e^7L, et qui fait partie du demi-berceau du premier palier, et du demi-berceau gauche de la première rampe, est la hauteur $e^{10}e^5$. Pour avoir celle du morceau dont le panneau de projection horizontale est la figure $za^3y^4y^5K$ z', et qui fait partie, à la fois, des deux demi-berceaux gauches des deux premières rampes, on portera la hauteur fz^3 de x en d, et la hauteur demandée sera ed. Enfin, la hauteur du morceau, dont le panneau de projection horizontale est la figure $f^4a^4d^4d^3If^3$, et qui fait partie et du second demi-berceau gauche, et du demi-berceau ordinaire qui soutient le second palier, sera la hauteur d^2d'. On conçoit comment on aurait les panneaux de projection horizontale et les plus grandes hauteurs des voussoirs des autres assises. Cela fait, on déterminera le panneau de tête qui répond à chaque joint par tête, en opérant comme il a été expliqué au n°. 485, et on aura tout ce qu'il faut pour tracer et tailler les voussoirs, par la méthode expliquée au n°. 486, en ayant égard à ce qui a été dit au n°. 485.

Relativement à la disposition des marches, on observera les mêmes choses que nous avons expliquées au n°. 488. On voit, dans la présente épure, que nous avons poussé le devant de la première marche de la première rampe de toute la largeur d'un giron, par rapport à la projection verticale $O'O^2$ de l'intersection des faces extérieures des limons, pour que la projection horizontale du devant de la dernière de la même rampe se trouvât être la diagonale PC, et qu'il en fût de même pour les rampes suivantes. Il résulte de cette disposition, que l'épaisseur des demi-berceaux gauches en descente, près du limon, est moindre qu'elle le serait, si nous n'avions reculé la première marche que d'un demi-giron; mais le devant de la dernière n'aurait plus eu la droite PC pour projection horizontale, puisqu'il aurait fallu avancer cette marche d'un demi-giron.

CHAPITRE XXXI.

Des Escaliers à repos entre deux murs cylindriques droits.

492. Les dispositions des escaliers de ce genre ne sont pas aussi variées que celles des escaliers à rampes droites. Les principales, les plus usitées, sont celles représentées en plan et en élévation dans la planche 86. Dans cette planche, la figure 439 est l'élévation et la figure 440 le plan d'un escalier à

une seule montée, comprise entre deux murs cylindriques, à base circulaire ou elliptique, s'élevant à une hauteur indéterminée. Ces sortes d'escaliers peuvent faire un nombre entier ou fractionnaire quelconque de révolutions. On voit que les projections horizontales des devants des marches tendent toutes au centre commun des traces horizontales des faces des murs, ce qui doit toujours avoir lieu dans les escaliers à rampes courbes. Les traces horizontales des faces des murs doivent toujours être concentriques, pour la régularité de l'escalier.

La figure 441 est l'élévation, et la figure 442 le plan d'un escalier semblable au précédent, avec cette différence que, le mur qui soutient le petit bout des marches, au lieu de s'élever indéfiniment, se termine en gradins. La hauteur de ces gradins est égale à deux ou trois hauteurs de marche, et leur retraite est égale à deux ou trois girons, suivant que leur hauteur est égale à deux ou trois hauteurs de marche.

La figure 443 est l'élévation, et la figure 444 le plan d'un escalier du même genre, mais dans lequel le mur qui soutient le petit bout des marches est terminé en forme de limon, dont le dessus est une surface que nous définirons incessamment.

Les figures 445, 446 sont le plan et l'élévation de la moitié d'un escalier du même genre à deux montées, faisant seulement un quart de révolution, et se réunissant à un palier d'arrivée.

Les escaliers disposés de cette manière, prennent le nom de *fer-à-cheval*. Le mur qui soutient le petit bout des marches est terminé en limon, mais il pourrait l'être en gradins. L'autre mur peut s'élever à la hauteur qu'on voudra, ou se terminer comme le premier, ainsi qu'on le voit dans les figures 447, 448, qui sont l'élévation et le plan d'un autre exemple de fer-à-cheval. Au-dessus du palier d'arrivée, on voit que, dans cet exemple, il s'élève une rampe droite. Cette rampe droite pourrait être suivie d'une autre, montant sur la même ligne, ou bien aboutir à un autre fer-à-cheval, et ainsi de suite; de manière qu'on pourrait disposer plusieurs fers-à-cheval et plusieurs rampes droites en amphithéâtre, ce qui serait susceptible de produire un effet très-pittoresque, surtout si l'on décorait ces escaliers de jets d'eau, de vasques, de fontaines, etc. Les rampes courbes des fers-à-cheval peuvent faire des demi-révolutions, de sorte que les deux marches de départ seraient écartées l'une de l'autre, d'une distance égale à la largeur du palier d'arrivée auquel les deux rampes courbes se réunissent.

Quelque compliquée que soit la disposition d'un escalier à repos entre deux murs cylindriques droits, son exécution ne peut renfermer de difficulté que dans le cas où l'un des murs ou tous les deux se terminent en limon; car, dans le cas où les murs s'élèvent indéfiniment, l'escalier n'y apporte aucun changement, et par conséquent ces murs restent dans leur simplicité. Dans le cas où ces murs se terminent en gradins, il est clair qu'il n'y a pas plus de difficulté. Dans tous les cas, les marches sont si simples, qu'il serait tout-à-fait inutile d'en parler. Il nous suffira donc d'expliquer ce qui est relatif à l'exécution des limons courbes. Mais avant de passer à des exemples, il faut que nous définissions l'espèce de surface qui convient au-dessus de ces sortes de limons.

493. Pour cela, supposons que, sur la surface d'un cylindre droit, à base circulaire, on ait tracé une certaine courbe, en montant, autour du cylindre, comme le filet d'une vis : cette courbe sera ce qu'on appelle une *hélice*, si, dans le développement de la surface cylindrique, elle devint une ligne droite. Nous étendrons cette définition au cas où la base du cylindre est elliptique, le cylindre étant toujours droit.

Je dis maintenant que les arrêtes du dessus d'un limon courbe doivent être de véritables hélices, et le dessus une surface engendrée par une ligne droite, restant toujours de niveau, et glissant en même temps sur une hélice et sur l'axe de la surface cylindrique sur laquelle l'hélice est supposée décrite. Cette espèce de surface prend le nom de surfaces *hélicoïdes*. En conséquence de ces définitions, nous appelerons *limons hélicoïdes*, ceux que jusqu'ici nous avons appelés *limons courbes*. Cela posé, passons à des exemples.

494. **Premier Exemple.** Supposons, en premier lieu, que le dessus du limon doive être formé par les assises du mur lui-même; que les quarts de cercle AB, DE (fig. 449) soient les traces horizontales des faces de ce mur, et que les droites NL, MK, d'I, e'H, etc., soient les projections verticales des lits des assises de ce même mur. Cela posé, pour avoir la projection verticale du dessus du limon, on opérera de la manière suivante :

Supposons d'abord que les hauteurs LK, KI, IH, HG, etc., des assises du mur soient égales entre elles, et que le limon ne commence qu'à partir du dessus de la première assise, et se termine au-dessus de la quatrième : il s'ensuivra que la hauteur à laquelle le limon montera, sera égale à trois hauteurs d'assise. En conséquence, on divisera les deux quarts de cercle AB, DE, chacun en trois parties égales aux points a, b, et d, e; par les points A, a, b, B, on élevera, à la ligne de terre NL, les perpendiculaires AC, a a', bb', BG, qui rencontreront respectivement les droites CK, l'I, h'H, etc., aux points C, a', b', G, par lesquels on fera passer la courbe Ca'b'G, qui sera la projection verticale de l'hélice qui est l'arrête, du dessus du limon, située sur la face concave du mur. Par les points D, d, e, on élevera à la ligne de terre LN, les perpendiculaires DM, dd′, ee′, qui rencontreront respectivement les droites MK, d′I, e′H, etc., aux points M, d′, e′, G, par lesquels on fera passer la courbe Md′e′G, qui sera la projection verticale de l'hélice qui est la seconde arrête du dessus du limon.

Si l'on prolongeait les lits des assises du mur, uniformément jusqu'à leurs rencontres avec le dessus du limon, il en résulterait des angles très-aigus, qu'il faut faire disparaître par le moyen de facettes, comme nous l'avons pratiqué dans les murs en talus, etc. Les intersections de ces facettes avec les faces du mur, seront des portions d'hélice perpendiculaires à celles des arrêtes du limon. Quant aux surfaces de ces facettes, elles seront gauches. Pour avoir les projections verticales des intersections de ces facettes avec les faces du mur, on développera, en ligne droite (fig. 450), l'un des arcs égaux Aa, ab, etc., ainsi que l'un des arcs correspondans Dd, de, etc., de la figure 449, de sorte que la droite ba (fig. 450) soit le développement de l'arc Aa (fig. 449) par exemple, et que la droite bd (fig. 450) soit celui de l'arc Dd (fig. 449). Par le point b (fig. 450) on élevera la droite bc perpendiculaire à la droite bd; on fera la hauteur bc égale à celle LK (fig. 449), qui est commune à toutes les assises du mur; et par les points a et d (fig. 450), et le point c, on menera les droites ac, dc, qui seront respectivement une partie des développemens des hélices qui sont les arrêtes concave et convexe du limon. Cela fait, on menera la droite ef (fig. 450) parallèle à la droite db, et à une hauteur, par rapport à cette dernière, égale à celle à laquelle on veut faire monter les facettes, par rapport aux lits des assises du mur; par les points e, h, où cette droite ef rencontre les droites cd, ca, on abaissera les droites ei, hg perpendiculaires à la droite db, et on menera les droites ek, hl, respectivement perpendiculaires aux droites cd, ca, qui seront les développemens des intersections des facettes avec les faces du mur. Ensuite, on fera les distances Ap, ak, bf (fig. 449), chacune égale à la distance ag (fig. 450); par les points p, k, f (fig. 449), on menera les droites pr, km, fg, tendantes au centre O; on menera les droites r′p′, m′k′, f′g′, parallèlement aux droites MK, d′I, e′H, et à une hauteur, par rapport à ces dernières, égale à bf (fig. 450); par les points p et r, k et m, f et g, on élevera, à la ligne de terre NL, les perpendiculaires pp′ et rr′, kk′ et mm′, ff′ et gg′, qui rencontreront les droites r′p′, m′k′, g′f′, respectivement aux points p′ et r′, k′ et m′, f′ et g′, qui seront situés sur les projections verticales des arrêtes du limon. Après cela, on fera les distances po, kl, fh, chacune égale à la distance gl (fig. 450), et les distances rq, mn, gi (fig. 449), chacune égale à la distance ik (fig. 450). Par les points o et q, l et n, h et i (fig. 449), on élevera, à la ligne de terre NL, les perpendiculaires oo′ et qq′, ll′ et nn′, hh′ et ii′, qui rencontreront respectivement les droites MK, d′I, e′H aux points o′ et q′, l et n′, h′ et i′; on joindra ensuite les points o′ et p′, l′ et k′, h′ et f′, ainsi que les points q′ et r′, n′ et m′, i′ et g′, par les courbes o′p′, l′k′, h′f′ et q′r′, n′m′, i′g′, qui seront les projections verticales des intersections des facettes avec les faces du mur. Pour décrire les courbes o′p′, l′k′, etc., on prendra des points aux milieux des arcs po, kl, etc., et aux milieux des arcs rq, nm, etc., par lesquels on élevera des perpendiculaires à la ligne de terre NL, lesquelles iront rencontrer respectivement des horizontales menées à égales distances des droites MC et r′p′, d′I′ et m′k′, etc., en des points qui appartiendront respectivement aux courbes dont il est question, et la projection verticale du limon sera terminée.

Pour tracer les pierres de ce limon, celle de la première assise, par exemple, dont le panneau de projection horizontale est la figure PQkm (fig. 449), on équarrira une pierre à ce panneau, qui ait la hauteur Nr′, laquelle prendra la forme abcdefghiklm (fig. 451). Par les points b et c de contact des tangentes ab, fe aux arcs bc, ed, on menera les droites bi, em, parallèles aux arrêtes ah, fg; on fera ensuite les hauteurs at, bs, cu, dv, er, fx, chacune égale à la hauteur d'assise; on joindra les points s et u, r et v, au moyen d'une règle flexible, et les autres points par les droites st, tx, xr, et uv; on fera les distances tq, ho respectivement égales aux distances Qo, Qp (fig. 449), et les distances xp, gn (fig. 451) respectivement égales aux distances Pq, Pr (fig. 449.) Puis, on joindra les points o et n (fig. 451) par la droite on, les points o et q, n et p, o et s, n et r avec une règle flexible, et la pierre sera tracée.

Si l'on voulait tracer et tailler une pierre de la seconde assise, celle, par exemple, dont le panneau de projection horizontale est la figure pfgr (fig. 449), on équarirait une pierre à ce panneau, à la hauteur k^2k', laquelle prendrait la forme abchefgd (fig. 452.) Ensuite, on menerait quelconques, les droites ro, sn, parallèles aux arrêtes bg, cd; on ferait les hauteurs ro, bp, cq, sn, chacune égale à la hauteur de l'assise KI (fig. 449), et avec une règle flexible, on joindrait les points o et p, n et q et les points p et q (fig. 452) par les arcs de cercle po, qn indéfiniment prolongés, et les points p et q, par la droite pq. On ferait ensuite les distances po, gl, respectivement égales aux distances fl, fk (fig. 449), et les distances qn, dm (fig. 452), respectivement égales aux distances gn, gm (fig. 449); on joindrait les points l et m (fig. 452) par la droite lm, et les points l et o, m et n par les courbes lo, mn, au moyen d'une règle flexible, et le lit de dessus serait tracé. On ferait les hauteurs ak, hi, chacune égale à la hauteur bf (fig. 450); les distances at, hu (fig. 452) respectivement égales aux distances gl, ik (fig. 450); on joindrait les points i et k, u et t (fig. 452), par les droites ik, ut, et les points k et t, i et u, par les courbes kt, iu, au moyen d'une règle flexible, et la facette du lit de pose serait tracée. Pour tracer le dessus du limon, on joindrait les points k et l, i et m, par les portions d'hélice kl, im, au moyen d'une règle flexible un peu large, que l'on ferait bien coïncider avec les faces cylindriques de la pierre. Pour tailler ce dessus, on ferait glisser une règle sur les deux courbes kl, im, d'une manière uniforme.

Si l'on voulait tracer le morceau de la quatrième assise, qui termine le limon, on s'y prendrait d'une manière semblable, et on aurait une pierre de la forme indiquée par la figure 453.

495. Second Exemple. Supposons que le limon doive être, sur chaque face du mur, en forme de couronnement, et qu'on veuille toujours qu'il soit formé par les assises du mur. Supposons que les quarts de cercle AB, DE (fig. 454) soient les projections horizontales des faces cylindriques du limon; que les quarts de cercle NO, PQ soient les traces horizontales de celles du mur; que la droite d'M soit la projection verticale de la génératrice, du dessus du limon, dont la projection horizontale est la droite DA; que la droite LS soit la projection verticale d'un plan horizontal, avec lequel le dessus du limon doit se raccorder suivant une droite dont la projection verticale est le point L, et la projection horizontale la droite EB. Cela posé, on opérera ainsi qu'il suit :

Comme dans l'exemple précédent, on divisera la hauteur ML en autant de parties égales que cette hauteur comprendra d'assises du mur; dans notre exemple, on la divisera en trois aux points H et K, et par ces points H, K on menera les droites He', Kf'. On divisera les quarts de cercle AB, DE, chacun en trois parties égales aux points b, c, et aux points e, f; par ces points de division et les points A et D, on élevera, à la droite d'M, les perpendiculaires Aa' et Dd', bb' et ee', cc' et ff', qui rencontreront respectivement les droites d'M, e'H, f'K, aux points a' et d', b' et e', c' et f', par lesquels et le point L on fera passer les courbes a'b'c'L, d'e'f'L, qui seront les projections verticales des arrêtes du dessus du limon. Sur les verticales LK, $c'c^2$, $b'b^2$,..., $f'f^2$, $e'e^2$,..., et à partir des points L, c', b',..., f', e',..., on portera, en contre-bas, l'épaisseur verticale du limon, ce qui donnera les points K, c^2, b^2,..., par lesquels on fera passer la courbe Kc^2b^2,..., et les points

K, f^2, e^2,..., par lesquels on fera passer l'autre courbe Kf^2e^2,... La première de ces courbes sera la projection verticale de l'arrête inférieure de la face concave du limon, et la seconde sera celle de l'arrête correspondante de l'autre face.

Si l'on voulait avoir les projections verticales des intersections du dessous du limon, avec les faces du mur, par les points où les quarts de cercle NO, PQ rencontrent les droites cf, be, etc., on élèverait des perpendiculaires à la droite d'M, qui iraient rencontrer les horizontales e'H, d'M, etc., en des points par lesquels et le point K, on ferait passer des courbes qui seraient les projections demandées.

Outre les facettes qui rencontrent le dessus du limon, il en faudra d'autres qui rencontrent le dessous, afin d'éviter toute espèce d'angle aigu. Pour avoir les projections verticales de ces doubles facettes, on opérera ainsi qu'il suit :

On développera en ligne droite, l'un des arcs égaux Ab, bc, etc., et l'un des arcs De, ef, etc. Supposons que la droite ba (fig. 450) soit le développement de l'arc Ab (fig. 454), et la droite bd (fig. 450), celui de l'arc correspondant De (fig. 454). On fera la hauteur bc (fig. 450) égale à l'une des divisions égales de ML (fig. 454), et on achevera la figure 450, comme nous l'avons expliqué au n°. 494. Ensuite, comme la hauteur verticale du limon est juste égale à une division de ML (fig. 454), on fera les distances Aa, by, bv, cp, cn et Bg, chacune égale à la distance ag (fig. 450), et par les points a, y, v, p, n, g (fig. 454), et par le centre R, on menera les droites ad, yz, vx, pq, no, gh ; on fera les distances aa^2, yy', vt, pr, nl, gi, chacune égale à la distance gl (fig. 450), et les distances dd^2, zz', xu, qs, om, hk (fig. 454), chacune égale à la distance ik (fig. 450). Puis, parallèlement aux droites d'M, e'H, f'K (fig. 454) et à une distance, en contre-haut et en contre-bas de ces mêmes droites, égale à la hauteur bf (fig. 450) des facettes, on menera les droites d^3a^3 et z^2F, x'v' et q'G, r'n' et g'I (fig. 454), qui seront les projections verticales des intersections des facettes avec le dessus et le dessous du limon. Quant à celles des intersections de ces facettes avec les faces cylindriques du limon, on les obtiendra, comme nous l'avons expliqué au n°. 494, ainsi que les lignes ponctuées l'indiquent, et la projection verticale du limon sera terminée.

L'inspection de la figure 455, qui représente une pierre de l'espèce de limons dont il s'agit, et l'explication que nous avons donnée, pour tracer les pierres de l'exemple précédent, suffiront pour entendre la manière de tracer celles de celui-ci.

496. Troisième Exemple. Dans chacun des deux exemples qui précèdent, au lieu de faire le dessus du limon en hélicoïde, on pourrait le faire en forme de chaperon en dos-d'âne ou arrondi, ainsi qu'on le voit en projection horizontale et en projection verticale, dans la figure 456. Dans ces deux cas, les arrêtes du limon, sur les deux faces cylindriques, seraient, comme dans les cas précédens, des hélices, et le sommet, du dessus du limon, serait une courbe semblable, située au milieu de la largeur du limon, un peu plus haut que les deux premières. Pour tracer les pierres de cet exemple, on supposerait une surface hélicoïde menée par l'hélice du sommet; on prolongerait les facettes jusqu'à cette surface, de sorte que ces facettes seraient plus larges, qu'à l'ordinaire, de *toute l'élévation* du sommet du chaperon, par rapport aux *arrêtes sur les faces cylindriques* du limon. Ainsi, dans le *développement* (*fig.* 457) des arcs be, qr, nk (fig. 456), en supposant que la droite gf (fig. 457), parallèle à la droite da, soit celle qui détermine la hauteur des facettes sur les faces cylindriques, on menera une autre parallèle ih à la droite da, de manière que la hauteur fh soit égale à la flèche gd (fig. 458) (la courbe edc étant celle du dessus du limon, prise dans un plan vertical mené suivant une génératrice de la surface hélicoïde). On regardera donc la hauteur ah (fig. 457), comme étant celle des facettes, et on opérera, en conséquence, comme nous l'avons expliqué dans les deux premiers exemples. On taillera les pierres comme si le dessus du limon était hélicoïde, ce qui leur donnera la forme sabcdefghikl (fig. 459), et ensuite, sur les facettes asred, hgqfl, on tracera les courbes nro, mqp, au moyen, non pas de la *cerce edc* (*fig.* 458), *mais d'une autre cerce dépendante* de celle-là et de la direction de la facette, que le lecteur trouvera de lui-même. Dans la pratique, la cerce edc (fig. 458) serait suffisamment exacte entre les mains d'un tailleur de pierre intelligent.

497. Quatrième Exemple. Au lieu de faire le limon par les assises du mur, comme nous l'avons supposé jusqu'ici, on le fait très-souvent par une seule assise comprise entre deux surfaces hélicoïdes parallèles, et on termine les assises du mur à celle de ces deux surfaces, qui est le dessous du limon, de la manière que nous avons expliquée au n°. 494.

Dans ce cas, supposons que la figure ABCD (fig. 460) soit la projection horizontale d'un morceau du limon à construire; on menera la corde AB, de l'arc de cercle AB; sur le milieu de cette corde, on élevera la perpendiculaire Fh′, indéfiniment prolongée; on divisera chacun des arcs de cercle AY, YB, DE, EC, en un même nombre de parties égales; en deux, par exemple; on prendra une ligne de terre SM, perpendiculaire à la droite

Fh′, ou, ce qui revient au même, parallèle à la corde AB; on fixera la hauteur MQ à laquelle doit monter le morceau de pierre en question; on divisera cette hauteur en autant de parties égales qu'on aura divisé l'arc AB; par les points de division N, O, P, Q, on menera les droites Nb, Oc, Pe, QR parallèles à la ligne de terre SM; par les points de division A, G, H, B, de l'arc AB, on élevera les perpendiculaires AU, Gi, Hg, BV, à la ligne de terre SM; par les points de division D, I, K, C, de l'arc DC, on élevera, de même, les perpendiculaires DT, Ik, Kf, CX′, à la même ligne de terre SM, lesquelles, et les premières, rencontreront respectivement les horizontales SM, bN, cO, eP, RQ, en des points S, b, c, d, Q, et L, a, c, e, R, par lesquels on fera passer les courbes SbcdQ, LaceR, qui seront les projections verticales des arrêtes inférieures du limon. Pour avoir celles des arrêtes supérieures, on fera les hauteurs QX, RV, df, eg, ch, ai, bk, LU et ST, chacune égale à l'épaisseur verticale du limon, et par les points X, f, h, k, T, et les points V, g, h, i, U, on fera passer les courbes XfhkT, VghiU, qui seront les projections demandées. Cela fait, on procédera à celles des joints par têtes de la pierre dont il s'agit, en opérant ainsi qu'il suit:

On développera en ligne droite, les deux arcs AY, DE, qui sont proportionnels aux arcs AB, DC. Supposons, en conséquence (fig. 461) que la droite ac soit le développement de l'arc AY, et la droite ab celui de l'arc DE. On fera les droites bd, ec, chacune égale à autant de divisions de la droite MQ (fig. 460), que les arcs AY, DE contiennent de divisions des arcs AB, DC; par le point a et les points d, e (fig. 461), on menera les droites ad, ae; on fera les hauteurs ah, eg, df, chacune égale à l'épaisseur verticale ch (fig. 460) du limon, et par les points g et f, et le point h (fig. 461), on menera les droites hg, hf. Maintenant, on décidera la forme qu'on voudra donner aux joints par tête, c'est-à-dire qu'on décidera si l'on veut faire ces joints plans ou gauches; si l'on veut qu'ils soient plans, par le point h (fig. 461) on menera la droite hr perpendiculaire à la droite gh, et l'arrête inférieure de ces joints sera une ligne courbe dont les extrémités ne seront pas de niveau. Si l'on veut qu'ils soient gauches, il y aura deux cas: 1°. les intersections de ces joints, avec les faces cylindriques du limon, seront toutes les deux respectivement perpendiculaires aux arrêtes du dessus de ce limon, et dans ce cas, si l'arrête supérieure de ces joints est une droite de niveau, c'est-à-dire, si elle est une génératrice du dessus, l'arrête inférieure sera une ligne courbe, dont les deux extrémités ne seront pas de niveau; 2°. si l'on veut que les arrêtes supérieure et inférieure de ces joints soient toutes les deux de niveau, qu'elles soient des génératrices des deux surfaces hélicoïdes, les intersections de ces joints, avec les faces cylindriques du limon, ne pourront plus être toutes les deux perpendiculaires aux arrêtes du dessus de ce limon. On choisira, parmi ces trois moyens, celui qui conviendra le mieux; dans l'épure qui nous occupe, nous avons adopté le troisième sans lui accorder la préférence sur les deux premiers. En conséquence, par le point h, nous avons mené la perpendiculaire hi à la droite hg; par le point i, où cette perpendiculaire est venue rencontrer la droite ae, parallèle à hg, nous avons mené la droite ik parallèle à la ligne de terre ab; par le point k, où cette dernière droite ik est venue rencontrer la droite ad, et par le point h, nous avons mené la droite hk, qui a été le développement de l'intersection des joints avec la face cylindrique convexe du limon, et par les points i et k, nous avons abaissé les perpendiculaires ip, kq, à la droite ab. Cela fait, nous avons porté la distance ap de A en x, et de B en s (fig. 460), et la distance aq (fig. 461) de D en y et de C en t (fig. 460); par les points x et y, nous avons élevé les droites xx′, yy′, perpendiculaires à la ligne de terre SM, lesquelles ont été rencontrer les projections verticales LaceR, SbcdQ des arrêtes inférieures du limon aux points x′, y′; par ces deux derniers points, nous avons mené la droite x′y′, qui s'est trouvée parallèle à la ligne de terre, comme cela devait être, et qui a été la projection verticale de l'arrête inférieure du premier joint. Nous avons joint les points x′ et U, y′ et T par les courbes x′U, y′T, qui ont été les projections verticales des intersections du premier joint avec les faces cylindriques du limon. De même, par les points s et t, nous avons élevé les droites ss′, tt′ perpendiculaires à la ligne de terre SM, qui ont été rencontrer aux points s′, t′, les projections verticales UihgV, TkhfX, des arrêtes supérieures du limon, par lesquels nous avons mené la droite s′t′ qui s'est trouvée parallèle à la ligne de terre SM, et a été la projection verticale de l'arrête supérieure du second joint; enfin, par les points R et s′, Q et t′, nous avons mené les courbes Rs′, Qt′, qui ont été celles des intersections du même joint avec les faces cylindriques du limon. Pour tracer les courbes y′T, x′U, Rs′ Qt′, nous avons cherché un point intermédiaire pour chacune, et pour le trouver, nous avons mené la droite ml parallèle à la droite ab (fig. 461); par les points m, l, nous avons abaissé les perpendiculaires mn, lo à la droite ab; nous avons pris la distance an que nous avons portée de A en q, et de B en v (fig. 460); et la distance ao (fig. 461) que nous avons portée de D en r et de C en u (fig. 460). Puis, nous avons mené les droites r′q′, v′u′ parallèles à la ligne de terre SM, et à une distance des droites y′x′, RQ, égale à la hauteur sm (fig. 461);

par les points q et r, v et u, nous avons élevé les droites qq′ et rr′, vv′ et uu′, perpendiculaires à la ligne de terre SM, qui ont été rencontrer respectivement les droites r′q′, v′u′, aux points q′ et r′, v′ et u′, qui se sont trouvés ceux que nous cherchions. On opérerait donc de la même manière, dans les mêmes circonstances, et on aurait la projection verticale de la pierre en question. Pour avoir les justes dimensions de cette pierre, par les points L, Q, les plus saillans de la projection verticale de la face inférieure, on menera la droite LQ; parallèlement à cette droite, et par le point V le plus saillant de la projection verticale du dessus, on menera la droite VT; par les points L et V, on menera les droites VV′, LL′, perpendiculaires à la droite LQ, et les trois dimensions de la pierre seront les droites LV′, LL′ et FE. Les droites LV′, L′V, seront les projections verticales de deux plans parallèles entre eux, et inclinés à l'horizon. Pour tracer cette pierre, il faut avoir un panneau qu'on obtiendra de la manière suivante :

On menera (fig. 462) une droite quelconque ih; sur cette droite, on fera les distances ia, ib, ic, id, ie, if, ig et ih, respectivement égales aux distances S′L, S′m, S′l, S′n, S′o, S′p, S′z et S′Q (fig. 460); par les points i, b, c, d, e, f, h (fig. 462), on élevera, à la droite ih, les perpendiculaires ik, bl, cr, dm, ep, fn et ho; on fera les ordonnées cr, ep, chacune égale à G′G (fig. 460), l'ordonnée dq (fig. 462) égale à FY (fig. 460), et par les points a, r, q, p et g (fig. 462), on fera passer la courbe arqpg; on fera les ordonnées ik et ho, bl et fn, dm, respectivement égales à D′D, I′I, FE (fig. 460); par les points k, l, m, n, o (fig. 462), on fera passer la courbe klmno, par les points a et k, g et o, on menera les droites ak, go, et le panneau demandé sera la figure aqgomk. Maintenant, on pourra tracer la pierre de la manière suivante :

Au moyen des trois dimensions LV′, LL′ et FE (fig. 460), on équarrira un parallélipipède rectangle abcdefgh (fig. 463); on fera les distances ai, fu, sur les arrêtes du parement abgf, qui est celui dont la projection verticale est la figure LV′VL′ (fig. 460), respectivement égales aux distances Ln, L′h′; on joindra les points i et u par la droite iu (fig. 463); on fera ip égal à ia, et par les points a et p on menera les droites at, pg, parallèles à iu; avec le panneau agok (fig. 462), on tracera, et sur le lit de dessous ab cd, et sur le lit de dessus ghef, les formes alpqkt², tvgr³k′t′, et on fera les deux paremens cylindriques de la pierre, en dirigeant la règle parallèlement à la droite at. Sur les arrêtes de ces deux paremens cylindriques, on marquera les points n, l, o et n′, v, o′, qui sont les correspondans des points r, q, p (fig. 462); ainsi que les points s, k, r, et s′, k′, r′ (fig. 463) qui sont les correspondans des points l, m, n (fig. 462), et on joindra tous ces points (fig. 463) par les droites nn′, lv, oo′, ss′, kk′, rr′. Cela fait, on fera les hauteurs pp′, lm, respectivement égales aux hauteurs zR, nc (fig. 460), et avec une règle flexible, on fera passer, par les trois points a, m, p′ (fig. 463), la courbe amp′. On fera les hauteurs mv′, aa′, chacune égale à p′g, et par les trois points a′, v′, g, on fera passer la courbe a′v′g, au moyen d'une règle flexible. Ces deux courbes seront les arrêtes du limon dans la face cylindrique concave. On fera les distances $r'r^2$, $k'k^3$, respectivement égales à mb, nc (fig. 460), et par les trois points t′, k^3, r^2 (fig. 463) on fera passer la courbe $t'k^3r^2$, au moyen d'une règle flexible. On fera les hauteurs ss^2, kk^2, respectivement égales à $r'r^2$, $k'k^3$, et par les trois points s^2, k^2, q, on fera passer, avec une règle flexible, la courbe s^2k^2q, et les deux courbes $t'k^3r^2$, s^2k^2q, seront les arrêtes du limon sur la face cylindrique convexe. Par les deux courbes amp′, s^2k^2q, on fera passer la surface hélicoïde du dessous du limon, et par les deux courbes a′v′g, $t'k^3r^2$, on fera passer celle du desssus, et il ne restera plus à faire que les deux joints par tête.

Pour tracer ces joints, on observera que les droites nn′, oo′ (fig. 463), ont pour projections horizontales les points G, H (fig. 460); en conséquence, on prendra la distance Gx ou son égale Hs; à cette distance, et parallèlement aux droites nn′, oo′ (fig. 463), on menera les droites z^2z^3, z′z, dans la face concave de la pierre : la première z^2z^3 rencontrera l'arrête am p′ au point z^2, et la seconde z′z l'arrête a′v′g au point z. Parallèlement aux droites ss′, rr′ (correspondantes aux droites nn′, oo′), on menera les droites x′y′, xy, à une distance égale à Iy ou son égale Kt (fig. 460) : la première rencontrera l'arrête s^2k^2q au point x′, que l'on joindra par la droite $x'z^2$ avec le point z^2; la seconde xy rencontrera l'arrête $t'k^3r^2$ au point x, que l'on joindra au point z, par la droite xz. On joindra les points z^2 et a′, x′ et t′, z et p′, q et x par les courbes z^2a', x′t′, zp′, qx, au moyen d'une règle flexible, et les deux joints seront tracés.

498. **Cinquième Exemple.** Dans certaines circonstances, au lieu de faire le dessus du limon à surface hélicoïde, comme dans les exemples précédens, on le fait à surface plane. Dans ce cas, l'épure est tout-à-fait différente des précédentes, ainsi qu'on va le voir.

Supposons que les arcs de cercle BC, GF (fig. 464), soient les projections horizontales des faces cylindriques du limon, que ce limon se continue en ligne droite de chaque bout; de sorte qu'en bas, et à partir de la droite BF, les projections horizontales de ses faces verticales se prolongent suivant les droites BA, FE, et qu'en haut, et à partir des points C et G, les projections horizontales des mêmes faces se prolongent en retour suivant les droites CI, GH. Enfin, supposons que le dessus et le dessous soient deux plans inclinés parallèles, comprenant le limon mixte dans toute son étendue, et que les droites NQ, OP soient les projections verticales de ces deux plans, dans un plan de projection dont la ligne de terre MG^2 soit parallèle aux droites AB, CI; c'est-à-dire, dans un plan de projection verticale perpendiculaire à ces plans eux-mêmes. Cela posé, on opérera de la manière suivante :

On divisera l'arc BC en autant de parties égales qu'on voudra; par les points de division d, e, f, g, h, et par le centre D, on menera les droites di, ek, fl, gm, *hn; par les mêmes points de division et les points* F, i, k, l, m, *n, G et C, on élevera, à la ligne* de terre MG^2, les perpendiculaires FB', dd^2, ii^2, ee^2, kk^2, etc. On prendra *le prolongement* AG^6 de la droite AB, parallèle à la ligne de terre MG^2, pour directrice, et on obtiendra, ainsi qu'il suit, le panneau qui doit servir à tracer les pierres.

Par les points d^2, e^2, f^2, g^2, h^2 et C', où les perpendiculaires à la ligne de terre MG^2, élevées par les points d, e, f, g, h et C, vont rencontrer la droite OP, on menera, à cette dernière droite, les perpendiculaires d^2d^5, e^2e^5, f^2f^5, g^2g^5, h^2h^5 et $C'C^5$; on fera ces perpendiculaires respectivement égales aux ordonnées d^6d, e^6e, f^6f, g^6g, h^6h et C^6C; par les points B', d^5, e^5, f^5, g^5, h^5 et C^5, on fera passer la courbe $B'e^5C^5$, qui sera la cerce entière des arrêtes supérieure et inférieure de la face cylindrique concave du limon.

Pour avoir la cerce des deux autres arrêtes, par les points B', i^2, k^2, l^2, m^2, n^2, P, où les perpendiculaires à la ligne de terre MG^2, élevées par les points F, i, k, l, m, n et G, rencontrent la droite OP, on menera, à cette dernière droite, les perpendiculaires $B'B^5$, i^2i^5, k^2k^5, l^2l^5, m^2m^5, n^2n^5, PP', qu'on fera respectivement égales aux ordonnées BF, i^6i, k^6k, l^6l, m^6m, n^6n et G^6G, et par les points B^5, i^5, k^5, l^5, m^5, n^5, P', on fera passer la courbe B^5k^5P', qui, conjointement avec la première $B'e^5C^5$ et les droites C^5Q', $P'Q^2$, $B'O$, B^5O^5 parallèles à OP, terminera le panneau entier du dessus et du dessous de la partie cylindrique du limon et des parties droites adjacentes, qu'on prolongera indéfiniment.

Pour tracer les joints par tête, il faut d'abord en avoir les projections, qu'on obtiendra de cette manière : Sur une droite al (fig. 465), on étendra le développement de l'arc de cercle BC (fig. 464), en prenant la grandeur d'une division Bd de cet arc, et en la portant sur la droite al (fig. 465), à partir d'un point quelconque a, autant de fois que l'arc BC (fig. 464) contient de divisions, ce qui donnera les points a, d, e, f, i, k, l (fig. 465) sur la droite al, par lesquels on élevera, à cette dernière, les perpendiculaires am, dt′, eo, fp, ix′, kr, ls; on fera les hauteurs dt, eu, fv, ix, ky, lz, respectivement égales aux hauteurs des points d′, e′, f′, g′, h′, c′ (fig. 464) par rapport à la ligne de terre MG^2, et par les points a, t, u, v, x, y, z (fig. 465), on fera passer la courbe avz, qui sera le développement de l'arrête inférieure de la face concave du limon. Pour avoir le développement mps de l'arrête supérieure correspondante, on fera les distances am, tt′, uo, vp, xx′, yr et zs, chacune égale à l'épaisseur verticale B^2B' (fig. 464) du limon. Cela fait, supposons qu'on doive avoir un joint au point t, et un autre au point x (fig. 465); par chacun des points donnés t, x, on menera une perpendiculaire tn, xq, à la courbe avz, et ces deux perpendiculaires seront les développemens des arrêtes de ces joints, situées sur la face concave du limon. Par les points n et q, où les droites tn, xq rencontrent la courbe mps, on abaissera les perpendiculaires nb, qg à la droite al; on remarquera que les points d et i, du développement, répondent aux points d et g de l'arc BC (fig. 464.) En conséquence, on portera la distance db (fig. 465) de d en o sur l'arc BC (fig. 464), et la distance ig (fig. 465), de g en q (fig. 464). Par les points o et q, et le centre D, on menera les droites op, qr, qui seront les projections horizontales des arrêtes des joints situées sur le dessus du limon. Par les points o et p, q et r, on élevera, à la ligne de terre MG^2, les perpendiculaires oo^2, pp^2, qq', rr'; par les points d' et o^2, i' et p^2, g' et q', r' et m', on fera passer les courbes $d'o^2$, ip^2, $g'q'$, $m'r'$, qui seront les projections verticales des *arrêtes des joints, situées sur les faces cylindriques* du limon. On voit, dans l'épure, comment il faudrait opérer, pour avoir des points intermédiaires de ces courbes.

Il faut maintenant reporter les arrêtes de ces joints, situées sur le dessus et le dessous du limon, dans le panneau total $Oe^5C^5Q'Q^2P'k^5O^5$, pour avoir les panneaux partiels qui doivent servir à tracer chaque pierre du limon. Ces arrêtes, dans le panneau total, sont les droites o^2p^5, q^5r^5 pour le dessus du limon, et les droites i^5d^5, m^5g^5 pour le dessous. Les lignes de construction indiquent assez la manière de les obtenir. On voit que ces joints ne sont pas normaux à la courbe $B'e^5C^5$; il serait plus convenable de ne chercher que les points o^2, d^5, q^5, g^5 de ces joints, qui sont sur cette courbe $B'e^5C^5$, et de mener, par ces points, les normales o^2p^5, d^5i^5, q^5r^5, g^5m^5. Maintenant, on a tout ce qu'il faut pour faire les pierres de ce limon; je ne crois pas avoir besoin d'expliquer la manière de les tracer.

Si l'on voulait avoir la projection verticale du limon, dans un plan vertical dont la ligne de terre serait la droite RT (fig. 464), on voit, par les lignes de construction, que par les points de division des arcs de cercle Be C, FkG, il faudrait élever des perpendiculaires à la ligne de terre RT; à partir de cette ligne de terre RT, on portera respectivement, sur ces perpendiculaires, les hauteurs des perpendiculaires correspondantes, menées à la ligne de terre MG^2 et comptées depuis cette dernière ligne de terre jusqu'aux points où elles rencontrent les droites NQ, OP, et par les points qu'on obtiendra de cette manière, on fera passer les courbes Sf^3U, B^3f^4V, qui seront les projections verticales des arrêtes inférieure et supérieure de la face concave du limon; les courbes Rm^3G^3, $F'm^4Y$, qui seront les projections verticales des arrêtes inférieure et supérieure de la face convexe du limon. *On s'y prendra d'une manière semblable*, pour avoir celles $d^3y^2o^3p^3i^3$, $g^3z^2q^4r^2m^3$, des joints par tête.

Quant à la manière de terminer les assises du mur, pour les faire raccorder avec le dessous du limon, soit que les faces de ce dernier soient ou non en saillie sur celles du mur, on raisonnera sur les traces horizontales des faces de ce dernier, comme nous l'avons expliqué sur les projections horizontales BC, FG (fig. 464) de celles du limon, ainsi que sur la projection verticale NQ du dessous de ce dernier. Pour diriger les facettes qui doivent effacer les aiguités des angles que formeraient les prolongemens des lits des assises du mur avec le dessous du limon, on fera le développement des traces horizontales des faces du mur, comme la figure 466 l'indique pour le développement de celle de la face concave. Pour avoir ces développemens, on opérera comme *nous l'avons expliqué pour celui de la figure 465.*

Cet exemple de limon peut servir pour les bahus qui suivent les montées des pentes douces. Dans cette circonstance, on fait aussi usage des autres exemples de limons courbes, que nous avons donnés précédemment.

CHAPITRE XXXII.

Des Escaliers voûtés, à rampes courbes.

Parmi les escaliers de ce genre, nous distinguerons ceux voûtés entre deux murs, et ceux voûtés en encorbellement. Les dispositions des premiers sont celles représentées, en plan et en élévation, par les figures de la