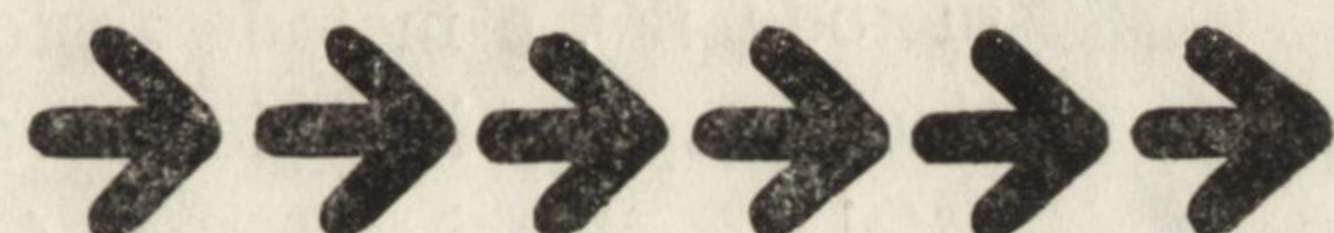




DYSKUSJA



W sprawie oceny wielkości obszaru penetracji gryzonia

W biuletynie PAN ukazała się praca (Malinowski i Nabagło 1979), której autorzy dokonują oceny wielkości obszaru penetracji gryzonia *Microtus arvalis* (Pall). Jako miarę tego obszaru przyjmują liczbę pułapek, do których gryzoń złowił się w okresie całego swego pobytu na powierzchni doświadczalnej. Autorzy dodają przy tym, że miara taka została zaproponowana przez Wierzbowską (1972).

Z informacji tej wynika, że autorzy przypisują mi inną metodę oceny wielkości obszaru penetracji niż ta, którą zaproponowałam w cytowanej przez nich pracy. Fakt ten zmusza mnie do zabrania głosu, a czynię to i dlatego, że wyniki oceny metodą podaną przeze mnie oraz metodą zastosowaną przez Malinowskiego i Nabagłę są różne, prowadzą do różnych wniosków biologicznych, poza tym uważam ich sposób wnioskowania za błędny. W niniejszym artykule przedstawię główną ideę obu metod, a wyniki ocen uzyskane za pomocą tych metod zilustruję na przykładzie.

Wielkość obszaru penetracji drobnych gryzoni leśnych nie może być na ogół określona na podstawie bezpośredniej, ciągłej obserwacji miejsc pobytu. Podaje się więc ocenę przybliżoną, którą otrzymuje się na podstawie analizy danych uzyskanych z wielokrotnego odłowu gryzoni do żywołownych pułapek (odpowiednio rozstawionych i sprawdzanych). Analizę tę przeprowadza się za pomocą metody, na którą składa się wybór określonych informacji z danych uzyskanych z doświadczeń (wybór odpowiedniej statystyki) oraz sposób wnioskowania (na podstawie zaobserwowanych w doświadczeniu wartości tej statystyki) o wielkości obszaru penetracji gryzonia.

W cytowanej pracy (Wierzbowska 1972) jako podstawę oceny obszaru penetracji gryzonia przyjąłam statystykę X_{kr} , którą określiłam jako liczbę różnych pułapek, do których gryzoń złowił się w okresie, w jakim zrealizował dokładnie k złowień ($k \geq 2$). Podobnie Malinowski i Nabagło wykorzystali przy ocenie wielkości obszaru penetracji informacje o liczbie pułapek, do których gryzoń złowił się, ale nie w okresie obejmującym k kolejnych złowień, ale w całym okresie pobytu

gryzonia na powierzchni doświadczalnej. Oznaczmy przyjętą przez nich statystykę literą X .

Nie stawiam w tym miejscu zarzutu, że jako podstawę estymacji przyjęli statystykę X , a nie X_{kr} . Tak oczywiście mogli postąpić. Natomiast istota różnicy w wynikach oceny metodą zaproponowaną przeze mnie (nazwijmy ją w skrócie metodą W), a metodą zastosowaną przez Malinowskiego i Nabagłę (metodą MN) tkwi w sposobie wnioskowania o wielkości obszaru penetracji na podstawie wartości określonej statystyki (X_{kr} bądź X). Autorzy ci przyjmują jako ocenę wielkości obszaru penetracji gryzonia (należącego do badanej populacji) średnią liczbę pułapek ujawnionych przez gryzonia w złowieniach pomnożoną przez pole oczka (przez D) sieci pułapek rozstawionych na powierzchni doświadczalnej. Tak więc, jeśli jako podstawę oceny przyjmiemy statystykę X , to wg Malinowskiego i Nabagły wielkość obszaru penetracji jest równa:

$$(1) \quad P_{MN}^{(X)} = \bar{x}D,$$

gdzie \bar{x} jest średnią arytmetyczną liczby pułapek, które ujawniły gryzonia w okresie całego pobytu na powierzchni doświadczalnej (w zapisie $P_{MN}^{(X)}$ zaznaczyłam, że powierzchnia obszaru penetracji oceniona jest metodą MN , na podstawie statystyki X).

Jeśli podstawą estymacji będzie statystyka X_{kr} , wówczas zgodnie ze sposobem wnioskowania metodą MN wielkość obszaru penetracji jest równa:

$$(2) \quad P_{MN}^{(X_{kr})} = \bar{x}_k D,$$

gdzie \bar{x}_k jest średnią arytmetyczną liczby różnych pułapek, do jakich złowiły się (w okresie obejmującym k kolejnych złowień) te gryzonia, które złowiły się w okresie pobytu na powierzchni co najmniej k razy ($k \geq 2$).

Tak więc ze sposobu wnioskowania, jaki Malinowski i Nabagło prezentują w swojej pracy wynika, że utożsamiają oni obszar „ujawniony” przez gryzonia w złowieniach z całym obszarem jego penetracji. Nie uwzględniają przy tej ocenie istotnego faktu, że liczba pułapek, do których gryzoń się łowi, zależy nie tylko od wielkości obszaru penetracji (ściślej od liczby wszystkich pułapek znajdujących się na tym obszarze) oraz od działania czynników losowych, lecz także od liczby złowień gryzonia, na podstawie których obliczono liczbę ujawnionych przez niego pułapek. Jest to intuicyjnie przekonywające, że przy większej liczbie złowień gryzoń ma możliwość złowienia się do większej liczby różnych pułapek (ujawnienia większej liczby różnych pułapek) znajdujących się na obszarze jego penetracji niż przy małej liczbie złowień (np. przy jednym złowieniu gryzoń może ujawnić tylko jedną pułapkę spośród r pułapek, jakie znajdują się w obszarze jego penetracji, $r > 1$).

W metodzie oceny wielkości obszaru penetracji gryzonia, którą przedstawiłam w mojej pracy, uwzględniony jest element pominięty przez Malinowskiego i Nabagłę — zależność liczby ujawnionych pułapek od liczby złowień. Zagadnienie oceny wielkości obszaru penetracji sprowadziłam do oceny liczby wszystkich pułapek (oznaczyłam wyżej tę liczbę literą r), które znajdują się w nie znanym nam obszarze penetracji gryzonia i każdej pułapce przyporządkowałam powierzchnię D . Tak

więc, gdy podstawą oceny jest statystyka X_{kr} , to jako ocenę wielkości pola obszaru penetracji przyjmuję wielkość:

$$(3) \quad P_W^{(X_{kr})} = r_1 D,$$

gdzie r_1 jest oceną nie znanej liczby pułapek (r), uzyskaną na podstawie zaobserwowanych wartości statystyki X_{kr} . Jeśli natomiast podstawą estymacji jest statystyka X , to oceną wielkości pola penetracji jest wielkość:

$$(4) \quad P_W^{(X)} = r_2 D,$$

gdzie r_2 jest oceną liczby r , uzyskaną na podstawie zaobserwowanych wartości statystyki X .

Szczegóły dotyczące metody wnioskowania o wielkości obszaru penetracji na podstawie statystyki X_{kr} znajdzie czytelnik w moich pracach (Wierzbowska 1972, 1974, 1975) oraz w pracy Tanaki (1974), w której autor ocenia proponowaną przeze mnie metodę z punktu widzenia zastosowania jej do oceny zagęszczenia zwierząt. Wnioskowanie na podstawie statystyki X przedstawiłam w pracy (Wierzbowska 1980). Wielkość r_1 występującą we wzorze (3) znalazłam z równania:

$$(5) \quad \bar{x}_k = r_1 \left[1 - \left(\frac{r_1 - 1}{r_1} \right)^k \right]$$

(oznaczenie \bar{x}_k objaśnione jest przy wzorze (2)). Równanie to otrzymałam oceniając metodą momentów parametr r rozkładu prawdopodobieństwa statystyki X_{kr} , który jest modelowym odpowiednikiem liczby pułapek „pokrywających” nie znany obszar penetracji gryzonia.

Przy ocenie wielkości obszaru penetracji na podstawie statystyki X , a więc przy określaniu wielkości r_2 (patrz równanie (4)) nie możemy wnioskować tylko na podstawie średniej \bar{x} (jak to uczynili Malinowski i Nabagło (patrz (1))), lecz podobnie jak dla statystyki X_{kr} musimy wziąć pod uwagę informację o liczbie złowien każdego gryzonia, dla którego określano liczbę ujawnionych pułapek. W przeciwieństwie do poprzedniej sytuacji liczba złowien tych gryzoni nie jest stała. Jeśli przyjmiemy wg Malinowskiego i Nabagły (1978), że liczba ta jest zmienną losową o rozkładzie Poissona z parametrem λ oraz przyjmiemy założenia modelowe prezentowane w mojej pracy (Wierzbowska 1972), rozciągnięte na cały okres pobytu gryzonia na powierzchni doświadczalnej, to między średnią \bar{x} liczbą pułapek ujawnionych przez gryzonia (w ciągu jego życia na powierzchni), średnią liczbą złowien gryzonia (\bar{y}) oraz liczbą pułapek (r) znajdujących się w obrębie obszaru penetracji zachodzi następująca zależność:

$$(6) \quad \bar{x} = r_2 \left\{ 1 - \frac{e^{-\hat{\lambda}} [e^{\hat{\lambda}(r_2-1)/r_2} - 1]}{(1 - e^{-\hat{\lambda}})} \right\},$$

gdzie $\hat{\lambda}$ jest oceną próbkową parametru λ , którą znajdujemy z równania

$$(7) \quad \bar{y} = \frac{\hat{\lambda}}{1 - e^{-\hat{\lambda}}}.$$

Równanie (6) otrzymałam oceniając metodą momentów parametr r rozkładu prawdopodobieństwa statystyki X , który jest modelowym odpowiednikiem liczby pułapek znajdujących się w obrębie obszaru penetracji. Szczegóły dotyczące oceny wielkości obszaru penetracji opartej na statystyce X znajdzie czytelnik w mojej pracy (Wierzbowska 1980).

Zilustrujemy teraz na przykładzie różnice w wynikach obu ocen korzystając z rzeczywistych danych dotyczących liczby ujawnionych pułapek przez gryzonia obserwowane w doświadczeniu. Pierwszy przykład dotyczy porównania metod, gdy jako podstawę wnioskowania przyjmujemy statystykę X_{kr} , drugi, gdy wnioskujemy na podstawie obserwacji wartości statystyki X . W pierwszym przypadku korzystałam z danych dotyczących liczby ujawnionych pułapek przez samice gatunku *Clethrionomys glareolus* (Schreb.) w dwóch kolejnych złowieniach ($k=2$) oraz liczby ujawnionych pułapek przez te samice w dziesięciu kolejnych złowieniach ($k=10$). Dane te zaczerpnęłam z pracy Andrzejewskiego i Wierzbowskiej (1970), podałam je także w mojej pracy (Wierzbowska 1972).

Tak więc wśród 360 samic, które złowiły się co najmniej dwa razy, 34 samice złowiły się dwukrotnie do tej samej pułapki (więc ujawniły jedną pułapkę), natomiast 326 samic ujawniło w dwóch kolejnych złowieniach dwie pułapki. Średnia liczba ujawnionych pułapek wynosi $\bar{x}_2 = 1,906$. Tak więc wg Malinowskiego i Nabagły (wzór 2) wielkość obszaru penetracji wynosi:

$$P_{MN}^{(X_2, r')} = 1,906 D = 428,85 \text{ m}^2, \quad (D = 225 \text{ m}^2).$$

Opierając się na wyliczonej średniej $\bar{x}_2 = 1,906$ przy dodatkowej informacji, że średnia ta została policzona na podstawie dwóch złowień ($k=2$) znalazłam z równania (5), że $r_1 = 11$. Tak więc wielkość obszaru penetracji, zgodnie ze wzorem (3), wynosi:

$$P_W^{(X_2, 11')} = 11D = 2475 \text{ m}^2.$$

Widzimy więc, że różnica w wynikach obu ocen jest znaczna. Jeśli natomiast wielkość obszaru penetracji ocenimy na podstawie dziesięciu złowień gryzoni, ponieważ $\bar{x}_{10} = 6,839$, to wg metody MN wielkość obszaru penetracji wzrośnie i wyniesie teraz:

$$P_{MN}^{(X_{10}, r')} = 1538,775 \text{ m}^2.$$

Natomiast wg mojej metody wielkość obszaru penetracji nie zmieniła się i wynosi w dalszym ciągu

$$P_W^{(X_{10}, 11')} = 2475 \text{ m}^2.$$

(Z weryfikacji materiału, przeprowadzonej w mojej pracy — Wierzbowska 1972 — wiemy, że samice *C. glareolus* w okresie obejmującym 10 złowień nie zmieniły wielkości penetrowanego obszaru).

Spójrzmy teraz na wyniki obu ocen, gdy podstawą wnioskowania jest statystyka X . Jako ilustrację wzięłam wybrane dane z pracy Malinowskiego i Na-

bagły (1979). Autorzy ci znaleźli, że wielkość obszaru penetracji samca gatunku *Microtus arvalis*, żyjącego na polu rzepaku wynosi

$$P_{MN}^{(X)} = 214,88 \text{ m}^2, \quad (D = 72 \text{ m}^2).$$

Jeśli natomiast uwzględnimy informację, że średnia liczba złowień wynosi $\bar{y} = 4,35$, a więc $\hat{\lambda} = 4,29$ (z równania (7)), to na podstawie wzorów (4) i (6) wielkość obszaru penetracji wynosi

$$P_W^{(X)} = 360 \text{ m}^2.$$

Obszar oceniony przez mnie jest więc większy niż obszar oceniony metodą Malinowskiego i Nabagły. Autorzy pominieli istotną informację, dotyczącą średniej liczby złowień gryzonia.

Z przeprowadzonych wyżej rozważań oraz z numerycznej ilustracji wynika, że metoda zastosowana przez Malinowskiego i Nabagłę nie daje oceny wielkości obszaru penetrowanego przez gryzonia. Obszar ujawniony przez gryzonia w złowieniach jest utożsamiany przez autorów z całym obszarem penetracji. W konsekwencji wnioski biologiczne dotyczące wielkości obszaru penetracji gryzoni należących do badanej populacji, ewentualnych zmian wielkości tego obszaru (np. w czasie czy dla różnych typów środowiska) nie są tym samym udowodnione, bądź mogą być wręcz nieprawdziwe.

Andrzejewski R., Wierzbowska T. 1970 — Estimate of the number of traps visited by small mammals based on a probabilistic model — *Acta theriol.* 15: 1—14.

Malinowski W., Nabagło L. 1978 — Distribution of probability of catching individuals of closed *Microtus arvalis* Pall. 1779 population — *Bull. Acad. pol. Sci. Cl. II, Sér. Sci. biol.* 26: 145—150.

Malinowski W., Nabagło L. 1979 — Estimating the range of penetration of individuals of *Microtus arvalis* (Pall. 1779) populations inhabiting alfalfa and rape fields — *Bull. Acad. pol. Sci. Cl. II, Sér. Sci. biol.* 27: 359—361.

Tanaka R. 1974 — An approach to the edge effect in proof of validity of Dice's assessment lines in small mammal censusing — *Res. Popul. Ecol.* 10: 1—20.

Wierzbowska T. 1972 — Statistical estimation of home range size of small rodents — *Ekol. pol. A*, 20: 781—830.

Wierzbowska T. 1974 — Statystyczny model dla oceny arealu drobnych gryzoni leśnych — *Roczn. pol. Tow. mat., Ser. III, Mat. stos.* 2: 139—149.

Wierzbowska T. 1975 — Review of methods for estimating the parameters of the home range of small forest rodents from aspect of sample size — *Acta theriol.* 20: 3—22.

Wierzbowska T. 1980 — Ocena wielkości arealu osobniczego przy uciętym rozkładzie liczby złowień gryzonia (w druku).

Teresa Wierzbowska (Warszawa)