obszarze j oraz M_j - liczba miejsc ludzkiej działalności w obszarze j, czyli liczba potencjalnych miejsc zakończeń przemieszczeń. Określony zbiór kilku obszarów oznaczono jako k,l,....,j, a związane z nimi masy jako $H_{kl.j}$ lub $M_{kl.j}$ (w przypadku konieczności zastosowania innych oznaczeń na określenie mas obszarów, wprowadzono je za każdym razem osobno).

Odległość między obszarami mierzy się z reguły w jednostkach fizycznych, jednostkach kosztu (wyrażonego w pieniądzach lub czasie), bądź jako liczbę pominiętych miejsc potencjalnych zakończeń podróży, tzw. pośrednich możliwości, w roli których występują wspomniane już miejsca ludzkiej działalności (aktywności życiowej lub zawodowej).

Wielkość przestrzennego oddziaływania oznaczono przy pomocy zmiennej I_{ij}, określającej liczbę przemieszczeń (ludzi przenoszących się) między dwoma obszarami i oraz j. W wypadku rozpatrywania większego zbioru $\{v\}$, $v=i,k,l,\ldots,j$ obszarów, między którymi zachodzi wzajemne oddziaływanie, zmienna ta przyjmuje postać $I^{v}_{ikl.j}$.

Trzy powyższe pojęcia: wielkości mas obszarów, odległości oraz rozmiary wzajemnego oddziaływania między obszarami, są pojęciami podstawowymi, gdy chodzi o przedstawianie zjawiska przestrzennego oddziaływania. Posługując się nimi można skonstruować wstępną, na razie przybliżoną, postać modelu tego zjawiska:

$$I^{v}_{ikl.j} = f_1(K_i)f_2(N_{kl.j})f^{v}_{ikl.j}, \qquad [1.1]$$

gdzie w miejsce $N_{kl.j}$ można wstawić $H_{kl.j}$ lub $M_{kl.j}$, f_1 i f_2 są funkcjami niemalejącymi, $f^{v}_{ikl.j}$ jest nierosnącą funkcją zmiennej odległości, opisującą pomniejszający wpływ odległości na wielkość przestrzennego oddziaływania.

Zakładając, że $v=1$, równanie [1.1] przyjmuje postać

$$I_{ij} = f_1(K_i)f_3(N_j)f_{ij}, \qquad [1.2]$$

która odpowiada zjawisku oddziaływania bezpośredniego; f_{ij} jest tutaj funkcją zmiennej odległości, a f_3 funkcją niemalejącą. Równanie [1.2] stanowi przypadek szczególny równania [1.1], odnoszącego się do zjawiska przemieszczeń złożonych.

Jeżeli w wyrażeniu [1.1] lub [1.2] zostanie określony kształt poszczególnych funkcji, staje się ono modelem syntaktycznym zjawiska przestrzennego oddziaływania. Model syntaktyczny stanowi więc konkretyzację (uściślenie) postaci przybliżonej, danej powyższym wyrażeniem. Oznacza to, że model ten zawiera parametry empiryczne, pozwalające dokonać weryfikacji związanego z nim założenia badawczego, dotyczącego zjawiska przestrzennego oddziaływania.

Modeli syntaktycznych powyższego zjawiska jest zatem tyle, ile jest różnych sposobów uściślenia równań [1.1] i [1.2]. Skonkretyzowane przypadki (postacie) tych równań tworzą pewną klasę, która w rozumieniu niniejszej pracy wyznacza zakres pojęcia "model przestrzennego oddziaływania". Nazwą tą będzie się zatem określać dalej element tej klasy, a więc model syntaktyczny zjawiska przestrzennego oddziaływania, prezentujący uściśloną wersję wyrażenia [1.1] lub [1.2].

W dalszym ciągu omówiono podstawowe formuły należące do powyższej klasy. Najbliższe pięć rozdziałów poświęcono modelom odnoszącym się do zjawiska przestrzennego oddziaływania o bezpośrednim charakterze. Ponieważ przy tej okazji nie porusza się problemu podróży złożonych, przydługi termin "przestrzenne oddziaływanie o bezpośrednim charakterze" zastąpiono dla wygody nazwą "przestrzenne oddziaływanie". Dopiero w rozdziale VII została ona rozszerzona na zjawisko podróży złożonych - w rozdziale tym skonstruowano model stanowiący konkretyzację wyrażenia [1.2], obejmujący, jako przypadki szczególne, wcześniej omówione modele. Jest to konsekwencją przyjętego w pracy założenia, że zjawisko podróży złożonych zawiera (jako przypadki specjalne) inne rodzaje przemieszczeń dokonywane przez ludzi. Fakt, że wszystkie omawiane tutaj równania modelowe dotyczące zjawiska przestrzennego oddziaływania o bezpośrednim charakterze można wyprowadzić z modelu podróży złożonych sprawia, że w zakresie przyjętego w pracy przedmiotu badania, model ten pełni uniwersalną rolę poznawczą i nosi, jak już wspomniano, nazwę "ogólnego modelu przestrzennego oddziaływania".

II. MAKROSKALOWE KONCEPCJE MODELU GRAWITACJI

Istotę podejścia realizowanego przez makroskalowe koncepcje modelu grawitacji stanowi założenie, zgodnie z którym prawidłowości w przestrzennym zachowaniu ludzi mają statystyczny charakter, a więc ujawniają się wówczas, gdy przestrzenne oddziaływanie rozpatrywane jest jako zjawisko masowe.

W niniejszym rozdziale przedstawiono trzy najbardziej znane w literaturze ujęcia należące do grupy makroskalowych koncepcji modelu grawitacji. Dwa pierwsze z nich wywodzą się z założeń tzw. fizyki społecznej. Są to: koncepcja modelu grawitacji oparta na przesłankach empirycznych i probabilistycznych oraz koncepcja maksymalizacji entropii. Trzecie ujęcie, rozwinięte stosunkowo niedawno, znane jest pod nazwą koncepcji modelu grawitacji W.Alonso.

1. Koncepcja modelu grawitacji oparta na przesłankach empirycznych i probabilistycznych

U podstaw tej koncepcji leżą przesłanki tzw. fizyki społecznej - programu badawczego, który pojawił się na początku lat pięćdziesiątych bieżącego stulecia. Jego prekursorem był J.Q.Stewart, twórca praw grawitacji demograficznej przedstawianych w postaci analogicznej do praw mechaniki newtonowskiej. Sformułowany przez niego program fizyki społecznej miał służyć uzasadnianiu stosowania pojęć i założeń fizyki do konstruowania twierdzeń wyjaśniających zjawiska społeczne, przede wszystkim zaś zachowania człowieka w przestrzeni. Według J.Q.Stewarta "... fizyka społeczna opisuje masowe stosunki między ludźmi w terminach fizyki i traktuje zbiorowości ludzkie jako złożone ze społecznych cząstek, nie zajmuje się natomiast zachowaniem poszczególnych cząstek" (Chojnicki 1966, s. 29).

Założenia fizyki społecznej dotyczą podstawowych wymiarów zjawisk rozmieszczonych w przestrzeni, przede wszystkim zaś odległości i liczby ludności. Odnoszą się przy tym, jak wynika z podanej definicji, nie tyle do pojedynczych zjawisk, ile do ich agregatów ujmowanych całościowo. Całościowe podejście implikuje potrzebę stosowania hipotez, które dotyczą statystycznych prawidłowości ujawniających się w przypadku zjawisk o masowym (makroskopowym) charakterze. Hipotezy tego typu najlepiej są rozwinięte w obszarze badawczym fizyki i tam właśnie zaczęto szukać ich odpowiedników dających się zastosować w badaniach społecznych. Prawem fizyki, po które sięgnięto, było prawo powszechnego ciążenia Newtona. Odpowiednik tego prawa przystosowany do badań przestrzennych przyjął nazwę modelu grawitacji.

Za pierwszą makroskalową koncepcję modelu grawitacji można uznać prawo grawitacji demograficznej J.Q.Stewarta. Jego sformułowanie nie zawiera jednak założeń o probabilistycznym charakterze, pozwalających nawiązać do statystycznej natury odwzorowywanego zjawiska przestrzennego oddziaływania. Pierwszej próby oparcia modelu grawitacji na takich założeniach dokonał dopiero S.C.Dodd (Chojnicki 1966, s. 30-32). Do podstawowych jakie przyjął w swoim podejściu należała hipoteza dotycząca analogii między oddziaływaniem dwóch terytorialnych zbiorowości ludzkich (populacji) a regułą iloczynu prawdopodobieństwa zdarzeń niezależnych. Zgodnie z jego rozumowaniem, w dużym zbiorze populacji rozmieszczonych na określonym terytorium, stosunek wielkości P_i danej populacji w obszarze i do wielkości P wszystkich zbiorowości ludzkich występujących na danym terytorium można potraktować jako miarę prawdopodobieństwa p_i zdarzenia polegającego na tym, że dana jednostka należy do populacji P_i. Dla dwu mas P_i i P_j odpowiednie prawdopodobieństwa wynoszą: $p_i = P_i/P$ oraz $p_j = P_j/P$, a ich iloczyn $p_i p_j = P_i P_j / P^2$. Ponieważ P^2 jest wartością stałą, prawdopodobna wielkość wzajemnego oddziaływania jest proporcjonalna do iloczynu $p_i p_j$. Na podstawie powyższej zależności S.C.Dodd skonstruował model grawitacji określający rozmiary przestrzennego oddziaływania najbardziej prawdopodobne ze względu na wielkość mas i dzielącą te masy odległość.

Koncepcję S.C.Dodda rozwijali, opierając się głównie na przesłankach empirycznych i probabilistycznych, inni badacze. Rekonstrukcji i systematyzacji podejść przez nich zastosowanych w zakresie budowy modelu grawitacji dokonał W.Isard (1960, s. 494-495). Rozpatruje on obszar złożony z n regionów, dla którego znana jest ogólna liczba ludności P, liczba ludności w każdej parze regionów P_i i P_j, a także całkowita liczba wzajemnych oddziaływań, T. Na podstawie powyższych danych można obliczyć wielkość interakcji na osobę, która wynosi $k = T/P$. Liczba przemieszczeń, jakich dokona jednostka z regionu i do regionu j, zależy od stosunku ludności regionu j (P_j) do ogólnej liczby ludności (P), a więc wynosi $k(P_j/P)$. Jeżeli liczba jednostek opuszczających region i równa się P_i, to ogólna liczba przejazdów T_{ij} między i a j wynosi $T_{ij} = P_i k(P_j/P)$. Przyjmując $k = T/P$ można interpretować otrzymany wzór jako iloczyn prawdopodobieństw zdarzeń niezależnych, a więc $P_i P_j / P^2$.

Wielkość T_{ij} stanowi oczekiwaną liczbę wzajemnych oddziaływań między i oraz j. Niech I_{ij} oznacza empiryczną liczbę tych oddziaływań uzyskaną na podstawie danych obserwacyjnych. Stosując analizę regresji można ustalić zależność między stosunkiem I_{ij}/T_{ij} a odległością x_{ij}, traktując wielkość odchylenia I_{ij} od T_{ij} jako wynik wpływu czynnika odległości. Zależność między odległością a proporcją empirycznej do oczekiwanej liczby oddziaływań ujął W.Isard w postaci liniowej jako

$$\log (I_{ij}/T_{ij}) = a - b \log x_{ij},$$

a po pozbyciu się logarytmu

$$I_{ij} = a\, T_{ij}/x_{ij}^{b}.$$

Podstawiając $T_{ij} = k\, P_i P_j / P$ otrzymuje się

$$I_{ij} = G\, P_i P_j\, x_{ij}^{-b}. \qquad [2.1]$$

Powyższe równanie może być traktowane jako podstawowe sformułowanie modelu grawitacji oparte na przesłankach probabilistycznych i empirycznych (Chojnicki 1966, s. 37).

W omawianej koncepcji modelu grawitacji, probabilistycznej interpretacji poddany jest jeden z dwóch podstawowych czynników decydujących o rozmiarach przestrzennego oddziaływania, mianowicie wielkość populacji (mas), między którymi to oddziaływanie zachodzi. Związkowi między wielkościami populacji przypisuje się analogię do reguły iloczynu prawdopodobieństw zdarzeń niezależnych, nie uprawnia to jednak do nadawania probabilistycznego charakteru otrzymanej wersji modelu grawitacji. Założenie o powyższym podobieństwie jest jedynie pewną formą wyrażenia zależności między intensywnością wzajemnego oddziaływania a rozmiarami mas, reprezentującymi określone, terytorialne zbiorowości ludzkie (Chojnicki 1966, s. 49-50).

Drugim, nie mniej ważnym czynnikiem określającym rozmiary przestrzennego oddziaływania jest pomniejszający wpływ odległości. W przedstawionym wyżej podejściu związek między odległością a przestrzennym oddziaływaniem ustalono na podstawie empirycznej analizy zjawisk. Tymczasem właśnie w tym związku kryje się statystyczna natura prawidłowości właściwej dla zjawiska przestrzennego oddziaływania. Wskazał na to W.L.Garrison (1956), według którego przy zadanych wielkościach populacji prawdopodobieństwo wzajemnego oddziaływania zmniejsza się wraz z odległością między nimi. Zmniejszanie się tego prawdopodobieństwa jest wynikiem zmniejszania się losowego rozkładu zdarzeń z odległością (por.

Chojnicki 1966, s. 37). Jak zauważył B.Harris (1964), losowymi rozkładami zdarzeń rządzą prawa statystyczne, dlatego aby określić kształt zależności między odległością a rozmiarami (prawdopodobieństwem) przestrzennego oddziaływania konieczne jest znalezienie odpowiedniego prawa statystycznego odpowiedzialnego za ten kształt.

Prawo to, podobnie jak prawo grawitacji Newtona, zostało zapożyczone z fizyki, najpierw z obszaru badawczego mechaniki statystycznej, potem teorii informacji (Wilson 1967, 1970). Jego zastosowanie otworzyło kolejny etap rozwoju fizyki społecznej, dostarczając przesłanek dla nowej koncepcji modelu przestrzennego oddziaływania. Prawo, po które sięgnięto nosi nazwę zasady maksymalizacji entropii, w związku z czym opartą na nim koncepcję często określa się tym samym mianem.

2. Koncepcja maksymalizacji entropii

Zgodnie z tą koncepcją zjawisko przestrzennego oddziaływania można rozpatrywać jako pewien system, którego strukturę najwygodniej jest przedstawić w postaci macierzy $\{I_{ij}\}$

$$\{I_{ij}\} = \begin{matrix} I_{11} & I_{12} \dots & I_{1n} \\ I_{21} & I_{22} \dots & I_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ I_{n1} & I_{n2} \dots & I_{nn} \end{matrix}$$

której każdy element I_{ij} określa rozmiary wzajemnego oddziaływania między obszarami i oraz j.

Według A.G.Wilsona, wielkość przestrzennego oddziaływania jest pewną funkcją odległości między dowolną parą mas obszarów i oraz j. Zbiór wszystkich tych mas wraz z odległościami między nimi, lub mówiąc inaczej, sposób w jaki masy są rozmieszczone w przestrzeni determinuje zatem strukturę zjawiska przestrzennego oddziaływania, opisaną powyższą macierzą. Z drugiej jednak strony system wzajemnego oddziaływania jest złożony ze strumieni przemieszczeń, gdzie każde przemieszczenie stanowi wynik działania wielu innych, często nawzajem wykluczających się czynników. Wpływ tych czynników w zestawieniu z makroskopowym charakterem zjawiska sprawia, że ma ono statystyczną (losową) naturę. Oznacza to, że w ramach pewnej przestrzeni, scharakteryzowanej określonym rozkładem mas, wielkości strumieni przemieszczeń (z racji losowych wahań związanych ze statystyczną naturą zjawiska przestrzennego oddziaływania) nie są jednoznacznie zdeterminowane sposobem rozmieszczenia mas. Należy raczej mówić o prawdopodobnych rozmiarach tych przemieszczeń, ze względu na wielkości mas i odległości między nimi. Stanowiące osnowę teoretyczną koncepcji prawo maksymalizacji entropii pozwala określić najbardziej prawdopodobny rozkład wielkości strumieni wzajemnego oddziaływania między poszczególnymi obszarami. Zgodnie z tym prawem tendencja zjawiska przestrzennego oddziaływania do formowania najbardziej prawdopodobnego stanu swej struktury jest podstawową prawidłowością właściwą temu zjawisku.

Założenia koncepcji maksymalizacji entropii są następujące: (1) system przestrzennego oddziaływania może znajdować się w wielu różnych stanach, gdzie każdemu stanowi odpowiada jeden ustalony rozkład wielkości I_{ij} w macierzy, (2) dowolny stan systemu może realizować się na wiele różnych sposobów, których liczba określa prawdopodobieństwo pojawienia się tego stanu wśród innych stanów i (3) każdy stan systemu ma inną liczbę sposobów realizacji, w związku z czym wśród wszystkich stanów w jakich może znajdować się system istnieje jeden taki, który występuje najczęściej, a więc prawdopodobieństwo jego pojawienia się jest największe (por. Wilson 1970, s. 2-4).

W mechanice statystycznej, skąd wywodzi się zasada maksymalizacji entropii i gdzie na jej podstawie określa się najbardziej prawdopodobny stan systemu makroskopowego (systemu złożonego z bardzo dużej liczby elementów) stan ten definiowany jest jako stan równowagi, w tym sensie, że przy nie zmieniających się warunkach otoczenia, system będący w tym stanie nigdy go nie opuści. Podobne założenie przyjmuje się, na zasadzie analogii, w stosunku do zjawiska przestrzennego oddziaływania. Dla ustalonych warunków, w jakich zjawisko to zachodzi, a więc przy założeniu, że wielkości mas obszarów oraz odległości między nimi nie ulegają zmianom, rozkład wielkości strumieni przemieszczeń między obszarami opisany macierzą przestrzennego oddziaływania $\{I_{ij}\}$, dąży do swojego najbardziej prawdopodobnego stanu, który jest stanem równowagi przestrzennej (Wilson 1970, s. 6).

Aby określić stan równowagi należy przede wszystkim zdefiniować liczbę sposobów, na jakie może realizować się określony stan systemu przemieszczeń opisany macierzą $\{I_{ij}\}$. Wygodnie jest w związku z tym przyjąć założenie, że każdy z elementów macierzy jest zbiorem złożonym ze składników, które są rozróżnialne, tzn., że każdemu z nich można przypisać odmienny znak, np. liczbę. Zakłada się dodatkowo (por. Wilson 1970, s. 3 i następne), że składniki dowolnego zbioru I_{ij}, a więc poszczególne rozróżnialne przemieszczenia, dają się zamieniać między zbiorami, w taki jednak sposób, aby nie naruszyć wielkości I_{ij} określających dany stan systemu. A zatem dla dowolnego stanu systemu można sobie wyobrazić pewną abstrakcyjną procedurę, polegającą na rozmieszczaniu wszystkich przemieszczeń, $I = \sum_{ij} I_{ij}$, między poszczególne zbiory I_{ij}, przy czym rozmieszczenia różnią się już wtedy, gdy chociaż jedno przemieszczenie zostanie umieszczone za każdym razem w innym zbiorze. Liczba powyższych, rozróżnialnych rozmieszczeń nie naruszających liczebności zbiorów I_{ij}, których ustalony zespół określa stan systemu, określa liczbę sposobów, na jakie dany stan może się realizować. Wynosi ona

$$S = \frac{I!}{\prod_{ij} I_{ij}!},$$

a jej logarytm, ln S, nosi nazwę entropii systemu przestrzennego oddziaływania (Wilson 1970, s. 6). Entropię można zatem zapisać jako

$$\ln S = \ln I! - \sum_{ij} \ln I_{ij}!$$

lub - stosując wzór Stirlinga, zgodnie z którym $\ln x! = x \ln x - x$, jako

$$\ln S = I \ln I - \sum_{ij} I_{ij} \ln I_{ij}. \qquad [2.2]$$

Jak już wspomniano, z każdym określonym stanem struktury systemu przestrzennego oddziaływania jest związana inna liczba (S) sposobów, na jakie realizuje się ten stan (liczba tzw. mikrostanów), inna jest więc entropia tego stanu, ln S. W związku z tym istnieje taki stan, którego entropia jest największa. Realizuje się on na największą liczbę sposobów, a więc pojawia się najczęściej i jego prawdopodobieństwo jest największe. Chcąc ten stan określić, należy ustalić maksymalną wartość wyrażenia na entropię - równanie [2.2] - przyjmując dodatkowo, że z każdą wielkością I_{ij} związany jest pewien koszt pokonywania odległości x_{ij} między obszarem i oraz j, co można wyrazić jako

$$\sum_{ij} I_{ij} x_{ij} = C, \qquad [2.3]$$

gdzie C oznacza ogólne wydatki na podróże w całym systemie. Wielkość C można także traktować jak ogólną długość przemieszczeń w tym systemie przyjmując, że x_{ij} jest odległością między i a j. Oprócz powyższego warunku muszą być spełnione jeszcze dwa inne, które można zapisać:

$$\sum_{j} I_{ij} = K_i \quad \text{oraz} \quad \sum_{i} I_{ij} = H_j, \qquad [2.4]$$

gdzie K_i oznacza liczbę przemieszczeń powstających, a H_j liczbę przemieszczeń kończących się w określonym obszarze, przy czym wielkości te A.G.Wilson traktuje jako miary mas obszaru.

Omówionym relacjom można nadać probabilistyczny charakter - wystarczy poszczególne wyrażenia opisane równaniami [2.2] - [2.4] podzielić przez wielkość I, ogólną liczbę podróżujących ludzi (przemieszczeń) w systemie. Wyrażenie na entropię przyjmuje wówczas formę (por. Wilson 1970, s. 6-9):

$$\ln S_1 = - \sum_{ij} p_{ij} \ln p_{ij}, \qquad [2.5]$$

gdzie $p_{ij} = I_{ij}/I$ jest miarą prawdopodobieństwa wzajemnego oddziaływania między obszarami i a j. Pozostałe równania przedstawiają się jak następuje:

$$\sum_{ij} p_{ij} x_{ij} = \bar{c}, \qquad [2.6]$$

gdzie $\bar{c}$ oznacza średni koszt przemieszczania się w systemie lub średnią długość podróży oraz

$$\sum_{j} p_{ij} = p_i; \qquad \sum_{i} p_{ij} = p_j, \qquad [2.7]$$

gdzie $p_i = K_i/I$ jest miarą prawdopodobieństwa, że przemieszczenie powstanie w obszarze i, a $p_j = H_j/I$ - że zakończy się w obszarze j. Zamiast szukać maksymalnej wartości wyrażenia [2.2] można zmaksymalizować, co jest zabiegiem równoważnym, równanie [2.5], uwzględniając wymienione wyżej warunki ograniczające. Procedura ustalania maksymalnej wartości formuły [2.5] polega na skonstruowaniu tzw. funkcji Lagrange'a, a następnie przyrównaniu jej pochodnej do zera. Postać funkcji Lagrange'a w przypadku wymienionych wyżej równań jest następująca:

$$L = \ln S_1 + s(p_i - \sum_j p_{ij}) + b(p_i - \sum_i p_{ij}) + B(\bar{c} - \sum_{ij} p_{ij}x_{ij}),$$

gdzie s, b i B pełnią rolę mnożników Lagrange'a. Wartość tej funkcji jest maksymalna w sytuacji, gdy jej pochodna cząstkowa ze względu na pewne p_{ij} wynosi zero, a więc

$$\frac{\partial L}{\partial p_{ij}} = -\ln p_{ij} - a - b - Bx_{ij} = 0,$$

skąd otrzymuje się

$$p_{ij} = \exp(-a - b - Bx_{ij}) .$$

Podstawienie otrzymanego wyrażenia do [2.7] daje

$$p_{ij} = a_i p_i \, b_j p_j \exp(-Bx_{ij})$$

$$s_i = 1/ \sum_j b_j p_j \exp(-Bx_{ij}) \qquad [2.8]$$

$$b_j = 1/ \sum_i a_i p_i \exp(-Bx_{ij})$$

Równanie to opisuje prawdopodobieństwo wzajemnego oddziaływania jako funkcję kosztu odległości x_{ij} oraz prawdopodobieństw p_i oraz p_j związanych z wielkościami mas poszczególnych obszarów (por. Wilson 1970, s. 12-14). Jeżeli przyjmie się, że prawdopodobieństwa p_i i p_j są jednakowe dla każdego i oraz j, to iloczyn $a_i p_i b_j p_j$ jest wielkością stałą, równą k, i można napisać

$$p_{ij} = k \exp(-Bx_{ij}) . \qquad [2.9]$$

Otrzymane równanie przedstawia zależność między prawdopodobieństwem wzajemnego oddziaływania a odległością w postaci funkcji wykładniczej, wyrażającej zmniejszanie się prawdopodobieństwa losowego rozkładu zdarzeń z odległością.

Mnożąc wyrażenie [2.8] przez i_{ij} otrzymuje się

$$I_{ij} = g_i K_i h_j H_j \exp(-Bx_{ij}),$$
$$g_i = 1/\sum_j h_j H_j \exp(-Bx_{ij}), \qquad [2.10]$$
$$h_j = 1/\sum_i g_i K_i \exp(-Bx_{ij}).$$

Powyższa formuła jest modelem grawitacji opartym na koncepcji maksymalizacji entropii. Jego probabilistyczną wersję stanowi równanie [2.8]. Dwie wielkości w równaniu [2.10] - g_i i h_j są wielkościami zapewniającymi, że spełnione zostaną warunki [2.4], zaś B jest parametrem związanym z równaniem [2.3] opisującym ograniczenie nałożonę na ogólny koszt podejmowania podróży. Z drugiej strony parametr B nawiązuje do warunku [2.6], a więc jego wartość zależy od średniego kosztu przemieszczania się w systemie. Dla każdej pary obszarów i oraz j iloczyn $g_i h_j$ jest wielkością stałą. Zarówno g_i jak h_j są związane z potencjałami obszarów i oraz j, określają więc sumaryczny wpływ, jaki masy wszystkich innych obszarów wywierają odpowiednio na obszar i oraz j (por. Wilson 1970, s. 16-20).

Wyprowadzony na podstawie prawa maksymalizacji entropii model grawitacji dany równaniem [2.10] prezentuje związek formalny między zmienną zależną, którą jest przestrzenne oddziaływanie I_{ij}, a zmiennymi objaśniającymi - masami K_i i H_j oraz odległością wyrażoną jako koszt przemieszczania się (x_{ij}) między obszarami i oraz j. Określony w kategoriach powyższego prawa, związek ten odzwierciedla najbardziej prawdopodobny rozkład strumieni przemieszczeń w przestrzeni utworzonej ze zbioru mas związanych z obszarami, na które podzielono badane terytorium. Głównym elementem wyprowadzonego modelu jest funkcja zmiennej odległości, przedstawiająca w postaci wykładniczej zmniejszanie się wzajemnego oddziaływania jako wynik zmniejszania się prawdopodobieństwa losowego rozkładu zdarzeń wraz z odległością.

Zastosowanie przez A.G.Wilsona nowego podejścia, w wyniku którego otrzymano powyższy model, okazało się przełomem w badaniach dotyczących teoretycznych podstaw modeli przestrzennego oddziaływania. Do czasu ukazania się tego modelu rozmiary przestrzennego oddziaływania analizowano bowiem z punktu widzenia związku z dwoma czynnikami - wielkością mas obszarów, między którymi wystąpiło oddziaływanie oraz odległością między tymi obszarami. Badano zatem ten związek w oderwaniu od wpływu, jaki w istocie rzeczy wywierają na jego rozmiary pozostałe masy tworzące wraz z wyżej wymienionymi jeden system przestrzenny. Nowatorstwo idei A.G.Wilsona polegało na całościowym ujęciu zjawiska wzajemnego oddziaływania, z uwzględnieniem wpływu mas wszystkich obszarów składających się na badany system. Właśnie ten systemowy charakter podejścia sprawił, że możliwe stało się poszerzenie teoretycznych podstaw modeli przestrzennego oddziaływania o pojęcia typowe dla stosowanej analizy systemowej, między innymi takie jak: struktura systemu, stan systemu, prawdopodobieństwo stanu, stan równowagi systemu, rozkład najbardziej prawdopodobny itp., dzięki którym otrzymano nową postać modelu grawitacji, która z kolei, jak wykazują liczne badania, lepiej przedstawia rzeczywistość niż formuła grawitacyjna stosowana przed nią.

Nowymi elementami struktury modelu otrzymanego przez A.G.Wilsona, świadczącymi o systemowym charakterze założeń leżących u jego podstaw, są dwie wielkości: g_i oraz h_j, określające potencjały obszarów i oraz j. Wpływ, jaki wywierają te potencjały na rozmiary przestrzennego oddziaływania, I_{ij}, staje się lepiej widoczny, kiedy przedstawi się wyrażenie [2.10] w innej postaci

$$I_{ij} = \frac{\dfrac{K_i H_j}{\exp(Bx_{ij})}}{\left[\sum_j h_j H_j \exp(-Bx_{ij})\right] \cdot \left[\sum_i g_i K_i \exp(-Bx_{ij})\right]} .$$

Jak widać, obydwie wielkości występują w mianowniku równania, gdzie pełnią rolę wag w wyrażeniach na potencjały obszarów i oraz j. Potencjały określają miarę wpływu wszystkich pozostałych obszarów w systemie odpowiednio na obszar i oraz obszar j. W przypadku wzrostu tego wpływu zwiększa się wielkość potencjałów, w związku z czym maleją rozmiary przestrzennego oddziaływania i na odwrót. Z drugiej strony licznik przedstawionego równania zawiera formułę grawitacyjną o postaci analogicznej do równania [2.1] (z wykładniczą zamiast potęgowej funkcją zmiennej odległości), zgodnie z którą wielkość przestrzennego oddziaływania zależy w prostej proporcji od iloczynu mas obszarów i oraz j, w odwrotnej natomiast od odległości między obszarami.

Wprowadzona przez A.G.Wilsona nowa postać modelu grawitacji, oparta na przesłankach nawiązujących do założeń podejścia systemowego, zastąpiła całkowicie stosowany wcześniej model grawitacji.[6] Obecnie każdy w zasadzie model grawitacji nawiązuje swoją strukturą do postaci równania [2.10]: w jego liczniku występuje formuła analogiczna do modelu grawitacji danego równaniem [2.1], w mianowniku zaś potencjał lub

---

[6] Wyrażając się ściślej model ten stanowi szczególny przypadek modelu maksymalizującego entropię. Ten pierwszy otrzymuje się podstawiając do równania [2.10] $g_i h_j = 1$ dla każdego i oraz j.

iloczyn potencjałów, związanych z jednym lub dwoma obszarami, między którymi zachodzi wzajemne oddziaływanie.[7]

Przedstawione do tej pory dwie koncepcje oparte na założeniach fizyki społecznej prezentują dwa najbardziej typowe, a równocześnie najbardziej znane w literaturze przedmiotu podejścia wśród tzw. makroskalowych koncepcji modelu grawitacji. Ich problematyka wyczerpuje w gruncie rzeczy podstawowe zagadnienia teoretyczne właściwe dla badań zjawiska przestrzennego oddziaływania, ujawniające prawidłowości charakterystyczne dla zjawisk o masowej naturze. Na zakończenie zawartych w tym rozdziale rozważań warto jednak poświęcię nieco miejsca jeszcze jednej koncepcji, która pojawiła się na początku drugiej połowy lat siedemdziesiątych i wywołała duże zainteresowanie. Chodzi o teorię wzajemnego oddziaływania (theory of movement) W.Alonso (1976). W przeciwieństwie do ujęć omówionych wyżej operuje ona założeniami dotyczącymi makroskopowej natury zjawiska przestrzennego oddziaływania, nie zawiera jednak przesłanek odnoszących się do statystycznego charakteru prawidłowości rządzących tym zjawiskiem. Mimo to prezentuje ciekawy sposób budowania modelu na podstawie założeń nawiązujących, podobnie jak w przypadku omówionej koncepcji A.G.Wilsona, do podstawowych postulatów ogólnej teorii systemów (por. Anselin i Isard 1979).

---

[7] W polskiej literaturze przedmiotu próbę podejścia systemowego do zjawiska przestrzennego oddziaływania przedstawił po raz pierwszy A.Wróbel (1969). Strukturę tego zjawiska ujął w formie macierzy wzajemnego oddziaływania, analogicznej do przedstawionej wcześniej. W celu obliczenia wielkości strumieni przemieszczeń zastosował model grawitacji w postaci równania [2.1], przy czym rolę mas pełniły w nim ilości wysyłanej oraz przysyłanej do poszczególnych obszarów masy towarowej, natomiast rolę przemieszczeń - rozmiary przewozów towarowych między obszarami. Całościowe podejście do zagadnienia, którego wyrazem było zastosowanie macierzy przemieszczeń, pozwoliło obliczyć stałą k w tym modelu, która wykazuje duże podobieństwo do iloczynu wielkości g_i i h_j w równaniu [2.10].

3. Koncepcja modelu grawitacji W.Alonso

Założenia koncepcji W.Alonso dotyczą, podobnie jak w przypadku omówionych wyżej dwu koncepcji, zjawiska przestrzennego oddziaływania rozumianego jako sytuacja, gdzie wzajemne oddziaływanie zachodzi między poszczególnymi obszarami, w pewnym ich zbiorze składającym się na określone terytorium. Z każdym z tych obszarów związana jest pewna masa M_i mająca wpływ na liczbę przemieszczeń (podróży) rozpoczynających się w danym obszarze oraz masa M_j, która decyduje o liczbie przemieszczeń docierających do obszaru.

Jeśli chodzi o przemieszczenia powstające w obszarze i, to według W.Alonso ich liczba - oprócz masy M_i - zależy od dwóch innych czynników: siły G_i generującej podróże, skłaniającej jednostki ludzkie do opuszczenia obszaru, powstającej pod wpływem przyciągania wywieranego na dany obszar przez inne obszary, oraz pewnej wielkości G_i^a charakterystycznej dla tego obszaru, której wpływ sprawia, że działanie siły generującej zostaje osłabione. Wielkość G_i^a może być związana np. z niewielkim dopływem informacji o innych obszarach, niskimi dochodami mieszkańców obszaru, ich obawą przed ryzykiem wynikającym z opuszczenia obszaru zamieszkania, itp. Wspólny wpływ obydwu czynników określa W.Alonso jako G_i^a/G_i lub G_i^{a-1} (wielkość a ma teraz oczywiście inne znaczenie niż w przypadku omówionych już koncepcji). Iloraz ten pełni rolę współczynnika, którego wartość zależy od a, przy czym a zmienia się od zera do jedności. Współczynnik ten W.Alonso określa jako elastyczność reakcji jednostek na działanie siły generującej. Im mniejsza jest wartość współczynnika, tzn. im a jest bliższe zeru, tym mniej prawdopodobne jest opuszczenie obszaru. Z kolei im a jest większe, tym powstanie podróży w obszarze staje się bardziej prawdopodobne. Liczba przemieszczeń powstających w dowolnym obszarze jest zatem proporcjonalna do

$$M_i G_i^{a-1} f_{ij},$$

gdzie f_{ij} jest funkcją zmiennej odległości.

W przypadku przemieszczeń (podróży) docierających do (kończących się) danego obszaru, ich liczba zależy - według W.Alonso - od wielkości masy M_j oraz od dwóch dodatkowych czynników: siły przyciągającej P_j, powodującej, że podróże powstające w innych obszarach przybywają do obszaru, oraz czynnika, który można nazwać możliwością przedostania się do obszaru, związanego np. ze zmianami poziomu zagęszczenia potrzeb zgłaszanych przez przybywających w stosunku do możliwości ich zaspokojenia w obszarze. Rozmiary tego czynnika oznacza się jako P_j^b, gdzie b, podobnie jak a w poprzednim wypadku, pełni rolę współczynnika elastyczności reakcji jednostki na działanie czynnika osłabiającego efekt przyciągania obszaru. Parametr b może zmieniać się od zera do jedności. Gdy b = 0, przedostanie się do obszaru jest najmniej prawdopodobne, zwiększa się ono jednak w miarę wzrostu b. W sumie wielkość siły przyciągającej obszaru j jest proporcjonalna do

$$M_j P_i^{b-1} f_{ij}.$$

Posługując się powyższymi wyrażeniami W.Alonso definiuje obydwie zmienne: G_i oraz P_j. Ta pierwsza, reprezentująca czynnik generujący przemieszczenia w obszarze i pod wpływem oddziaływania innych obszarów, równa się

$$G_i = \sum_j M_j P_j^{b-1} f_{ij},$$

a więc sumie sił przyciągających wywieranych z pozostałych obszarów. Siła przyciągająca przemieszczenia do obszaru wynosi z kolei

$$P_j = \sum_i M_i G_i^{a-1} f_{ij}$$

i zależy od stopnia, w jakim przemieszczenia są generowane w innych obszarach.

Miarą wielkości czynnika G_i jest oczekiwana (potencjalna) liczba podróży opuszczających obszar, podczas gdy czynnika P_j spodziewana (potencjalna) liczba przemieszczeń przybywających do obszaru. Rozmiary zarówno G_i jak i P_j są określone w kategoriach cech charakterystycznych dla systemu jako całości. Tymczasem aktualna liczba przemieszczeń opuszczających obszar, $\sum_j I_{ij}$, zależy od masy M_i oraz parametru a. Stosunek aktualnej do oczekiwanej liczby podróży powstających w obszarze jest więc proporcjonalny do M_i oraz współczynnika G_i^{a-1}, a więc

$$\sum_j I_{ij}/G_i = k_i M_i G_i^{a-1},$$

gdzie k_i jest stałą proporcjonalności. Mnożąc powyższe wyrażenie przez G_i otrzymuje się

$$\sum_j I_{ij} = k_i M_i G_i^{a}. \qquad [2.11]$$

Równocześnie aktualna liczba przemieszczeń przybywających do obszaru, $\sum_i I_{ij}$, jest ściśle związana z masą M_j oraz wartością parametru b. Stosunek aktualnej do potencjalnej liczby podróży kończących się w obszarze będzie tym większy, im większa będzie masa M_j oraz wartość współczynnika P_j^{b-1}, w związku z czym

$$\sum_i I_{ij}/P_j = k_j M_j P_j^{b-1},$$

gdzie k_j jest stałą proporcjonalności. Mnożąc otrzymane równanie przez j dostaje się

$$\sum_i I_{ij} = k_j M_j P_j^{b}.$$

Na podstawie wyprowadzonych wyrażeń można sformułować równanie określające wielkość wzajemnego oddziaływania I_{ij} między obszarami i oraz j. Można tego dokonać analizując równania związane ze zjawiskiem powstania bądź kończenia podróży. W każdym przypadku otrzymuje się identyczny wynik. Tutaj omówimy pierwsze z tych równań.

Przyjmuje się za W.Alonso założenie, że aktualna wielkość wzajemnego oddziaływania I_{ij} w stosunku do ogólnej liczby przemieszczeń opuszczających obszar, $\sum_j I_{ij}$, zależy od tego, jak atrakcyjny jest obszar j w porównaniu z ogólną siłą G_i generującą przemieszczenie w obszarze i, wywołaną obecnością innych obszarów. Atrakcyjność obszaru j z punktu widzenia jednostek w obszarze i zależy od jego masy M_j, współczynnika P_j^{b-1} oraz wpływu odległości f_{ij}, co można zapisać:

$$I_{ij} / \sum_j I_{ij} = k_k M_j P_j^{b-1} f_{ij} / G_i$$

lub, przenosząc zmienne

$$\sum_j I_{ij} / G_i = I_{ij} / k_j M_j P_j^{b-1} f_{ij}.$$

Podstawiając do powyższego wyrażenia równanie [2.11] otrzymuje się

$$I_{ij} = k M_i G_i^{a-1} M_j P_j^{b-1} f_{ij},$$

gdzie $k = k_i k_j$. Jest to podstawowe równanie modelu grawitacji W.Alonso. Cały model można zapisać następująco:

$$I_{ij} = k M_i G_i^{a-1} M_j P_j^{b-1} f_{ij},$$

$$G_i = \sum_j M_j P_j^{b-1}, \qquad [2.12]$$

$$P_j = \sum_i M_i G_i^{a-1}.$$

Model W.Alonso wykazuje duże podobieństwo do obydwu przedstawionych poprzednio makroskalowych modeli grawitacji. Z formalnego punktu widzenia jest on wyrażeniem równoważnym tamtym modelom. Oznacza to, że każdy z nich może zostać wyprowadzony na podstawie równania [2.12]. Na przykład przy założeniu, że parametry a i b w tym równaniu wynoszą zero, przyjmuje ono formę modelu grawitacji danego równaniem [2.10] - wielkości G_i i P_j charakterystyczne dla tego pierwszego równają się odpowiednio $1/g_i$ oraz $1/h_j$ w tym drugim. Zakładając z kolei, że a i b równają się jedności, model W.Alonso przechodzi w model grawitacji opisany formułą [2.1]. Wszystkie te trzy modele prezentują odpowiednie konkretyzacje modelu danego równaniem [1.2]. Jeżeli w tym równaniu założy się $f_1(K_i) = GP_i$, $f_3(N_j) = P_j$ oraz $f_{ij} = x_{ij}^{-b}$, otrzymuje się model grawitacji oparty na przesłankach empirycznych i probabilistycznych. Podstawiając z kolei $f_1(K_i) = g_iK_i$, $f_3(N_j) = h_jH_j$ oraz $f_{ij} = \exp(-Bx_{ij})$ uzyskuje się model związany z koncepcją maksymalizacji entropii, zakładając natomiast $f_1(K_i) = kM_iG_i^{a-1}$, $f_3(H_j) = M_jP_j^{b-1}$ i ustalając postać funkcji zmiennej odległości (może ona mieć formę potęgową lub wykładniczą) - model W.Alonso.

Przedstawione trzy makroskalowe koncepcje modelu grawitacji prezentują trzy podejścia do przedstawiania zjawiska przestrzennego oddziaływania. Każdy z modeli wywodzi się z innych przesłanek i został wyprowadzony przy zastosowaniu innych reguł. Tym co łączy powyższe koncepcje jest makroskalowy sposób ujmowania zjawiska wzajemnego oddziaływania, na które składa się bardzo duża liczba przemieszczeń i co do których zakłada się, że dokonywane są przez zachowujących się niezależnie ludzi. Wobec wynikającej z masowego charakteru zjawiska nieokreśloności poszczególnych zachowań, nie czyni się w stosunku do nich żadnych innych założeń dotyczących motywacji pojedynczych decyzji związanych z przemieszczeniem. Jedynie w modelu Wilsona przyjęto, że w skali całego układu interakcji zachowanie podróżujących osób jest zdeterminowane ogólnym kosztem odnoszącym się do pokonywania odległości. Powyższe założenia stały się z biegiem czasu obiektem krytyki. Podstawowy zarzut, jaki stawia się przedstawionym koncepcjom, przede wszystkim zaś koncepcjom opartym na założeniach fizyki społecznej, dotyczy dwóch kwestii. Po pierwsze, że przenosząc uogólnienia fizyki na opis masowych zjawisk społecznych przenosi równocześnie nierealistyczny warunek o niezależności poszczególnych zachowań ludzkich, bez którego zresztą niemożliwe byłoby przyjęcie założenia o statystycznej naturze mechanizmu równowagi przestrzennej. Po drugie, że wobec nieokreśloności poszczególnych zachowań, podyktowanej makroskalowym charakterem struktury przedmiotu badania, nie uwzględnia i nie może uwzględnić właściwych motywacji, leżących u podstaw ludzkich decyzji, które najczęściej mają charakter ekonomiczny lub psychologiczny (por. Niedercorn i Becholdt 1969, Karlqvist i inni 1978, s. 17-18).

Odpowiedzią na ten drugi zarzut było wykształcenie się drugiej, obok makroskalowych, grupy koncepcji modelu grawitacji, dla której przyjęła się w literaturze nazwa behawiorystycznej.

III. BEHAWIORYSTYCZNE KONCEPCJE MODELU GRAWITACJI

1. Uwagi wstępne

Kierunek behawiorystyczny pojawił się w badaniach dotyczących zjawiska przestrzennego oddziaływania stosunkowo niedawno. Za jego początek uznaje się lata sześćdziesiąte, kiedy to z jednej strony D.L.Huff (1963), z drugiej zaś J.N.Niedercorn i B.V.Becholdt (1969) wyprowadzili model grawitacji posługując się w pierwszym wypadku pojęciem użyteczności, w drugim natomiast zapożyczoną z ekonomii neoklasyczną koncepcją maksymalizacji użyteczności. "Użyteczność" jest pojęciem podstawowym dla założeń nurtu behawiorystycznego, jest ono jednak stosowane w różnych kontekstach, przy czym z każdym z nich wiąże się inny sposób podejścia do formułowania modelu grawitacji. Bez względu jednak na różnice między tymi sposobami jedno jest dla nich wspólne - poziom (skala) analizy zjawiska przestrzennego oddziaływania, którego głównym elementem jest pojedynczy człowiek, co do którego zakłada się, że podstawowym motywem jego zachowania się w przestrzeni jest użyteczność podejmowanych decyzji dotyczących przemieszczania się.

Mikroskalowy, a więc dotyczący pojedynczych zachowań ludzkich, charakter podejścia realizowanego przez behawiorystyczne koncepcje modelu grawitacji, wynika z przyjęcia założenia o możliwości wyjaśnienia zjawiska przestrzennego oddziaływania na podstawie analizy decyzji podejmowanych przez pojedynczego człowieka. Nie chodzi tu jednak o jakąś szczególną, konkretną jednostkę, lecz o osobnika reprezentującego typowe, przeciętne zachowanie się w sytuacji, która wymaga od niego podjęcia decyzji dotyczącej zasięgu (długości) przemieszczania. Jego zachowanie jest następnie przypisywane dowolnie dużej liczbie osób, w stosunku do których przyjmuje się założenie, że nie różnią się między sobą pod żadnym względem, co z kolei pozwala formułować wnioski dotyczące zjawiska interakcji w skali dużych grup przemieszczających się w przestrzeni ludzi.

Jeśli chodzi o zachowanie przeciętnej jednostki w przestrzeni, przyjmuje się podstawowe założenie, że kieruje się ona użytecznością, którą spodziewa się osiągnąć dokonując przemieszczeń. Użyteczność tę pojmuje się dwojako - albo jako użyteczność wynikającą z liczby dokonanych przemieszczeń do obszarów o określonych masach albo jako użyteczność, którą podróżujący przypisuje obszarom ze względu zarówno na ich dostępność, jak i atrakcyjność mierzoną rozmiarami związanych z nimi mas. Wokół każdego z obydwu sposobów rozumienia użyteczności rozwinęła się osobna grupa koncepcji. Grupa, w której użyteczność jest określona w terminach liczby przemieszczeń, stosuje sformułowania o charakterze deterministycznym. Druga grupa koncepcji opiera się na regułach operujących przesłankami o charakterze probabilistycznym.

Do najbardziej znanych w literaturze przedmiotu ujęć reprezentujących sformułowania o deterministycznej naturze należą: ekonomiczna koncepcja modelu grawitacji, koncepcja dyskontującego wpływu odległości oraz koncepcja korzyści konsumenta. W grupie ujęć o probabilistycznym charakterze wyróżnia się natomiast dwa ujęcia: koncepcję wyboru w warunkach ustalonego rozkładu użyteczności oraz koncepcję wyboru w warunkach losowego rozkładu użyteczności. Poszczególne koncepcje omówiono w podanej wyżej kolejności.

2. Ekonomiczna koncepcja modelu grawitacji

Założenia tej koncepcji zostały sformułowane w pracach J.R.Niedercorna i B.V.Becholdta (1969, 1972), T.Goloba, R.Custafsona i M.Beckmana (1973) oraz P.Nijkampa (1975). Przedmiotem ich analizy jest pojedynczy człowiek (decydent) d, zlokalizowany w obszarze i, zainteresowany dotarciem do obszaru j, $j = 1, 2, \ldots, n$, w którym spodziewa się osiągnąć określone korzyści. Decydent ten dysponuje pewnym budżetem B_d, który wydatkuje na przemieszczenia (podróże) oraz inne dobra - określa się je wspólnym mianem dobra złożonego (composite good) i traktuje jak stały parametr. Postępowanie decydenta polega na osiągnięciu maksimum korzyści z podejmowanych przemieszczeń (podróży); rozmiary wydatków na nie, jak również dobro złożone, nie mogą przekroczyć wysokości budżetu B_d. Zachowanie jednostki modeluje się maksymalizując wartość funkcji użyteczności U

$$U = U(I_{ij}^{d}, M_j),$$

gdzie I_{ij}^{d} jest liczbą podróży podejmowanych przez jednostkę d między obszarem i a j, a M_j oznacza masę obszaru j. Warunek ograniczający dany jest równaniem

$$B_d \geqslant \sum_j I_{ij}^{d} x_{ij}, \qquad [3.1]$$

gdzie x_{ij} jest kosztem (długością) przemieszczeń do j.

Ogólna postać funkcji użyteczności jest następująca

$$U(I_{ij}^{d}, M_j) = \sum_j f(I_{ij}^{d}, M_j). \qquad [3.2]$$

przy czym dla funkcji $f(I_{ij}^{d})$ przyjmuje się najczęściej, że ma ona kształt logarytmiczny lub potęgowy. Rozwiązanie równania [3.2] przy warunku [3.1] prowadzi do modelu grawitacji o postaci poznanej w poprzednim rozdziale (Sheppard 1978).

Za typowy przykład zastosowania powyższego podejścia można uznać ujęcie zaproponowane przez J.R.Niedercorna i B.V.Becholdta (1969). Rozpatrują oni sytuację, gdy decydent d znajdujący się w obszarze i rozważa możliwość dokonania podróży (przemieszczenia) do jednego z obszarów j, j = 1, 2, ..., n. Według nich użyteczność U_{ij}^{d}, jaką osiąga jednostka (decydent) podejmując I_{ij}^{d} przemieszczeń z obszaru i do j, jest funkcją liczby tych podróży i wynosi

$$U_{ij}^{d} = f(I_{ij}^{d}),$$

natomiast ogólna użyteczność związana z podróżami do różnych obszarów j ma wartość

$$U_{i}^{d} = \sum_{j} f(I_{ij}^{d}).$$

Jeżeli z każdym obszarem j związana jest inna masa M_j stanowiąca miarę jego atrakcyjności, wyrażenie na ogólną użyteczność związaną z podróżami do różnych takich obszarów przyjmuje postać

$$U_{i}^{d} = a \sum_{j} M_{j} f(I_{ij}^{d}), \qquad [3.3]$$

gdzie a jest stałą proporcjonalności. Jednostka dysponuje ograniczonymi zasobami, dlatego użyteczność dokonywanych przemieszczeń jest maksymalizowana przy założeniu, że obowiązuje warunek ograniczający dany równaniem [3.1]. Jednostka wybiera taki rozkład przemieszczeń w przestrzeni, który daje maksymalną wartość wynikającej stąd użyteczności, przy ograniczonych zasobach, jakie może przeznaczyć na podróże. Przyjmując, że funkcja $f(I_{ij}^{d})$ w równaniu [3.3] ma logarytmiczną postać, postępowanie decydenta można wyrazić przy pomocy wyrażenia

$$U_i^d = a \sum_j M_j \ln l_{ij}^d - w\,(\sum_j l_{ij} x_{ij} - B_i^d) = \max,$$

gdzie w jest mnożnikiem Lagrange'a związanym z równaniem [3.1]. Maksymalizacja powyższego wyrażenia daje

$$l_{ij}^d = g_i B_i^d M_j x_{ij}^{-b},$$

$$g_i = 1/\sum_j M_j.$$

Przyjmując, że wszystkie jednostki w obszarze i, których jest K_i, zachowują się identycznie, otrzymuje się model grawitacji sumując po d

$$l_{ij} = \sum_d l_{ij}^d = g_i K_i M_j x_{ij}^{-b},$$

$$g_i = 1/\sum_j M_j,$$

przy czym $K_i = \sum_d B_i^d/R$ jest miarą masy obszaru i, gdzie R oznacza średnie nakłady na przemieszczenia dokonywane przez jednego podróżującego.

Cechą charakterystyczną funkcji użyteczności stosowanej w ekonomicznej koncepcji modelu grawitacji jest brak zmiennej opisującej wpływ odległości. Odległość występuje jedynie w warunku ograniczającym pod postacią kosztu x_{ij}. W związku z tym powyższą funkcję często traktuje się jako uwzględniającą jedynie aprzestrzenne czynniki procesu decyzyjnego, w którym wpływ odległości sprowadza się do roli ograniczenia nałożonego na podróże (Smith 1975).

Drugie podejście w grupie koncepcji deterministycznych prezentuje alternatywny punkt widzenia, postulując formułę użyteczności, w której jednym z dwóch podstawowych elementów jest funkcja opisująca opór odległości. Pomniejszający efekt, jaki odległość wywiera na rozmiary interakcji, jest uwzględniony w nazwie koncepcji. Znana jest ona jako koncepcja dyskontującego wpływu odległości (theory of spatial discounting behaviour - por. Isard 1975, Smith 1975).

3. Koncepcja dyskontującego wpływu odległości

Założenia tej koncepcji są następujące:

- dany jest przeciętny, w sensie skłonności do dokonywania przemieszczeń, decydent, który porównuje decyzje dotyczące podróży do różnych obszarów (gdzie spodziewa się zaspokoić swoje potrzeby) z dwóch punktów widzenia: liczby podróży oraz ich kosztu;
- jego zachowanie w przestrzeni jest podyktowane strategią, która polega na kompensowaniu zmian, jakie zaszły w jednej z tych kategorii zmianami w drugiej: jeżeli zmianie uległ ogólny koszt przemieszczeń, wyrównuje go zmianami liczby tych przemieszczeń i na odwrót;
- decydent preferuje zwiększanie liczby podróży, ma natomiast awersję do zwiększania ich długości. Każdy wzrost długości (kosztu) podróży będzie w jego wypadku kompensowany (wyrównywany) wzrostem liczby podróży, tak aby pierwotny układ (kosztu i liczby przemieszczeń) był równoważny nowemu lub, inaczej mówiąc, aby spełniony został warunek indyferencji między układami.

Ten oryginalny i interesujący sposób postawienia problemu prowadzi do sformułowania funkcji użyteczności, która zawiera dwa elementy: liczbę podróży I_{ij}^{d} jakie podejmuje decydent d oraz funkcję zmiennej odległości f_{ij} opisującą zmniejszanie się liczby podróży z odległością x_{ij}. Motywem działania jednostki jest zatem maksymalizacja funkcji użyteczności o postaci:

$$U = U\,(I_{ij}^{d},\ f_{ij}).$$

W podejściu, które proponuje W.Isard (1975) funkcja f_{ij} ma wykładniczą postać, $f_{ij} = \exp(-Bx_{ij})$, i została sformułowana na drodze osobnego rozumowania (por. Isard i Liossatos 1974). Dokładna postać funkcji jest następująca

$$U_i = \sum_j \left[l_{ij}^d \exp(-Bx_{ij}) \right]^m, \quad B \text{ i } m \geqslant 0. \qquad [3.4]$$

Maksymalizując powyższą funkcję przy uwzględnieniu warunku

$$\sum_j l_{ij}^d = K_i^d$$

otrzymuje się

$$l_{ij}^d = K_i^d \exp(-Bx_{ij}) \exp(-m/m-1),$$

gdzie K_i^d oznacza ogólną liczbę podróży jaką podejmuje jednostka w obszarze i. Sumując powyższe równanie po d oraz zakładając, że z każdym j związana jest masa M_j otrzymuje się model grawitacji w postaci

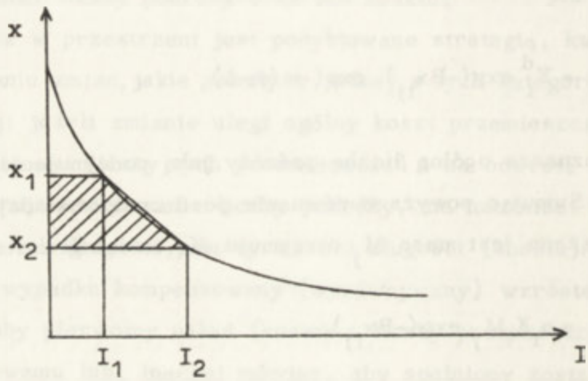
$$l_{ij} = a_i K_i M_j \exp(-Bx_{ij}),$$

$$s_i = 1/ \sum_j M_j \exp(-Bx_{ij}).$$

Porównując równania [3.3] i [3.4] opisujące dwa różne rodzaje funkcji użyteczności można zauważyć różnicę między obydwiema koncepcjami. Wprawdzie wychodzą one z tego samego założenia, zgodnie z którym poziom użyteczności jest proporcjonalny do liczby podejmowanych przez nią podróży, jednak inaczej jest w nich traktowany czynnik wpływu odległości. W przypadku pierwszej pełni on rolę nałożonego z zewnątrz ograniczenia, w przypadku drugiej zaś jest jednym z dwóch podstawowych atrybutów każdej sytuacji związanej z wyborem różnych obszarów w przestrzeni, do których podróżujący chce dotrzeć.

4. Koncepcja korzyści konsumenta

W ramach omawianej grupy koncepcji rozwinęło się ostatnio jedno jeszcze ujęcie, znane jako koncepcja korzyści konsumenta (consumer's surplus analysis). Nawiązuje ona do teorii o tej samej nazwie uprawianej we współczesnej ekonomii (Williams 1976, 1977). Podstawowe dla tego ujęcia jest zagadnienie związku między zmianą kosztu podróżowania między obszarem i oraz j a zmianą liczby przemieszczeń (podróży) l_{ij}^{d} jakie jednostka d podejmuje między tymi obszarami. Związek ten można przedstawić graficznie (ryc. 2; por. Williams 1976).



Ryc. 2. Korzyść konsumenta (jednostki) jako pole obszaru zakreskowanego

Obszar zakreskowany na rycinie 2 obrazuje wielkość korzyści, jaką uzyskuje jednostka (konsument), gdy koszt związany z przemieszczeniem się w przestrzeni obniży się z x_1 do x_2. Miarą tej korzyści jest zwiększenie liczby podróży z l_1 do l_2. Korzyść (użyteczność) tę można wyrazić:

$$U_{ij}^{d} = \int_{x_1}^{x_2} l(x)\,dx = \frac{1}{2}(l_1 + l_2) \cdot (x_1 - x_2).$$

Wyrażenie definiuje rozmiary zakreskowanego trapezu na rycinie 2.

Rozpatrując wszystkie podróże dokonywane przez jednostkę z obszaru i do różnych obszarów j, ogólną korzyść z tytułu tych podróży przedstawia równanie

$$U_i^d = - \sum_j \int_{x_{ij}}^{x_{ij}^2} I_{ij} \, dx_{ij}.$$

Podstawiając w powyższym równaniu model grawitacji w miejsce I_{ij} otrzymuje się następującą postać wyrażenia definiującego korzyść jednostki:

$$U_i^d = \frac{1}{B} \sum_i K_i^d \log (a_i^2/a_i^1),$$

gdzie

$$a_i = 1 \sum_j M_j \exp(-Bx_{ij}).$$

Indeksy 1 i 2 przy współczynniku a_i są związane z dwoma różnymi poziomami kosztu podróży x_{ij} (por. Williams 1976). Maksymalizując powyższą funkcję, a następnie sumując po d, otrzymuje się wyrażenie na model grawitacji

$$I_{ij} = a_i K_i M_j \exp(-Bx_{ij})$$

$$a_i = 1/ \sum_j M_j \exp(-Bx_{ij}).$$

Druga grupa koncepcji wchodzących w skład kierunku behawiorystycznego znana jest w literaturze pod wspólną nazwą koncepcji wyboru (the choice theory). Podobnie jak w wypadku omówionych wyżej koncepcji deterministycznych u jej podstaw leży pojęcie użyteczności, rozumiane jednak nie jako kategoria związana przede wszystkim z liczbą podróży, lecz jako wielkość (wartość), którą podejmujący podróże osobnik przypisuje obszarom z punktu widzenia ich atrakcyjności oraz przestrzennej dostępności. Zbiór wartości (użyteczności) nadawanych poszczególnym obszarom przyjmuje postać funkcji określonej na jednostkach podziału przestrzennego, która opisuje pewien rozkład, noszący nazwę rozkładu użyteczności. Zakłada się, że wartości definiujące ten rozkład nie zmieniają się w czasie, mogą jednak mieć charakter ustalony (deterministyczny) lub losowy, tzn. zmieniać się z pewnym prawdopodobieństwem wokół określonych wartości średnich.

Zachowanie jednostki w przestrzeni opisane jest w terminach powyższego przestrzennego rozkładu użyteczności. Rozkład ten wpływa na jej decyzje w tym sensie, że przy różnych jego konfiguracjach jednostka podejmuje podróże do różnych obszarów, stosując przy tym mechanizm wyboru (choice rule), który jest albo probabilistyczny albo deterministyczny. Ze względu na naturę funkcji opisującej przestrzenny rozkład użyteczności i sposób wyboru wyróżnia się dwie koncepcje wchodzące w skład omawianej grupy: koncepcję opisującą zachowanie przestrzenne jednostki w sytuacji, gdy rozkład użyteczności ma deterministyczny charakter a reguła wyboru - charakter losowy oraz koncepcję, w której mechanizm wyboru opiera się na przesłankach deterministycznych, a funkcja definiująca rozkład użyteczności przedstawia rozkład zmiennej losowej. Pierwsza koncepcja nosi nazwę koncepcji wyboru w warunkach ustalonego (deterministycznego), druga zaś koncepcji wyboru w warunkach losowego rozkładu użyteczności (Smith 1975, Curry 1978, Sheppard 1978, Griesinger 1979). Każda z koncepcji zawdzięcza swój probabilistyczny charakter innemu założeniu - raz jest nim losowa istota reguły wyboru, drugi raz - probabilistyczna natura rozkładu użyteczności.

5. Koncepcja wyboru w warunkach ustalonego rozkładu użyteczności

Założenia koncepcji opisującej zachowanie jednostki w warunkach ustalonego pola (rozkładu) użyteczności (constant utility approach) nawiązują do pochodzącego z teorii psychologii prawa wyboru Luce'a (Luce's choice axiom - por. Sheppard 1978, Griesinger 1979).

Według E.S.Shepparda (1978), prawo Luce'a do modelowania zjawiska przestrzennego oddziaływania zastosował jako pierwszy D.L.Huff (1963). Za podstawową zasadę przyjął on, że jednostka w obszarze i dokonuje wyboru dowolnego obszaru j niezależnie od wyboru każdego innego obszaru w pewnym ich zbiorze. O wyborze danego obszaru j decyduje udział, jaki ma związana z nim użyteczność U_j w pewnej ogólnej wielkości, będącej sumą miar użyteczności przypisywanej przez jednostkę poszczególnym obszarom, U. Udział ten można traktować jako miarę prawdopodobieństwa, p^d_{ij}, tego, że dana jednostka dokona wyboru obszaru j spośród innych obszarów, a więc

$$p^d_{ij} = U_j/U, \quad U = \sum_j U_j. \qquad [3.5]$$

D.L.Huff przyjął, że $U_j = M_j f_{ij}$, przy czym $f_{ij} = x_i^{-b}$. Oznaczając ogólną liczbę jednostek w obszarze i jako K_i otrzymał on model grawitacji opisujący liczbę podróży I_{ij} jako prostą funkcję wielkości K_i oraz prawdopodobieństwa p^d_{ij}

$$I_{ij} = K_i p^d_{ij}$$

lub na podstawie [3.5]

$$I_{ij} = a_i K_i M_j \; x_{ij}^{-b},$$

$$a_i = 1/\sum_j M_j \; x_{ij}^{-b}.$$

Podstawowym pojęciem w prezentowanej koncepcji jest pojęcie prawdopodobieństwa wyboru, p_{ij}^{d}, opisane równaniem [3.5]. We współczesnej literaturze przedmiotu wyrażenie opisujące to prawdopodobieństwo jest traktowane jak szczególny przypadek ogólniejszej formuły, znanej pod nazwą (wieloskładnikowego) modelu typu logit (multinomial logit model). Model ten - stosowany szeroko w naukach psychologicznych, ekonomicznych oraz socjologii - dotyczy sytuacji, która, mówiąc ogólnie, polega na określeniu prawdopodobieństwa wyboru możliwości 1 ze skończonego zbioru takich możliwości. Jego postać jest następująca (Williams 1977, Black 1983):

$$p_1 = \frac{\exp(\sum_k c_k X_{kl})}{\sum_m \exp(\sum_k c_k X_{km})}$$

gdzie X_{kl} oznacza wielkość, jaką przyjmuje k-ta cecha określająca alternatywę 1, a c_k jest parametrem związanym z tą cechą (własnością). W odniesieniu do zjawiska przestrzennego oddziaływania alternatywą jest obszar j, a charakteryzującymi go właściwościami masa M_j oraz odległość x_{ij} określona w terminach funkcji f_{ij}. Prawdopodobieństwo wyboru p_{ij}^{d} dane równaniem [3.5] można zapisać w kategoriach modelu typu logit jak następuje:

$$p_{ij}^{d} = \frac{\exp(\ln M_j - b \ln x_{ij})}{\sum_j \exp(\ln M_j - b \ln x_{ij})}. \qquad [3.6]$$

Po pozbyciu się nawiasów otrzymuje się

$$p_{ij}^{d} = \frac{M_j x_{ij}^{-b}}{\sum_j M_j x_{ij}^{-b}} = \frac{U_j}{U},$$

a więc formułę opisującą podstawowy składnik modelu D.L.Huffa.

6. Koncepcja wyboru w warunkach losowego rozkładu użyteczności

Druga spośród koncepcji, wchodząca w skład grupy koncepcji wyboru (stochastic utility approach) odnosi się do zachowania jednostki (decydenta) w warunkach, gdy funkcja definiująca rozkład użyteczności jest zmienną losową. Podstawą tej koncepcji jest założenie, że wartość (użyteczność) przypisywana przez decydenta każdemu z obszarów zmienia się losowo wokół pewnej średniej. Na użyteczność U_{ij} nadawaną obszarowi przez jednostkę składa się zatem pewna wielkość średnia (średnia użyteczność) u_j związana z obszarem j oraz składnik losowy, E_j, sprawiający, że rozkład przestrzenny użyteczności nie jest ustalony, ale podlega losowym wahaniom. Składnik losowy wynika np.: ze zmian preferencji jednostki, zakłóconego dopływu informacji o obszarze itp. Użyteczność U_{ij}, jaką jednostka z obszaru i przypisuje obszarowi j, jest zatem równa

$$U_{ij} = u_{ij} - x_{ij} + E_j,$$

E_j jest zmienną losową o określonym rozkładzie. Prawdopodobieństwo p^d_{ij} tego, że jednostka z obszaru i wybierze obszar j jako miejsce zakończenia podróży musi spełnić warunek

$$p^d_{ij} = Pr\,(U_{ij} > U_{ik}), \quad j \neq k.$$

Udowodniono (por. Williams 1977, Sheppard 1978), że jeżeli składnik losowy ma rozkład Weibulla, tzn.

$$W(E_j,k) = k \exp(-kE_j) \exp[-\exp(-kE_j)], \quad k \geqslant 0$$

wówczas prawdopodobieństwo wyboru p^d_{ij} wynosi

$$p_{ij}^{d} = \frac{\exp B(u_{ij} - x_{ij})}{\sum_{j} \exp B(u_{ij} - x_{ij})} . \qquad [3.7]$$

Powyższe równanie opisuje prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że jednostka z obszaru i dokona podróży (przemieszczenia) do obszaru j. Przyjmując liczbę K_i takich jednakowych jednostek w obszarze i jako miarę masy tego obszaru, można obliczyć liczbę podróży I_{ij} z obszaru i do j

$$I_{ij} = K_i \, p_{ij}^{d} .$$

Podstawiając do otrzymanej zależności równanie [3.7] oraz zakładając (por. Wilson 1981, s. 283-4)

$$u_{ij} = \frac{1}{B} \ln M_j$$

uzyskuje się model grawitacji

$$I_{ij} = a_i K_i M_j \exp(-Bx_{ij}),$$

$$a_i = 1 / \sum_{j} M_j \exp(-Bx_{ij})$$

w postaci identycznej jak w przedstawionych poprzednio koncepcjach.

Obydwie koncepcje z grupy koncepcji wyboru nie różnią się zatem między sobą, gdy chodzi o ostateczną postać dającej się wyprowadzić, z ich założeń formuły grawitacyjnej. Zarówno jedna jak i druga koncepcja, bez względu na pewne różnice, operuje podobnymi, podstawowymi pojęciami (kategoriami), do których należy pojęcie rozkładu użyteczności oraz reguły wyboru. W przypadku każdej z nich jednemu z tych pojęć przypisuje się deterministyczną, drugiemu probabilistyczną naturę.

Ponieważ zawsze jedno z nich jest oparte na probabilistycznych przesłankach, obydwie koncepcje zachowują statystyczny charakter, który polega na tym, że podstawowe jest założenie dotyczące roli prawdopodobieństwa (szansy) w procedurze wyboru obszarów zakończenia przemieszczeń (por. Karlqvist i inni 1978, s. 7-10).

Omówione w tym rozdziale koncepcje reprezentowane są przez pięć różniących się między sobą podejść. Jak już wspomniano, wspólna jest dla tych podejść skala analizy, której podstawowym elementem jest pojedyncza jednostka ludzka oraz zastosowanie kategorii użyteczności jako podstawy, na której opiera się mechanizm wyjaśniający zachowanie tej jednostki w przestrzeni.

Otrzymywany na podstawie powyższych koncepcji model grawitacji odnosi się jednak nie do zachowania poszczególnych osób, lecz do zachowania całych ich grup, przyjmujących postać strumieni przemieszczeń w przestrzeni. W każdej z przedstawionych koncepcji dokonywany jest w związku z tym, po wyprowadzeniu formuły opisującej zachowanie pojedynczej jednostki ludzkiej, zabieg, polegający na przypisaniu tejże formuły dowolnej liczbie ludzi, którzy są traktowani jako identyczni pod każdym względem. W efekcie otrzymywany jest model grawitacji o postaci identycznej jak w przypadku modeli formułowanych w ramach grupy koncepcji makroskalowych.

Omówione tutaj wyrażenia przedstawiające model grawitacji stanowią konkretyzację modelu danego równaniem [1.2]. Każdy z pięciu modeli odpowiadający określonej koncepcji z grupy ujęć behawiorystycznych można zapisać w terminach modelu ogólnego, przyjmując $f_1(K_i) = a_iK_i$ bądź g_iK_i, $f_3(N_j) = M_j$ oraz $f_{ij} = \exp(-Bx_{ij})$ lub też x_{ij}^{-b}, gdzie b i B są parametrami związanymi z funkcją zmiennej odległości. Warto zaznaczyć, że przedstawione modele prezentują inny nieco sposób konkretyzacji równania [1.2] w porównaniu z modelami grupy koncepcji makroskalowych. Tamte dotyczyły zjawiska przestrzennego oddziaływania rozumianego jako wzajemne oddziaływanie między dowolnymi obszarami w przestrzeni, co znalazło swoje odzwierciedlenie w kształcie funkcji $f_3(N_j)$ zarówno w modelu maksymalizującym entropię, jak i w modelu W.Alonso. Modele związane z grupą koncepcji behawiorystycznych odnoszą się natomiast do sytuacji, gdy przestrzenne oddziaływanie ma miejsce między jednym obszarem wyróżnionym a pozostałymi obszarami, formującymi współśrodkowo usytuowane przedziały odległości j, $j = 1, 2, ..., n$. Odbiciem tego stanu rzeczy jest mniej skomplikowana postać funkcji $f_3(N_j)$.

7. Wnioski końcowe

Podstawowym komponentem modeli grawitacji związanych z omówionymi w dwóch ostatnich rozdziałach grupami koncepcji, a więc z koncepcjami makroskalowymi i behawiorystycznymi, jest funkcja zmiennej odległości, z uwagi na fakt, że jako jedyna zawiera parametr empiryczny. Parametr tej funkcji ma postać stałej bezwymiarowej, która może być otrzymywana w ramach procedury konstruowania równania modelowego, może też być dobierana a priori. Przykładem tej ostatniej jest parametr funkcji zmiennej odległości w modelu D.L.Huffa lub, ogólniej, w modelach nawiązujących do koncepcji wyboru. W większości wypadków jednak kształt funkcji oraz charakter parametru wynikają z przyjętej metody formułowania równania modelowego. Tak jest w odniesieniu do modelu grawitacji opartego na przesłankach probabilistycznych i empirycznych, gdzie dla ustalenia związku między odległością a rozmiarami przestrzennego oddziaływania posłużono się analizą regresji, a także w odniesieniu do tych wszystkich modeli, które zostały wyprowadzone na podstawie procedury maksymalizacji funkcji bądź to entropii, bądź użyteczności. W ich wypadku parametr funkcji zmiennej odległości ma postać tzw. współczynnika Lagrange'a, stałej związanej z równaniem dotyczącym warunku ograniczającego, nałożonego na ogólny koszt przemieszczania się w przestrzeni. Powiązanie z tym kosztem sprawia, że wartość liczbową przyjmowaną przez parametr interpretuje się w terminach średniego kosztu (długości) podróży. Ten sposób interpretacji obowiązuje jednak od niedawna - po raz pierwszy zaproponował go A.G.Wilson (1967) na gruncie wprowadzonej koncepcji maksymalizacji entropii. Do tego czasu parametru funkcji zmiennej odległości nie wiązano ze średnim kosztem przemieszczania. Metoda estymacji parametru oraz charakter danych, w ramach których szacowano jego wartość sprawiały, że wartość tę próbowano wyjaśniać w terminach różnych zjawisk (por. Chojnicki 1966, s. 54-58), wśród których brakowało jednak odniesienia do kategorii średniej (długości) kosztu oddziaływania przestrzennego. Zależność między tą kategorią a parametrem funkcji zmiennej odległości stanowi obecnie podstawę do obliczania wartości parametru we wszystkich wersjach modelu grawitacji. Kształt zależności między obydwiema wielkościami nie jest jednak, jak dotąd, jednoznacznie określony. Przyjmuje się, że związek między nimi ma charakter odwrotnej proporcjonalności, brak jednak formuły pozwalającej przedstawić ten związek w postaci funkcji. W rezultacie wartość liczbowa parametru nie może być obliczona na drodze analitycznej, ale estymowana przy zastosowaniu, w najprostszym przypadku, metody regresji liniowej, z reguły zaś złożonych metod iteracyjnych wymagających użycia maszyn cyfrowych.

W ramach przedstawionej w dalszej części pracy własnej koncepcji modeli przestrzennego oddziaływania zaprezentowano ujęcie pozwalające zdefiniować (określić) w postaci funkcji powyższy związek między średnim kosztem przemieszczeń a wartością liczbową parametru, co uczyni w zasadzie zbędnym stosowanie metod estymacji statystycznej. Dzięki temu ujęciu wartość parametru modelu grawitacji może być obliczona jako funkcja średniej długości (kosztu) podróży.

Omówione w ostatnich rozdziałach dwie grupy koncepcji prezentują dwa różne podejścia do modelu grawitacji. Różnice między nimi wynikają z odmienności założeń leżących u ich podstaw, dotyczących z jednej strony poziomu agregacji struktury przedmiotu badania, z drugiej zaś mechanizmu określającego przestrzenne zachowanie człowieka.

Jeśli chodzi o stopień agregacji struktury zjawiska przestrzennego oddziaływania koncepcje makroskalowe stosują podejście, które polega na analizie nie tyle pojedynczych elementów (podróży) tworzących to zjawisko, ile agregatów tych elementów, mających postać strumieni przemieszczeń w przestrzeni. Kierunek behawiorystyczny scharakteryzowany jest natomiast przez poziom analizy, którego właściwym obiektem badań jest pojedynczy, poruszający się w przestrzeni człowiek.

Założenia dotyczące poziomu agregacji struktury zjawiska interakcji w przestrzeni determinują w istotnym stopniu założenia odnoszące się do mechanizmu przestrzennego zachowania ludzi. Podejście makroskalowe implikuje stosowanie uogólnień o statystycznym charakterze. W jego ujęciu czynnikiem decydującym o rozmieszczeniu strumieni przemieszczeń w przestrzeni jest mechanizm równowagi przestrzennej. Zgodnie z nim, rozkład wiązek przemieszczeń o różnych długościach, określający strukturę systemu przestrzennego oddziaływania, dąży do stanu, który przy zadanym i ustalonym rozmieszczeniu mas społecznych obszarów jest najbardziej prawdopodobny.

W ramach większości koncepcji wchodzących w skład kierunku behawiorystycznego czynnikiem odpowiedzialnym za zachowanie człowieka w przestrzeni jest maksymalizacja użyteczności, czy też wartości, jaką jednostka przypisuje sytuacji związanej z podróżą do określonego miejsca w przestrzeni (obszaru). Rozkład wielkości strumieni przemieszczeń między obszarami dąży w tym wypadku do stanu optymalnego z punktu widzenia zarówno potrzeb i możliwości podróżujących, jak również kosztów związanych z pokonywaniem odległości. Rozkład ten znajduje odzwierciedlenie w podobnie zdefiniowanym kształcie zależności między rozmiarami przestrzennego oddziaływania a odległością, jak ma to miejsce w odniesieniu do koncepcji makroskalowych. Mimo zatem operowania odmiennymi założeniami obydwie omówione grupy koncepcji przedstawiają zjawisko przestrzennego oddziaływania z punktu widzenia założenia, zgodnie z którym zjawisko to dąży do najbardziej pożądanego stanu swojej struktury. Stan ten ma postać rozkładu najbardziej prawdopodobnego, w sensie statystycznym, lub też rozkładu, w którym rozmiary wzajemnego oddziaływania są wyrazem optymalizacji ludzkich decyzji.

Pomimo stosowania różnych przesłanek, konstruowane w ramach obydwu grup koncepcji równanie opisujące model grawitacji prezentuje ten sam kształt formalny. W rozdziale następnym omówiono koncepcje, na których podstawie wyprowadzono model "pośrednich możliwości". Ze względu na swoją odmienną postać, model ten konstytuuje drugą podstawową wersję modelu przestrzennego oddziaływania.

IV. KONCEPCJE MODELU "POSREDNICH MOŻLIWOSCI"

1. Uwagi wstępne

U podstaw rozważanych w niniejszym rozdziale koncepcji leży pojęcie "pośrednich możliwości". Nazwa "możliwości", według przyjętej w pracy terminologii, oznacza miejsca ludzkiej aktywności życiowej lub zawodowej, które z racji związanych z nimi działalności (funkcji) pełnią rolę miejsc potencjalnych zakończeń podróży. Termin "pośrednie możliwości" odnosi się z kolei do zbioru miejsc powyższego rodzaju rozmieszczonych między obszarami, które powiązane są relacją wzajemnego oddziaływania. Liczba tych miejsc stanowi miarę odległości między obszarami. Odległość tę nazywa się czasami "społeczną" (por. W.Isard w: Chojnicki 1966, s. 43) chociaż wydaje się, że lepsza byłaby nazwa "odległość względna" lub "funkcjonalna", aby podkreślić, że nie jest ona cechą przestrzeni samej w sobie, istniejącej niezależnie od mas obszarów, jak wynika to z założeń właściwych dla koncepcji modelu grawitacji. Względny charakter odległości wyrażonej w terminach "pośrednich możliwości" bierze się stąd, że mierzona ona jest w przestrzeni, która istnieje jako funkcja sposobu rozmieszczenia miejsc ludzkiej działalności tworzących masy obszarów.

Pojęcie "pośrednich możliwości" (intervening opportunities) pojawiło się po raz pierwszy w pracy amerykańskiego socjologa S.A.Stouffera (1940). Skonstruował on model "pośrednich możliwości" przyjmując założenie, że "liczba osób przemieszczających (przenoszących) się na daną odległość jest wprost proporcjonalna do liczby możliwości w tej odległości, a odwrotnie proporcjonalna do liczby możliwości pośrednich" (Stouffer 1940, s. 71). Model S.A.Stouffera można zapisać następująco, stosując przyjęty dotychczas sposób oznaczania zmiennych

$$I_{ij} = g\, K_i \frac{M_j}{\sum\limits_{n}^{j-1} M_h}; \quad h = 1, 2, \ldots, j,$$

gdzie K_i oznacza liczbę osób w obszarze i podejmujących podróże, M_j natomiast liczbę możliwości w obszarze strefowym (pierścieniu odległości) j. W mianowniku wyrażenia występuje odległość funkcjonalna określona w terminach "pośrednich możliwości".

Postać powyższej formuły uległa z biegiem czasu dużym zmianom i we współczesnej literaturze na określenie modelu "pośrednich możliwości" używa się równania:

$$I_{ij} = K_i \left[\exp(-LD_{j-1}) - \exp(-LD_j)\right], \qquad [4.1]$$

gdzie

$$D_j = \sum_{h} M_h; \quad h = 1, 2, \ldots, j,$$

a L jest parametrem.

Do wyprowadzania modelu danego równaniem [4.1] we współczesnej literaturze przedmiotu wykorzystuje się założenia dwu koncepcji. Koncepcję, w ramach której równanie to otrzymano po raz pierwszy, sformułował M.Schneider (1959). Posłużył się on analogią do schematu probabilistycznego związanego z tzw. ciągiem prób losowych Bernoulliego. W drugiej koncepcji, opracowanej przez A.G.Wilsona (1967), wykorzystano założenia omówionej już zasady maksymalizacji entropii. W każdej z obydwu koncepcji rozpatrywana jest sytuacja, gdy istnieje jeden obszar i, w którym znajduje się K_i jednostek ludzkich podejmujących podróże, otoczony przez koncentrycznie ulokowane przedziały odległości j, przy czym każdy z nich zawiera M_j możliwości (miejsc potencjalnych zakończeń podróży).

W dalszym ciągu opracowania przedstawiono trzy koncepcje: koncepcję M.Schneidera, następnie własną koncepcję nazwaną falową oraz, jako trzecią, koncepcję maksymalizacji entropii.

2. Koncepcja modelu "pośrednich możliwości" M.Schneidera

Zgodnie z założeniami przyjętymi przez M.Schneidera, możliwości różnią się między sobą, gdy chodzi o charakter zaspokajanych w nich zapotrzebowań zgłaszanych przez ludzi. Z kolei ludzie zachowują się w ten sposób, że nie zadowalają się zakończeniem podróży w najbliżej położonym miejscu pełniącym określone funkcje. Człowiek nie załatwia swoich zakupów w pierwszym napotkanym sklepie, lecz poszukuje sklepu określonej branży, a gdy chodzi o zakupy bardziej wyspecjalizowane - sklepu odpowiedniego rodzaju, z których nie każdy zawsze oferować może poszukiwany towar. Czynny zawodowo nie zadowala się najbliższym miejscem pracy, lecz poszukuje stanowiska odpowiadającego jego kwalifikacjom czy też aspiracjom, nawet gdy miejsce z nim związane usytuowane jest o wiele dalej niż inne miejsca pracy. Jednym słowem, jednostka podejmująca przemieszczenie w określonym celu nie kończy go w najbliższym napotkanym miejscu, chociaż konieczność pokonywania odległości niewątpliwie ogranicza dokonanie najbardziej zadowalającego wyboru, ale przemieszczając się w przestrzeni stara się dotrzeć do miejsca, gdzie pełnione funkcje odpowiadają jej wymaganiom w optymalnym zakresie, ze względu zarówno na stopień zaspokojenia zgłaszanej potrzeby jak i koszt związany z pokonywaniem odległości.

Każdemu zatem zapotrzebowaniu, z którego zaspokojeniem wiąże się dokonanie podróży, odpowiada inny zasięg tej podróży mierzony liczbą pominiętych miejsc jej zakończenia (możliwości pośrednich). T.Zipser (1969, 1972) nazywa tę własność podróży "selektywnością", która jest tym większa, im więcej miejsc zostało pominiętych w procesie przemieszczania w przestrzeni. Miarą selektywności jest prawdopodobieństwo L tego, że losowo napotkana możliwość zostanie zaakceptowana przez podróżującą jednostkę jako miejsce zakończenia podróży. Selektywność podróży zwiększa się wówczas, gdy prawdopodobieństwo akceptacji maleje i na odwrót - zmniejsza się, gdy prawdopodobieństwo staje się większe.

Znając prawdopodobieństwo akceptacji (selektywność podróży) L, można określić wielkość 1 - L, jako prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego, a więc niezaakceptowania i pominięcia możliwości. Jeżeli w pierścieniu j znajduje się M_j możliwości, to prawdopodobieństwo zdarzenia, że przemieszczenie zakończy się tutaj wynosi LM_j, a prawdopodobieństwo, że pierścień ten zostanie pominięty, $1 - LM_j$. Niech prawdopodobieństwo zdarzenia, że jednostka pominie w swojej podróży kolejno j przedziałów odległości licząc od obszaru i, wynosi R_{ij}.[8] Wówczas prawdopodobieństwo R_{i1}, że będzie ona kontynuować podróż poza pierwszy (a więc najbliższy obszarowi i) przedział odległości wynosi

$$R_{i1} = 1 - LM_1.$$

Prawdopodobieństwo R_{i2}, że przemieszczenie wydostanie się poza dwa najbliższe przedziały odległości można obliczyć jako iloczyn dwóch niezależnych prawdopodobieństw

$$R_{i2} = R_{i1}\ (1 - LM_2),$$

[8] Przedstawiane ujęcie opiera się na interpretacji nadanej podejściu M.Schneidera przez A.G.Wilsona (1967).

a prawdopodobieństwo R_3, że w podróży zostaną pominięte trzy kolejne przedziały, jako iloczyn trzech prawdopodobieństw

$$R_{i3} = R_{12}(1 - LM_3).$$

Jak widać, otrzymuje się ciąg niezależnych prób Bernoulliego z prawdopodobieństwem sukcesu określonym jako LM_j oraz prawdopodobieństwem porażki jako $1 \quad LM_j$. Ogólnie można zapisać

$$R_{ij} = R_{ij-1}(1 - LM_j)$$

i przekształcić następująco:

$$\frac{R_{ij} - R_{ij-1}}{R_{ij-1}} = - LM_j. \qquad [4.2]$$

Niech D_j oznacza odległość funkcjonalną (w przestrzeni możliwości), a więc skumulowaną liczbę pośrednich możliwości we wszystkich przedziałach odległości poprzedzającej j z przedziałem j włącznie - wówczas liczbę możliwości w przedziale j można zdefiniować jako

$$M_j = D_j - D_{j-1}.$$

Uwzględniając powyższą zależność równanie [4.2] można zapisać

$$\frac{R_{ij} - R_{ij-1}}{R_{ij-1}} = - L(D_j - D_{j-1}),$$

a przyjmując założenie, że rozkład przestrzenny możliwości jest ciągły, jako

$$\frac{dR}{R} = -LdD.$$

Rozwiązaniem podanego równania różniczkowego jest

$$\ln R = -LD + c,$$

a stąd

$$R_{ij} = k_i \exp(-LD). \qquad [4.3]$$

Ponieważ dla $D_j = 0$ musi być $R_{ij} = 1$, a więc $k_i = 1$. Znając prawdopodobieństwo zdarzenia, że podróż będzie kontynuowana poza j-ty przedział odległości, można ustalić prawdopodobieństwo R_{ij-1} pominięcia przez podróż j - 1 przedziału odległości

$$R_{ij-1} = \exp(-LD_{j-1}).$$

Odejmując od siebie obydwa prawdopodobieństwa można obliczyć prawdopodobieństwo (P_{ij}) tego, że przemieszczenie zatrzyma się w przedziale odległości j, a więc

$$P_{ij} = R_{ij-1} - R_{ij} = \exp(-LD_{j-1}) - \exp(-LD).$$

Ponieważ znana jest liczba K_i podróży rozpoczynających się w obszarze i, można obliczyć liczbę podróży I_{ij}, które docierają z tego obszaru do pierścienia odległości j:

$$I_{ij} = K_i P_{ij}.$$

Stosując wyprowadzony wzór na P_{ij} otrzymuje się wyrażenie

$$I_{ij} = K_i\left[\exp(-LD_{j-i}) - \exp(-LD_j)\right],$$

prezentujące model "pośrednich możliwości".

Wprawdzie trudno jest koncepcję zaproponowaną przez M.Schneidera rozpatrywać w kategoriach podziału przyjętego w stosunku do koncepcji modelu grawitacji, a więc podziału na podejścia makroskalowe i behawiorystyczne, tym niemniej ma ona przynajmniej jedną cechę właściwą temu drugiemu. Jest nią poziom analizy przedmiotu badania, zgodnie z którym rozpatrywany jest pojedynczy człowiek, którego zachowanie w przestrzeni złożonej z możliwości stanowiących potencjalne miejsca zakończeń podróży, jest określane długością podejmowanych przemieszczeń. Przyczyną, dla której podejścia M.Schneidera nie określa się mianem behawiorystycznego jest brak wśród jego założeń takiego, które operowałoby pojęciem użyteczności. W związku z tym o koncepcji tej mówi się często jako o podejściu reprezentującym inny nieco charakter w porównaniu z podejściem behawiorystycznym, traktując ją - podobnie jak wywodzącą się z niej klasę ujęć - jak szczególny przypadek tego ostatniego. Dla klasy tej przyjęła się nazwa koncepcji przestrzennej penetracji (spatial search theory; por. Cesario i Smith 1975, Schneider 1975, Rogerson 1982). Nazwa ta bierze się stąd, że przemieszczenie dokonywane przez jednostkę jest procesem polegającym na penetracji zbioru możliwości składających się na przestrzeń otaczającą jednostkę.

3. Falowa koncepcja modelu "pośrednich możliwości"

Innym przykładem koncepcji przestrzennej penetracji jest ujęcie, którego przesłanki wywodzą się z analogii do założeń tzw. równania falowego Schrödingera, jednego z podstawowych twierdzeń mechaniki kwantowej (Mazurkiewicz 1986). Równanie to, dokładniej: nierelatywistyczne równanie falowe, opisuje zachowanie pojedynczej cząstki elementarnej w polu sił fizycznych. Do opisu tego zachowania stosuje się tzw.

funkcję falową - podstawowy składnik powyższego równania, która jest funkcją opisującą rozkład prawdopodobieństwa zdarzenia polegającego na znalezieniu cząstki w określonym miejscu w przestrzeni. Z przestrzenią tą związany jest pewien potencjał mający postać bariery potencjału, usytuowanej na drodze poruszającej się cząstki, która dysponując energią przedostaje się do wnętrza bariery i przenika ją na określoną odległość. Stosując równanie falowe określa się prawdopodobieństwo osiągnięcia przez cząstkę ustalonej odległości (Wichmann 1975, s. 293-318).

Przyjmuje się założenie, że odpowiednikiem bariery potencjału jest przestrzeń utworzona z miejsc potencjalnych zakończeń przemieszczeń, przy czym analogia zachodzi tu między gęstością tych miejsc w przeliczeniu na jednostkę powierzchni, a wysokością bariery potencjału. Zachowanie jednostki wewnątrz "bariery" (pośrednich) możliwości opisuje formuła

$$\frac{d^2}{dx^2} f(x) = (kM)^2 f(x),$$

która prezentuje najprostszy wariant równania falowego w wersji dostosowanej do założeń koncepcji modelu przestrzennego oddziaływania; k pełni w niej rolę stałej, M oznacza liczbę możliwości w dowolnym miejscu w przestrzeni (co oznacza, że zakłada się chwilowo równomierny rozkład tych możliwości), a f(x) funkcję falową, która interpretowana jest w ten sposób, że gęstość prawdopodobieństwa r(x) zdarzenia, że jednostka znajdzie się w odległości x od pewnego obszaru początkowego, jest proporcjonalna do kwadratu wartości bezwzględnej tej funkcji, a więc do $f(x)^2$. W stosunku do opisanej poprzednio sytuacji, gdzie założony był dyskretny rozkład możliwości w przestrzeni, tutaj rozpatruje się ich rozkład ciągły.

Powyższe równanie falowe ma dwa rozwiązania

$$f_1(x) = \exp(ax) \text{ oraz } f_2(x) = \exp(-ax)$$

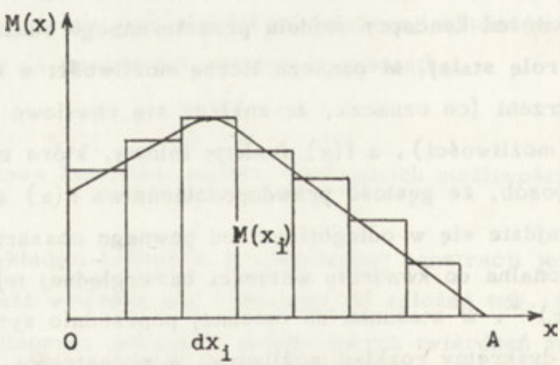
gdzie $a = kM$. Pierwsze rozwiązanie nie może być brane pod uwagę, kształt funkcji implikuje bowiem, że prawdopodobieństwo rośnie ze wzrostem x. Jedynym rozwiązaniem staje się więc druga postać funkcji.

Gęstość prawdopodobieństwa f(x) jest, zgodnie z podanym wyżej założeniem, proporcjonalna do kwadratu wartości bezwzględnej funkcji falowej, a więc

$$r(x) \sim |\exp(-ax)|^2 = \exp(-2ax) = \exp(-hx), \qquad [4.5]$$

gdzie $h = 2kM$.

Uchyla się w tym miejscu przyjęte wcześniej założenie, że gęstość możliwości jest taka sama w obrębie całej przestrzeni i zakłada, że w dowolnie małym elemencie przestrzeni dx znajduje się określona liczba możliwości M(x). Funkcja gęstości M(x) przedstawiona jest niżej. Pełni ona rolę wspomnianej "bariery" pośrednich możliwości dla jednostki rozpoczynającej swoją podróż w punkcie 0.



Ryc. 3. Przestrzenny rozkład możliwości w postaci funkcji gęstości M(x) oraz zbioru prostokątnych barier

Niech funkcja gęstości zmieniająca się w sposób ciągły zostanie zastąpiona, jak to pokazano na ryc. 3, zbiorem prostokątnych "barier" pośrednich możliwości. Obszar pod krzywą $M(x)$ zostaje w związku z tym podzielony na prostokąty, każdy o wysokości $M(x_1)$ i szerokości dx_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, gdzie n jest liczbą tych prostokątów wewnątrz przedziału odległości, $0 \leqslant x \leqslant A$.

Prawdopodobieństwo $r(x)$ dane równaniem [4.5] interpretuje się teraz, zgodnie z podstawowym założeniem koncepcji "pośrednich możliwości", jako prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że jednostka nie zatrzyma się w elemencie przestrzeni dx_i i będzie kontynuować podróż dalej poza ten element. Prawdopodobieństwo to można zapisać jako $r(dx_i)$ lub prościej r_i. Na podstawie równania [4.5] otrzymuje się

$$r_i \sim \exp[-LM(x)\,dx_i]$$

lub

$$r_i = \exp[b - LM(x_i)\,dx_i],$$

gdzie $\exp(b)$ jest stałą proporcjonalności, L - parametrem (prawdopodobieństwa akceptacji), a $M(x_i)\,dx_i$ - gęstością możliwości w dx_i-tym elemencie przestrzeni.

Stosując powyższe równanie można obliczyć ogólne prawdopodobieństwo $r(x = A)$ lub prościej $r(A)$, że jednostka będzie kontynuować swoją podróż poza przedział odległości $(0, A)$. Prawdopodobieństwo to jest iloczynem poszczególnych prawdopodobieństw r_i:

$$r(A) = r_1 r_2 \ldots r_n$$

lub w postaci logarytmicznej

$$\ln r(A) = \ln r_1 + \ln r_2 + \ldots + \ln r_n, \qquad [4.6]$$

gdzie

$$\ln r_i = b - LM(x_i)dx_i. \qquad [4.7]$$

Zakładając, że dx_i w równaniu [4.7] dąży do zera i przedziały na rycinie 3 zostaną zastąpione przedziałami nieskończenie małymi $M(x)\,dx$, wówczas sumę w równaniu [4.6] można przedstawić jako całkę

$$\ln r(A) = b - L\int_0^A M(x)\,dx,$$

skąd

$$r(A) = g\exp\left[-L\int_0^A M(x)\,dx\right].$$

Całkę w powyższym równaniu można zastąpić wyrażeniem

$$D(x) = \int_0^x M(z)\,dz,$$

gdzie $D(x)$ oznacza skumulowaną liczbę pośrednich możliwości w odległości x od początku układu. Na podstawie dwóch ostatnich wyrażeń otrzymuje się

$$r(x) = g\exp[-LD(x)], \qquad [4.8]$$

gdzie $r(x)$ jest prawdopodobieństwem, że jednostka kontynuuje podróż poza odległość x. W związku z tym, że dla $D(x) = 0$ musi być $r(x) = 1$, $g = 1$.

Dla dwóch punktów w przestrzeni, x_1 i x_2, takich, że $x_1 < x_2$, odpowiednie prawdopodobieństwa $r(x_1)$ i $r(x_2)$ wynoszą

$$r(x_1) = \exp[-LD(x_1)] \quad \text{oraz} \quad r(x_2) = \exp[-LD(x_2)].$$

Na podstawie tych prawdopodobieństw można obliczyć prawdopodobieństwo $p(x_1, x_2)$ zdarzenia, że podróż zatrzyma się w obszarze między x_1 i x_2, odejmując od siebie obydwie wielkości

$$p(x_1, x_2) = \exp[-LD(x_1)] - \exp[-LD(x_2)],$$

stąd łatwo jest otrzymać model "pośrednich możliwości" dany równaniem [4.1], przechodząc od sytuacji, w której rozpatrywany jest ciągły rozkład możliwości do sytuacji, gdy rozkład ten ma dyskretną formę, tzn. przyjmując $p(x_1,x_2) = P_{ij}$, a $D(x_1)$ i $D(x_2)$ równają się odpowiednio D_{j-1} oraz D_j.

Pomimo że wśród przesłanek przedstawionych wyżej dwóch koncepcji brak jest takich, które operują pojęciem użyteczności, przyjmuje się, że obydwa ujęcia prezentują nurt behawiorystyczny wśród koncepcji modelu "pośrednich możliwości". Założenie to, w świetle uczynionych poprzednio ustaleń odnośnie do kryteriów podziału na podejście makroskalowe i behawiorystyczne, jest niewątpliwie uproszczeniem, o tyle jednak wygodnym, że pozwala ów podział zastosować w stosunku do koncepcji modelu "pośrednich możliwości". Krok taki dodatkowo uzasadnia fakt, że pojawiły się już pierwsze próby zastosowania pojęcia użyteczności w zakresie założeń właściwych temu modelowi (por. Mazurkiewicz 1984a). Okazuje się, że pojęcie to daje się określić w terminach przesłanek przedstawionej wyżej koncepcji falowej, jeżeli przyjmie się założenie o wzajemnej zależności między rozmiarami użyteczności a pewną funkcją związaną z wysokością "bariery" pośrednich możliwości (gęstością tych możliwości na jednostkę powierzchni).

4. Koncepcja maksymalizacji entropii

W stosunku do przedstawionych wyżej dwu koncepcji odmienne podejście do zagadnienia konstruowania modelu "pośrednich możliwości" proponuje A.G.Wilson (1967). Jego ujęcie opiera się na przesłankach właściwych ujęciom makroskalowym. Założenia koncepcji zostały zapożyczone, podobnie jak w przypadku koncepcji modelu grawitacji, z obszaru badawczego fizyki statystycznej, a zasadą, po którą sięgnięto, była ta sama zasada maksymalizacji entropii. W poniższym podejściu uwaga skupia się zatem nie na zachowaniu pojedynczego człowieka w przestrzeni, lecz na zachowaniu dużych grup przemieszczających się w przestrzeni ludzi.

Stosując wprowadzoną nomenklaturę, można zdefiniować liczbę przemieszczeń (podróży) T_{ij} poza przedział odległości j jako

$$T_{ij} = K_i R_{ij},$$

gdzie K_i jest ogólną liczbą podróży powstających w obszarze i, a R_{ij} prawdopodobieństwem, że dowolna podróż rozpoczynająca się w i wydostanie się poza wszystkie przedziały odległości z przedziałem j włącznie. Stosując zmienną T_{ij} można z kolei określić wielkość I_{ij}, tzn. liczbę przemieszczeń kończących się w pierścieniu

$$I_{ij} = T_{ij-1} - T_{ij}.$$

A.G.Wilson (1967) zakłada, że wielkości T_{ij} tworzą system, który może być traktowany analogicznie do systemu utworzonego z wielkości I_{ij}. Podobnie jak dla tego drugiego, można określić pojęcie stanu systemu przemieszczeń T_{ij}, który będzie miał postać macierzy identycznej z przedstawioną w rozdziale II, a dokładniej wiersza tej macierzy, ponieważ rozpatrywana jest sytuacja, gdy wzajemne oddziaływanie zachodzi między jednym obszarem wyróżnianym i, a dowolnym spośród obszarów strefowych otaczających współśrodkowo ten pierwszy. Stan systemu przemieszczeń będzie się realizować na tyle sposobów, na ile można dokonać rozróżnialnych rozmieszczeń zbioru $T = \sum_j T_{ij}$ wszystkich podróży między poszczególne składniki wiersza (zbiory podróży) T_{ij} bez zmiany ich liczebności. Przy określonym stanie systemu podróży liczba możliwych rozmieszczeń (sposobów realizacji) wynosi

$$\frac{T!}{\prod_j T_{ij}!}, \tag{4.9}$$

przy czym istnieje jeden taki stan systemu T_{ij} max, dla którego ta liczba jest największa. Stan ten ustala się maksymalizując powyższe wyrażenie przy zachowaniu odpowiednich warunków, które musi spełniać system przemieszczeń. Pierwszy warunek wynika z nierówności

$$T_{ij} \leqslant K_i ,$$

zgodnie z którą nie może być więcej podróży podjętych poza pewien przedział odległości j aniżeli liczba podróży rozpoczynających się w i. Sumując te pierwsze po j, a równocześnie żądając, aby warunek miał postać równości, należy napisać

$$\sum_j T_{ij} = hK_i , \tag{4.10}$$

gdzie $1 \leqslant h \leqslant n$, a h jest liczbą przedziałów odległości.

Jeżeli T_{ij} przemieszczeń kontynuuje się poza pierścień j, wówczas koszt z nimi związany, mierzony liczbą pominiętych możliwości jest większy od tego jaki łączy się z podróżami dokonywanymi do pierścieni odległości położonych bliżej. Liczony w ten sposób koszt podróży wydostających się poza pierścień j wynosi

$$\sum_j D_j T_{ij} = C , \tag{4.11}$$

a otrzymaną funkcję można traktować jak odpowiednik ograniczenia, które w koncepcji modelu grawitacji nakłada się na ogólny koszt podróży podejmowanych na pewnym terytorium - równanie [2.3].

Maksymalizując wartość wyrażenia [4.9] przy warunkach danych równaniami [4.10] i [4.11] otrzymuje się najbardziej prawdopodobny rozkład podróży w zależności od kosztu pojmowanego jako liczba pośrednich możliwości pominiętych w procesie przemieszczania się w przestrzeni:

$$-\ln T_{ij} - LD_j - c = 0,$$

a stąd

$$T_{ij} = \exp(-LD_j - c), \qquad [4.12]$$

gdzie c jest mnożnikiem Lagrange'a związanym z równaniem [4.11]. Podstawiając powyższe wyrażenie do zależności [4.10] otrzymuje się

$$\exp(-c) = \frac{hK_i}{\sum_j \exp(-LD_j)} = g,$$

co po wstawieniu do równania [4.12] daje

$$T_{ij} = gK_i \exp(-LD).$$

Przyjmując, że liczba przemieszczeń l_{ij} kończących się w przedziale odległości j wynika z różnicy między liczbą podróży wydostających się z jednej strony poza przedział j-1, z drugiej zaś poza przedział j, można napisać

$$l_{ij} = T_{ij-1} - T_j = gK_i[\exp(-LD_{j-1}) - \exp(LD_j)];$$

otrzyma się wówczas równanie modelu "pośrednich możliwości".

Omówione koncepcje modelu "pośrednich możliwości" prezentują dwa sposoby przedstawiania zjawiska przestrzennego oddziaływania. Z jednej strony występują tu ujęcia składające się na podejście, które nazwano behawiorystycznym, z drugiej zaś, koncepcja reprezentująca podejście o makroskalowym charakterze. Pierwsze z nich oparte jest na założeniach odnoszących się do pojedynczej jednostki, drugie zaś operuje przesłankami dotyczącymi zachowania dużych grup takich jednostek podejmujących podróże w przestrzeni. Podział ten przypomina, uwzględniając przyjęte wcześniej zastrzeżenie o dokonanym uproszczeniu, rozróżnienie przeprowadzone w stosunku do koncepcji modelu grawitacji. Posłużono się nim w celach praktycznych, aby ujednolicić klasyfikację zbioru koncepcji związanych z modelami grawitacji i "pośrednich możliwości". Modele te dzielą jednak istotne różnice. Obok wymienionych już, dotyczących po pierwsze ich formalnego kształtu, po drugie natomiast natury przestrzeni, do której się odnoszą oraz związanego z tym sposobu pomiaru odległości, istnieje między nimi jedna jeszcze rozbieżność, która dotyczy parametru związanego z funkcją zmiennej odległości. Wprawdzie w przypadku obydwu modeli parametr ten jest stałą bezwymiarową, jednak jeśli chodzi o model "pośrednich możliwości", stała ta ma proste odniesienie do rzeczywistości. Jak już wspomniano w rozdziale poprzednim, parametr funkcji zmiennej odległości w modelu grawitacji ma również określoną interpretację w zakresie danych obserwacyjnych. Jego wartość liczbowa jest mianowicie związana ze średnim kosztem (długością) przemieszczeń, nieznana jest jednak postać związku między obydwoma wielkościami, pozwalająca obliczyć wartość parametru analitycznie bez uciekania się do skomplikowanych metod estymacji. Prostota interpretacji parametru modelu "pośrednich możliwości" polega natomiast na tym, że jego wartość można ustalić na drodze analitycznej, dysponując odpowiednim materiałem empirycznym. Wyrażenie, które potrzebne jest do określenia tej wartości otrzymuje się przekształcając równanie [4.3] lub [4.8]. Wynika z nich

$$L = \frac{\ln R_{ij}}{D_j} \qquad [4.13]$$

Jak widać, konieczna jest znajomość danych dotyczących proporcji podróży R_{ij} udających się poza określony przedział odległości j, oraz skumulowanej liczby pośrednich możliwości D_j, znajdujących się w tej odległości. Jeżeli odległość j wzrasta, powiększają się wartości obydwu składników ułamka, podczas gdy sama ich proporcja - wartość parametru L, pozostaje stała.

Przedstawiony w niniejszym rozdziale model "pośrednich możliwości" prezentuje inny, w porównaniu z modelem grawitacji, sposób konkretyzacji równania [1.2]. Związek między funkcjami tego równania a zmiennymi modelu "pośrednich możliwości" jest następujący: $f_1(K_i) = g_i K_i$, $f_3(N_j) = \exp(-LD_{j-1}) - \exp(-LD_j)$ oraz $f_{ij} = 1$.

Podstawowym zadaniem omawianych w dalszej części pracy własnych koncepcji modeli przestrzennego oddziaływania jest, obok stworzenia płaszczyzny teoretycznej integrującej przedstawione dotychczas podejścia, nadanie parametrowi modelu grawitacji podobnego charakteru jaki ma parametr modelu "pośrednich możliwości", w sensie możliwości obliczenia go w drodze analitycznej na podstawie danych empirycznych, bez potrzeby stosowania dotychczasowych metod estymacji statystycznej. Jak już wspomniano, sformułowano równanie, w którym parametr modelu grawitacji występuje w funkcji średniej długości (kosztu) podróży w systemie. Przedtem jednak omówiono koncepcje integrujące znane we współczesnej literaturze przedmiotu.

V. KONCEPCJE INTEGRUJĄCE

1. Uwagi wstępne

Dwie podstawowe formuły otrzymane w ramach omówionych trzech grup ujęć, a więc model grawitacji oraz model "pośrednich możliwości", charakteryzuje duża różnorodność założeń teoretycznych, w związku z czym można mówić o rozmaitych wersjach (koncepcjach) obydwu modeli. Wśród tych wersji dają się z kolei wyodrębnić dwa główne podejścia - makroskalowe i behawiorystyczne, różniące się przede wszystkim poziomem (skalą) analizy przedmiotu badania. Na każdy z tych poziomów składają się koncepcje odmienne w swojej naturze. Jeśli więc chodzi o model grawitacji i model "pośrednich możliwości", podejście makroskalowe tworzą koncepcje o probabilistycznym charakterze. Behawiorystyczny sposób widzenia realizowany jest tymczasem, w wypadku modelu grawitacji, przez ujęcia deterministyczne, w odniesieniu zaś do modelu "pośrednich możliwości" - koncepcje probabilistyczne. Ta różnorodność przesłanek i podejść stosowanych przy przedstawianiu zjawiska przestrzennego oddziaływania sprawia, że od pewnego już czasu próbuje się utworzyć wspólną płaszczyznę teoretyczną, w ramach której możliwe byłoby połączenie wypracowanych w ramach poszczególnych grup koncepcji, sposobów ujmowania tego zjawiska. Próby te polegają z jednej strony na powiązaniu koncepcji modelu grawitacji z modelem "pośrednich możliwości", z drugiej zaś, podejścia makroskalowego z behawiorystycznym. Do tej pory udało się wyprowadzić na podstawie tych samych przesłanek teoretycznych model grawitacji i model "pośrednich możliwości", jak również połączyć ze sobą makroskalowy i behawiorystyczny punkt widzenia. Tego drugiego przedsięwzięcia dokonano na razie w stosunku do modelu grawitacji, formułując przesłanki, w ramach których stało się możliwe wyprowadzenie zarówno makroskalowej jak i behawiorystycznej wersji tego modelu.

Koncepcje, w ramach których dokonano powyższych prób będą w dalszym ciągu nazywane integrującymi (por. Cesario i Smith 1975). W literaturze przedmiotu znane są dwie takie koncepcje. Wcześniejsza została rozwinięta przez A.G.Wilsona (1970), drugą sformułował J.M.Choukroun (1975).

Ten pierwszy jako koncepcję integrującą zaproponował ujęcie oparte na zasadzie maksymalizacji entropii. Jak już pokazano, posługując się tą zasadą można otrzymać zarówno model grawitacji, jak i model "pośrednich możliwości". A.G.Wilson udowodnił dodatkowo, że w jej terminach jest możliwa interpretacja także behawiorystycznego punktu widzenia. Ujął on zagadnienie maksymalizacji użyteczności w ten sposób, że uczynił je równoważnym zagadnieniu maksymalizacji entropii.

J.M.Choukroun skupił swą uwagę wyłącznie na modelu grawitacji, formułując koncepcję, w kategoriach której mógł połączyć postępowanie badawcze właściwe podejściom behawiorystycznemu oraz makroskalowemu.

Ponieważ sposób otrzymania modelu "pośrednich możliwości" w ramach koncepcji opartej na zasadzie maksymalizacji entropii omówiono już poprzednio, rozważania zawarte w tym rozdziale poświęcono zagadnieniu integracji podejścia behawiorystycznego, a dokładniej jego deterministycznego wariantu, z podejściem makroskalowym, w ramach założeń odnoszących się do modelu grawitacji. Przedstawiono najpierw punkt widzenia właściwy koncepcji A.G.Wilsona, następnie zaś koncepcję integrującą J.M.Choukrouna.

2. Koncepcja integrująca A.G.Wilsona

Podstawowym założeniem koncepcji A.G.Wilsona (1970, s. 100-115) jest, że stan równowagi, który jest najbardziej prawdopodobnym stanem układu interakcji w przestrzeni jest równocześnie stanem maksymalizującym pewną ogólną miarę użyteczności, będącą sumą użyteczności osiąganych przez poszczególne jednostki (decydentów) d z tytułu dokonywanych przemieszczeń. Użyteczność u^d, jaką jednostka przypisuje podróży z obszaru i do obszaru j jest funkcją dwu wielkości - kosztu podróży (x_{ij}) między tymi obszarami oraz kosztu h_j związanego z potrzebami, które jednostka może zaspokoić w obszarze j. Wielkość tego kosztu może być traktowana jak miara korzyści uzyskiwanych z podróży do obszaru j w związku z osiągnięciem określonego poziomu zaspokojenia potrzeb jednostki. Funkcja użyteczności związana z przemieszczaniem do j jest więc następująca:

$$u^d = u^d(h_j, x_{ij}).$$

Najprostszą postacią tej funkcji jest postać liniowa

$$u^d = a_1 h_j - a_2 x_{ij},$$

gdzie a_1 i a_2 są parametrami równania; znak minus przed drugim wyrazem po prawej stronie równania oznacza zmniejszenie użyteczności w miarę wzrostu długości podróży.

Jeżeli rozpatrywany jest zbiór złożony z dużej liczby przemiszczających się jednostek, można określić średnią użyteczność u, przypisując ją dowolnemu podróżującemu. Ogólna użyteczność U osiągana przez wszystkie jednostki zlokalizowane w obszarze i, przemieszczające się do różnych obszarów j jest zatem wyrażona przy pomocy równania

$$U = \sum_j I_{ij} (a_1 h_j - a_2 x_{ij}) = I\, u, \qquad [5.1]$$

gdzie $I = \sum_j I_{ij}$ jest ogólną liczbą podróży w systemie. Równanie [5.1] jest traktowane jako podstawowy warunek ograniczający w procedurze określania najbardziej prawdopodobnego rozkładu wielkości przemieszczeń między obszarami. Procedura ta jest identyczna z opisaną wcześniej metodą maksymalizacji entropii. Zgodnie z nią obliczana jest maksymalna wartość wyrażenia

$$S = \frac{I!}{\prod_{ij} I_{ij}!},$$

opisującego liczbę wszystkich możliwych rozmieszczeń indywidualnych podróży w ramach określonego rozkładu wielkości strumieni przemieszczeń $I_{i1}, I_{i2}, \ldots, I_{in}$. Maksymalizując powyższe wyrażenie przy uwzględnieniu warunku danego równaniem [5.1]

$$\sum_j I_{ij}\, u = U$$

oraz dodatkowego warunku, że liczba wszystkich podróży zakończonych w poszczególnych obszarach j musi być równa liczbie podróży K_i opuszczających obszar i

$$\sum_j I_{ij} = K_i$$

otrzymuje się model grawitacji o następującej postaci:

$$I_{ij} = a_i K_i \exp\left[-a_3 (a_2 x_{ij} - a_1 h_j)\right].$$

Przyjmując, że wielkość $\exp(a_3 a_1 h_j)$ w powyższym równaniu jest w określony sposób związana z masą M_j obszaru j, pełniącą rolę czynnika przyciągającego podróże, można je zapisać jako

$$I_{ij} = a_i K_i M_j \exp(-B\, x_{ij})$$

$$a_i = 1/\sum_j M_j \exp(-B\, x_{ij}),$$

otrzymując model grawitacji, gdzie parametr $B = a_3 a_2$.

3. Koncepcja integrująca J.M.Choukrouna

J.M.Choukroun (1975) zaprezentował próbę powiązania podejścia statystycznego charakterystycznego dla koncepcji makroskalowych z podejściem właściwym kierunkowi behawiorystycznemu, wyprowadzając w obydwu wypadkach tę samą postać modelu grawitacji. W odniesieniu do pierwszego z nich rozpatruje on zjawisko interakcji w przestrzeni jako złożone z bardzo dużej liczby przemieszczeń i zakłada, że każdemu obszarowi można przypisać prawdopodobieństwo p_i powstania podróży oraz prawdopodobieństwo q_j zakończenia tam podróży, traktując obydwa prawdopodobieństwa jako niezależne. Na podstawie tych prawdopodobieństw można obliczyć prawdopodobieństwo tego, że określona liczba podróży $\sum_j I_{ij} = I_{ix}$ powstanie w obszarze i oraz, że ustalona liczba podróży $\sum_i I_{ij} = I_{xj}$ zakończy się w obszarze j. Prawdopodobieństwa te wynoszą odpowiednio $(p_i)^{I_{ix}}$ oraz $(q_j)^{I_{xj}}$, a ich łączne prawdopodobieństwo $(p_i)^{I_{ix}} (q_i)^{I_{xj}}$. Dla wszystkich obszarów powstawania podróży, i, oraz obszarów ich kończenia, j, łączne prawdopodobieństwo występowania między nimi strumieni przemieszczeń o wielkościach I_{ix} dla każdego i oraz I_{xj} dla każdego j można zapisać jako

$$\prod_i (p_i)^{I_{ix}} \prod_j (q_j)^{I_{xj}} = \prod_{i,j} (p_i q_j)^{I_{ij}}.$$

Mnożąc prawą stronę powyższego wyrażenia przez liczbę sposobów, na jakie ogólna liczba podróży $I = \sum_{i,j} I_{ij}$ daje się rozmieścić między strumienie przemieszczeń o wielkościach I_{ij} otrzymuje się rozkład wielomianowy

$$\frac{I!}{\prod_{i,j} I_{ij}!} \prod_{i,j} (p_i q_j)^{I_{ij}}, \qquad [5.2]$$

na podstawie którego, drogą maksymalizacji, znajduje się najbardziej prawdopodobny rozkład wielkości I_{ij}. Z racji skomplikowanej postaci powyższego wyrażenia obliczana jest maksymalna wielkość jego logarytmu

$$\sum_{i,j} I_{ij} (\log I_{ij} - \log I\, p_i q_j) \qquad [5.3]$$

dla warunków ograniczających $\sum_{ij} I_{ij} = I$ oraz $\sum_{ij} I_{ij} x_{ij} = k$, gdzie k oznacza ogólne nakłady ponoszone na podróże w układzie. W wyniku otrzymuje się wyrażenie na model grawitacji

$$I_{ij} = C_i p_i q_j \exp(-B\, x_{ij}), \qquad [5.4]$$

$$C_i = I / \sum_{i,j} p_i q_j \exp(-B\, x_{ij}).$$

Model wielomianowy dany równaniem [5.3] można wyprowadzić stosując podejście behawiorystyczne. Założenia, jakie w związku z tym przyjął J.M.Choukroun, dotyczą pojedynczej jednostki (decydenta) d, który podejmuje pewną liczbę podróży I_d dysponując budżetem B_d, którego nie może przekroczyć pokrywając koszty podróży. Użyteczność, jaką jednostka przypisuje podróżom, określona jest jako pewna funkcja U_d. Celem jednostki d jest maksymalizacja użyteczności (U_d) przemieszczeń w przestrzeni przy założeniu, że suma podróży l_{ij}^{d} między poszczególnymi obszarami i oraz j będzie równa ogólnej liczbie podróży l_{d} oraz, że koszt związany z tymi podróżami nie przekroczy budżetu, jakim dysponuje jednostka. Obydwa warunki można zapisać jako

$$\sum_{i,j} l_{ij}^{d} = l_{d} \quad \text{oraz} \quad \sum_{i,j} l_{ij}^{d} x_{ij} = B_{d}.$$

Według J.M.Choukrouna użyteczność, jaką jednostka osiąga podróżując między wszystkimi obszarami jest sumą użyteczności U_{ij}^{d} uzyskiwanych z podróży między parami poszczególnych obszarów (i, j), a więc

$$U_{d} = \sum_{i,j} U_{ij}^{d}. \qquad [5.5]$$

Z kolei użyteczność U_{ij}^{d} jest równa użyteczności u_{ij}^{d}, jaką daje pojedyncza podróż między obszarami i oraz j, pomnożonej przez liczbę przemieszczeń l_{ij}^{d} między tymi obszarami, tzn.

$$U_{ij}^{d} = l_{ij}^{d} u_{ij}^{d},$$

przy założeniu, że użyteczność jednej podróży u_{ij}^{d} jest funkcją liczby podróży między obszarami i oraz j

$$u_{ij}^{d} = f\,(l_{ij}^{d}). \qquad [5.6]$$

Funkcja użyteczności zapisana w wyjściowej postaci równaniem [5.5] może być teraz, po uwzględnieniu dwóch ostatnich równań, zapisana jako:

$$U_{d} = \sum_{ij} l_{ij}^{d} f(l_{ij}^{d}). \qquad [5.7]$$

Aby określić postać funkcji danej równaniem [5.6] J.M.Choukroun przyjmuje jeszcze jedno założenie - jednostce zależy nie tyle na rozmiarach użyteczności jaką może uzyskać z podróży, ile na zysku użyteczności w stosunku do pewnej jej spodziewanej ilości, z góry przypisywanej przemieszczeniom, których ma dokonać. Jeżeli zatem oczekuje ona, że z ogólnej liczby l^d podróży dokona ich $\bar{l}^d_{ij}$ między obszarem i a obszarem j, wówczas spodziewana użyteczność każdej z nich będzie $f(\bar{l}^d_{ij})$. Gdy jednak zamiast $\bar{l}^d_{ij}$ przemieszczeń nastąpi ich l^d_{ij}, wówczas zysk użyteczności, który może być zarówno dodatni jak ujemny, wyniesie $f(l^d_{ij} - f(\bar{l}^d_{ij})$. Przyjmując na podstawie dodatkowych założeń, że użyteczność jest nieliniową funkcją liczby podróży, a więc $f(l^d_{ij}) = \log l^d_{ij}$ oraz $f(\bar{l}^d_{ij}) = \log l^d\, p_i q_j$ otrzymuje się nową postać równania [5.7]:

$$U_d = \sum_{ij} l^d_{ij} (\log l^d_{ij} - \log l^d\, p_i q_j),$$

które, jak widać jest identyczne z równaniem [5.3] opisującym rozkład wielomianowy w formie logarytmicznej.

Poszukiwana jest maksymalna wartość funkcji U_d (minimalna w przypadku, gdy zysk użyteczności jest ujemny). Zastosowanie odpowiedniej procedury pozwala wyprowadzić model grawitacji, który opisuje przestrzenne zachowanie jednostki d. Przyjmując, że zachowanie to jest typowe dla wszystkich jednostek rodzaju d, model ten można zapisać następująco

$$l^d_{ij} = C^d_i\, p_i q_j \exp(-B\, x_{ij}),$$

$$C^d_i = 1/ \sum_{ij} p_i q_j \exp(-B\, x_{ij}).$$

Otrzymany model grawitacji jest równoważny modelowi [5.4] tylko wtedy, gdy rozpatrywany jest duży zbiór jednostek, N_d, które można zaliczyć do tego samego rodzaju d. Liczba elementów w tym zbiorze powinna być na tyle duża, aby na tej podstawie można było wyciągnąć wnioski również o statystycznym charakterze. Najbardziej prawdopodobny rozkład strumieni przemieszczeń można wówczas oznaczyć jako I_{ij}. Z formalnego punktu widzenia równoważność obydwu wersji modelu grawitacji można przedstawić w postaci równości (Choukroun 1975):

$$I_{ij} = N_d I_{ij}^d ,$$

która jest matematycznym wyrazem zabiegu agregacji, jakiego należy dokonać przechodząc od opisu właściwego dla zachowania pojedynczych ludzi do opisu w makroskali, przedstawiającego zachowania dużych grup ludzi. Przy agregacji zakłada się jednorodność wszystkich elementów zbioru jednostek ludzkich.

Każda z przedstawionych koncepcji, które określono jako integrujące, prezentuje inny sposób połączenia rozwiązań typowych dla dwóch podstawowych podejść do modelu grawitacji - makroskalowego i behawiorystycznego. Koncepcje integrujące nie różnią się między sobą gdy chodzi o zastosowanie przesłanek o statystycznym charakterze. Zjawisko wzajemnego oddziaływania modelowane jest w tym przypadku z punktu widzenia jego tendencji do osiągania samorzutnie stanu równowagi przestrzennej, który jest określony najbardziej prawdopodobnym sposobem rozmieszczenia między obszarami. Aby zdefiniować stan równowagi układu przestrzennego oddziaływania, posłużono się w obydwu koncepcjach podobną formułą określającą częstość pojawiania się dowolnej konfiguracji wielkości strumieni przemieszczeń. Procedura maksymalizacji tej formuły, przy równoczesnym spełnieniu warunków ograniczających związanych z ogólnym kosztem pokonywania odległości, pozwala otrzymać model grawitacji opisujący najbardziej prawdopodobny rozkład wzajemnego oddziaływania w zbiorze obszarów.

Różnica między koncepcjami wynika ze sposobu, w jaki do przesłanek o statystycznym charakterze nawiązują założenia, na których opiera się podejście behawiorystyczne. W podejściu tym główną rolę odgrywa pojęcie użyteczności. Obydwie koncepcje opierają się na założeniu o maksymalizacji użyteczności jako głównej przyczynie określającej zachowanie człowieka w przestrzeni. W przypadku każdej koncepcji inaczej jednak ujmowana jest idea tej użyteczności. Według A.G.Wilsona maksymalizacja użyteczności jest równoważna poszukiwaniu najbardziej prawdopodobnego stanu systemu przemieszczeń w przestrzeni, a więc stanu, który maksymalizuje entropię tego systemu. Stan ten określany jest przy pewnych warunkach ograniczających, nałożonych na system. Podstawowym ograniczeniem są ogólne rozmiary użyteczności osiągane przez wszystkie przemieszczające się w przestrzeni jednostki, zakładając, że każda jednostka uzyskuje tę samą średnią użyteczność dla podobnej liczby podróży.

Zgodnie z koncepcją J.M.Choukrouna użyteczność jest kategorią przypisaną podróżom dokonywanym przez pojedynczego człowieka. Ma ona postać określonej funkcji, której wartość należy zmaksymalizować, aby znaleźć rozkład opisujący zależność liczby podróży od ich długości. Rozkład ten, przeniesiony następnie na dużą liczbę przypadków, pozwala otrzymać model grawitacji opisujący optymalny - pod względem kosztu pokonywania odległości - rozkład wielkości strumieni przemieszczeń w przestrzeni.

W następnym rozdziale przedstawiono własną koncepcję, mającą charakter podejścia integrującego, w ramach którego wyprowadzono obydwa podstawowe modele przestrzennego oddziaływania, a więc model grawitacji oraz model "pośrednich możliwości". Przyjęto punkt widzenia typowy dla ujęć makroskalowych, oparty na założeniu o masowym charakterze zjawiska przestrzennego oddziaływania oraz o wynikającej stąd statystycznej naturze prawidłowości rządzących tym zjawiskiem.

Statystyczną naturę przypisywaną zjawisku przestrzennego oddziaływania uwzględniono stosując pojęcie zmiennej losowej oraz pojęcie rozkładu tej zmiennej. Użycie tych pojęć pozwoliło interpretować zmniejszanie się wzajemnego oddziaływania z odległością w terminach zmniejszania się prawdopodobieństwa losowego rozkładu zdarzeń wraz ze wzrostem odległości. Związek między odległością a prawdopodobieństwem rozkładu zdarzeń (długością podróży) przedstawiono w kategoriach właściwej funkcji zmiennej odległości. Jej różne postacie stanowią w każdym przypadku podstawę do wyprowadzenia odpowiedniego modelu przestrzennego oddziaływania. W następnym rozdziale omówiono sposób otrzymania funkcji zmiennej odległości; opierając się na tej funkcji sformułowano najpierw model grawitacji, potem zaś model "pośrednich możliwości".

VI. NOWE PODEJSCIE DO MODELU GRAWITACJI ORAZ MODELU "POSREDNICH MOŻLIWOSCI"

1. Uwagi wstępne

Do podstawowych pojęć prezentowanej koncepcji należy pojęcie zmiennej losowej. Zastosowano je w sformułowanych modelach grawitacji i "pośrednich możliwości", przy czym ten pierwszy skonstruowano dodatkowo w wersji nawiązującej do behawiorystycznej koncepcji maksymalizacji użyteczności. Rozpatrywane więc będą w sumie trzy modele przestrzennego oddziaływania, prezentujące przedstawione wcześniej podstawowe grupy koncepcji, a dotyczące zjawiska przestrzennego oddziaływania o bezpośrednim charakterze.

Zjawisko to analizowano w kategoriach statystycznych. Reprezentuje je wprawdzie pojedyncza jednostka ludzka, jej zachowanie jednak jest zachowaniem uśrednionym, uogólnieniem dużej liczby indywidualnych zachowań charakterystycznych dla poszczególnych przemieszczeń, dokonywanych niezależnie od siebie w dużej populacji ludzi podejmujących podróże. Statystyczna natura zjawiska znalazła swój wyraz w zastosowaniu pojęć zmiennej losowej i rozkładu tej zmiennej.

W dalszych rozważaniach zjawisko przestrzennego oddziaływania rozpatrywano jako sytuację, gdy istnieje jeden obszar powstawania przemieszczeń, z których każde kończy się w dowolnym spośród innych obszarów otaczających ten pierwszy. Chcąc zbudować model powyższego zjawiska należy dokonać konceptualizacji zarówno samego zjawiska jak i jego modelu operacyjnego. Jak już zostało ustalone, modelem operacyjnym jest macierz danych, przedstawiająca w numerycznej formie rzeczywiste wielkości strumieni przemieszczeń między obszarami.

Konceptualizacja zjawiska przestrzennego oddziaływania polega na wprowadzeniu założeń upraszczających, pozwalających określić (zdefiniować) pewien układ empiryczny, stanowiący wyidealizowany obraz powyższego zjawiska. W celu otrzymania wspomnianych trzech modeli przestrzennego oddziaływania, zastosowano ten sam w zasadzie układ założeń upraszczających. Opierając się na nich wyprowadzono jako pierwszy model grawitacji, następnie model "pośrednich możliwości", na końcu zaś model grawitacji w wersji behawiorystycznej.

2. Model grawitacji

Założenia upraszczające są następujące:

(1) dana jest jednorodna przestrzeń podzielona na przedziały (kosztu) odległości x, $x = 1, 2, \ldots, x$, które jako współśrodkowe pierścienie otaczają centralny obszar tej przestrzeni;

(2) w obszarze tym zlokalizowana jest bardzo duża liczba (k) ludzi (jednostek) jednakowych pod każdym względem; jednostki są zdolne przemieszczać się w przestrzeni i docierać do dowolnego przedziału odległości, lub prościej - obszaru x;

(3) każda jednostka dokonuje jednej tylko podróży, a więc zbiory ludzi i przemieszczeń są równoliczne;

(4) z każdym przedziałem odległości (obszarem) x jest związana taka sama masa $M_x = M$ - liczba potencjalnych miejsc zakończeń podróży

(miejsc działalności) stanowiących uproszczone odpowiedniki miejsc ludzkiej aktywności życiowej i zawodowej, określająca poziom atrakcyjności obszaru z punktu widzenia jednostek znajdujących się w obszarze centralnym.

Powyższe założenia opisują układ empiryczny związany ze zjawiskiem przestrzennego oddziaływania. Układ ten ma postać abstrakcyjnej przestrzeni podzielonej na obszary jednakowe pod względem występującej w nich liczby i rodzaju miejsc potencjalnych zakończeń przemieszczeń. Obszary te wywierają wpływ na jednakowe pod każdym względem i zaludniające jeden wyróżniony obszar jednostki ludzkie, wywołując przemieszczenia w przestrzeni.

Konceptualizacja modelu operacyjnego z kolei pozwala otrzymać model semantyczny zjawiska, tj. układ pojęć związanych z podstawowymi elementami struktury układu empirycznego. Pojęcia te oraz odpowiadające im zmienne są następujące: wielkość przestrzennego oddziaływania (I_x) między obszarem centralnym a obszarem x, odległość między tymi obszarami (x), wielkość masy (K) obszaru centralnego oraz wielkość masy (M) dowolnego z pozostałych obszarów. Zmienną K należy równocześnie traktować jako liczebność zbioru $\{k\}$, $k = 1, 2, ..., K$, gdzie k oznacza pojedynczą jednostkę ludzką.

Model zjawiska przestrzennego oddziaływania, w którym I_x pełni rolę zmiennej wyjaśnianej, zaś K, M i x - zmiennych wyjaśniających, sformułowano posługując się rozkładem zmiennej losowej, do którego określenia wykorzystano dwa z powyższego zestawu pojęć. Pierwsze to pojęcie masy K, określone przez zbiór jednostek ludzkich $\{k\}$, drugie - pojęcie odległości, któremu odpowiada zbiór $\{x\}$, $x = 1, 2, ..., X$. Obydwa zbiory posłużyły do skonstruowania tzw. przestrzeni zdarzeń elementarnych - kategorii, w ramach której definiuje się zmienną losową oraz jej rozkład (por. Feller 1980, s. 18 i następne). W stosunku do zbioru $\{x\}$ przyjmuje się przy tym założenie, że złożony jest z elementów nierozróżnialnych, tzn. nie wyróżnionych przy pomocy osobnych znaków i że znana jest jedynie ich ogólna liczba, X (por. Mazurkiewicz 1982).

Przestrzeń zdarzeń elementarnych utworzona na podstawie obydwu zbiorów jest przestrzenią wszystkich możliwych, rozróżnialnych uporządkowań (rozmieszczeń) elementów zbioru odległości między elementami zbioru podróży (ludzi). Dla ułatwienia, można sobie wyobrazić podróże jako ponumerowane komórki, a odległości jako nierozróżnialne kule. Rozmieszczenie odległości między podróże jest wówczas równoważne rozmieszczeniu kul w komórkach.

Na przykład niech będą dane trzy podróże: K = 1, 2, 3 i trzy przedziały odległości, X = 3. Możliwych rozmieszczeń jest w tej sytuacji 10 (kreski oznaczają komórki, które ponumerowane są w myślach od 1 do 3, poczynając od lewej kreski):

(111) (222) (333) (112) (113) (122) (223) (133) (233) (123).

Każde z tych rozmieszczeń ma postać X-elementowej kombinacji z powtórzeniami ze zbioru podróży $\{k\}$. Kombinacje te są zapisane w nawiasach pod rozmieszczeniami. Każdą z nich można przedstawić jako nieuporządkowany zespół liczb $(n_1, n_2, \ldots, n_x)$, gdzie n jest dowolną liczbą ze zbioru $\{k\}$, k = 1, 2, ..., K, indeks przy n określa liczbę rozmieszczonych kul - odległości. Dowolna liczba ze zbioru k = 1, 2, ..., K na pierwszym miejscu mówi o numerze komórki-podróży, w której znalazła się pierwsza kula-odległość, dowolna liczba z tego zbioru na drugim miejscu informuje o numerze komórki-podróży, w której znalazła się druga kula-odległość, ..., dowolna liczba na X-tym miejscu określa numer komórki-podróży, do której trafiła ostatnia, X-ta kula-odległość. W sumie jeżeli liczba k pojawi się x razy (na ogólną liczbę X) obojętnie na którym miejscu, oznacza to, że w komórce k znajduje się x kul lub, że z podróżą k związane jest x przedziałów odległości.

Każde pojedyncze, przedstawione na powyższym schemacie rozmieszczenie (odpowiadająca mu kombinacja) jest jednym zdarzeniem elementarnym, natomiast wszystkie rozmieszczenia (kombinacje) dają przestrzeń zdarzeń elementarnych.

Dla zbioru k rozróżnialnych podróży i zbioru odległości o liczebności X liczba zdarzeń elementarnych tworzących przestrzeń tych zdarzeń jest równa liczbie X-elementowych kombinacji z powtórzeniami ze zbioru $\{k\}$, k = 1, 2, ..., K. Zdarzeń tych jest $\binom{K + X - 1}{X}$, przy czym podstawowym założeniem, jakie się czyni jest, że każde z nich ma to samo prawdopodobieństwo wystąpienia równe $\binom{K + X - 1}{X}^{-1}$ (por. Feller 1980, s. 46).

Zdarzeniem w powyższej przestrzeni jest zbiór tych kombinacji, które są scharakteryzowane przez taką samą liczbę powtórzeń dowolnego elementu ze zbioru $\{k\}$. Jeżeli element k powtórzy się x razy, $x \leq X$, to oznacza to, że x przedziałów odległości związane jest z podróżą k, lub - co na jedno wychodzi - że odległość, na jaką odbywa się podróż wynosi x. Długość podróży k_x jest traktowana jak zmienna losowa, a prawdopodobieństwo, że zmienna ta przyjmie wartość x, $p(k_x = x)$, jest rozkładem zmiennej losowej. Prawdopodobieństwo to można obliczyć jako stosunek liczby X-elementowych kombinacji, w których element ze zbioru $\{k\}$ powtarza się x razy do ogólnej liczby X-elementowych kombinacji tworzących przestrzeń zdarzeń elementarnych

$$P(k_x = x) = \binom{K + X - x - 2}{X - x} : \binom{K + X - 1}{X}.$$

Jeżeli założy się, że $X \to \infty$ oraz $K \to \infty$ w taki sposób, że średnia liczba przedziałów odległości przypadających na podróż, $X/K = Q$, jest stała, to powyższe wyrażenie przyjmie postać rozkładu geometrycznego

$$P\,(k_x = x) = \frac{Q^{x-1}}{(1 + Q)^x} = P_x,$$

gdzie p_x oznacza prawdopodobieństwo, że podróż zakończy się w przedziale odległości (obszarze) x, lub że jej koszt wynosi x. Parametr Q jest średnią długością (kosztem) podróży i może być interpretowany jako miara natężenia (wielkości) wpływu, jaki odległość wywiera na przestrzenne oddziaływanie. Im większa jego wartość, tym wpływ ten jest mniejszy i na odwrót. Otrzymane wyrażenie można zapisać jako

$$p_x = \exp (x-1) \ln Q - x \ln (1+Q) ,$$

skąd

$$p_x = b_1 \exp (-Bx) , \qquad [6.1]$$

gdzie b_1 jest stałą proporcjonalności zapewniającą, przy skończonej wielkości X, że równanie [6.1] sumuje się do jedności. W równaniu tym parametr B równa się

$$B = \ln (1 + Q) - \frac{x - 1}{x} \ln Q$$

lub dla dużych x

$$B = \ln (1 + \frac{1}{Q}). \qquad [6.2]$$

Parametr B jest stałą bezwymiarową, Q natomiast jest mierzony w jednostkach (kosztu) odległości. Ten pierwszy odpowiada parametrom stosowanym we wszystkich omówionych dotychczas wersjach modelu grawitacji. Równanie [6.2] pozwala interpretować te parametry w terminach średniego kosztu podróży, którego są nieliniową funkcją.

Równanie [6.1] jest rozkładem zmiennej losowej opisującym zależność między prawdopodobieństwem wzajemnego oddziaływania (p_x) a odległością (x) w warunkach idealnej przestrzeni, gdzie jedynym czynnikiem wpływającym na wielkość tego prawdopodobieństwa jest opór odległości, wyrażony ilościowo przy pomocy parametru B. Równanie to prezentuje zatem funkcję zmiennej odległości z nową postacią parametru, który definiuje się w terminach średniej długości (kosztu) podróży. Warto zwrócić uwagę, że wyrażenie [6.1] jest identyczne z równaniem [2.9], opisującym rozkład zmiennej losowej otrzymany przy zastosowaniu zasady maksymalizacji entropii.

Zastosowanie przedstawionej procedury prowadzącej do skonstruowania przestrzeni zdarzeń elementarnych, a w jej terminach, rozkładu zmiennej losowej, pozwoliło wyodrębnić, a następnie zdefiniować wpływ jednego tylko czynnika (odległości) na zachowanie człowieka w przestrzeni. Założenie uproszczonej sytuacji dotyczącej zjawiska przestrzennego oddziaływania przez zredukowanie do minimum liczby określających ją czynników umożliwiło zatem ujęcie istoty tego zjawiska jako statystycznej prawidłowości, polegającej na spadku intensywności wzajemnego oddziaływania z odległością w formie zmniejszania prawdopodobieństwa losowego rozkładu zdarzeń. Powyższa zależność intensywności (prawdopodobieństwa) przestrzennego oddziaływania od odległości przysługuje zjawisku w sposób naturalny i ujawnia się wówczas, gdy jest ono analizowane w swojej właściwej, masowej naturze.

Otrzymany w postaci równania [6.1] związek między odległością a wielkością reprezentującą przestrzenne oddziaływanie, ustalono przy upraszczającym założeniu, że masy obszarów są jednakowe. Aby uwzględnić ich wpływ uchyla się to założenie przyjmując, że z każdym obszarem x związana jest inna masa M_x, co można zapisać:

$$p_x = a_1 M_x \exp(-Bx),$$

gdzie a_1 jest stałą proporcjonalności zapewniającą, że p_x sumuje się do jedności, a więc

$$a_1 = 1 / \sum_x M_x \exp(-Bx).$$

Przyjmując, że w obszarze centralnym znajduje się K jednostek, wielkość wzajemnego oddziaływania między tym obszarem a obszarem x wynosi

$$l_x = Kp_x$$

lub uwzględniając wprowadzone wyżej wyrażenie na a_1

$$l_x = a_1 KM_x \exp(-Bx),$$
$$a_1 = 1/\sum_x M_x \exp(-Bx). \qquad [6.3]$$

Równanie [6.3] prezentuje model grawitacji sformułowany w kategoriach rozkładu zmiennej losowej. Zmienną tą jest długość (koszt) podróży dokonywanej przez dowolną jednostkę. Rozkład zmiennej losowej wyprowadzony został w postaci wykładniczej i prezentuje funkcję zmiennej odległości.

3. Model "pośrednich możliwości"

Posługując się opisanym wyżej rozkładem zmiennej losowej można otrzymać model "pośrednich możliwości" (Mazurkiewicz 1984b). Podobnie jak wyżej, punktem wyjścia jest ta sama przestrzeń $\binom{K+X-1}{X}$ zdarzeń elementarnych. Każde zdarzenie elementarne ma postać kombinacji z powtórzeniami dowolnych elementów ze zbioru $\{k\}$, $k = 1, 2, \ldots, K$. Zdarzeniem w powyższej przestrzeni jest zbiór zdarzeń elementarnych (kombinacji) o takiej samej liczbie powtórzeń elementu k. Jeżeli element k powtórzy się x razy, tzn. jeżeli x przedziałów odległości przypisane zostaje przemieszczeniu k, to można to interpretować - w kontekście właściwym dla założeń modelu, "pośrednich możliwości" - jako fakt, że podróżujący wydostanie się poza x przedziałów odległości. Wielkość p_x dana równaniem [6.1] oznacza zatem prawdopodobieństwo, że podróż odbyła się poza przedział odległości (obszar) x. Jak wiadomo, odległość w modelu "pośrednich możliwości" jest mierzona skumulowaną liczbą możliwości zlokalizowanych w obszarach pominiętych przez podróżującego. Uchylając, jak poprzednio, ostatnie założenie upraszczające i przyjmując, że w każdym obszarze jest M_x miejsc potencjalnych zakończeń podróży, można zdefiniować odległość (D_x) mierzoną w kategoriach tych możliwości jako

$$D_x = \sum_v M_v, \quad v = 1, 2, \ldots, x.$$

W tych samych kategoriach można również określić parametr Q. W nowym ujęciu parametr ten jest rozumiany jako średnia odległość pomijana przez podróże. W granicach tej odległości zlokalizowana jest pewna liczba pośrednich możliwości, dzięki którym średnia odległość może być zdefiniowana jako odległość funkcjonalna i oznaczona przez D. Dzieląc parametr B przez D otrzymuje się wartość tego pierwszego wyrażoną w kategoriach pośrednich możliwości

$$L = B/D = \frac{\ln\left(1 + \frac{1}{Q}\right)}{D}. \qquad [6.4]$$

Można udowodnić (por. Mazurkiewicz 1984b), że parametr L zmienia się w przedziale (0, 1), ma więc wymiar prawdopodobieństwa i jest interpretowany jako prawdopodobieństwo tego, że dowolna, losowo wybrana możliwość zostanie zaakceptowana przez podróż - zob. równanie [4.13].

W odniesieniu zatem do przestrzeni, w której odległość jest mierzona w terminach pośrednich możliwości, prawdopodobieństwo p'_x, że podróż minie przedział odległości x, ma postać:

$$p'_x = b_2 \exp(-L D_x).$$

W porównaniu z wyrażeniem [6.1] uległ zmianie parametr oraz zmienna odległości - obydwie wielkości wyrażono w terminach pośrednich możliwości. Stała b_2 w powyższym równaniu wynosi 1, gdyż musi być zapewnione, aby w przypadku gdy $D_x = 0$ było $p'_x = 1$.

Posługując się otrzymanym wyrażeniem określić można prawdopodobieństwo, że przemieszczenie zakończy się gdzieś między obszarem centralnym a obszarem x, wliczając ten obszar. Prawdopodobieństwo to wynosi

$$1 - p'_x = 1 - \exp(-LD_x).$$

Dla dwóch obszarów (przedziałów odległości), x-1 oraz x, można obliczyć - opierając się na powyższej równości - prawdopodobieństwo w_x, że podróż zakończy się w obszarze x:

$$w_x = (1 - p'_{x-1}) - (1 - p'_x),$$

co daje

$$w_x = \exp(-LD_{x-1}) - \exp(-LD_x), \qquad [6.5]$$

gdzie w_x należy traktować jak rozkład zmiennej losowej, opisujący zdarzenie, że długość podróży wynosi x. Mnożąc obydwie strony otrzymanego równania przez K, a więc liczbę jednostek w obszarze centralnym podejmujących podróże, otrzymuje się model "pośrednich możliwości"

$$l_x = K \exp\left[(-LD_{x-1}) - \exp(-LD_x)\right].$$

Jak widać, zastosowanie rozkładu zmiennej losowej, określonego w terminach otrzymanej przestrzeni zdarzeń elementarnych, pozwala wyprowadzić zarówno model grawitacji jak i model "pośrednich możliwości". Kwestia, w którym z tych modeli rozkład ten będzie pełnić rolę funkcji zmiennej odległości zależy od sposobu interpretacji zdarzeń elementarnych składających się na zdarzenie losowe w tej przestrzeni. Jeżeli zdarzenia elementarne są definiowane w terminach podróży zakończonej, to przedstawiona procedura prowadzi do otrzymania funkcji zmiennej odległości właściwej modelowi grawitacji. Natomiast jeśli zdarzenia elementarne są interpretowane w kategoriach podróży dokonywanej poza określoną odległość, wtedy sformułowany rozkład prawdopodobieństwa pozwala wyprowadzić model "pośrednich możliwości" z charakterystyczną dla niego funkcją opisującą wpływ odległości na wielkość przestrzennego oddziaływania.

4. Model grawitacji w wersji behawiorystycznej

Omówione podejście dotyczyło sytuacji, w której każda jednostka ludzka dokonywała jednego tylko przemieszczenia, co sprawiało, że zbiór ludzi i zbiór podróży były traktowane jako jedna kategoria. Założenie, które wprowadza się obecnie, oddziela od siebie obydwa zbiory. Zgodnie z nim każda jednostka może dokonywać dowolnej liczby przemieszczeń. Oznacza to, że w miejsce założenia upraszczającego (3) przyjmuje się inne założenie upraszczające, zgodnie z którym:

(3a) każda jednostka w obszarze centralnym może dokonywać $\{s\}$ podróży (przemieszczeń), $s = 1, 2, \ldots, S$, przy czym czyni to niezależnie od dowolnej innej jednostki.

Pozostałe założenia upraszczające dotyczące jednostek ludzkich i przestrzeni pozostają niezmienione.

Oddzielenie zbioru ludzi od zbioru przemieszczeń pozwoliło na wprowadzenie pojęcia użyteczności związanej (wynikającej) z przemieszczeniem lub krócej, użyteczności przemieszczenia i sformułowanie rozkładu zmiennej losowej, a następnie modelu grawitacji w terminach podejścia behawiorystycznego. Do wyprowadzenia użyteczności przemieszczeń (podróży) zastosowano nieco inną przestrzeń zdarzeń elementarnych (por. Mazurkiewicz 1985a). Do skonstruowania tej przestrzeni zostały użyte dwa zbiory: zbiór jednostek ludzkich $\{k\}$, $k = 1, 2, \ldots, K$ oraz zbiór podróży $\{s\}$, $s = 1, 2, \ldots, S$. Zakłada się, że zbiory te są złożone z bardzo dużej liczby rozróżnialnych elementów.

Utworzona na podstawie obydwu zbiorów przestrzeń zdarzeń elementarnych składa się ze wszystkich możliwych, rozróżnialnych uporządkowań (rozmieszczeń) elementów zbioru przemieszczeń $\{s\}$ między elementy zbioru ludzi $\{k\}$. Zbiór ludzi można potraktować jako zbiór (ciąg) komórek ponumerowanych od 1 do K, a zbiór podróży jako zbiór obiektów (kul) dających się rozmieścić w tych komórkach. Każde rozmieszczenie podróży między ludzi (komórki) można opisać za pomocą uporządkowanego układu S liczb $(n_1, n_2, ..., n_S)$, z których każda może być dowolną z liczb 1, 2, ..., K. Stojąca na pierwszym miejscu liczba n_1 podaje numer komórki, w której znalazła się pierwsza podróż, liczba n_2 - numer komórki, w której znalazła się druga podróż, ..., liczba n_S - numer komórki, w której znalazła się S-ta podróż.

Każdy uporządkowany układ $(n_1, n_2, ..., n_S)$ jest S-wyrazową wariacją z powtórzeniami zbioru $\{k\}$, $k = 1, 2, ..., K$ i stanowi jedno zdarzenie elementarne. Wszystkich zdarzeń tworzących przestrzeń zdarzeń elementarnych jest K^S, przy czym zakłada się, że prawdopodobieństwo każdego z nich jest jednakowe i wynosi K^{-S} (por. Feller 1980, s. 46).

Zdarzeniem w tej przestrzeni zdarzeń elementarnych jest zbiór wariacji o tej samej liczbie powtórzeń elementów ze zbioru $\{k\}$. Jeżeli element k powtórzy się s razy, $s \leqslant S$, to oznacza to, że jednostce k jest przypisane s przemieszczeń lub inaczej, że jednostka k dokonuje s przemieszczeń (podróży). Liczba tych podróży (k_s) jest zmienną losową, a prawdopodobieństwo $P(k_s = s)$, że zmienna ta przyjmie wartość s, jest rozkładem zmiennej losowej. Prawdopodobieństwo to dane jest rozkładem dwumianowym (por. Feller 1980, s. 42):

$$P(k_s = s) = \binom{S}{s} K^{-s} (1 - K^{-1})^{S - s}.$$

Jeżeli założy się, że $K \to \infty$ i $S \to \infty$ w taki sposób, że średnia liczba podróży podejmowanych przez jednostkę $(S/K = T)$ jest stała, to postacią graniczną powyższego równania jest rozkład Poissona

$$P(K_s = s) = T^s/s!e^T, \quad s = 0, 1, \ldots, S.$$

Eliminując zero ze zbioru $\{s\}$ otrzymuje się

$$P(K_s = s) = T^s/s!\,(e^T - 1), \; s = 1, 2, \ldots, S. \qquad [6.6]$$

Równanie [6.6] opisuje prawdopodobieństwo, że jednostka podejmuje s podróży, które kończą się gdziekolwiek na otaczającym obszar centralny terytorium, podzielonym na przedziały odległości x. Zakładając, że obowiązuje założenie upraszczające (4), zgodnie z którym każdy przedział ma tę samą atrakcyjność, można przyjąć, że szansa na to, iż dowolny z nich stanie się miejscem zakończenia podróży, jest taka sama dla wszystkich x. W związku z tym można założyć, że rozkład dany równaniem [6.6] dotyczy dowolnego przedziału odległości x.

Jako podstawowe przyjmuje się kolejne założenie, że użyteczność związana z podejmowaniem przemieszczeń do obszaru x jest pewną funkcją liczby przemieszczeń s_x, które kończą się w tym obszarze. Jeżeli oznaczymy tę użyteczność jako u_x, to

$$u_x = f\left[P(K_s^x = s) = T^{s_x}/s_x!\,(e^T - 1)\right].$$

Zakłada się, że powyższa funkcja ma postać logarytmiczną a to dlatego, żeby zapewnić addytywność relacji w przypadku rozpatrywania użyteczności ogólnej, której składnikami są poszczególne użyteczności wynikające z dokonywania podróży do różnych obszarów. Przyjmuje się zatem, że użyteczność związana z przemieszczaniem się do dowolnego obszaru x ma postać

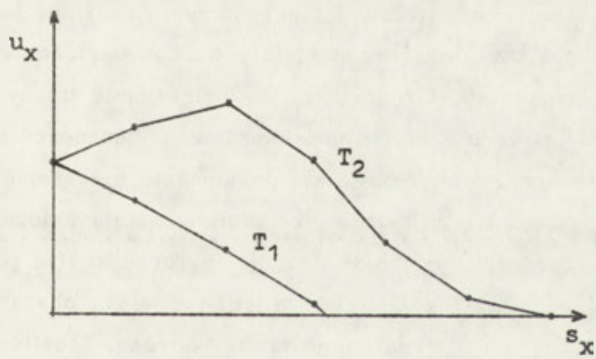
$$u_x = \ln hT^{s_x}/s_x!\,(e^T - 1),$$

gdzie h jest stałą zapewniającą, że miara użyteczności u_x nie przyjmie wartości ujemnych.

Powyższe równanie można zapisać w inny sposób

$$u_x = \ln h + s_x \ln T + s_x - s_x \ln s_x - T$$

przyjmując, że $\ln s_x! = s_x \ln s_x - s_x$, zgodnie z przybliżeniem Stirlinga. Kształt otrzymanej funkcji zależy od parametru T - średniej liczby przemieszczeń (podróży) do obszaru x. Dla małych wartości tego parametru funkcja u_x jest malejąca. Gdy T staje się coraz większe, funkcja u_x zmienia swoją formę, przyjmując jedno maksimum, którego wartość jest ściśle związana z wartością T. Ta ostatnia, odnosząc się do maksimum funkcji, określa pewien krytyczny punkt (poziom); zwiększanie liczby przemieszczeń powyżej tego punktu powoduje zmniejszanie użyteczności u_x związanej z podróżami. Ilustruje to wykres, na którym przedstawiono dwie funkcje użyteczności oraz odpowiadające im wartości parametrów T_1 i T_2, takie, że $T_1 < T_2$



Ryc. 4. Przebieg funkcji użyteczności związanych z podróżami do obszaru x

Użyteczność wynikająca z dokonywania przemieszczeń do obszaru x maleje w dwóch przypadkach: (1) gdy średnia liczba podróży do x jest niewielka, a więc nieduży jest parametr T oraz (2) gdy liczba przemieszczeń jest większa od pewnego krytycznego ich poziomu wyznaczonego wartością T. Z drugiej strony użyteczność ta wzrasta tak długo, jak długo liczba podróży jest mniejsza od średniej charakterystycznej dla danego obszaru X.

Maksimum funkcji użyteczności jest zatem wyznaczone przez średnią liczbę podróży, którą można uznać za optymalną w tym sensie, że każda zmiana wokół jej wartości powoduje spadek użyteczności podróżowania do obszaru x. Ta optymalna wielkość związana jest z możliwościami obszaru jeśli chodzi o zaspokojenie potrzeb zgłaszanych za pośrednictwem podróży. W miarę wzrostu ich liczby ponad poziom optymalny spada atrakcyjność obszaru, ponieważ maleje użyteczność każdego dodatkowego przemieszczenia kończącego się w obrębie tego obszaru. Powyżej określonej liczby podróży ich użyteczność wynosi zero.

Otrzymany kształt funkcji użyteczności różni się zatem od tego, który proponują omówione w III rozdziale koncepcje maksymalizujące użyteczność czy też podejście zastosowane przez J.M.Choukrouna. W ich ujęciu funkcja użyteczności przybiera najczęściej logarytmiczną lub potęgową postać, którą cechuje stały wzrost wartości w miarę wzrostu wartości argumentu. Oznacza to, że zwiększanie liczby podróży w nieskończoność powoduje ciągłe powiększanie użyteczności z nimi związanej, wprawdzie coraz wolniejsze, ale praktycznie nieograniczone.

Przyjmuje się założenie, że istnieje ścisła zależność między średnią liczbą podróży kończących się w obszarze x (na potrzeby dalszych rozważań oznaczmy ją jako T_x) a możliwościami obszaru pod względem zaspokojenia popytu wyrażanego przez podróże. Możliwości te są proporcjonalne do masy obszaru - im mniejsza jest masa obszaru, tym mniejsza jest średnia liczba kończących się tam podróży, a więc większy spadek związanej z nimi użyteczności w miarę wzrostu ich liczby. Przy dużej masie obszar może przyjmować więcej podróży, większa jest bowiem średnia liczba przybyć charakterystyczna dla obszaru, a więc kończyć się w nim może relatywnie duża liczba przemieszczeń bez zmniejszania ich użyteczności. Zakłada się zatem, że masa obszaru M_x, oraz średnia liczba podróży do tego obszaru T_x, są w relacji wzajemnego wynikania, co można zapisać

$$T_x = f(M_x) = cM_x, \qquad [6.7]$$

gdzie c jest stałą proporcjonalności.

Mając określoną postać funkcji użyteczności u_x, związaną z liczbą podróży podejmowaną przez jednostkę do obszaru x, można ustalić postać funkcji użyteczności odpowiadającej ogólnej korzyści jaką jednostka uzyskuje dokonując przemieszczeń do wielu różnych obszarów x. Ogólna użyteczność U jest sumą użyteczności związanych z podróżami do poszczególnych obszarów

$$U = \sum_x u_x = \ln h + \sum_x s_x \ln T_x + \sum_x s_x - \sum_x s_x \ln s_x - \sum_x T_x \qquad [6.8]$$

Zgodnie z podstawowym założeniem podejścia behawiorystycznego jednostka wybiera taki układ strumieni przemieszczeń do obszarów o różnych masach, który maksymalizuje jej użyteczność z punktu widzenia ograniczonych zasobów na pokonywanie odległości między obszarami. Formalnie można to wyrazić maksymalizując wartość funkcji danej równaniem [6.8] przy uwzględnieniu warunków ograniczających

$$\sum_x s_x = S \qquad \text{oraz} \qquad \sum_x x s_x = C,$$

gdzie C oznacza rozmiary środków, jakimi jednostka dysponuje na przemieszczanie się w przestrzeni.

Maksymalizacja wyrażenia [6.8] polega na znalezieniu największej wartości poniższej funkcji, utworzonej z wyrażenia [6.8] i uwzględniającej wymienione warunki ograniczające

$$Z = U + b(S - \sum_x s_x) + B(C - \sum_x xs_x),$$

gdzie b i B są mnożnikami Lagrange'a związanymi odpowiednio z pierwszym i drugim z tych warunków. Maksymalną wartość funkcji Z ze względu na pewne s_x otrzymuje się wówczas, gdy

$$\frac{\partial Z}{\partial s_x} = 0.$$

Ze względu na to, że

$$\frac{\partial Z}{\partial s_x} = \ln T_x - \ln s_x + 1 - b - Bx,$$

przyrównując ostatnie wyrażenie do zera i uporządkowując wyrazy otrzymuje się

$$s_x = \exp(\ln T_x + g - Bx),$$

gdzie g = 1 - b. Otrzymane równanie można zapisać w innej postaci

$$s_x = a_2 T_x \exp(-Bx),$$

a uwzględniając założenie [6.7] jako

$$s_x = a_2 c M_x \exp(-Bx). \qquad [6.9]$$

Powyższa formuła określa liczbę podróży, jakie jednostka podejmuje do obszaru x. Zakładając, że w obszarze centralnym jest K takich jednostek, ogólna liczba przemieszczeń między tym obszarem a obszarem x wynosi

$$I_x = Ks_x$$

lub, uwzględniając równanie [6.9]

$$I_x = a_2 \; KcM_x \; \exp(-Bx),$$

gdzie [6.10]

$$a_2 = 1/\sum_x cM_x \exp(-Bx).$$

Równanie opisuje model grawitacji, przy którego wyprowadzaniu posłużono się pojęciem zmiennej losowej, definiując w jej terminach wielkość określoną jako liczbę podróży podejmowanych przez jednostkę. Wielkość ta stała się podstawą do określenia funkcji użyteczności. Jej maksymalizacja pozwoliła otrzymać powyższe równanie modelowe, które ze względu na charakter przyjętych przesłanek przedstawia behawiorystyczną wersję modelu grawitacji.

Wszystkie przedstawione tutaj modele przestrzennego oddziaływania zostały wyprowadzone na podstawie koncepcji, której przesłanki tworzą założenia upraszczające (1) - (4). Wśród nich założenie (3) ma alternatywę w postaci założenia (3a). Podstawę do sformułowania modelu grawitacji i modelu "pośrednich możliwości" stanowiły założenia (1) -(4). Posługując się tym samym ich zbiorem, zamieniając jedynie założenie (3) na (3a), otrzymano model grawitacji w wersji behawiorystycznej. W obydwu wypadkach zastosowano metodę konstruowania przestrzeni zdarzeń elementarnych, w której ramach zdefiniowano odpowiednie rozkłady zmiennej losowej; rozkłady te, jak już wspomniano, stanowiły punkt wyjścia do wyprowadzenia właściwych równań modelowych.

Każdy z trzech skonstruowanych w niniejszym rozdziale modeli prezentuje inny sposób konkretyzacji modelu danego równaniem [1.2]. Związek między tym równaniem a modelem grawitacji określonym formułą [6.3] wyrażony jest układem zależności: $f_1(K_i) = a_1K$, $f_3(N_j) = M_x$ a f_{ij} =

$= \exp(-Bx)$. Zależności te są bardzo podobne w przypadku behawiorystycznej wersji modelu grawitacji, mającej postać równania [6.10]: $f_1(K_i) = a_2K$, $f_3(N_j) = cM_x$ i $f_{ij} = \exp(-Bx)$. Między wyrażeniem ogólnym [1.4] a modelem "pośrednich możliwości" występują natomiast następujące związki: $f_1(K_i) = K$, $f_3(N_j) = \exp(-LD_{x-1}) - \exp(-LD_x)$ oraz $f_{ij} = 1$.

Przedstawiona w tym rozdziale koncepcja ma wiele wspólnego z koncepcją maksymalizacji entropii. Wspólne dla nich jest rozpatrywanie przestrzennego oddziaływania jako zjawiska masowego a także to, że na podstawie statystycznych przesłanek wyprowadzono modele reprezentujące trzy podstawowe podejścia (grupy koncepcji) do zjawiska przestrzennego oddziaływania o charakterze bezpośrednim. Tym niemniej istnieje jedna istotna różnica między koncepcjami. Odnosi się ona do parametrów otrzymywanych modeli, głównie zaś do parametru modelu grawitacji. Jak już wspomniano, parametr tego modelu, sformułowanego w ramach koncepcji maksymalizacji entropii (a także innych) jest stałą bezwymiarową pozostającą w pewnym - dotychczas nie określonym analitycznie - związku z kategorią średniej długości (kosztu) podróży. Brak formuły jednoznacznie opisującej zależność między powyższym parametrem a wspomnianą kategorią sprawia, że wartość liczbowa parametru może być jedynie aproksymowana przez zastosowanie odpowiednich metod estymacji. Tymczasem podejście zastosowane w niniejszym rozdziale pozwoliło określić postać związku między obydwiema wielkościami. W ramach tego podejścia otrzymano parametr modelu przestrzennego oddziaływania mający bardzo prostą interpretację - jego wartość liczbowa prezentuje średnią długość (koszt) przemieszczeń podejmowanych przez ludzi. Posługując się nim można obliczyć z jednej strony parametr modelu "pośrednich możliwości", z drugiej zaś parametr charakterystyczny dla wszystkich formuł związanych z poszczególnymi koncepcjami modelu grawitacji. Związek między tym parametrem a średnią długością podróży jest wyrażony równaniem [6.2], na którego podstawie - dysponując odpowiednim materiałem empirycznym - łatwo jest obliczyć wartość tego pierwszego (por. Mazurkiewicz 1984c).

Przedstawiona tu koncepcja dotyczy zjawiska przestrzennego oddziaływania o bezpośrednim charakterze. Stanowi ona szczególny przypadek koncepcji odnoszącej się do zjawiska podróży złożonych. Model służący odwzorowywaniu tego zjawiska noszący miano "ogólnego modelu przestrzennego oddziaływania", omówiono w następnym rozdziale.

VII. KONCEPCJA OGÓLNEGO MODELU PRZESTRZENNEGO ODDZIAŁYWANIA

Do zawartych tu rozważań przyjęto założenie, że zjawisko przemieszczeń złożonych obejmuje, jako szczególne przypadki, przemieszczenia o bezpośrednim charakterze. Model przedstawiający to zjawisko służy więc odwzorowywaniu zarówno jednych jak i drugich. Koncepcję takiego modelu sformułowano poniżej, przy czym jego uniwersalny charakter znalazł odbicie w nazwie "ogólny model przestrzennego oddziaływania". Dotyczy on w zasadzie przemieszczeń złożonych, dopiero dalej przedstawiono sposób, w jaki można z niego otrzymać równania modelowe omówione w poprzednich rozdziałach.

Tematyka przemieszczeń złożonych (multitrip, trip-chaining behaviour) rozwijana jest od niedawna w literaturze przedmiotu. Pierwsze prace z tego zakresu pojawiły się w drugiej połowie lat siedemdziesiątych, głównie w związku z badaniami dotyczącymi przemieszczeń do miejsc pełniących funkcje usługowe (por. Karlqvist i inni 1978, s. 6). Nieliczne jeszcze badania tego zjawiska ujawniają, że ponad 50% tego typu przemieszczeń ma złożony charakter (por. Hanson 1980, O'Kelly 1981). Liczba prac poświęconych zagadnieniu przemieszczeń złożonych jest jednak ciągle stosunkowo niewielka, z czego prace o teoretycznym charakterze stanowią nieduży odsetek. Zawierają one propozycje nawiązujące przeważnie do rozwiązań właściwych podejściu behawiorystycznemu, zgodnie z którym rozpatrywane jest zachowanie przestrzenne w skali pojedynczego człowieka. Cechuje je wysoki poziom uogólnienia i skupienie uwagi raczej na problemach metodologicznych niż operacyjnych i praktycznych, dlatego modele, których dotyczą, nie zawierają parametrów empirycznych, nie prezentują więc wyrażeń o skonkretyzowanej postaci (por. Mulligan 1983, O'Kelly 1983, Kitamura 1984). Sformułowanie modelu podróży złożonych przedstawiającego taką właśnie postać jest podstawowym zadaniem poniższych rozważań.

Przyjęte podejście opiera się na przesłankach statystycznych (Mazurkiewicz 1985b). Zachowanie człowieka w przestrzeni ujmowane jest w kategoriach zachowania uśrednionego, stanowiącego uogólnienie wielu sposobów na jakie, w dużej populacji podróżujących ludzi, przejawia się związek między długością przemieszczeń a odległością. Do przedstawienia tego zachowania wykorzystano pojęcia zmiennej losowej oraz rozkładu tej zmiennej. Podobnie jak w rozdziale poprzednim, zdefiniowanie (określenie) obydwu pojęć wymaga przeprowadzenia odpowiednich konceptualizacji. Nim jednak to nastąpi, konieczna jest uwaga terminologiczna. Do tej pory terminu "przemieszczenie" używano jako wygodnego skrótu na określenie pojęcia "przemieszczenie bezpośrednie". Wobec pojawienia się nowej nazwy: "przemieszczenie złożone", stosowanie w dalszym ciągu wyłącznie pierwszego terminu mogłoby okazać się nie zawsze precyzyjne, dlatego w zależności od kontekstu jest on używany zamiennie z tym drugim.

Podobnie jak w rozdziale poprzednim zjawisko przestrzennego oddziaływania rozpatrywane jest jako sytuacja, gdy istnieje jeden wyróżniony obszar powstawania przemieszczeń, z których każde kończy się w dowolnym spośród innych obszarów otaczających obszar wyróżniony. Również jak poprzednio zakłada się, że modelem operacyjnym zjawiska jest macierz danych zawierająca informację o rozmiarach strumieni przemieszczeń między obszarami.

Konceptualizacja zjawiska przestrzennego oddziaływania polega na przyjęciu założeń upraszczających:

(1) dana jest jednorodna przestrzeń podzielona na przedziały odległości x, x = 1, 2, ..., x, dalej, dla wygody, zwane obszarami, które współśrodkowo otaczają obszar położony w centralnym miejscu przestrzeni,

(2) w obszarze tym występuje bardzo duża liczba K jednostek ludzkich, jednakowych pod każdym względem,

(3) jednostki dokonują podróży na różne odległości x w taki sposób, że z dowolną jednostką związana jest jedna podróż; każda podróż z kolei złożona jest z v, v = 1, 2, ..., V przemieszczeń, zatrzymujących się w różnych obszarach (przedziałach odległości) x,

(4) w każdym obszarze znajduje się taka sama liczba $M_x = M$ możliwości (miejsc działalności stanowiących uproszczone odpowiedniki miejsc ludzkiej aktywności życiowej i zawodowej) pełniących rolę potencjalnych zakończeń podróży.

Przedstawione założenia wyznaczają układ empiryczny stanowiący uproszczone odwzorowanie zjawiska przestrzennego oddziaływania o złożonym charakterze. Jest to, analogicznie jak w poprzednim rozdziale, abstrakcyjna przestrzeń podzielona na obszary jednakowe pod względem liczby i rodzaju znajdujących się w nich możliwości zakończenia przemieszczeń, które przyciągają idealne (nie różniące się między sobą) jednostki ludzkie zlokalizowane w obszarze centralnym (wyróżnionym).

Odpowiadający otrzymanemu układowi empirycznemu model semantyczny zjawiska przestrzennego oddziaływania (będący konceptualizacją modelu operacyjnego tego zjawiska) prezentuje układ pojęć oraz związanych z nimi zmiennych, do których należą: wielkość przestrzennego oddziaływania, $I^{v}_{zy.x}$, rozumiana jako liczebność zbioru przemieszczeń złożonych, z których każde składa się z v przemieszczeń bezpośrednich rozpoczynających się w obszarze wyróżnionym i zatrzymujących się w poszczególnych obszarach z, y, ..., x, przy czym x oznacza obszar zakończenia przemieszczeń złożonych; odległości z, y, ..., x od obszaru wyróżnionego do poszczególnych obszarów; wielkość masy K obszaru centralnego oraz wielkości mas $M_{zy.x}$ poszczególnych obszarów.

Ogólny model przestrzennego oddziaływania, w którym $l^{v}_{zy.x}$ pełni rolę zmiennej wyjaśnianej, natomiast zbiór $\{z, y, \ldots, x\}$ oraz wielkości K i $M_{zy.x}$ - zmiennych wyjaśniających, skonstruowano opierając się na dwóch rozkładach zmiennej losowej.

Jako pierwszy sformułowano rozkład, w którym rolę zmiennej losowej pełni pojęcie długości podróży złożonej (z wielu przemieszczeń). Do określenia tego rozkładu potrzebna jest odpowiednia przestrzeń zdarzeń elementarnych. Skonstruowano ją na podstawie dwóch zbiorów, co do których zakłada się, że składają się z bardzo dużej liczby elementów: zbioru przemieszczeń $\{v\}$, $v = 1, 2, \ldots, V$ i zbioru obszarów (przedziałów odległości) $\{r\}$, $r = 1, 2, \ldots, R$, pomijanych przez jednostkę w trakcie podróży. Zakłada się, że ten drugi zbiór jest złożony z elementów nierozróżnialnych i jedynie ich ogólna liczba R jest znana. Zależność między podstawowymi zmiennymi używanymi dalej jest więc następująca: $R = X - V$, gdzie X jest ogólną odległością, mierzoną liczbą obszarów, a V - liczbą tych spośród nich, w których następuje zakończenie przemieszczeń. Obowiązuje oczywiście związek $V \leq X$.

Powyższa przestrzeń zdarzeń elementarnych jest przestrzenią utworzoną ze wszystkich możliwych, rozróżnialnych uporządkowań (rozmieszczeń) elementów zbioru nierozróżnialnych przedziałów odległości między elementami zbioru rozróżnialnych przemieszczeń. Jest to więc przestrzeń wszystkich R-elementowych kombinacji z powtórzeniami ze zbioru $\{v\}$, $v = 1, 2, \ldots, V$. Przestrzeń składa się z $\binom{V + R - 1}{R}$ zdarzeń elementarnych, z których każde ma takie samo prawdopodobieństwo wystąpienia równe $\binom{V + R - 1}{R}^{-1}$.

Każde zdarzenie elementarne składające się na przestrzeń zdarzeń elementarnych ma formę R-elementowej kombinacji, która może być przedstawiona jako nieuporządkowany zespół liczb $(u_1, u_2, \ldots, u_R)$. Każda z nich może być dowolnym elementem zbioru $\{v\}$. Jeżeli ten sam element v powtórzy się r razy w ciągu powyższych liczb bez względu na miejsce, na którym wystąpi, oznaczać to będzie, że r obszarów zostało pominiętych przez jednostkę i podróż zatrzymała się w obszarze $x = r + 1$. Przypadek ten dotyczy podróży złożonej z jednego przemieszczenia i został już omówiony w poprzednim rozdziale. Dla podróży złożonej z wielu przemieszczeń właściwy jest inny sposób analizy zdarzeń elementarnych.

Podróży złożonej odpowiada sytuacja, gdy rozpatrywana jest nie jedna liczba ze zbioru $\{v\}$, lecz kolejno elementy wybrane z tego zbioru $v = 1, 2, ..., V$ i obliczana jest liczba powtórzeń każdego z tych elementów w ciągu $(n_1, n_2, ..., n_R)$. Interpretacja takiego ciągu (zdarzenia elementarnego) jest wówczas taka, że jednostka podejmuje podróż złożoną z $v = 1, 2, ..., V$ przemieszczeń, w których pokonuje się odległość r równą sumie złożonej z powtórzeń każdego, poszczególnego elementu ze zbioru $\{v\}$. Całkowita odległość x związana z podróżą złożoną z tych przemieszczeń jest równa powyższej sumie r plus v obszarów, w których kończą się poszczególne przemieszczenia.

Zdarzeniem w określonej powyżej przestrzeni jest zbiór kombinacji o takiej samej ogólnej liczbie powtórzeń określonej grupy elementów, wybranej w kolejności ze zbioru $\{v\}$. Gdy v elementów powtórzy się w sumie r razy, będzie to oznaczać, że jednostka kończy podróż w obszarze $x = v + r$, po pominięciu r i zatrzymaniu się w v obszarach łącznie z obszarem zakończenia podróży. Długość tej złożonej z v przemieszczeń podróży jest zmienną losową, a rozkład prawdopodobieństwa $P(k_x^v = x)$, że długość ta wynosi x - rozkładem zmiennej losowej. Prawdopodobieństwo to wyrażone jest stosunkiem liczby R-elementowych kombinacji określonej grupy elementów wybranej w kolejności ze zbioru $\{v\}$, które powtarzają się w sumie r razy, do liczby wszystkich R-elementowych kombinacji tworzących przestrzeń zdarzeń elementarnych. Ponieważ pierwsza liczba jest dana (por. Feller 1980, s. 64):

$$\binom{V + r - 1}{r} \cdot \binom{V - v + R - r - 1}{R - r},$$

druga natomiast przez

$$\binom{V + R - 1}{R},$$

prawdopodobieństwo $P(k_x^v = x) = q_x$ otrzymuje się dzieląc przez siebie powyższe wyrażenia

$$q_x^v = \binom{v + r - 1}{r} \cdot \binom{V - v + R - r - 1}{R - r} \Big/ \binom{V + R - 1}{R} \cdot \qquad [7.1]$$

Zdarzenie polegające na tym, że jednostka dociera do obszaru x pominąwszy r i zatrzymawszy się w v obszarach, daje się zrealizować na wiele jednakowo prawdopodobnych sposobów. Jest ich tyle, ile jest kombinacji, jakie można utworzyć z v - 1 zakończeń podróży między x - 1 obszarami, to znaczy

$$\binom{x - 1}{v - 1} = \binom{v + r - 1}{r}. \qquad [7.2]$$

Każda taka kombinacja przedstawia specyficzne rozmieszczenie v zatrzymań podróży, każdego w innym określonym obszarze z, y, ..., x, gdzie x jest obszarem zakończenia podróży. Prawdopodobieństwo $q_{zy,x}^v$ takiego rozmieszczenia uzyskuje się dzieląc wyrażenie [7.1] przez [7.2], co daje

$$q_{zy.x}^v = \binom{V - v + R - 1}{R - 1} : \binom{V + R - 1}{R}.$$

Jeżeli założy się teraz, że $V \longrightarrow \infty$ i $R \longrightarrow \infty$ w taki sposób, że średnia liczba obszarów pominiętych przez podróż ($R/V = H$) jest stała, to powyższe wyrażenie przyjmuje formę:

$$q_{zy.x}^v = \frac{H^r}{(1 + H)^{v+r}}, \qquad [7.3]$$

gdzie $q^{v}_{zy.x}$ jest prawdopodobieństwem, że podróż złożona z v przemieszczeń zatrzyma się w poszczególnych obszarach z, y, ..., x. Parametr H jest średnią długością przemieszczeń składających się na podróż i może być interpretowany jako miara wielkości wpływu, jaki odległość wywiera na przestrzenne oddziaływanie - im większa jest wartość tego parametru, tym większe jest prawdopodobieństwo długich podróży (przy tej samej liczbie zatrzymań), a więc mniejsza intensywność tego wpływu, i na odwrót.

Związek między parametrem H a parametrem Q otrzymanym w poprzednim rozdziale można ustalić porównując definiujące je formuły. Parametr Q został określony jako stosunek ogólnej liczby przedziałów odległości X do ogólnej liczby dokonanych przemieszczeń K ($Q = X/K$) w procesie przemieszczania dużej liczby jednostek ludzkich. Parametr H z kolei, to stosunek ogólnej liczby R przedziałów odległości, pominiętych w trakcie dokonywania podróży złożonej, do V przemieszczeń składających się na tę podróż, tzn. $H = R/V$. Wielkości V i K oznaczają więc to samo - liczbę przemieszczeń bezpośrednich, w pierwszym przypadku dokonywanych przez jedną osobę, w drugim przez K jednostek ludzkich. Można zatem przyjąć, że $V = K$. Z kolei istnieje związek między X oraz V i R. Wielkość X to liczba przedziałów odległości zarówno pominiętych, jak i tych, w których zakończyły się przemieszczenia bezpośrednie, a więc $X = V + R$. Porównanie obydwu wyrażeń na parametry przy podanej interpretacji zmiennych daje więc

$$H = \frac{R}{V} \quad \text{oraz} \quad Q = \frac{X}{K} = \frac{R + V}{V},$$

a stąd

$$Q = H + 1.$$

Jeżeli w równaniu [7.3] założy się $v = 1$, a więc odniesie się je do podróży złożonych z jednego przemieszczenia, to otrzyma się wyprowadzony w poprzednim rozdziale rozkład geometryczny, opisujący prawdopodobieństwo zakończenia podróży złożonej z jednego przemieszczenia.

Równanie [7.3] można zapisać w postaci wykładniczej

$$\frac{H^r}{(1 + H)^{v+1}} = \exp\left[r \ln H - (v + r) \ln (1 + H)\right].$$

Zakładając, że $H > 0$ oraz $x = v + r$

$$Q^v_{zy.x} = g \exp\left\{-x\left[\ln (1 + H) - \frac{x - v}{x} \ln H\right]\right\}, \qquad [7.4]$$

gdzie g jest stałą proporcjonalności zapewniającą, że rozkład powyższy sumuje się do jedności. Równanie [7.4] pełni rolę funkcji odległości zdefiniowanej w postaci ujemnego rozkładu wykładniczego. Funkcja ta określa prawdopodobieństwo, że podróż złożona z v przemieszczeń zakończy się w obszarze x. Jak widać, dla ustalonego v prawdopodobieństwo to maleje, gdy x wzrasta i na odwrót. Podobnie gdy x jest ustalone - prawdopodobieństwo powyższe maleje, gdy v wzrasta i przyjmuje najmniejszą wartość, gdy $v = x$, co odpowiada sytuacji, gdy jednostka zatrzymuje się w każdym obszarze (przedziale odległości). Z drugiej strony, jeżeli $v = 1$, to prawdopodobieństwo zakończenia podróży w x jest największe. Jest to sytuacja, gdy podróż jest złożona z jednego przemieszczenia i jednostka przejeżdżając przez (pomijając) $x - 1$ obszarów zatrzymuje się jeden i ostatni raz w obszarze x.

Najmniejsza wartość, jaką może przyjąć zmienna v w równaniu [7.4] wynosi zero. Jest to przypadek, gdy podróż nie kończy się w żadnym obszarze należącym do zbioru $\{x\}$, przy czym zakłada się, że jest to w ogóle podróż złożona z jednego przemieszczenia, a więc $V = 1$. Wyrażenie [7.4] oznacza wówczas prawdopodobieństwo pominięcia $x = r$ obszarów. Prawdopodobieństwo to (P_r) można wyprowadzić z równania [7.4] wstawiając $v = 0$ i zapisać jako

$$P_r = g \exp(-Br),$$

gdzie $B = \ln\left(1 + \frac{1}{Q}\right)$. Chcąc na podstawie powyższego wyrażenia określić prawdopodobieństwo, że podróż zatrzyma się w obszarze leżącym między obszarem r - 1 oraz r, należy napisać:

$$P_x = P_r - P_{r-1} = g\left\{\exp\left[-B(r-1)\right] - \exp(-Br)\right\}. \qquad [7.5]$$

Równanie [7.5] jest uproszczoną wersją modelu pośrednich możliwości. Aby otrzymać jego zwykle stosowaną formę, należy wstawić wyprowadzone w poprzednim rozdziale wielkości odnoszące się do parametru B i odległości r.

Rozkład prawdopodobieństwa opisany równaniem [7.4] przedstawia zatem postać funkcji odległości, na podstawie której można wyprowadzić odpowiednie funkcje właściwe zarówno prezentowanemu dotychczas modelowi grawitacji (podstawiając $v = 1$), jak i modelowi pośrednich możliwości (zakładając $v = 0$). Funkcje zmiennej odległości charakterystyczne dla tych modeli stanowią więc specjalne przypadki funkcji sformułowanej wyżej, zapisanej przy pomocy równania [7.4].

Rozkład prawdopodobieństwa dany równaniem [7.4] opisuje zachowanie przeciętnej jednostki ludzkiej, która - zgodnie z założeniem upraszczającym (3) - podróżując na odległość x zatrzymuje się v razy w określonych obszarach z, y, ..., x. Zakłada się, że jednostka decyduje się na określoną liczbę przemieszczeń niezależnie od decyzji podejmowanych w tym względzie przez inne jednostki ludzkie. Fakt ten, wobec bardzo dużej liczby jednostek podejmujących przemieszczenia złożone sprawia, że liczba przemieszczeń związanych z dowolną podróżą jest zmienną losową, a prawdopodobieństwo $P(k_v = v)$, że zmienna ta przyjmie określoną wielkość, jest rozkładem prawdopodobieństwa tej zmiennej. Aby zdefiniować ów rozkład, skonstruowano przestrzeń zdarzeń elementarnych, analogiczną do użytej w poprzednim rozdziale przy wyprowadzaniu behawiorystycznej wersji modelu grawitacji. Podstawą tej przestrzeni są dwa zbiory złożone z rozróżnialnych elementów: zbiór ludzi (podróży) - $\{k\}$, $k = 1, 2, \ldots, K$ oraz zbiór przemieszczeń $\{v\}$, $v = 1, 2, \ldots, V$ związanych z podróżami złożonymi podejmowanymi przez ludzi. Przestrzeń zdarzeń elementarnych skonstruowana na podstawie tych zbiorów składa się ze wszystkich możliwych, rozróżnialnych rozmieszczeń elementów zbioru przemieszczeń $\{v\}$ między elementy zbioru ludzi (podróży) $\{k\}$. Jest to przestrzeń wszystkich V-elementowych wariacji z powtórzeniami ze zbioru $\{k\}$, $k = 1, 2, \ldots, K$ - składa się więc z K^V zdarzeń elementarnych, z których każde ma takie samo prawdopodobieństwo wystąpienia równe K^{-V}.

Zdarzeniem w tej przestrzeni jest zbiór wariacji o tej samej liczbie powtórzeń elementu ze zbioru k. Jeżeli element powtórzy się v razy, $v \leq V$, to oznacza to, że z określonym elementem k jest związane v przemieszczeń, czyli że dana podróż złożona podejmowana przez jednostkę k składa się z v przemieszczeń. Liczba przemieszczeń k_v składających się na taką podróż jest zmienną losową, a prawdopodobieństwo $P(k_v = v)$, że zmienna ta przyjmie wartość v, jest rozkładem prawdopodobieństwa zmiennej losowej. Prawdopodobieństwo to dane jest rozkładem dwumianowym

$$P(k_v = v) = \binom{V}{v} K^{-v} (1 - K^{-1})^{V-v}.$$

Rozkład dwumianowy można aproksymować rozkładem normalnym przy dużej liczebności rozpatrywanych zbiorów (por. Feller 1980, s. 157-166). W związku z tym otrzymane wyżej równanie można zapisać jako:

$$P(k_v = v) = w_v = b \exp\left[- (v - \bar{v})^2 / 2t^2\right], \qquad [7.6]$$

gdzie b jest stałą proporcjonalności, $\bar{v}$ - średnią liczbą przemieszczeń przypadających na podróż złożoną, a t^2 - wariancją rozkładu.

Mając zdefiniowane prawdopodobieństwo w_v, że jednostka ludzka dokona v przemieszczeń oraz dane równaniem [7.4] prawdopodobieństwo $q^v_{za.x}$, że podróż złożona z v przemieszczeń zatrzyma się w określonych obszarach z, y, ..., x, można określić prawdopodobieństwo łączne - traktując powyższe prawdopodobieństwa jako niezależne - tego, że dowolna jednostka zatrzyma się w poszczególnych obszarach z, y, ..., x pod warunkiem, że zatrzymuje się v razy. Prawdopodobieństwo to ($P^v_{zy.x}$) jest dane przez:

$$P^v_{zy.x} = C\, w_v\, q^v_{zy.x},$$

$$C = 1/ \sum_v \sum_{m_v} w_v\, q^v_{zy.x},$$

gdzie $v = 1, 2, ..., V$ oraz $m_v = z, y, ..., x = 1, 2, ..., \binom{x-1}{v-1}$,

lub, uwzględniając równania [7.4] i [7.6]:

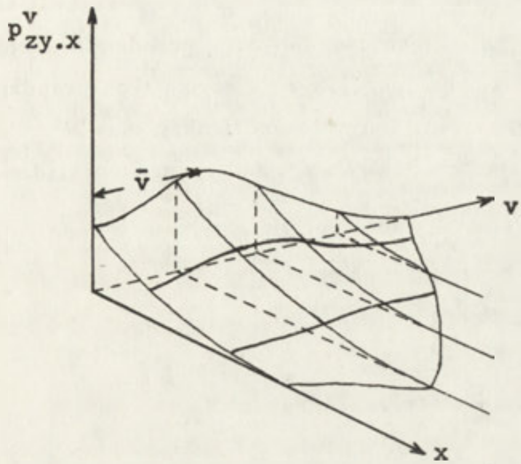
$$P^v_{zy.x} = C\left[\exp -(v - \bar{v})^2/2t^2\right] \exp\left\{-x\left[\ln(1 + H) - \frac{x-v}{v} \ln H\right]\right\}, \tag{7.7}$$

gdzie

$$C = 1/ \sum_v \sum_{m_v} \left[\exp -(v - \bar{v})^2/2t^2\right] \exp\left\{-x\left[\ln(1 + H) - \frac{x-v}{v} \ln H\right]\right\}$$

Prawdopodobieństwo $P^v_{zy.x}$ jest funkcją zmiennej odległości w modelu podróży złożonych, które ma formę dwuwymiarowego rozkładu zmiennej losowej.

Rozkład prawdopodobieństwa $P^v_{zy.x}$ zależy od zmiennych v i x. Jego przebieg ilustruje rycina 5 (pominięto na niej wpływ czynnika C).



Ryc. 5. Postać geometryczna funkcji zmiennej odległości w modelu podróży złożonych

Największe wartości rozkład $P^{v}_{zy.x}$ przyjmuje dla parametru $\bar{v}$ określającego średnią liczbę przemieszczeń w podróży złożonej. Konfiguracja pola prawdopodobieństwa jest jednak wyraźnie asymetryczna. Dla wartości v większych od średniej $\bar{v}$ prawdopodobieństwo $P^{v}_{zy.x}$ zanika bardzo szybko ze wzrostem odległości x, co jest spowodowane nie tylko jej oporem, wyrażonym wielkością parametru H, lecz również wzrostem liczby przemieszczeń przypadających na podróż złożoną, a więc liczbą przerw związanych z zatrzymywaniem w określonych obszarach. Z kolei dla wartości zmiennej v mniejszych od średniej $\bar{v}$, prawdopodobieństwo $P^{v}_{zy.x}$ zanika wolniej ze wzrostem odległości x, gdyż zmniejsza się liczba zatrzymań i praktycznie jedynym czynnikiem decydującym o zanikaniu tego prawdopodobieństwa staje się wpływ odległości.

Rozkład prawdopodobieństwa dany równaniem [7.7] pełniący rolę funkcji zmiennej odległości odnosi się do sytuacji określonej równomiernym rozkładem możliwości w obszarach. Aby uwzględnić czynnik atrakcyjności obszarów, uchyla się założenie upraszczające (4), mówiące o jednakowych masach związanych z przedziałami odległości i przyjmuje, że z każdym określonym zbiorem tych przedziałów z, y, ..., x jest związany inny rozkład funkcji mas $M_{zy.x}$ definiujący ich atrakcyjność dla podróży. Uwzględniając ten rozkład można równanie [7.7] przedstawić następująco:

$$P^{v}_{zy.x} = h\, M_{zy.x}\, w_{v}\, q^{v}_{zy.x}$$

$$h = 1/ \sum_{v} \sum_{m_v} M_{zy.x}\, w_{v}\, q^{v}_{zy.x}, \qquad [7.8]$$

gdzie v = 1, 2, ..., V oraz m_v = z, y, ..., x = 1, 2, ..., $\binom{x-1}{v-1}$ i gdzie prawdopodobieństwa w_v i $q^{v}_{zy.x}$ są określone równaniami [7.6] oraz [7.4]. Aby określić wielkość przestrzennego oddziaływania $I^{v}_{zy.x}$ wyrażoną w kategoriach przemieszczeń złożonych, należy przez otrzymane prawdopodobieństwo $P^{v}_{zy.x}$ pomnożyć liczbę przemieszczeń K rozpoczynających się w obszarze centralnym

$$I^{v}_{zy.x} = a\, KP^{v}_{zy.x}.$$

Zmieniając stosowane w dwóch ostatnich rozdziałach oznaczenia i wprowadzając symbolikę użytą w rozdziale I, można powyższe wyrażenie zapisać jako

$$I^{v}_{ikl.j} = a_i K_i P^{v}_{ikl..j}$$

lub, uwzględniając równanie [7.8]:

$$I^{v}_{ikl.j} = a_i K_i M_{kl.j} w_v q^{v}_{ikl.j},$$
$$a_i = 1/ \sum_{v} \sum_{m_v} M_{kl.j} w_v q^{v}_{ikl.j}, \qquad [7.9]$$

gdzie $v = 1, 2, ..., V$ oraz $m_v = i, k, l, ..., j = 1, 2, ..., \binom{j-1}{v-1}$.

Równanie [7.9] przedstawia ogólny model przestrzennego oddziaływania, stanowiący konkretyzację formuły [1.1]. Związek między wielkościami występującymi w obydwu wyrażeniach jest następujący: $f_1(K_1) = a_i K_i$, $f_2(N_{kl.j}) = M_{kl.j}$ oraz $f_{ikl.j} = w_v q^{v}_{ikl.j}$.

Przy wyprowadzaniu powyższego modelu uwzględniono założenia upraszczające (1)-(4). Założenia te, jak również metoda konstruowania odpowiednich rozkładów zmiennych losowych składają się na koncepcję, którą można uważać nie tylko za koncepcję otrzymanego modelu, lecz także za ujęcie, w ramach którego dają się sformułować wszystkie trzy modele dotyczące zjawiska przestrzennego oddziaływania o bezpośrednim charakterze. W tym sensie zaprezentowaną koncepcję można nazwać ogólną. Jej uniwersalny charakter ma swój wyraz w fakcie, że trzy wymienione modele stanowią przypadki szczególne modelu przemieszczeń złożonych. Jak już powiedziano, model grawitacji otrzymuje się z powyższego modelu zakładając $v = 1$ w równaniu [7.9]. Wstawiając z kolei $v = 0$ można wyprowadzić model "pośrednich możliwości", którego uproszczoną wersję przedstawia równanie [7.5]. Bardziej skomplikowany jest natomiast związek między omawianym modelem podróży złożonych a behawiorystyczną wersją modelu grawitacji. Aby otrzymać ją w terminach tego pierwszego należy przyjąć $a_i K_i M_{kl.j} = 1$. Uzyskuje się wówczas rozkład liczby przemieszczeń podejmowanych przez dowolną (przeciętną) jednostkę ludzką. Rozkład ten można uważać za równoważny rozkładowi użyteczności podróży wprowadzonemu w rozdziale poprzednim. Jego maksymalizacja przy założeniach o ograniczeniu nałożonym na ogólny koszt przemieszczeń, pozwala wyprowadzić model grawitacji.

Charakterystyczną cechą otrzymanego ogólnego modelu przestrzennego oddziaływania jest - obok skomplikowanej konstrukcji - stosunkowo duża liczba parametrów empirycznych. Są one związane wyłącznie z funkcją zmiennej odległości daną wyrażeniem [7.7]. Parametrami są tutaj wielkość H dotycząca wpływu, jaki odległość wywiera na przestrzenne oddziaływanie, stała $\bar{v}$ określająca średnią liczbę przemieszczeń w podróży złożonej podejmowanej przez przeciętną jednostkę ludzką oraz wielkość t^2 - wariancja rozkładu zmiennej losowej, którego $\bar{v}$ jest średnią. Złożoność powyższego modelu sprawia, że jego empiryczna weryfikacja wymaga bardziej pracochłonnej procedury niż weryfikacja któregokolwiek z modeli dotyczących zjawiska przestrzennego oddziaływania o bezpośrednim charakterze. Istota tej weryfikacji jest jednak taka sama. Podobnie jak w przypadku parametru modeli przemieszczeń bezpośrednich najważniejsze jest ustalenie wartości liczbowej wszystkich trzech parametrów na podstawie odpowiednich danych empirycznych. Punktem wyjścia jest uporządkowanie danych obserwacyjnych w postać właściwych rozkładów prawdopodobieństwa. Dysponując rozkładami empirycznymi oblicza się następnie wielkości ich podstawowych parametrów - średnich i wariancji. One właśnie określają wartości parametrów modelu. W postaci skonkretyzowanej, a więc z ustalonymi wartościami liczbowymi tych parametrów, otrzymany model służy generowaniu hipotetycznych rozkładów strumieni przemieszczeń między obszarami, stanowiących prawdopodobne odwzorowania przestrzennego oddziaływania o złożonym charakterze.

VIII. PODSUMOWANIE

Opracowanie ma charakter teoretyczny - przedstawiono w nim (1) rekonstrukcję różnych sformułowań (koncepcji) modeli przestrzennego oddziaływania oraz klasyfikację ich głównych typów poznawczych tak, aby otrzymać jednolite i usystematyzowane ujęcie tych modeli; (2) własną interpretację powyższych modeli oraz próbę sformułowania ogólnego modelu przestrzennego oddziaływania, obejmującego poprzednie konstrukcje modelowe jako swoje szczególne przypadki. W zakresie obydwu podstawowych zadań praca dotyczy zjawiska przemieszczeń podejmowanych przez ludzi, przy czym, jeśli chodzi o pierwsze zamierzenie, odnosi się do przemieszczeń między parami dowolnych obszarów, w przypadku drugiego zaś, do przemieszczeń między dowolną liczbą obszarów. Zgodnie z przyjętą terminologią, pierwszej sytuacji odpowiada zjawisko przestrzennego oddziaływania o bezpośrednim charakterze, drugiej zaś - zjawisko przestrzennego oddziaływania o złożonym charakterze (zjawisko przemieszczeń złożonych).

Rekonstrukcji oraz systematyzacji koncepcji modeli odnoszących się do pierwszego z powyższych zjawisk dokonano na podstawie nowszej literatury przedmiotu, wyróżniając dwie podstawowe formuły - model grawitacji oraz model "pośrednich możliwości". Nie starano się odtwarzać wszystkich koncepcji leżących u podstaw każdego z wymienionych modeli; zrekonstruowano najbardziej znane i typowe ujęcia, co pozwoliło uzyskać ogólny pogląd na najważniejsze problemy natury metodologicznej i teoretycznej, charakterystyczne dla obecnego etapu badań dotyczących obydwu rodzajów modeli przestrzennego oddziaływania. Przedstawienie tych problemów nie było zresztą celem samym w sobie - jest tłem, a także stanowi punkt wyjścia do realizacji podstawowego zadania pracy - sformułowania ogólnego modelu przestrzennego oddziaływania.

Model ten wywodzi się z próby powiązania ze sobą dwóch zagadnień, najbardziej chyba charakterystycznych dla współczesnych podejść w zakresie modelowania zjawiska zachowania człowieka w przestrzeni. Jest to problem z jednej strony integracji teoretycznych przesłanek modeli dotyczących zjawiska przestrzennego oddziaływania o bezpośrednim charakterze, z drugiej zaś - otrzymania konstrukcji modelowej o skonkretyzowanej postaci, umożliwiającej weryfikację założeń badawczych dotyczących zjawiska przemieszczeń złożonych. Wyprowadzony w pracy model łączy, pod względem założeń, obydwa zagadnienia. Służy on przedstawianiu zjawiska przemieszczeń złożonych, a równocześnie obejmuje - jako szczególne przypadki - model grawitacji i model "pośrednich możliwości"; obydwa dostosowane do odwzorowywania zjawiska przemieszczeń bezpośrednich.

Przedstawiona koncepcja ogólnego modelu przestrzennego oddziaływania reprezentuje makroskalowe podejście do zjawiska zachowania człowieka w przestrzeni. Zgodnie z tym podejściem, zależność między podstawowymi czynnikami warunkującymi to zjawisko ma statystyczną naturę, ujawnia się więc przy założeniu, że zjawisko jest analizowane w skali masowej. Aby wyrazić statystyczną naturę tej zależności posłużono się pojęciem zmiennej losowej. Zdefiniowano dwie takie zmienne o rozkładach reprezentujących dwa najbardziej znane w nauce rozkłady prawdopodobieństwa - normalny i wykładniczy. Każdy z nich odnosi się do innego aspektu zachowania człowieka w przestrzeni: rozkład normalny opisuje skłonność ludzi do podejmowania określonej liczby przemieszczeń, wykładniczy natomiast - zmniejszanie się prawdopodobieństwa przestrzennego oddziaływania wraz z odległością. Obydwa rozkłady ujęte we wspólny, tzw. łączny rozkład prawdopodobieństwa zmiennych losowych, leżą u podstaw konstrukcji ogólnego modelu przestrzennego oddziaływania, zaś rozpatrywane osobno są osnową struktur modelowych dotyczących zjawiska przestrzennego oddziaływania o bezpośrednim charakterze. Rozkład wykładniczy stanowi podstawę modelu grawitacji i modelu "pośrednich możliwości", natomiast normalny - podstawę behawiorystycznej wersji tego pierwszego modelu.

Wyprowadzenie konstrukcji ogólnego modelu przestrzennego oddziaływania z dwóch najbardziej uniwersalnych rozkładów zmiennej losowej ma istotne konsekwencje poznawcze.

1. Powstał model odwzorowujący przemieszczenia złożone, który jako jeden z niewielu (a być może jako pierwszy w literaturze przedmiotu) nawiązuje do zapożyczonej z fizyki, na zasadzie analogii do prawa powszechnego ciążenia Newtona, zależności typu wzajemnego oddziaływania, przyjętej jako założenie ogólne dla pojęcia przestrzennego oddziaływania. Charakterystyczny dla tej zależności kształt konstrukcji modelowej sprawia, że stosunkowo łatwo jest przejść od niej, przy zastosowaniu odpowiedniego przekształcenia, do konstrukcji typowej dla modelu grawitacji lub modelu "pośrednich możliwości".

2. Jest to model zawierający parametry empiryczne, co również jest rzadko spotykane wśród modeli odnoszących się do zjawiska przestrzennego oddziaływania o złożonym charakterze. Nie same jednak parametry są najważniejsze, lecz ich charakter. Są to parametry rozkładów obydwu zmiennych losowych, dają się więc wyrazić w kategoriach wielkości do których odnoszą się te rozkłady. Fakt ten sprawia, że omawiane parametry mają jasną, określoną interpretację w dziedzinie danych obserwacyjnych, co wyraźnie ułatwia ich estymację. Dotyczy to przede wszystkim parametru związanego z funkcją wykładniczą, opisującą rozkład długości przemieszczeń. W dotychczasowej wersji typowej dla modelu grawitacji, który jest obecnie najpowszechniej stosowanym modelem przestrzennego oddziaływania, parametr ten nie jest zinterpretowany. Ma on

postać stałej bezwymiarowej, pozostającej w bliżej nieokreślonym związku z kategorią średniej długości (kosztu) przemieszczeń. Istotę tego związku udało się określić dopiero w terminach założeń koncepcji ogólnego modelu przestrzennego oddziaływania. W ramach funkcji opisującej powyższy związek daje się wyprowadzić parametr modelu grawitacji (w obydwu wersjach tego modelu) oraz modelu "pośrednich możliwości".

Skonstruowanie ogólnego modelu przestrzennego oddziaływania, którego kształt formalny jest uogólnieniem postaci prezentowanej przez model grawitacji i model "pośrednich możliwości" i którego parametry mają prostą empiryczną interpretację, można uważać za główne osiągnięcie pracy. Powstała konstrukcja z jednej strony na tyle ogólna, że jako swoje przypadki specjalne obejmuje podstawowe modele przestrzennego oddziaływania stosowane w obszarze badawczym geografii społeczno-ekonomicznej, z drugiej zaś, prezentuje poziom konkretyzacji umożliwiający empiryczną weryfikację związanego z nią założenia badawczego dotyczącego zjawiska przestrzennego oddziaływania zarówno o bezpośrednim jak i złożonym charakterze. Swój uniwersalny charakter konstrukcja ta zawdzięcza prostocie założeń teoretycznych. Odzwierciedleniem tej prostoty jest zupełnie nowa postać, jak również łatwość interpretacji parametrów empirycznych, mających jednoznaczne odniesienie przedmiotowe. Oryginalność użytych założeń teoretycznych oraz charakter wyprowadzonych parametrów sprawiają, że zastosowane w pracy podejście można traktować jak kolejną próbę poszerzenia i wzbogacenia istniejących sposobów rozwiązywania zagadnienia modelowania zjawiska zachowania chłowieka w przestrzeni.

BIBLIOGRAFIA

Alonso W. 1976, A theory of movement. Conference on the dynamics human settlement system, IIASA, Laxenburg, Austria.

Anselin L., Isard W. 1979, On Alonso's general theory of movement, "Man, Environment, Space and Time", 1, s. 52-63.

Black W. 1983, A generalization of destination effects in spatial interaction modelling, "Economic Geography", 59, s. 16-34.

Cesario J.F., Smith T.E. 1975, Directions for future research in spatial interaction modelling, "Papers, Regional Science Association", 35, s. 57-73.

Chojnicki Z. 1966, Zastosowania modeli grawitacji i potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych, "Studia KPZK PAN", 14, Warszawa.

Choukroun J.M. 1975, A general framework for the development of gravity - type trip distribution models, "Regional Science and Urban Economics", 5, s. 177-202.

Curry L. 1978, Demand in the spatial economy: II Homo stochasticus, "Geographical Analysis", 10, s. 309-344.

Feller W. 1980, Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa, PWN Warszawa.

Garrison W. 1956, Estimates of the parameters of spatial interaction, "Papers, Regional Science Association", 2, s. 280-288.

Golob T., Gustafson R., Beckman 1973, An economic utility theory approach to spatial interaction, "Papers, Regional Science Association", 30, s. 159-182.

Griesinger D.W. 1979, Reconsidering the theory of social gravity, "Journal of Regional Science", 19, s. 291-303.

Hanson S. 1980, Spatial diversification and multipurpose travel: implicators for choice theory, "Geographical Analysis", 12, s. 245-257.

Harris B. 1964, A note on the probability of interaction at a distance, "Journal of Regional Science", 5, s. 31-35.

Hua C., Porell F. 1979, A critical review of the development of the gravity model, "International Regional Science Review", 4, s. 97-126.

Huff D.L. 1963, A probabilistic analysis of shopping centre trade areas, "Land Economics", 39, s. 81-90.

Isard W. 1960, Methods of regional analysis: an introduction to regional science, New York.

Isard W. 1975, A simple rationale for gravity model type behaviour, "Papers, Regional Science Association", 35, s. 25-30.

Isard W., Liossatos P. 1974, On the natural transport rate and some parallels from physics, "Papers, Regional Science Association", 32, s. 95-100.

Karlqvist A., Lundqvist L., Snickars F., Weibull J. 1978, Spatial interaction theory and planning models, "Studies in Regional Science and Urban Economics", 3, North-Holand Publ. Comp., Amsterdam.

Kitamura R. 1984, Incorporating trip chaining into analysis of destimation choice, "Transportation Research", B, 1, s. 67-81.

Mazurkiewicz L. 1982, A spatial interaction model with the distance decay function based on a random variable distribution, "Environment and Planning, A", 14, s. 789-793.

Mazurkiewicz L. 1984a, Model of an individual spatial interaction behaviour: a statistical approach based on the concept of the wave equation, Sympozjum Grupy Roboczej MUG d/s Modeli Matematycznych i Analizy Systemowej, Besancon, Francja (maszynopis).

Mazurkiewicz L. 1984b, A new derivation of the intervening opportunities model, "Environment and Planning, A", 16, s. 1391-1393.

Mazurkiewicz L. 1984c, Statystyczny model grawitacji jako przykład zastosowania rozkładu Boltzmanna w badaniach geograficzno-ekonomicznych, "Przegląd Geograficzny", 56, s. 63-75.

Mazurkiewicz L. 1985a, An alternative derivation of the utility maximizing spatial interaction model, 25 Europejski Kongres Regional Science Association, Budapeszt (maszynopis).

Mazurkiewicz L. 1985b, A statistical model of multitrip spatial interaction pattern, "Environment and Planning, A", 17, s. 1533-1539.

Mazurkiewicz L. 1986, A statistical approach to modelling interaction in a functional space, "Geographia Polonica", 52, s. 153-158.

Mulligan G.F. 1983, Consumer demand and multipurpose shopping behaviour, "Geographical Analysis", 15, s. 76-81.

Niedercorn J.R., Becholdt B.V. 1969, An economic derivation of the Gravity Law of spatial interaction, "Journal of Regional Science", 9, s. 273-281.

Nijkamp P. 1975, Reflections on gravity and entropy models, "Regional Science and Urban Economics", 5, s. 203-225.

Nowak L. 1971, U podstaw marksowskiej metodologii nauk, PWN, Warszawa.

O'Kelly M.E. 1981, A model of the demand for retail facilities, incorporating multistop, multipurpose trips, "Geographical Analysis", 13, s. 134-148.

Rogerson P. 1982, Spatial models of search, "Geographical Analysis", 3, s. 217-228.

Schneider M. 1959, Gravity model and trip distribution theory, "Papers, Regional Science Association", 5, s. 51-56.

Schneider C.H.P. 1975, Models of space searching in urban areas, "Geographical Analysis", 2, s. 173-185.

Sheppard E.S. 1978, Theoretical underpinnings of the gravity hypothesis, "Geographical Analysis", 10, s. 386-401.

Smith T.E. 1975, An axiomatic theory of spatial discounting behaviour, "Papers, Regional Science Association", 35, s. 31-44.

Stouffer S.A. 1940, Intervening opportunities: a theory relating mobility and distance, "American Sociological Review", 5, 845-867.

Wichmann E.H. 1975, Fizyka kwantowa, PWN Warszawa.

Williams H.C.W.L. 1976, Travel demand models, duality relations and user benefit analysis, "Journal of Regional Science", 16, s. 147-166.

Williams H.C.W.L. 1977, On the formation of travel demand models and economic evaluation measures of user benefit, "Environment and Planning A", 3, s. 285-344.

Wilson A.G. 1967, A statistical theory of spatial distribution models, "Transportation Research", 1, s. 253-269.

Wilson A.G. 1970, Entropy in urban and regional modelling, Pion, London.

Wilson A.G. 1981, Catastrophe theory and bifurcation, Croom Helm, London.

Wójcicki R. 1974, Metodologia formalna nauk empirycznych, Ossolineum Warszawa-Wrocław.

Wróbel A. 1969, Model przepływów międzyregionalnych w zastosowaniu do międzywojewódzkich przewozów towarowych kolejami, "Przegląd Geograficzny", 2, s. 211-227.

Zipser T. 1969, Algorytmy zmodyfikowanego modelu konkurujących szans, Zakład Urbanizacji i Planowania Przestrzennego Politechniki Wrocławskiej (maszynopis).

Zipser T. 1972, Modele symulacyjne wzrostu miast oparte na modelu procesu wyboru celów, "Przegląd Geograficzny", 17, s. 479-494.

THEORETICAL FOUNDATIONS OF SPATIAL INTERACTION MODELS

SUMMARY

The subject matter of the thesis is movement pattern considered as a system of flows composed of people moving among various parts (areas) of a given territory (space). This pattern expresses one of main ways interaction appears in space where particular areas are characterized by their socio-economic masses. In the case of each area its mass is measured in terms of size of the set of people living or socio-economic activities localized within the area.

There are distinguished two forms of movement pattern. The first form, referred here to as the "single-trip movement pattern" is related to the situation when people move between any pair of areas. The other is termed the "multitrip movement pattern" and takes place when every movement consists of a sequence of trips linking different areas. The former is assumed to present a special case of the latter.

In the thesis a methodological reconstruction of contemporary approaches to spatial interaction models is presented as well as an attempt is made to construct an alternative approach to models of such a type.

As a spatial interaction model a formula is considered which describes the intensity (amount) of spatial interaction among various

areas as a function of both sizes of socio-economic masses of interacting areas and distance(s) separating them. This formula expresses a stable structural relationship concerning the behaviour of population in space as analogical to the relation which according to the Newtonian gravity law occurs between physical masses.

The term "approach" is used to denote a set of specific theoretical assumptions as well as particular methods the latter enabling to derive the model of spatial interaction on the basis of these assumptions. In the context of this thesis, a range of various approaches underlying spatial interaction models each approach presenting an unique way to obtain a given model constitute theoretical foundations of models of spatial interaction.

Most of contemporary approaches deal with spatial interaction pattern composed of single-trip movements. These approaches concentrate around three models of spatial interaction each one presenting an operational form (containing empirical parameters) and relating as to its assumptions to the Newtonian gravity law. The models are: the macroscale gravity model, the behavioural gravity model and the intervening opportunities model. On the other hand there are few models of multitrip spatial interaction pattern which however do not contain empirical parameters nor their assumptions refer to those specific of the law of gravity.

The first purpose of the thesis is to provide a methodological reconstruction of approaches related to models of single-trip movement pattern.

The second and main purpose is to formulate the model which is universal in its character in the sense that dealing with the multitrip spatial interaction can also describe a single-trip movement pattern as a special case of the former. This is possible due to the fact this model unlike other models of multitrip interaction is based on assumptions similar to those underlying the gravity law as well as contains empirical parameters. To point out its universal character this model is referred to as "a general model of spatial interaction".

The thesis is divided into eight chapters. In the first the model of spatial interaction is discussed as a methodological category. Using the classification proposed by R. Wójcicki (1974) there are distinguished three meanings of the notion "spatial interaction model": operational, semantical and syntactical one.

From the operational point of view the model of spatial interaction is a matrix of empirical data presenting in a mathematical form sizes of movement flows made by individuals moving among areas. In the semantical sense the model of spatial interaction is a set of concepts related to the phenomenon under consideration. The main concepts are: socio-economic masses of areas, amounts of spatial interaction among them and distances separating areas. The syntactical notion of spatial interaction model is an equation describing the relationship between the intensity of spatial interaction and sizes of masses of areas as well as distances among them. This is the meaning of the term "spatial interaction model" which is used throughout the thesis.

The second chapter is devoted to the macroscale gravity model of spatial interaction. There are distinguished three approaches to derive this model. The main assumption underlying them is that spatial interaction is a large-scale phenomenon which exhibits regularities statistical in their character. To take these regularities into account suitable statistical rules or laws are used. As first, the probability multiplication rule is employed. Model related to this rule is known as that based on probability and empirical assumptions. The second is the approach relying on an entropy maximizing principle. As the third, the theory of movement of W. Alonso is presented.

The third chapter deals with the behavioural gravity model of spatial interaction. All the approaches to this model rest on the presumptions made to an individual only and the way he behaves in space. Five approaches to the above model are discussed in the chapter. Three of them compose the so-called deterministic orientation. They are: the economical approach, the distance discounting theory and the consumers' benefit analysis. Two remaining ones constitute a probabilistic orientation including the constant utility approach and the stochastic utility approach.

In the fourth chapter the intervening opportunities model of spatial interaction is presented from the viewpoint of main approaches constituting various theoretical ways to formulate this model. There are distinguished three such ways. Two of them represent a behavioural point of view: the formulation obtained originally by M. Schneider and a new formulation based on the concept of the wave equation. As the third, an entropy maximizing approach forming a macroscale orientation is discussed.

The fifth chapter is devoted to the problem of integration of both behavioural and macroscale orientations as well as the gravity and the intervening opportunities concepts. There are presented two approaches linking together the above orientations and concepts. The first is an entropy maximizing formulation which integrates all them using statistical assumptions. The other focuses on the gravity model only providing the basis to joint behavioural and macroscale variants of this model.

The sixth chapter presents the author's own proposition as to integrate both versions of the gravity model (behavioural and macroscale one) and the intervening opportunities model. This proposition is based on original theoretical assumptions where as the main concepts those of random variable and random variable distribution are used. Besides theoretical findings the important achievement of argument proposed is a new nature of the parameter of spatial interaction model. This parameter is not defined as an indefinite constant as it was usually interpreted so far but as a function of an average movement distance which facilitates considerably the procedure of its empirical estimation.

The chapter seventh is in fact continuation of the argument made in previous chapter. Here, more comprehensive theoretical assumptions are presented whose special case are assumptions discussed in the chapter six. The assumptions deal with the multitrip spatial interaction pattern and using them a general model of spatial interaction is derived. Its general character consists in that all the models discussed previously can be treated as special cases of the model obtained.

The chapter eight recapitulates results of the thesis.

Błędy dostrzeżone w druku

Strona	We wzorze	Zamiast	Powinno być
29 i 30	[2.7] i [2.8]	p_i oraz p_j	$p_{i.}$ oraz $p_{.j}$
30	pierwszym od góry	$s(p_i - \sum_j p_{ij})$ oraz $b(p_i - \sum_i p_{ij})$	$\sum_i a_i(p_{i.} - \sum_j p_{ij})$ oraz $\sum_j b_j(p_{.j} - \sum_i p_{ij})$
30	drugim i trzecim od góry	a oraz b	a_i oraz b_j
30	3 i 4 wiersz od dołu	zdanie od "jeżeli" do "równą k"	Niech $k_{ij} = a_i p_{i.} b_j p_{.j}$
30	[2.9]	$p_{ij} = k\exp(-Bx_{ij})$	$p_{ij} = k_{ij}\exp(-Bx_{ij})$
38	5 wiersz od dołu	$k = k_i k_j$	$k = k_i = k_j$
35-39	w każdym przypadku	M_i	M_i'
43	[3.2]	$U(l_{ij}^d, M_j)$	$U(l_i^d, M)$
70	[4.7]	$\ln r_i = b - LM(x_i)\,dx_i$	$\ln r_i \sim -LM(x_i)\,dx_i$
70	drugim od góry	$\ln r(A) = b - L\int_0^A M(x)\,dx$	$\ln r(A) \sim -L\int_0^A M(x)\,dx$
74	wszystkie wzory	c oraz g	c_i oraz g_i
82	[5.3]	znak minus przed wyrażeniem	
84	pierwszym od góry		
89	10 wiersz od dołu	$x,\ x = 1, 2, \ldots, x$	$x,\ x = 0, 1, \ldots, X$
110	1 wiersz od góry		
92	pierwszy od dołu	$P(k_x = x) = \frac{Q^{x-1}}{(1+Q)^x} = P_x$	$P(k_x = x) = \frac{Q^x}{(1+Q)^{x+1}} = p_x$

Cena zł 120.—

Prace Habilitacyjne można nabyć i zamówić
w Ośrodkach Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN:

- Pałac Kultury i Nauki, 00-901 Warszawa
- ul. Sławkowska 17, 31-016 Kraków
- ul. Mielżyńskiego 27/29, 61-725 Poznań
- ul. Bankowa 14, 40-007 Katowice
- pl. Wolności 7, 50-071 Wrocław
- pl. Marii Curie-Skłodowskiej 5, 20-031 Lublin

oraz

w księgarniach „Ossolineum":
- ul. Łagiewniki 56, 80-855 Gdańsk
- pl. Mariacki 1, 31-042 Kraków
- ul. Krucza 24/26, 00-526 Warszawa
- Rynek 8, 50-106 Wrocław
- pl. Żołnierza Polskiego 1, 70-551 Szczecin

ISBN 83-04-02492-6