Metoda monograficzna Grubego w świetle krytyki.

Śród różnych sprzecznych pomysłów metodycznych, monograficzne traktowanie liczb w początkowym nauczaniu rachunku cieszy się bodaj największą popularnością. Przedstawiciele odmiennych kierunków w metodyce nauczania tego przedmiotu uważają monografję, przynajmniej liczb pierwszego dziesiątka, za integralną część swej metody, a niektórzy (jak np. prof. Rein) posuwają się tak daleko, że gotowi są widzieć w niej trwałą zdobycz metodyczną. Metody Grubego używają niemal powszechnie, jakkolwiek nie w całości, a nawet nieraz z zastrzeżeniami i modyfikacjami. U nas, jak wiadomo, spopularyzował ją Jeske w swych podręcznikach do nauki początkowej rachunku, a wszystkie podręczniki późniejsze z temi lub innemi zmianami rzecz dalej kontynuują. Nauczanie wymaga zdawanie sobie sprawy z podstaw tego lub innego środka metodycznego, inaczej może się przerodzić w szkodliwą rutynę, która uważa nieraz za dogmat to, czemu przeczy zarówno nauka jak zdrowy rozsądek. Nawet gdyby ten dogmat był słuszny, nawet wtedy, powiadam, należałoby ciągle podstawy jego naukowe rewidować, w myśli uczących odświeżać. W poznaniu przyczyn tego czy innego postępowania dydaktycznego, tkwi największa jego wartość; nauczanie niczego tak się nie powinno obawiać, jak gotowych formuł, bo nauczanie jest robotą żywą. Metoda Grubego stała się dogmatem, przyczym z pola widzenia uczących usunęły się powody, dla których Grube ją wprowadził, a stąd, nawet gdyby była ona słuszna, dobrze jest przypomnieć o tych powodach. Staje się to konieczne, gdy słuszną nie jest.

Stawiając siebie w położeniu dziecka poznającego pierwsze liczby, nie znającego związków między niemi ani logiki ich uporządkowania i tworzenia, Grube przyszedł do wniosku, że każda z tych liczb jest dla dziecka jakby oddzielnym zjawiskiem. Chcąc je poznać, należy mu się przyjrzeć bliżej, porównać ze znanemi. Tak jak, dajmy na to, nieznaną roślinę, tak też każdą liczbę należy kolejno wobec tego rozpatrywać ze wszystkich punktów widzenia, jakie nam dają 4 działania arytmetyczne i zastosowanie w zadaniach praktycznych. Innej drogi wobec gotowego faktu istnienia liczb ciągu naturalnego niema i być nie może. Każda liczba tego ciągu jest oddzielnym indywiduum, którego związki z innemi nie mogą być znane a priori i same przez się zrozumiałe: należy te związki ustalić przez cierpliwe spostrzeganie i dokładne poznanie każdego takiego indywiduum w zakresie pierwszej setki, a wtedy dopiero można będzie wykonać ekstrapolację myślową w dalsze nieskończone dziedziny ciągu naturalnego. Jeżeli liczbę uważamy za przedmiot, za rzecz daną, metoda Grubego jest konsekwentna, ale inaczej przedstawi się sprawa wtedy, gdy liczbę będziemy rozpatrywali jako specyficzny wytwór myślenia. Wtedy oczywiście należałoby się zastanowić, jak powstaje ten wytwór, szukać specjalnego „loi de création".

Pogląd ten Grubego w pewnym okresie rozwoju pojęć metodycznych był krokiem naprzód, był rozwinięciem konsekwentnym myśli Pestalozzi'ego o zaczynaniu od małych liczb na tle poglądu możliwie pozbawionego treści zmysłowej.

Wobec braku jakiejkolwiek wiedzy psychologicznej o powstawaniu pojęć liczbowych, wobec małego doświadczenia szkolnego i nieznajomości naturalnego rozwoju rachunku w historji człowieka, pogląd Grubego mógł być racjonalnym; nic też dziwnego, że się tak długo utrzymał i dotąd panuje wszechwładnie w nauczaniu pierwszego dziesiątka. Pierwsze pociski krytyki skierowane były głównie na dwa najsłabsze punkty metody Grubego: 1° na zbytnie rozszerzenie monografji (w całym zakresie pierwszej setki) i 2° na używanie odrazu wszystkich działań.

Doświadczenie szkolne wykazało, że zbytnie rozszerzenie monograficznego traktowania jest zbyteczne, nawet nudne, że uczniowie poznają z łatwością liczby pierwszej setki w drugim roku bez monograficznego traktowania, wystarcza tylko odpowiednie zgrupowanie tych liczb i działań.

Znajomość historji rachunku i badania antropologów, językoznawców i etnografów, które się licznie pojawiać zaczęły w drugiej połowie XIX-go wieku, wykryły cały szereg faktów z dziedziny powstawania pierwszych pojęć liczbowych i rachunku, zarówno u ludów przeszłości jak u spółczesnych, żyjących w pierwotnym stadjum kultury. Nowe badania i odkrycia, jak np. wykopaliska w Mezopotamji*), rzucają całe snopy światła na rachunek pierwotny. Takie fakty nie mogą pozostać bez wpływu na dydaktykę. Przekonano się, że działania nie były czymś gotowym, że ulegały rozwojowi, że mnożenie i dzielenie należą do działań późniejszych, co zresztą nawet jest widoczne a priori, z logicznego stanowiska. Podwajanie, potrajanie poprzedzało mnożenie ogólne tak samo, jak znajdowanie połówek, ćwiartek poprzedzało dzielenie. Fakty historyczne wskazują drogę, po której biegła myśl ludzka w mozolnej swej pracy nad stworzeniem rachunku, a jeżeli zgodzimy się z tym poglądem, że dziecko w krótkich okresach swego życia powtarza niejako fazy rozwoju gatunku, przyjść musimy do wniosku, iż te fakty historyczne stanowią niezmiernie cenny materjał metodyczny, który musi być ze stanowiska logiki i psychologji opracowany do użytku nauczania. To też krytycy metody Grubego zarzucili mu nie liczenie się przy użyciu wszystkich działań ani z logiczną ich konstrukcją, ani z rozwojem historycznym.

Te dwa główne zarzuty uczynione Grubemu sprawiły, że monografja utrzymała się tylko w pierwszym dziesiątku, lub w pierwszych 2 dziesiątkach gdzie w pierwszym roku 2 tylko działania: dodawanie i odejmowanie bywają używane.

---

*) Patrz np. ciekawą i pożyteczną dla nauczyciela książeczkę: E. Löffler. Ziffern und Ziffernsysteme der Kulturvölker in alter und neuer Zeit. Mathematische Bibliothek. Lipsk—Berlin. Teubner. 1912.

Już poprzednio zaznaczyliśmy, że różne kierunki w metodyce godzą się na monograficzne traktowanie liczb pierwszego dziesiątka. Ponieważ dla dalszych naszych wywodów ważnym jest, w jaki sposób te kierunki stanowisko swoje w tej sprawie wyjaśniają, musimy dla jasności przytoczyć krótką charakterystykę tego stanowiska, przyczym weźmiemy pod uwagę nie odmiany różne tego samego kierunku, lecz główne jego cechy powtarzające się w różnych odmianach.

Takich kierunków głównych jest dwa. Każdy z nich rozgałęzia się jak drzewo rozrosłe na szereg odmian, w których wysuwa się zwykle na plan pierwszy pewien szczegół metodyczny.

Do pierwszego kierunku należą metody, którzy sprowadzają rachunek do liczenia, mniej lub więcej głęboko rzecz tę rozumiejąc. Proces liczenia w ostatecznej swej fazie składa się z trzech części: 1^0 przechodzenie od jednego przedmiotu lub zjawiska liczonego do drugiego (szereg czuć wzrokowych, słuchowych, dotykowych i mięśniowo-ruchowych), 2^0 obejmowanie pamięcią i ujęcie w całość całego szeregu aktów uwagi wykonanych poprzednio i 3^0 przyczepienie doń, jako do odrębnej całości psychicznej, pewnej nazwy — liczebnika. Nie będziemy się zastanawiali nad zagadnieniem, czy wymienione tu elementy procesu liczenia odrazu w tej formie się zjawiają *), czy też nie; skonstatujmy tylko fakt, że każda liczba stanowi w tym pojmowaniu odrębną całość psychiczną, jako jednoczesne ujęcie szeregu aktów uwagi. Stąd wynika: 1^0 wobec małej zdolności do refleksji u dzieci trudność jasnego ujmowania tej całości, a 2^0 istnienie tej całości jako pewnego odrębnego faktu doświadczenia wewnętrznego. Jeżeli tak, to każdy podobny fakt musi być oddzielnie poznawany przy stopniowym przechodzeniu od łatwiejszego do więcej skomplikowanego, monograficzna więc metoda Grubego ma tu niezbędne oparcie.

Drugi kierunek chce widzieć powstawanie pojęć liczbowych w związku z formą gieometryczną, jaką przyjmuje układ liczonych przedmiotów. Różne formy są mniej lub więcej przydatne do uchwycenia z nich liczby; stąd ważne pytanie wyboru formy najodpowiedniejszej. Ta forma ma być poddana i niejako włączona do wyobraźni odtwórczej i oto przy nazwie danej liczby ma powstawać odpowiednie ugrupowanie kółek, odpowiednie wyobrażenie. Porównywamy liczby, porównywując te wyobrażenia odtwórcze, ponieważ zaś potrzeba do tego jasnych i trwałych wyobrażeń, które zdobyć można tylko drogą wprawy i ciągłego odświeżania przez spostrzeganie bezpośrednie, znowu więc Grube ma rację ze swoją metodą monografji.

Pierwszy kierunek podkreśla doświadczenie wewnętrzne, drugi — zewnętrzne; pierwszy widzi liczbę, jako element ciągu naturalnego, jako stację w nieograniczonym procesie liczenia, drugi rad dostrzec w niej osobnika, a oba gotowe są mówić o w y o b r a ż e n i u liczby, co draźni zarówno umysł matematyka, jak i logika wogóle. Drugi kierunek jest nawet znacznie bliższy Grubego, wprost z niego wyrósł, stoi na tym samym gruncie grubego empiryzmu, tak samo nie wie, co robić dalej w następnych fazach nauczania ze

---

*) Kilka uwag w tej materji znaleść można w książeczce autora p. t. „Uwagi metodyczne o nauczaniu arytmetyki początkowej". Książnica wychowawcza № 6. Wyd. im. Staszyca. Skład główny u Geb. i Wolffa. 1911.

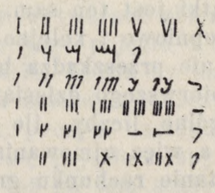
swojemi „wyobrażeniami liczby“, jak Grubę nie wie właściwie, co poza pierwszą setką robić z monografjami.

Oba kierunki prowadzą konsekwentnie do tego samego w danym przypadku wniosku — do monograficznego traktowania, o ileby więc takie traktowanie nie było słuszne, musiałby w obu poglądach tkwić jakiś błąd, jakiś mylny postulat lub jakieś niedopatrzenie. Taki postulat istotnie jest w obu. Zarówno pierwszy kierunek zakłada możliwość spamiętania i uchwycenia jako odrębnej całości szeregu aktów uwagi, odpowiadających przynajmniej liczbom pierwszego dziesiątka, jak również możliwość jasnego wyobrażania sobie zbiorów kółek o pewnym kształcie w tymże zakresie. Tymczasem taka możliwość nie istnieje. Pole świadomości człowieka jest ograniczone. Mając przed sobą zbiór przedmiotów, dajmy na to liter, niewprawny człowiek w jednym akcie uwagi może jednocześnie ująć nie więcej jak 3—4 litery, a przy pewnej wprawie nie więcej jak sześć *). Ujmowanie jednoczesne większych zbiorów nie może się odbywać inaczej, jak przez ujmowanie szybkie grup oddzielnych, na które te zbiory podzielić można. Forma gieometryczna podsuwa właśnie takie grupy, ułatwiające, jak to widzimy np. w znanych szeregach obrazów liczbowych Beetza lub Borna, chwytanie, ale od tego do trwałości, dokładności i jasności wyobrażenia odtwórczego daleko. Wszak o ile takie wyobrażenie może mieć wartość dydaktyczną, powinien każdy element obrazu być jasny i wyraźny w tym wyobrażeniu przynajmniej w pierwszym dziesiątku, jak tego sobie życzą wspomniani metodycy.

Co dotyczy wzroku, ma też znaczenie dla innych zmysłów: słuchu, dotyku i t. p. Np. słuchem nie możemy odróżnić więcej, niż 8 rytmicznych uderzeń metronomu, a Braille, wynalazca liter dla ślepych, nie używa do oznaczenia tych liter więcej, niż 6 punktów wypukłych **).

Ten fakt psychologiczny ma niezmiernie doniosłe znaczenie w dziedzinie rozważanej i niepodobna go lekceważyć. Z drugiej strony starożytne sposoby zapisywania liczb, jak również różne odmiany dawnych liczebników dają nowy dowód tego samego. Weźmy kilka przykładów.

T. zw. cyfry rzymskie . . . . .
Hieratyczne znaki liczbowe egipskie:
Znaki liczbowe fenickie . . . . .
Cyfry palmirskie . . . .
Cyfry syryjskie . . . .
Cyfry induskie (szryft Kharosthi)***)



Te przykłady wystarczą, aby wyprowadzić z nich ważny wniosek: pierwsze cztery liczby przeważnie oznaczano odpowiednim

---

*) Patrz W. Wundt. Einführung in die Psychologie. Lipsk. R. Voigtländer. 1912. Str. 16—17.
**) Wundt, l. c. Str. 21—22.
***) Löffler. l. c.

zbiorem kresek, a dopiero przy piątce zjawia się specjalny znak, jako symbol liczby.

Te pierwsze 4 liczby mają tę właściwość, że odpowiadające im zbiory są wyobrażalne, przyczym każdy z elementów jest jakby odczuwany oddzielnie zarówno w spostrzeganiu, jak w wyobrażaniu.

Jak widzimy, zgadza się to z wymienionym powyżej prawem psychologicznym: fakty spółczesnego doświadczenia psychologicznego i fakty historyczne są z sobą w zgodzie. Czyż taka rażąca zgodność nie daje wiele do myślenia o powstawaniu pierwszych pojęć liczbowych? Wyobrażalne są tylko zbiory, odpowiadające pierwszym czterem liczbom, dalsze liczby tworzymy już na podstawie dzielenia odpowiednich zbiorów na grupy składające się z poprzednich.

W tym fakcie tkwi podstawa rozszerzenia zakresu liczbowego i stanowi on jedno z największych odkryć matematycznych. Gdybyśmy nie byli w stanie ujmować jednocześnie niewielkich grup przedmiotów, gdybyśmy większego zbioru nie potrafili ujmować jako całości złożonej z mniejszych, nie byłoby ciągu naturalnego, istniałoby tylko ogólne „poczucie" wielkości, jak u ludzi pierwotnych. W powstawaniu większych liczb tkwi akt twórczy i z niego tylko wynika nasza pewność logiczna, nasza swoboda ruchów w tej dziedzinie. W tym akcie twórczym, w zaraniu dziejów człowieka powstałym, jest podstawa późniejszej definicji dojrzalszego matematyka.

Wszystko to dobrze—mogą nam powiedzieć zwolennicy monografji Grubego — ale ujmowanie liczby większej w zakresie pierwszego dziesiątka możliwe jest również, jeżeli już nie przez jednoczesne ujmowanie poszczególnych elementów, to grup tych elementów, a w takim razie cóż stoi na przeszkodzie kolejnemu ich rozpatrywaniu? Rzecz jasna, odpowiemy, że tam, gdzie powstanie liczby zależy od pewnego sposobu jej tworzenia, tam rozpatrywanie kolejne każdej liczby oddzielnie ma mniejszą znacznie wartość, niż mogłoby mieć, gdyby każda liczba większa od pięciu była niezależna od tego sposobu tworzenia. Monografja Grubego jest wyłącznie procesem analitycznym, gdy tu wchodzi w grę synteza, bez której ta liczba większa nie może być nam dana. Stąd wynika, że, ponieważ proces tworzenia wszystkich liczb drugiej piątki jest ten sam, nie różnią się one między sobą tak znacznie, aby należało stopniowo i kolejno je rozpatrywać, można natomiast przechodzić je razem, co nie przeszkadza bliższemu poznaniu każdej z nich *). W poznawaniu liczb pierwszego dziesiątka, jak również dalszych, nie tyle odgrywają rolę poszczególne liczby, ile uświadomienie sobie i wyjaśnienie procesu ich tworzenia, a więc ujmowania grupami, systemu dziesiętnego i pozycyjnego.

Powstanie rachunku grupami związane jest z ręką człowieka, czego dowodzi rozpowszechnienie się systemu dziesiętnego na kuli ziemskiej. Nawet tam, gdzie śród uczonych, jak w Babilonji i Asyrji używany był system liczenia 60-siętny, w praktyce życiowej stosowano dziesiętny. Przy rachunku uży-

---

*) Patrz Dr. E. Wilk. Das Rechnen der Volksschule. 1. Lehrerheft. Dresden—Blaschwitz 1909. Bleyl & Kacmerer. Inne prace tegoż autora: „Das Werden der Zahlen und des Rechnens im Menschen und in der Menschheit auf Grund von Psychologie und Geschichte" 1905 i „Neue Rechenmethode gegründet auf das natürliche Werden der Zahlen und des Rechnens 2-e wyd. 1911. O pracach tego autora podamy osobną wiadomość dokładniejszą, zasługują one bowiem na bliższe rozpatrzenie i ocenienie.

wano palców, przyczym wskazywanie palcami kolejnych liczonych przedmiotów, t. j. podporządkowywanie sobie elementów dwuch zbiorów było na porządku dziennym. Ten proces odwzorowywania należy również do kapitalnych momentów liczenia, a daje zarazem środek posuwania się dalej w szeregu naturalnym bez odróżniania w spostrzeganiu lub wyobrażaniu różnic dwóch różnych zbiorów. Liczba była jakby zmaterjalizowana na przyrządzie odwzorowującym. Rzecz ciekawa, że faktu tego dotąd nie podkreślili należycie historycy kultury, jakkolwiek rzuca się on w oczy, natomiast odgrywa on wielką rolę w rozprawach matematyków spółczesnych, nie troszczących się w badaniu swym o jego historyczną wartość. Wspomnę tylko słynną rozprawę Dedekinda: „Was sind und was sollen die Zahlen" i współczesną teorję mnogości. Wundt (Völkerpsychologie. T. II, cz. 2-ga, Lipsk 1912, str. 27—28), tak pisze o nauce rachunku dziecka współczesnego a pierwotnego człowieka: „Nie byłoby rzeczą odpowiednią, przenosić bez zastrzeżeń fazy rozwoju indywidualnego na rozwój rodzaju ludzkiego. Istnieje między niemi zgodność pod tym względem, że pojęcia oderwane powoli rozwijają się z konkretnych wyobrażeń. Sposób natomiast, w jaki to się odbywa, jest zasadniczo różny, co widać z tego, że dziecko bardzo wcześnie przejmuje liczebniki ze swego otoczenia, gdy u człowieka pierwotnego liczebniki powstają dopiero z oddzielnych wyobrażeń konkretnych i ich nazw, przyczym nazwę pewnego przedmiotu, np. „palce strusia" przenoszono na jakiekolwiek inne składające się z 4 elementów przedmioty, a obraz tych palców za każdym razem kojarzono z nowym objektem". (str. 27). „W pierwszym przypadku proces polega na wykluczaniu zmiennych, konkretnych wyobrażeń rzeczy z ich związku z liczebnikiem, w drugim na przenoszeniu danego wyobrażenia konkretnego na inne przedmioty i kojarzeniu z niemi". (str. 28). Zapewne różnica tu jest, ale w jaki sposób dziecko może porównywać dwa zbiory ze sobą, które przekraczają siłę jego spostrzegania dokładnego i wyobrażania? Tylko w taki sposób, jak to robił człowiek pierwotny. Porównywanie takie zaś jest konieczne, gdy chcemy owo „wykluczanie" wykonać i nie zależy wcale od tego, czy mamy nazwę—liczebnik, czy też nie. Właśnie dzięki takiemu porównaniu nastąpić może eliminacja. W każdym razie proces odwzorowania wskazuje, że nawet nie znając liczby w sensie Grubego, możemy wytwarzać zbiór o tej samej, co dany, zawartości, a to znowu podkopuje jego pojęcie o liczbie początkowej ciągu naturalnego jako o oddzielnym fakcie. Można by na to wszystko odpowiedzieć, że proste przeliczenie każdego zbioru wystarczy do przekonania się, że odpowiada mu ten sam liczebnik, poczym następuje wspomniany powyżej przez Wundta proces wytwarzania się pojęcia liczby. Zapewne stanowisko zasady liczenia jest najmocniejsze, to też na tem stanowisku stała i stoi największa liczba metodystów. Lecz proces liczenia wobec nazywania kolejnych liczebników jest zjawiskiem wtórnym: opiera się on na procesie odwzorowania, a ciąg naturalny jest tylko ostatnim szczeblem w rozwoju t. zw. aparatów odwzorowujących. Czy dobrze jest odrazu korzystać z liczebnika i pominąć proces odwzorowania? Pomijając już wielce w dzisiejszej pedagogice rozpowszechnioną t. zw. zasadę biogenetyczną, należy tu przedewszystkiem zanotować, iż wobec zaznaczonego powyżej faktu rozwijania się ciągu naturalnego dzięki tworzeniu wyższych jedności, powstawaniu grup, zasada liczenia nie może mieć wyjątkowego i jedynego stanowiska. System dziesiętny, dzięki któremu powstała i rozwinęła się arytmetyka, nie opiera się na zasadzie liczenia i jest zjawiskiem sui generis, faktem odrębnym. Pomimo to liczenie znaczenie i wartość swą ma i mieć musi. Mieć musi dla tego, że są własności liczb niezależne od żadnego systemu, np. prawa rozdzielności, przemienności i łączności, twierdzenia o własnościach działań wogóle z sumami i różnicami i t. p. Te rzeczy logicznie wyprzedzają system liczenia, a psychologicznie, w nauczaniu, muszą iść z nim równorzędnie. Gdybyśmy stanęli li tylko na stanowisku późniejszym—logika, wtedy, monografja jest zbyteczna, ona tylko mieć może podstawę psychologiczną. Ale ze stanowiska logiki zgoła niepotrzebnym jest również proces liczenia w ostatecznej swej formie, bo w takim razie to, co miało by zdefiniować liczbę, samo musiało by się oprzeć na tej definicji. Stąd wynika, że proces liczenia jest psychologiczną podstawą tych własności liczb, które nie zależą od systemu dziesiętnego lub jakiegokolwiek innego i jako taki może mieć w nauczaniu swą rację bytu. Możnaby powiedzieć, dodamy tu, że da się pomyśleć arytmetyka, w której niema systemu liczenia, jakkolwiek mogą być zdefiniowane wszelkie działania znane i t. p. Byłaby to teorja mnogości skończonych, teorja mało użyteczna, gdyż nie mająca większej wartości praktycznej. Tworzenie grup jest konieczne z tego względu dla zbiorów skończonych, a tym samym i wpływ tego tworzenia na charakter działań. W teorji mnogości, jak wiemy, tworzenie grup nie ma takiego znaczenia, bo np. przeliczalna mnogość przeliczalnych mnogości jest przeliczalna, t. j. mocy swej nie zmienia.

Zastanówmy się teraz, czy samo podporządkowywanie nazwy danym zbiorom o tej samej zawartości wystarcza do tego, aby dziecko tożsamość tej zawartości ująć należycie mogło. Chodzi o stwierdzenie, że dwa zbiory są równe, jeden z nich większy i t. p., to jest o stwierdzenie podstawowych faktów natury wielkościowej. Czy do tego wystarcza sama nazwa? Gdyby z nią łączyło się jasno uświadamiane pamiętanie oddzielnych aktów uwagi przy liczeniu—zgoda: nazwa wystarczyłaby do tego. Ale tak nie jest: dość zwykłej samoobserwacji, aby się przekonać, że można przeliczać (z dotykaniem nawet i czuciami ruchowemi, w połączeniu ze wzrokowemi) nieduże zbiory przekraczające piątkę i już pamięć odmawia nam posłuszeństwa. Wobec tego nazwa, jako znak czysto zewnętrzny, nie wystarcza. „Równość“, „większość“ i t. p. są pojęciami tak ważnemi, że wymagają również gienetycznego rozwoju i psychologicznego traktowania. Pojęcia te łączą się nierozerwalnie z pojęciem liczby i stąd konieczność niemniejszej o ich rozwój dbałości. Jasne ich postawienie i rozwój można osiągnąć tylko w ten sposób, że powołamy do pomocy proces odwzorowania, który zresztą, jak dotąd, nawet w ich definicji logicznej niezależnej od wszelkiego psychologizmu (może pozornie) odgrywa swą rolę. Stąd wynika, że powyższy nasz zarzut uczyniony z tego punktu widzenia monograficznemu traktowaniu Grubego jest słuszny. O ile wszelkie dotąd używane metody stoją na gruncie Grubego, zarzut ten dotyczy ich oczywiście w równej mierze. Tam, gdzie porównywanie liczb tak czy owak nie należy do ich konstrukcji, liczba staje się czymś ruchliwym, bo uniezależnia się od niej pewien proces, który w równej mierze dotyczy tej liczby, jak każdej innej. Większe zbiory niekoniecznie możemy porównywać, podporządkowując sobie poszczególne elementy: można równie dobrze, dzieląc na grupy, wykazać przez odwzorowanie jednakową ich budowę.

Idźmy teraz dalej. Według zdania Grubego (a tymbardziej wszystkich jego mniej lub więcej gorących zwolenników) monografja każdej liczby ostatecznie doprowadza do jej pojęcia. Bardzo jest trudne pytanie o przejściu od wyobrażenia do pojęcia, od konkretnych zbiorów do symbolu zawartości, i przytym nietylko trudne i skomplikowane, ale wprost czasem nieuchwytne. W praktyce nauczania początkowego bardzo często się zdarza, że po dość krótkiej monografji na przykładach konkretnych, przechodzi się do przykładów oderwanych i uczący ma to przekonanie, że pojęcie danej liczby jest już gotowe. Jakie są po temu kryterja? Prócz niejasnego nieraz poczucia możliwości, najczęściej w praktyce nauczania przeciętnego żadnych kryterjów ścisłych niema. To, że uczeń odpowiada na pytania—często nie może być sprawdzianem dostatecznym. Przeciętny uczeń odpowiada na pytania takie, na które odpowiedział już jego kolega albo nauczyciel. Bardzo trudno jest wyeliminować element pamięciowy, do którego tak skłonny jest wiek młody, a który z drugiej strony popiera przeważnie cała praktyka przeciętnego nauczania. Z pojęciem liczby dzieje się to samo, co z samodzielnością ucznia, która jest u wielu na ustach, a tak rzadko spotyka się w rzeczywistości. Tu, jak tam, brak kryterjów do odpowiednich wniosków, brak znajomości mechanizmu duchowego, jakby powiedział Pestalozzi. Dlaczego, dalej, przerobienie z daną liczbą wszystkich operacji, które wskazuje Grube, ma wystarczać do wytworzenia jej pojęcia? Właściwie operacji z daną liczbą jest nieskończenie wiele. Weźmy np. 7. Kiedy mamy pojęcie siedmiu, czy wtedy, gdy wykonamy wszelkie rozkłady 7 na elementy, czy gdy dowiemy się, że jest to liczba pierwsza, że taką a taką ma cechę podzielności, że dostajemy pełny cykl przy zamianie ułamków zwyczajnych, o mianowniku 7 na dziesiętne, że siedmiokątów foremnych jest 3, że równanie 7-go stopnia nie da się rozwiązać ogólnie i t. p., i t. p. Kiedy mamy pojęcie 7? Przypuśćmy, że pewna określona zupełnie liczba działań dobrze wykonywanych wystarczy, aby to pojęcie praktycznie t. j. do stosowania rachunku zwykłego w zadaniach wytworzyć: w takim razie powstaje kwestja, jaka to ma być liczba działań i czy nie zależy ona od właściwości indywidualnych ucznia. Wszystkie granice są tu niepewne, a w takim razie, czy wiemy, co może nam dać w tej dziedzinie monografja? Że tu musi chodzić o coś innego, niż o zwyczajne oderwanie nazwy od treści konkretnych zbiorów, o tym przekonywa nas nieskończoność ciągu naturalnego. W dalszych jego dziedzinach obracamy się swobodnie nie na zasadzie monograficznego poznania poszczególnych liczb, lecz na zasadzie uświadomionych sposobów tworzenia tego ciągu, t. j. właściwości systemu dziesiętnego liczenia, jak to słusznie zaznacza D-r Wilk we wspomnianych pracach. To samo prawo tworzenia, jak zaznaczyliśmy, istnieje już w pierwszym dziesiątku i uchwycenie jego stanowi kapitalny moment w powstawaniu pojęcia liczby. Pojęcia nie tworzą się, gdy nie są potrzebne. Gdybyśmy, jak mówi Galileusz, posiadali boską świadomość, moglibyśmy w dowolnie wielkim zbiorze konkretnym odróżniać poszczególne przedmioty, świat przedstawiałby się nam naprawdę pluralistycznie. My tej świadomości nie posiadamy, a gdybyśmy nawet ją posiadali, wyraz może byłby nam potrzebny ze względów społecznych, a może nawet dla nas samych. Był by może potrzebny wyraz, nazwa, ale nie byłoby potrzebne pojęcie liczby. Boska świadomość ma też nieskończoną pamięć, nie robiłaby jej trudności nieskończona liczba nazw, a więc niepotrzebne byłyby dla niej zarówno tworzenie liczb przez grupowanie, jak system liczenia i wszelkie prawa działań. Boska świadomość nie mogłaby się zajmować gieometrją, jak sądził Plato. Gieometrja, jak i arytmetyka, jest systemem pojęciowym, odrębnym światem idei, w którym potrzebne jest prawo tworzenia, jakby powiedział Wroński. To „prawo tworzenia" wyrasta z potrzeby praktycznej najpierw elementarnej, później coraz więcej złożonej. Jakiś filozof zaznaczył, że matematycy są jak bogowie· sami tworzą swój świat. Otóż matematycy są tylko jak ludzie, którzy muszą mieć świat symboli, świat pojęć, którzy muszą dzielić rzeczywistość na kategorje, grupy, bo niemasz innej drogi dla umysłu ludzkiego. Definicja matematyki jest koniecznością naszego umysłu, który liczy się tylko z tym, co dla niego wygodne i potrzebne. O wartości definicji świadczą jej następstwa i zbudowana na niej teorja,—po za tym cóż nas może więcej obchodzić? Początkowe akty myśli matematycznej związane są z konkretnemi rzeczami, lecz z doświadczenia nie pochodzą. Pojęcie jest jakby narzędziem umysłowym, instrumentem, który ma wartość objektywną, bo wypływa z potrzeby praktycznej i związany jest z organizacją umysłu ludzkiego niezależną od dowolności naszej.

Stąd w nauczaniu początków rachunku główną rolę odgrywają: 1⁰ związek z przedmiotami konkretnemi i sferą naturalnych zainteresowań dzieci, 2⁰ prawo odwzorowania, tworzenia grup, jako wyższych całości, i liczenie, jako czynniki natury ludzkiej, 3⁰ wprawa mechaniczna w rachunku. Monograficzna metoda Grubego pożyteczna jest tylko pod tym ostatnim względem, poza tym niemal ignoruje wszystkie inne zasadnicze momenty. Wprawa może być osiągnięta nie tylko na drodze analizy liczby danej, lecz i na drodze syntezy — łączenia liczb, jak to usilnie podkreśla E. Wilk.

Nie będziemy się tu dłużej zastanawiali nad działaniami. Już nadmieniliśmy, że używanie wszystkich działań odrazu, jak chce Grube, dawno uznano za niesłuszne. Działania należy podzielić na 2 grupy: dodawanie i odejmowanie jako zasadnicze i pierwotne działania, następnie mnożenie i dzielenie jako poniekąd pochodne. Nie wchodzi w zakres niniejszego artykułu bliższe zastanowienie się nad analizą poszczególnych działań i wnioskami dydaktycznemi, nad stopniowym ich wprowadzeniem i t. p. Może to stanowić ciekawy temat osobnego artykułu. Tutaj zaznaczyć tylko wypada, że mnożenie i dzielenie z natury swej są daleko więcej abstrakcyjnemi działaniami i że tylko nieporozumienie mogło powodować wprowadzenie wszystkich działań jednocześnie.

Nakoniec musimy zastanowić się nad jedną ważną kwestją. W ostatnich czasach podniesiono sprawę badań eksperymentalnych nad rozwojem pojęć liczbowych u dzieci. Wykonano już cały szereg doświadczeń, ale z tych doświadczeń, jak dotąd, pożytku dla nauczania jak również dla poznania tej sprawy bardzo mało. Przyczym nieudolność eksperymentu leży nie w samej myśli eksperymentalnego badania, która w zasadzie jest słuszna, raczej w niewiadomości tego, co chcemy przez eksperyment sprawdzić, o czym właściwie się przekonać. Jeżeli ktoś robi doświadczenia nad momentalnym odczytywaniem liczby ze zbiorów punktów odpowiednio ukształtowanych, może tylko wnioskować o tym, że ze zbioru takiego lub innego kształtu, dzieci, które już znają liczby początkowe, najprędzej te liczby odczytują i... nic więcej. O gienezie pojęć liczbowych nie może tu być mowy. W badaniu eksperymentalnym ważna jest hipoteza, którą sprawdzić lub obalić chcemy, ważną jest interpretacja otrzymanych danych cyfrowych przy metodzie ankietowej. Zarówno jedna, jak druga postulują już pewne określone pojęcia o rozwoju liczby; a stąd często dany eksperyment lub zespół danych cyfrowych może być dowolnie interpretowany. W jednym z tegorocznych zeszytów poważnego czasopisma niemieckiego: Zeitschrift für pädagogische Psychologie und experimentelle Pädagogik (Zesz. 1), pewien autor *) zajmuje się sprawą wyeliminowania tych zasadniczych elementów myśli, które się dają wyprowadzić z faktu istnienia ciągu naturalnego i następnie proponuje każdy z tych elemetów poddać eksperymentalnemu zbadaniu. Autor znajduje następujące własności: 1° Reihenform, 2° Ordnungsbedeutung, 3° Zusammenfassen mehrerer Glieder, 4° gegenseitige Beziehung des „grösser und kleiner“ zweier Zahlen i 5° jedes folgende Glied der Zahlenreihe ist um eins grösser als das vorausgehende. Każda z tych własności poddana ma być specjalnemu badaniu doświadczalnemu z dziećmi zupełnie nieumiejącemi rachować, aby stąd wywnioskować, jak się ona rozwija. To samo stosuje się do działań. Już pierwszy rzut oka wystarczy, aby powiedzieć, że ten powierzchowny czysto opis własności może nie doprowadzić do celu chociażby dla tego, że te własności mogą być od siebie zależne lub odgrywać rolę podrzędną, a wtedy wnioski z doświadczenia nie będą miały wartości. W każdym razie jest to pewien postęp w porównaniu z metodami Lay'a, Walsmanna, Nanu i t. p. Należy najpierw wysegregować na drodze logicznej, na podstawie innych badań elementy niezależne od siebie, przekonać się o ich istotnej wartości, a potym umiejętnie eksperymentować nad tym, jak się mogą rozwijać w umyśle dziecka. Z tego pierwszego stanowiska metoda Grubego nie wytrzymuje krytyki, czy wytrzyma ze stanowiska psychologji dziecka można wątpić, ale trzeba się o tym przekonać.

L. Zarzecki.

---

*) G. Deuchler. Psychologishe Vorfragen des ersten Rechenunterrichts.