

4/1984

Z. Śloderbach, T. Sawicki

OSZACOWANIE WYSOKOŚCI
CZASY KULISTEJ W PRÓBIE
HYDRAULICZNEGO WYTŁACZANIA
DLA NIEKTÓRYCH PROSTYCH
WARUNKÓW UTRATY STATECZNOŚCI

4/1984

P. 269



WARSZAWA 1984

ISSN 0208-5658

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 22 maja 1983 r.



56952



N a p r a w a c h r ę k o p i s u

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Nakład 160 egz. Ark. wyd. 1,2. Ark.druk.1,75
Oddano do drukarni w lutym 1984 r.
Nr zamówienia 136/84.

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,
ul.Śniadeckich 8

Zdzisław Śloderbach, Tadeusz Sawicki

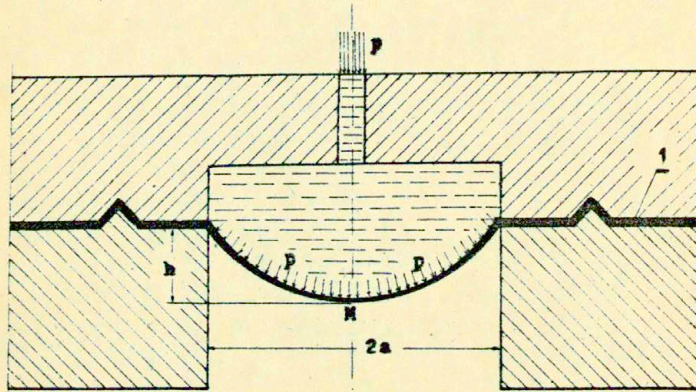
Zakład Teorii Konstrukcji,
Inst. Podst. Probl. Techniki PAN

OSZACOWANIE WYSOKOŚCI CZASZY KULISTEJ W PRÓBIE
HYDRAULICZNEGO WYTŁACZANIA DLA NIEKTÓRYCH PROSTYCH
WARUNKÓW UTRATY STATECZNOŚCI

1. Wstęp

Znaczny udział w procesach obróbki plastycznej zajmują różnego rodzaju operacje technologiczne związane z tłoczeniem wyrobów z blach. W tłocznictwie blach cienkich ważną grupę stanowią procesy, w których żądany kształt wytłoczki uzyskuje się poprzez dwuosiowe rozciąganie w warunkach płaskiego stanu naprężenia. Należy tu wymienić procesy obciążania oraz procesy tłoczenia blach utwierdzonych na obrzeżu. Kształtowanie wytłoczki następuje wówczas najczęściej za pomocą cieczy /oleje syntetyczne/, żywic syntetycznych lub sztywnego stempla. Laboracyjną próbą, symulującą rzeczywiste warunki tłoczenia i należąca do wymienionej wyżej grupy procesów technologicznego wytłaczania, jest próba hydraulicznego wybrzuszania blach cieczą zwana także próbą Jovignota. Próba ta służy przede wszystkim do badania właściwości tłocznych, wytrzymałościowych oraz plastycznych blach, a zastąpienie sztywnego stempla ciśnieniem cieczy, eliminuje wpływ tarcia pomiędzy narzędziem /stemplem/ a powierzchnią blachy. Mimo, że stan naprężeń i odkształceń w wygniatanej blasze różni się na ogół od stanów występujących w operacjach tłoczenia przemysłowego /z wyjątkiem tłoczenia cieczą, gumą czy inną żywicą syntetyczną/ próba ta zachowała swą przydatność i stosowana jest ciągle w różnych odmianach. Niektórzy autorzy są zgodni, por. np. [1 - 5], że dane z próby

wygniatania cieczą są przydatniejsze do oceny tłoczności blach, aniżeli wyniki uzyskane ze zwykłej próby ze sztywnym stemplem. Podkreśla się więc przy tym szczególnie przypadki tłoczenia blach karoseryjnych. Próba wybruszania i wygniatania cieczą jest popularna również w przemyśle lotniczym, por. np.[2]. Próbę Jovignota w zmodyfikowanej postaci stosuje się również do badania właściwości blach przy dynamicznym wytłaczaniu. Ma to znaczenie szczególnie przy dużych prędkościach odkształcania /metoda wybuchowa/, gdyż brak efektów tarcia umożliwia bardziej dokładne określenie własności blach, decydujących o ich przydatności do technologicznych procesów tłoczenia.



Rys. 1 - Schemat wybruszania ciśnieniem cieczy krążka blachy utwierdzonego na obrzeżu /próba Jovignota/.

Na rysunku 1 przedstawiono schematycznie próbę Jovignota, w której próbka 1 zaciśnięta jest pomiędzy matrycą a dociskaczem w sposób uniemożliwiający przemieszczenie się obrzeża. Próba przeprowadzana jest z reguły do momentu pęknięcia wytłoczki w miejscu najbardziej osłabionym, to jest w jej środkowej /wierzchołkowej/ części /otoczenie punktu M, por. rys.1/. Bardziej dokładny opis doświadczeń i otrzymanych wyników przedstawiono w pracach [6 - 7], gdzie stwierdza się między innymi, że prawie 95% wytłoczek miało pęknięcia spowodowane lokalnym pocienie-

niem blachy w otoczeniu punktu wierzchołkowego M.

Celem próby Jovignota jest między innymi pomiar wysokości wytłoczki h /rys. 1/ w momencie jej pęknięcia oraz rejestracja ciśnienia odpowiadającego momentowi bezpośrednio przed pęknięciem /w ogromnej większości jest to ciśnienie za punktem p_{max} , w którym ciśnienie osiąga swą maksymalną wartość/. W próbie można również mierzyć i rejestrować w sposób ciągły wartości ciśnienia i odpowiadające im wartości wysokości czaszy. Można zatem zmierzyć wartość maksymalną ciśnienia oraz odpowiadającą mu wartość wysokości czaszy.

2. CEL I ZAKRĘS PRACY

Celem pracy jest analityczne określenie wysokości czaszy h , dla czterech prostych przypadków utraty stateczności oraz, w oparciu o model ciała sztywno-plastycznego ze wzmocnieniem i anizotropowego.

W oparciu o literaturę por. szczególnie [8-16],[21],[22], w niniejszej pracy uwzględniono następujące rodzaje utraty stateczności odkształcanej powłoki:

- a/ ciśnienie cieczy wywierane na kształtowaną powłokę osiąga wartość maksymalną, $dp/d\varphi_1 = 0$,
- b/ iloczyn naprężenia uplastyczniającego i grubości wytłoczki w pewnym jej punkcie /jest to przeważnie punkt wierzchołkowy/ osiąga wartość maksymalną - $d(\sigma_p \cdot g)/d\varphi_1 = 0$,
- c/ powstanie lokalnego zmniejszenia grubości wytłoczki /lokalne przewężenie/ powoduje lokalną zmianę stosunku naprężeń głównych tak, że: $\dot{\varphi}_2/\dot{\varphi}_1 = 0$,
- d/ powstanie lokalnego pocienienia grubości ścianki w kierunku działania maksymalnych naprężeń stycznych /powstanie tak zwanej niestateczności w postaci ścinania/ to znaczy gdy naprężenie styczne τ osiąga swą wartość krytyczną $\tau = \tau_{cr}$! por. [22].

Zakłada się, że materiał wytłoczki spełnia warunek plastyczności H-M-H, uogólniony dla ciała o własnościach anizotropowych /ortotropowych/ przez R. Hilla, por. np. [17]. Przyjmuje się

również, zgodnie z teorią Levy'ego-Misesa, stowarzyszone prawa plastycznego płynięcia oraz zakłada nieściśliwość plastyczną materiału wytłoczki.

Schemat odkształceń wybrzuszanego krążka blachy przyjęto podobnie jak w przypadku odkształceń powłoki błonowej. Jest to niewątpliwie uproszczenie w stosunku do rzeczywistego przebiegu procesu odkształcania metalowej wytłoczki. Spowoduje ono, że określana w pracy wysokość wytłoczki h , będzie mniejsza od wysokości rzeczywistej, por. np. [14], [18 - 20]. Jest to więc pewnego rodzaju dolne oszacowanie, mające jednak tą zaletę, że może być szybko otrzymane na podstawie prostych analitycznych związków.

W pracy bada się wpływ anizotropii płaskiej /w płaszczyźnie blach/, anizotropii normalnej, współczynnika wzmocnienia oraz wstępnego odkształcenia na graniczną wielkość odkształcenia zastępczego φ_i , odpowiadającego wspomnianym wcześniej warunkom utraty stateczności. Otrzymane wyniki dla ciała o anizotropii normalnej i izotropowego, por. rys. [6-8], porównano z opublikowanymi ostatnio, por. [22], rezultatami otrzymanymi dla zmodyfikowanego warunku plastyczności, podanego w 1979 roku przez R. Hilla. W pracy [22] wprowadzono warunek początku lokalizacji /pocieniecie i powstanie bruzd/ w oparciu o kryterium niestateczności w postaci ścinania dla blach metalowych poddanych dwuosowemu rozciąganiu w warunkach płaskiego stanu naprężenia.

Warto dodać, że znajomość granicznych odkształceń w punkcie wierzchołkowym wytłoczki wystarcza przy przyjętych założeniach do określenia krytycznej wysokości h . Obliczone wartości h , w zależności od odpowiednich stałych materiałowych, przedstawiono w postaci odpowiednich nomogramów i wykresów.

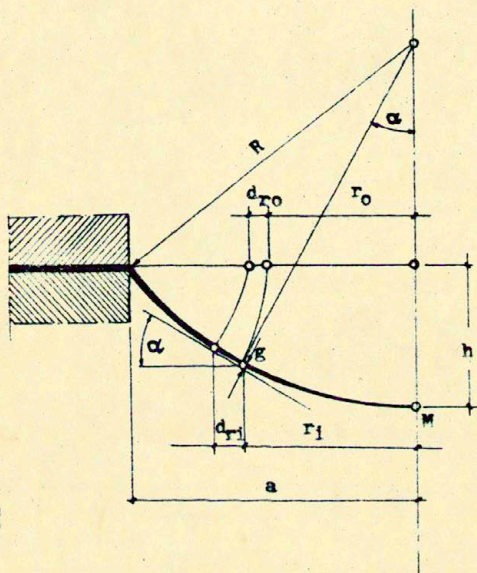
3. ANALIZA ODKSZTAŁCENIA POWŁOKI

Zgodnie z teorią błonową, powłoka powstająca z krążka blachy utwierdzonego na obrzeżu i poddana ciśnieniu cieczy, przyjmować będzie kształt czaszy kulistej o stopniowo zmniejszającej się grubości g , por. rys.2. Zwiększenie się pola

powierzchni powłoki musi być, wobec przyjętej stałej objętości materiału, kompensowane zmniejszeniem jej grubości, przy czym największe jej pocienienie występuje w środkowej części powłoki, na osi symetrii.

Logarytmiczne odkształcenie obwodowe oraz w kierunku południkowym, rozpatrywanego elementu powłoki wynoszą, por. rys. 2, [18] [19], [20] :

$$(3.1) \quad \varphi_1 = \ln r_1/r_0, \quad \varphi_2 = \ln dr_1/(dr_0 \cos \alpha).$$



Rys. 2 - Schemat odkształcania powłoki.

Po wykonaniu przekształceń, rozwiązaniu równania różniczkowego, por. np. [18-19], i po uwzględnieniu warunku nieściśliwości płaskiej materiału

$$(3.2) \quad \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0$$

oraz odpowiednich warunków brzegowych, otrzymać można następu-

jącą zależność:

$$(3.3) \quad \varphi_3 = \ln \frac{g}{g_0} = 2 \cdot \ln \frac{2R - h}{R + \sqrt{R^2 - r_1^2}}$$

Po uwzględnieniu w powyższym równaniu odpowiednich zależności geometrycznych dla czaszy kulistej, po przekształceniach otrzymamy następujący związek:

$$(3.4) \quad \varphi_3 = \ln \frac{g}{g_0} = 2 \ln \frac{2a^2}{a^2 + h^2 + \sqrt{a^2 + h^2/2 - 4h^2 \cdot r_1^2}}$$

gdzie: g_0 - początkowa grubość powłoki, g - aktualna grubość powłoki, odpowiadająca promieniowi bieżącemu r_1 .

Wykorzystując fakt, że największe odkształcenie /pocienienie/ występuje na promieniu $r_1 = 0$, oraz wiedząc, że $\varphi_i = -\varphi_3$ /błonowy schemat odkształcenia powłoki/, z (3.4) otrzymamy, por. [14], [18], [19], następujące wyrażenie:

$$(3.6) \quad \varphi_i = 2 \ln \left[1 + \left(\frac{h}{a} \right)^2 \right],$$

a stąd

$$(3.7) \quad h = a \sqrt{e^{\frac{1}{2} \varphi_i} - 1}$$

Powyższe równanie określa maksymalną wysokość wytłoczki w zależności od maksymalnej wartości intensywności odkształcenia, osiągniętego dla danego warunku utraty stateczności i mierzono w punkcie środkowym wytłoczki, tj. na osi symetrii.

4. WARUNKI UTRATY STATECZNOŚCI

4.1 Podstawowe równania dla ciała anizotropowego

a/ W przypadku blach występuje często szczególny przypadek anizotropii charakteryzujący się tym, że w materiale istnieją trzy szczególne, wzajemnie prostopadłe kierunki: kierunek walcowania, kierunek prostopadły do niego i leżący w płaszczyźnie blachy oraz kierunek normalny do powierzchni blachy. Ten rodzaj anizotropii bywa często nazywany ortotropią. Teoria plastyczności ciała anizotropowego /ortotropowego/, została opracowana przez R. Hilla, [17] i cytowana jest w wielu opracowaniach monograficznych i podręcznikach, por. np. [14]. W przypadku dwuwymiarowego stanu naprężenia i przy założeniu, że kierunki naprężeń głównych σ_1, σ_2 , w płaszczyźnie blachy pokrywają się z odpowiednimi kierunkami walcowania, a kierunek trzeciego naprężenia głównego / $\sigma_3 = 0$ / , jest prostopadły do powierzchni blachy, wówczas: warunek plastyczności, odkształcenie zastępcze oraz prawa plastycznego płynięcia mają odpowiednio postać następującą:

$$(4.1) \quad \sigma_p = \sqrt{\sigma_1^2 - \frac{2}{1+C} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \frac{1+B}{1+C} \cdot \sigma_2^2}$$

$$(4.2) \quad \varphi_1 = \sqrt{1+C} \cdot \sqrt{\frac{1+B/\varphi_1^2 + 2\varphi_1\varphi_2 + 1+C/\varphi_2^2}{1+C/\varphi_1 \cdot 1+B/\varphi_2 - 1}}$$

$$(4.3) \quad \frac{\dot{\varphi}_1}{1+C/\sigma_1 - \sigma_2} = \frac{\dot{\varphi}_2}{1+B/\sigma_2 - \sigma_1} = \frac{\dot{\varphi}_3}{-C\sigma_1 - B\sigma_2} = \frac{\dot{\varphi}_1}{1+C/\sigma_p}$$

W powyższych równaniach współczynniki B i C są stałymi charakteryzującymi anizotropię w płaszczyźnie materiału /blachy/ tak, że :

$$(4.4a) \quad \frac{\dot{\varphi}_1}{\dot{\varphi}_3} = \frac{1}{B} = r_2, \quad \frac{\dot{\varphi}_2}{\dot{\varphi}_3} = \frac{1}{C} = r_1$$

b/ Szczególnym rodzajem anizotropii blachy jest tzw. anizotropia normalna, przy której własności plastyczne blachy są identyczne we wszystkich kierunkach leżących w płaszczyźnie blachy, natomiast różnią się od właściwości jakie wykazuje ta blacha w kierunku prostopadłym do jej powierzchni. Zatem, $r_1 = r_2 = r$, a stąd

$$(4.4b) \quad B = C = \frac{1}{r}$$

W pracy [22], przedstawiono wyprowadzone przez R. Hilla nowe zależności na: warunek plastyczności, odkształcenie zastępcze oraz prawa plastycznego płynięcia dla ciała o anizotropii normalnej. Mają one postać:

$$\sigma_p = \left[\frac{1}{2/1+r} \left(/1+2r/ \cdot / \sigma_1 - \sigma_2 /^m + / \sigma_1 + \sigma_2 /^m \right) \right]^{\frac{1}{m}},$$

$$\frac{\dot{\varphi}_1}{/1+2r/ \cdot / \sigma_1 - \sigma_2 /^m + / \sigma_1 + \sigma_2 /^m} = \frac{\dot{\varphi}_2}{-/1+2r/ \cdot / \sigma_1 - \sigma_2 /^m + / \sigma_1 + \sigma_2 /^m} =$$

$$(4.5) \quad = \frac{-\dot{\varphi}_3}{2 / \sigma_1 + \sigma_2 /^m} = \frac{\dot{\varphi}_1}{2/1+r/ \sigma_p^{m-1}}$$

$$\varphi_1 = \frac{(2/1+r/)}{2} \left[\frac{1}{/1+2r/} / \varphi_1 - \varphi_2 / \frac{m}{m-1} + / \varphi_1 + \varphi_2 / \frac{m}{m-1} \right]^{\frac{m-1}{m}}$$

gdzie m jest parametrem materiałowym, określanym na podstawie eksperymentu, por. np. [22]. Gdy $m=2$, to wówczas równania

(4.5) redukują się do równań (4.1) - (4.3), w których należy podstawić wyrażenie (4.4b).

c/ W przypadku materiałów izotropowych, a więc takich, których własności plastyczne nie zależą od kierunku, mamy

$$(4.6) \quad B = C = r = 1$$

4.2 Cztery proste warunki utraty stateczności

W pracach [13-14], [21-22] wykazano, że w procesie kształtowania wylóczki w sposób hydrauliczny wyróżnić można cztery charakterystyczne rodzaje utraty stateczności:

A/ Utrata stateczności zachodzi wówczas, gdy proces odkształcania wylóczki zachodzi bez jednoczesnego wzrostu ciśnienia. Odpowiada to jednocześnie osiągnięciu przez ciśnienie wartości maksymalnej, co oznacza, że

$$(4.7) \quad dp/d\varphi_1 = 0$$

Postępując analogicznie jak w pracy [14] /gdzie ograniczono się wyłącznie do przypadku materiału izotropowego/ w niniejszej pracy wyznacza się dodatkowo wartości odkształcenia zastępczego odpowiadające stanowi (4.7), dla materiałów o własnościach anizotropowych w płaszczyźnie i dla materiałów o anizotropii normalnej. Przyjmując następującą postać funkcji wzmocnienia, por. np. [14]

$$(4.8) \quad \sigma_p = D / \varphi_0 + \varphi_1^n$$

po przekształceniach otrzymano:

a/ dla materiału o anizotropii w płaszczyźnie

$$(4.9) \quad \varphi_1 = \frac{n}{3} \sqrt{\frac{1+C/\cdot/E+C+4/}{1+B/\cdot/1+C/ - 1}} - \varphi_0$$

b/ dla materiału o anizotropii normalnej

$$(4.10) \quad \varphi_1 = \frac{n \sqrt{2/1+r}}{3} - \varphi_0$$

c/ dla materiału izotropowego, wg. [14]

$$(4.11a) \quad \varphi_1 = \frac{2}{3} n - \varphi_0$$

d/ dla materiału izotropowego, wg. [21]

$$(4.11b) \quad \varphi_1 = \frac{4}{11} / 2n + 1/ - \varphi_0$$

Wartość odkształcenia (4.11 b) jest większa niż w przypadku trzeciej formy utraty stateczności, por. wyrażenie (4.25).

B/ Utrata stateczności następuje w chwili, gdy pewna część powłoki zacznie odkształcać się bardziej niż inne, prowadząc w ten sposób do utraty kulistego dotychczas kształtu powłoki, [14]. Zjawisko to występuje wówczas, gdy wytrzymałość plastyczna w ściance powłoki, wyrażona iloczynem $G_p \cdot g$, osiągnie wartość maksymalną i przy dalszym odkształcaniu powłoki zacznie się zmniejszać. Matematycznie stanowi temu odpowiada następująca zależność:

$$(4.12) \quad \frac{d / G_p \cdot g /}{d \varphi_1} = 0$$

Postępując podobnie jak w pracy [14], po uwzględnieniu (4.8) otrzymano:

a/ dla materiału o anizotropii w płaszczyźnie

$$(4.13) \quad \varphi_1 = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{/1+C/ \cdot /B+C+A/}{/1+B/ \cdot /1+C/-1}} - \varphi_0$$

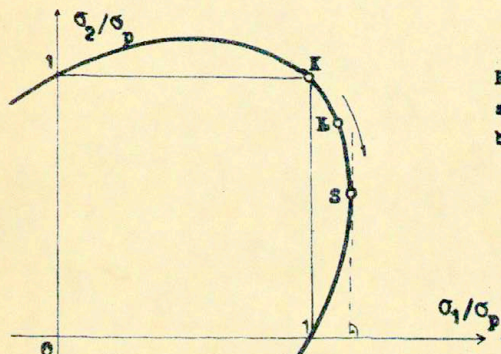
b/ dla materiału o anizotropii normalnej

$$(4.14) \quad \varphi_1 = n \sqrt{\frac{1+r}{2}} - \varphi_0$$

c/ dla materiału izotropowego, wg. [14]

$$(4.15) \quad \varphi_i = n - \varphi_0 \quad .$$

C/ Trzecia forma utraty stateczności spowodowana jest dalszą nierównomiernością rozkładu odkształcenia, na skutek lokalnego pocienienia materiału /t.j. powstania jednej lub kilku bruzd/ w wierzchołkowej części wtyłoczki, podczas dalszego kontynuowania procesu wybrzuszania, [14]. Procesowi pogłębiania się bruzdy może towarzyszyć dalsze odkształcanie obszarów przylegających do bruzdy, ze stopniowo zmniejszającą się prędkością. Odkształcenie to ustaje w chwili, gdy stan naprężenia w bruzdzie osiąga punkt S na elipsie plastyczności, por. rys.3. Wówczas to, zgodnie z teorią stowarzyszonych praw płynięcia,



Rys. 3 - Przejściowe stany naprężeń w wybrzuszanej wtyłoczce

Levy'ego-Misesa, otrzyma się

$$(4.16) \quad \dot{\varphi}_2 / \dot{\varphi}_1 = 0 \quad ,$$

a stan naprężenia odpowiadający punktowi S i zarazem stanowi (4.16), jest następujący:

a/ dla materiału o anizotropii w płaszczyźnie

$$(4.17) \quad \sigma_1 = \frac{1+C}{\sqrt{1+B/\cdot/1+C/-1}} \sigma_p, \quad \sigma_2 = \frac{1}{\sqrt{1+B/\cdot/1+C/-1}} \sigma_p, \quad \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{1}{1+C}$$

b/ dla materiału o anizotropii normalnej, por. np. [15]

$$(4.18) \quad \sigma_1 = \frac{1+r}{\sqrt{1+2r}} \sigma_p, \quad \sigma_2 = \frac{r}{\sqrt{1+2r}} \sigma_p, \quad \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{r}{1+r},$$

c/ dla materiału izotropowego, [14]

$$(4.19) \quad \sigma_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_p, \quad \sigma_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_p, \quad \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{1}{2}.$$

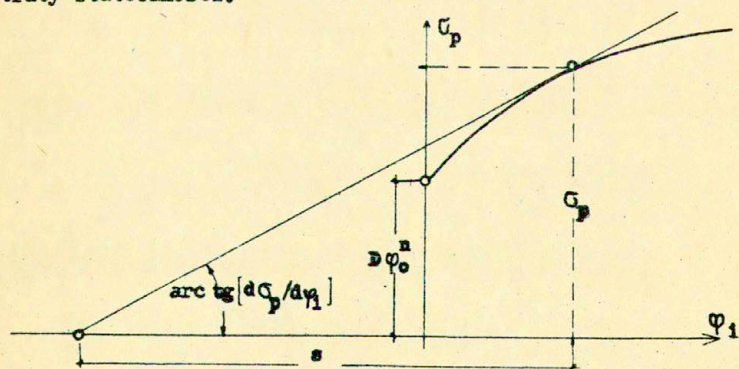
Ogólny warunek niestateczności, dla materiału anizotropowego w procesach wyłaczania /obciągania/ metalowych blach, w warunkach płaskiego stanu naprężenia, przedstawiono w pracy [11]. Ma on następującą postać

$$(4.20) \quad \frac{d\sigma_p}{d\varphi_1} \frac{1}{\sigma_p} = \frac{1}{s}$$

gdzie s jest tzw. krytyczną odciętą, por. rys.4, której wartość wynosi

$$(4.21) \quad s = \frac{[1+C/\gamma^2 - 2\gamma + 1+B/]}{1+C/\gamma^3 - 1+2C/\gamma^2 - 1+2B/\gamma + 1+B/2} \sqrt{1+C},$$

gdzie γ - jest współczynnikiem stosunku naprężeń głównych, $\gamma = \sigma_2/\sigma_1$ /por. (4.17) - (4.19) /, dla danego warunku utraty stateczności.



Rys.4 - Schemat krzywej umocnienia z odciętą s , [11].

Podstawiając wyrażenie (4.8) do lewej strony zależności (4.20), po wykonaniu działań otrzymano

$$(4.22) \quad \frac{n}{\varphi_1 + \varphi_0} = \frac{1}{s}$$

Po podstawieniu kolejno wartości współczynnika γ /dla stosunku naprężeń głównych z wyrażen (4.17)-(4.19) / do (4.21), po uwzględnieniu (4.22), wyznaczyć można następujące wartości krytycznego odkształcenia zastępczego φ_1 , odpowiadającego trzeciej formie utraty stateczności, Mianowicie:

a/ dla materiału o anizotropii w płaszczyźnie mamy

$$(4.23) \quad \varphi_1 = n/1+C/ \cdot [1+B/ \cdot /1+C/-1]^{-0.5} - \varphi_0$$

b/ dla materiału o anizotropii normalnej, [15]

$$(4.24) \quad \varphi_1 = \frac{n/1+r/}{\sqrt{1+2r}} - \varphi_0$$

c/ dla materiału izotropowego

$$(4.25) \quad \varphi_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} n - \varphi_0$$

D/ Czwarta forma utraty stateczności występuje wówczas, por. [22] gdy niestateczność pojawi się w postaci czystego ścinania, w warunkach płaskiego stanu naprężeń. Decyduje o tym wartość naprężenia stycznego, które osiąga swoją wartość krytyczną,

$\tau = \tau_{cr}$. Ten warunek utraty stateczności związany jest bezpośrednio z pękaniem materiału. Wyprowadzone w pracy [22] zależności uwzględniają własności blachy o anizotropii normalnej. Dodatkowo także w pracy [22] dla przypadku materiału izotropowego i dla $m=2$, podaje się oszacowanie warunku dla przypadku procesu wytłaczania. Wynosi ono:

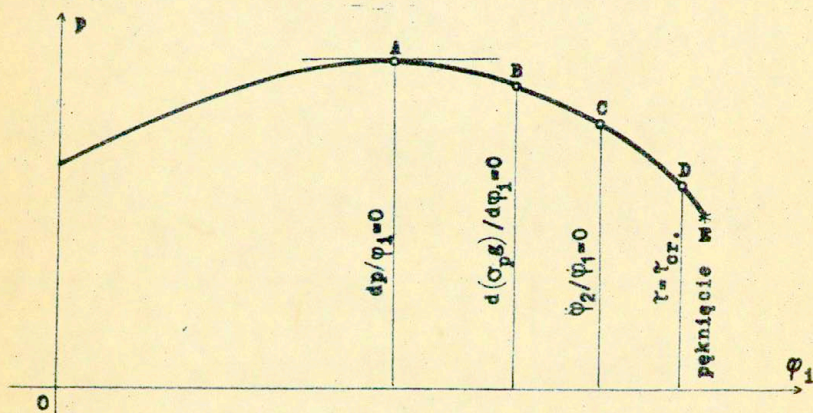
$$(4.26) \quad \varphi_3 = -2 \varphi_1 = - \frac{2n}{\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\sqrt{3}\right)^{\frac{1+n}{n}}} + \varphi_0$$

Autorzy w niniejszej pracy, proponują formalnie oszacowanie

analogiczne do powyższego, lecz dla blachy o właściwościach anizotropii normalnej. Oszacowanie to wygląda

$$(4.27) \quad \varphi_3 = -2\varphi_1 = - \frac{1+r/n}{\left(\frac{\sqrt{1+r}}{1+2r}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\sqrt{1+2r}\right)^{\frac{1+n}{n}}} + \varphi_0$$

Zachowanie się materiału opisane w tym punkcie pracy, można przedstawić schematycznie na wykresie $p - \varphi_1$, por. rys.5. Widać, że dla danego materiału pierwsza, druga, trzecia i czwarta forma utraty stateczności następują kolejno po sobie. Po przekroczeniu punktu reprezentującego czwartą formę utraty stateczności, wytłoczka ulega pęknięciu /w wierzchołkowej części/ co automatycznie kończy proces wybrzuszania w próbie Jovignota.



Rys. 5 - Proces odkształcania czaszy kulistej ciśnieniem wewnętrznym z zaznaczonymi punktami charakteryzującymi warunki utraty stateczności oraz punktem pęknięcia.

5. PRZEDSTAWIENIE OTRZYMANYCH WYNIKÓW

Otrzymane rezultaty przedstawiono w postaci wykresów oraz zestawiono w tabeli. Na rysunkach 6,7 pokazano wyniki dla materiału o własnościach izotropowych, porównując je jedno-

cześciej z rezultatami otrzymanymi w pracy [22]. Krzywą 1 otrzymano dla warunku $\dot{\varphi}_2/\dot{\varphi}_1 = 0$ - wyrażenie (4.25), natomiast krzywą 2 z warunku 4.11 b /maksimum ciśnienia/ otrzymanego w pracy [21]. Krzywą 3 wykreślono na podstawie zależności (4.26) z [22]. Należy dodać, że dla oszacowania warunku $\tau = \tau_{cr}$. - rys.6, przyjęto we wszystkich przypadkach, że $\varphi_0 = 0$. Krzywe 4, 5 - rysunek 7, otrzymano wykorzystując odpowiednio warunki (4.11b) i (4.26). Jak widać dopuszczają one większe odkształcenia niż te, otrzymane w oparciu o 3 pierwsze warunki utraty stateczności przedstawione w niniejszej pracy. Jest to spowodowane między innymi modyfikacją warunku plastyczności oraz przyjęciem nowego kryterium niestateczności w postaci ścinania.

Tabela 1

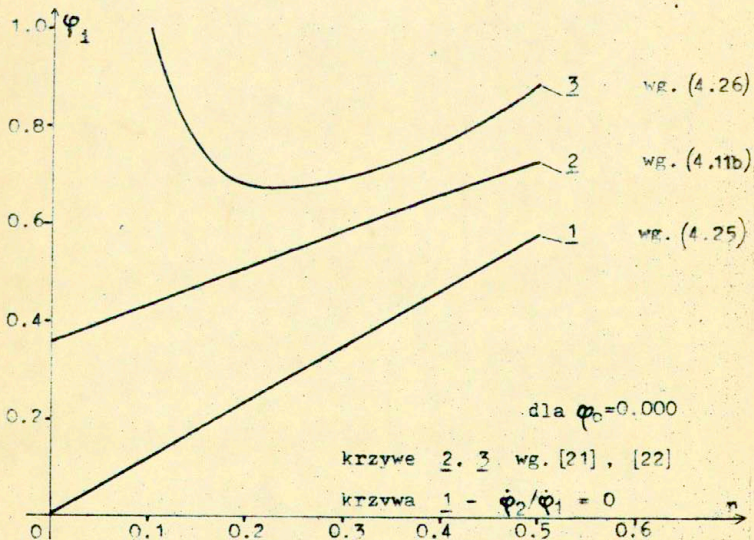
| Materiał | n | φ | Eksperyment | | Teoria | |
|-------------------|------|-----------|----------------|-----------|-----------------|---------------|
| | | | Niestateczność | Pęknięcie | Równanie 4.11 b | Równanie 4.25 |
| miedź miękka | 0.30 | 0.010 | 0.555 | 0.50 | 0.51 | 0.71 |
| miedź półtwarda | 0.30 | 0.070 | 0.59 | 0.58 | 0.54 | 0.75 |
| brąz miękki | 0.48 | 0.000 | - | 0.50 | 0.43 | 0.57 |
| brąz półtwardy | 0.48 | 0.078 | - | 0.51 | 0.46 | 0.62 |
| aluminium miękkie | 0.25 | 0.000 | 0.565 | 0.48 | 0.52 | 0.74 |
| stal uspokojona | 0.20 | 0.000 | 0.57 | 0.48 | 0.53 | 0.79 |
| stal nierdzewna | 0.50 | 0.010 | 0.52 | 0.50 | 0.42 | 0.56 |

W tabeli 1 podaje się porównanie wyników z pracy [22] z wynikami otrzymanymi w niniejszej pracy, dla trzeciego warunku utraty stateczności $\dot{\varphi}_2/\dot{\varphi}_1 = 0$ i dla materiału izotropowego, to znaczy dla $r=1$.

Na rysunku 8 przedstawiono rezultaty otrzymane dla materiału blachy wykazującej własności anizotropii normalnej, dla odpo-

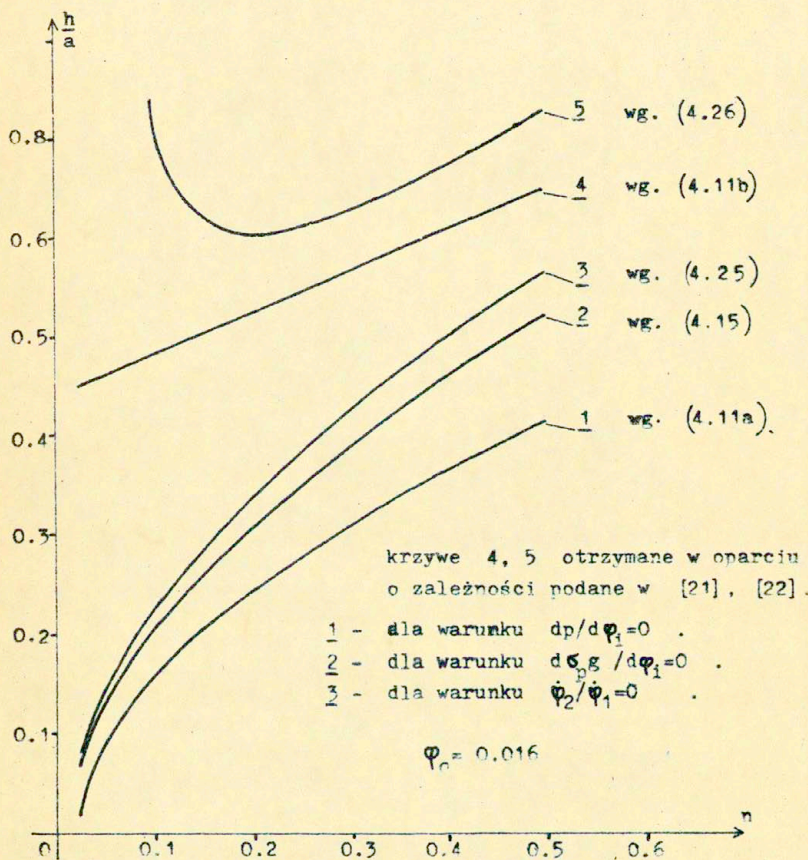
wiednich warunków utraty stateczności i w zależności od współczynnika wzmocnienia n , współczynnika anizotropii normalnej r oraz dla przyjętego wg. [14] współczynnika stałej materiałowej $\varphi_0 = 0.016$. Współczynniki anizotropii normalnej r przyjęte są formalnie z literatury, por. np. [14], [16], a nie w oparciu o konkretne badania doświadczalne. Na rysunku 8 widać, że oszacowania otrzymane na podstawie (4.27) dla czwartego warunku utraty stateczności $\tau = \tau_{cr}$ i dla wartości $r=4$ oraz $r=5$, wychodzą poza geometrycznie i eksperymentalnie dopuszczalną wysokość $h/a = 1$, por. także [7], [18-19]. Autorzy pracy [22], w której wyprowadzono kryterium $\tau = \tau_{cr}$, stwierdzają, że dla wartości współczynnika wzmocnienia n z przedziału od 0.2 do 0.6, oszacowanie to daje wyniki najbardziej zgodne z rezultatami eksperymentalnymi, a w szczególności gdy n jest większe od 0.4.

Na rysunkach 9 - 14 przedstawia się wyniki obliczeń dla materiału wykazującego własności anizotropii płaskiej. Przyjęte współczynniki r_1 i r_2 reprezentujące własności anizotropii płaskiej, zostały wybrane w oparciu o literaturę, por. [14].

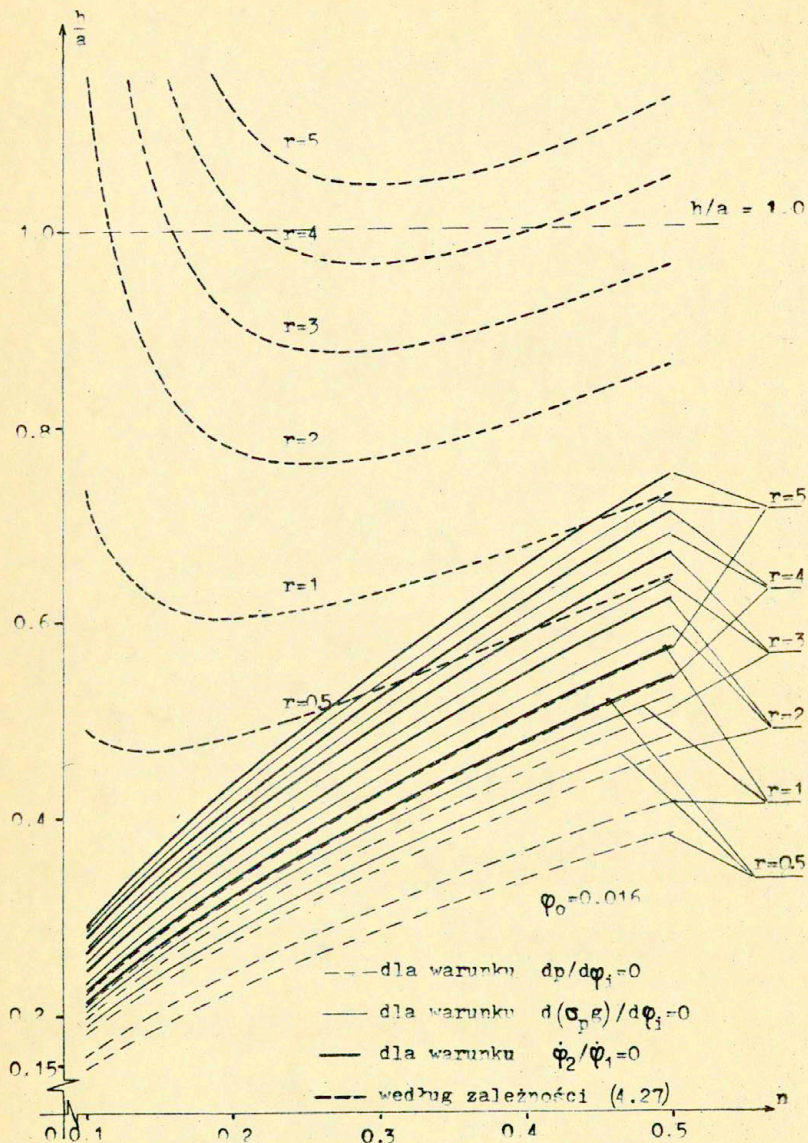


Rys. 6

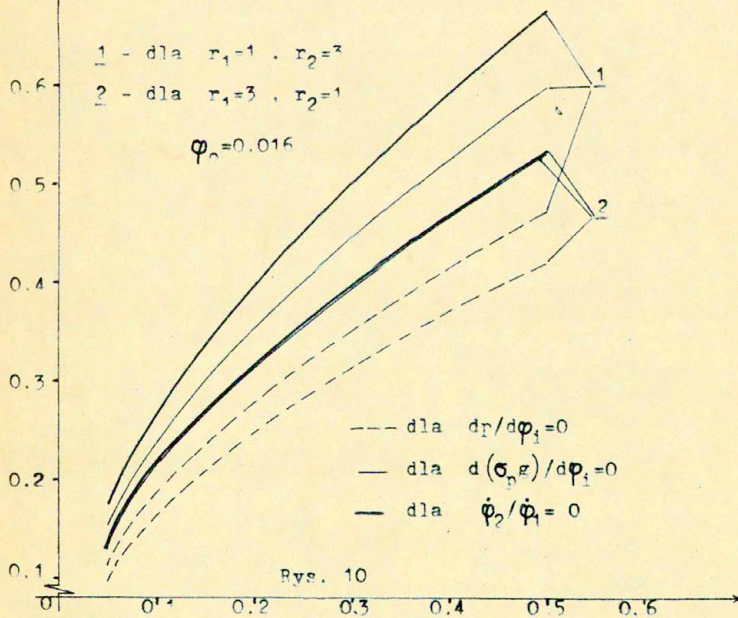
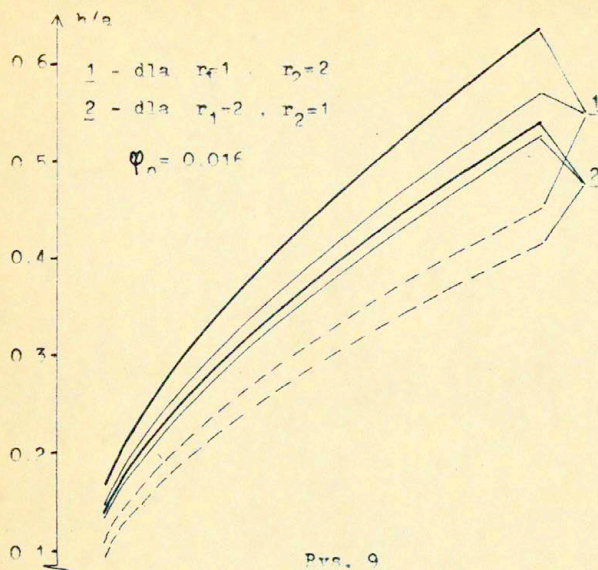
Wzajemne zmiany parami wartości r_1 oraz r_2 obrazują niejednoznaczny wpływ anizotropii płaskiej na wysokość wytłoczki. Przedstawiono to w zależności od wartości współczynnika wzmocnienia n i dla trzech różnych warunków utraty stateczności. Założono przy tym stałą wartość φ_0 , wynoszącą $\varphi_0 = 0.016$.

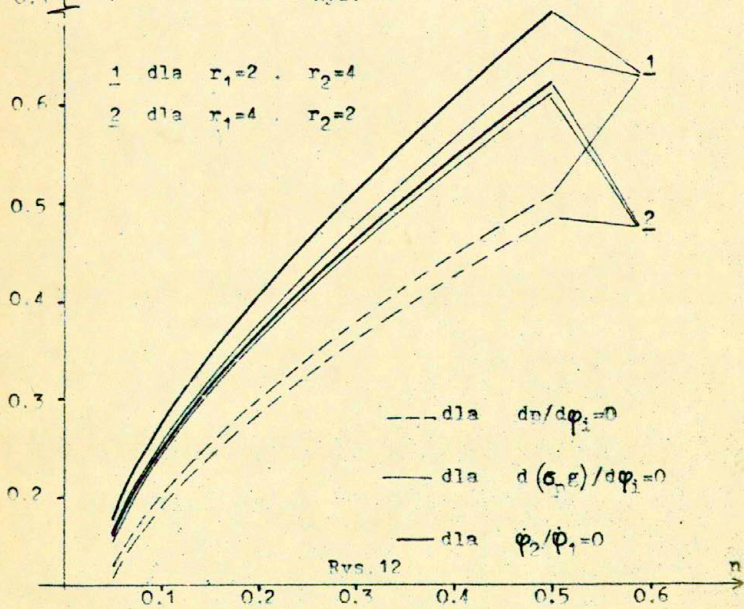
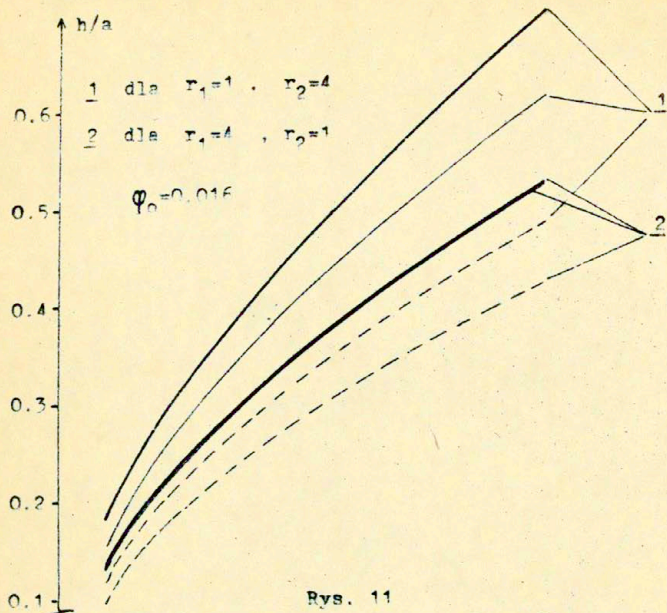


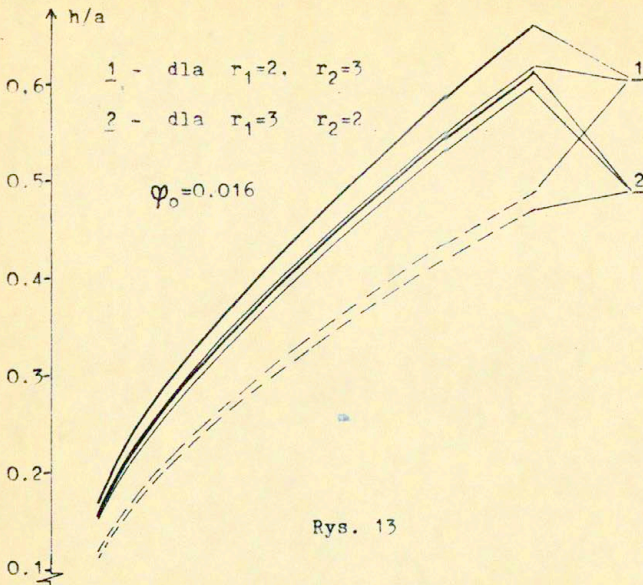
Rys. 7



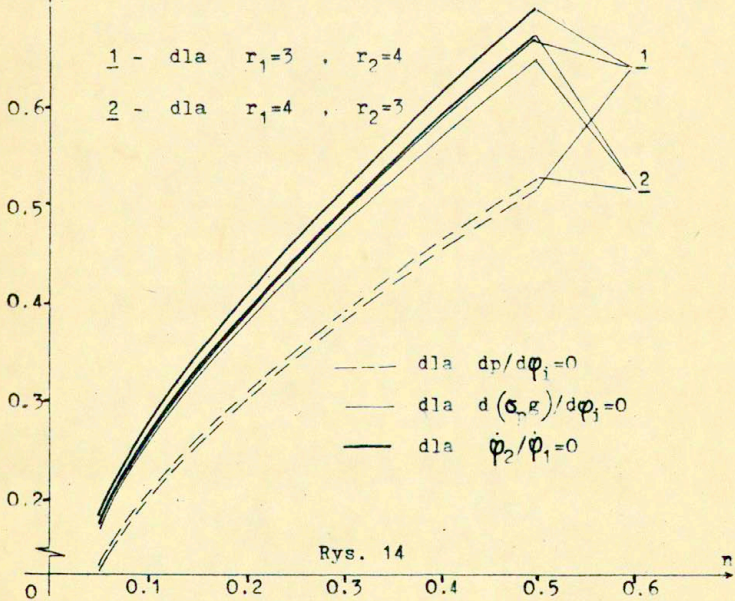
Rys. 8







Rys. 13



Rys. 14

6. UWAGI KOŃCOWE I WNIOSEKI

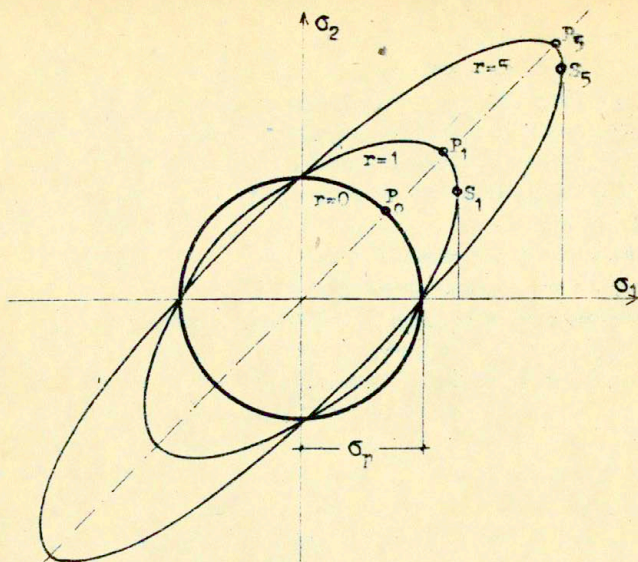
W pracy przedstawiono rezultaty określające wysokość wytłoczki wykonanej z blachy utwierdzonej na obrzeżu, w próbie hydraulicznego wytłaczania, dla czterech wybranych warunków utraty stateczności, które sformułowano opierając się na rezultatach otrzymanych głównie w pracach [8-16] i [21-22]. Warto dodać, że czwarty warunek utraty stateczności otrzymany ostatnio w pracy [22], jest mniej spopularyzowany w przeciwieństwie do trzech pozostałych warunków. Wytłaczana wytłoczka ma kształt czaszy kulistej, który wyspecyfikowano w oparciu o teorię błonową powłok. Podczas procesu hydraulicznego wytłaczania, zmienia się grubość ścianki wytłoczki w zależności od promienia bieżącego i stopnia zaawansowania procesu. Największe pocienienie grubości ścianki następuje w wierzchołkowej części wytłoczki.

Z rysunków 6-14 wynika, że największą wysokość wytłoczki /największe odkształcenia/ otrzymuje się z czwartego warunku utraty stateczności /niestateczność w postaci ścinania/, a najmniejszą z warunku maksimum ciśnienia wg [14]. Wspomnieć tu należy o jednym wyjątku, por. rys. 6-7, gdzie zmodyfikowany warunek dla maksimum ciśnienia otrzymany w pracy [21], dopuszcza odkształcenia większe aniżeli warunek nawet trzeci. Jak widać np. na rys. 6-7, oprócz przyjętego warunku utraty stateczności, na wysokość wytłoczki mają wpływ także, współczynnik wzmocnienia materiału n oraz wartość stałej materiałowej φ_0 . Ogólnie można powiedzieć /por. rys. 6-14/, że wzrost współczynnika wzmocnienia n powoduje we wszystkich przypadkach wzrost zastępczych odkształceń granicznych φ_1 , a wzrostowi stałej materiałowej φ_0 , towarzyszy odpowiednio zmniejszenie odkształceń granicznych, a więc także i wysokości wytłoczki. Na rys. 8 przedstawiono wpływ anizotropii normalnej r na wysokość wytłoczki. Jak widać, wzrost współczynnika anizotropii powoduje wzrost wysokości wytłoczki dla wszystkich czterech warunków utraty stateczności. Otrzymany wynik jest zgodny z jakościową analizą przeprowadzoną w pracach [12-14]. Wynika to m.in. stąd, że współczynnik anizotropii, dla zmody-

fikowanego warunku plastyczności H-M-H, powoduje wydłużenie się elipsy plastyczności, co dla punktu wierzchołkowego K lub S powoduje dopuszczenie większych naprężeń, a więc także większych odkształceń, por. rys.3 i rys.15. Należy pokreślić, że czwarty warunek utraty stateczności, dla dużych wartości anizotropii normalnej $r=4$, $r=5$, daje wyniki niedopuszczalne z punktu widzenia przyjętego geometrycznego założenia o kulistym kształcie wyłóczki $h/a=1$ /.

Na rys. 9-14 przedstawia się wpływ anizotropii płaskiej na wysokość wyłóczki, lecz tylko dla trzech pierwszych warunków utraty stateczności. Wynika to stąd, że w pracy [22] podano czwarty warunek utraty stateczności tylko dla ciała o anizotropii normalnej i izotropowego. Wpływ anizotropii płaskiej na wysokość wyłóczki trudno jest jednoznacznie określić. Wynika to stąd że elipsa plastyczności ulega nie tylko wydłużeniu /przy zmianie $r_1=1/C$ /, lecz także obrotowi /przy zmianie $r_1=1/C$ $r_2=1/E_2$ / wokół początku układu współrzędnych. Pełniejszą analizę tego zjawiska znaleźć można w pracy [12] oraz [13]. Ogólnie można powiedzieć, że wzrost współczynników r_1 i r_2 powoduje zmniejszenie się różnic pomiędzy wynikami dla drugiej i trzeciej formy utraty stateczności, por. rys. 12-14. Natomiast wzrost r_2 , przy stałej i małej wartości współczynnika r_1 , por. rys.9-11 powoduje, że różnice w wysokości wyłóczki dla różnych warunków utraty stateczności są znaczne.

W zakończeniu należy raz jeszcze podkreślić, że wyprowadzone wyrażenia na wysokość wyłóczki w próbce hydraulicznego wybruszenia, będą dawały rezultaty mniejsze od rzeczywistych. Wynika to jak wspomniano wcześniej z przyjętego kulistego kształtu wyłóczki, podczas gdy w rzeczywistości kształt ten będzie bardziej zbliżony do kształtu paraboloidy obrotowej, por. [14]. Wynika to z nierównomierności rozkładu intensywności odkształceń w części wierzchołkowej w końcowej fazie procesu. Należy też dodać, że wykorzystane w pracy warunki utraty stateczności nie są warunkami odpowiadającymi rzeczywistemu momentowi pęknięcia wyłóczki, lecz stanami poprzedzającymi. Będą to wydaje się, pewnego rodzaju dolne oszacowania rzeczywistej wysokości wyłóczki.



Rys. 15

Schemat elipsy plastyczności dla materiału o własnościach anizotropii normalnej, [16].

LITERATURA

- [1] JENTET J., Determination of the deep drawing capacity of light sheet metal on the basis of laboratory test, Sheet Metal Ind., 1961, vol.38, No 415.
- [2] MICHAŁOWSKI Z., Próba tężczości i wytrzymałości na rozrywanie cienkich blach metodą hydrauliczną, Zeszyty Instytutu Lotnictwa 1967, t.3, Nr 3.
- [3] WHITELEY R.L., Czynniki wpływające na tężczość blach stalowych, Obróbka plastyczna 1962, t.III, zeszyt 3.
- [4] OKAMOTO T., MATSUOKA T., MAYASKI Y., SUDO C., Ductile fracture strain of steel sheet by hydraulic bulge test, La Metalurgia Italiana, No 8, 1968.
- [5] TOMLIENOW A.D., Teorija gidrostatyczeskowo ispytaniya listowo metala, Wiestnik maszynostrojenija, No 10, 1968.
- [6] GRONOSTAJSKI J., BANASIAK CZ., Współzależność pomiędzy współczynnikami anizotropii i wzmocnienia a tężczością blachy stalowej, Prace Naukowe ITEM - Politechniki Wrocławskiej, Nr 5, Wrocław 1971.
- [7] BANASIAK CZ., Wpływ anizotropii i umocnienia na tężczość blachy stalowej. Rozprawa doktorska, Politechnika Wrocławska, Wrocław 1973.
- [8] SWIPT H.W., Plastic instability under plane stress, J.Mech. and Phys. Solids, vol. 1, No 1, 1952.
- [9] HILL R., On discontinuous plastic states, with special reference to localised necking in thin sheets, J.Mech. and Phys. Solids, vol. 1, No 1, 1952.
- [10] MELLOR P.B., Plastic instability in tension, The Engineer, No 25, 1960.
- [11] MOORE G.G., WALLANCE I.F., The effect of anisotropy on instability in sheet metal forming, Journal of the Institute of Metals, vol. 93, No 2, 1964/1965.
- [12] MARCINIAK Z., KUCZYŃSKI K., Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal, Int. J. of Mech. Sci., vol. 9, 1967.
- [13] KUCZYŃSKI K., Przebieg odkształceń i wartości odkształcenia granicznego przy dwuosiowym rozciąganiu blach, Rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 1969.

- [14] MARCINIAK Z., Odształcenia graniczne przy tłoczeniu blach, WTN, Warszawa 1971.
- [15] EL-SABAIE M.G., MELLOR P.B., Plastic instability conditions in the deep-drawing of a circular blank of sheet metal, Int. J. Mech. Sci., Pergamon Press, vol. 14, 1972.
- [16] RASMUSSEN S.N., Effect of rounded vertices in the yield surface on localized necking in biaxially stretched sheets, Int. J. Engng. Sci., vol. 124, No 12, 1982.
- [17] HILL R., The mathematical theory of plasticity, Oxford, 1950.
- [18] MARCINIAK Z., Analiza stateczności cienkościennej powłoki w stanie plastycznym, Rozprawy Inżynierskie, z.4, 1968.
- [19] MARCINIAK Z., Mechanika procesów tłoczenia blach, WNT, Warszawa 1961.
- [20] MARCINIAK Z., Utrata stateczności rozciąganych powłok plastycznych, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, 1966.
- [21] JOHNSON W., MELLOR P.B., Engineering plasticity, van Nostrand Reinhold Company, London 1975.
- [22] BRESSAN J.D., WILLIAMS J.A., The use of a shear instability criterion to predict local necking in sheet metal deformation, Int. J. Mech. Sci., vol. 25, No 3, 1983.

Oznaczenia i skróty

- σ_p - granica plastyczności,
 r_i - promień bieżący wytłoczki,
 a - promień zewnętrzny wytłoczki,
 R - promień kuli opisujący kształt czaszy wytłoczki,
 h - wysokość wytłoczki,
 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ - plastyczne odkształcenia logarytmiczne,
 odpowiednio: obwodowe, południkowe, oraz w kierunku normalnym do powierzchni blachy,
 φ_i - plastyczne odkształcenie zastępcze wyrażone w mierze logarytmicznej,
 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ - naprężenia główne,
 B, C - współczynniki anizotropii płaskiej,
 r - współczynnik anizotropii normalnej,
 $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3$ - prędkości odkształceń w mierze logarytmicznej, odpowiednio: obwodowe, południkowe, oraz w kierunku normalnym do powierzchni,
 φ_0 - logarytmiczne odkształcenie wstępne /stała materiałowa/,
 p - ciśnienie cieczy w próbie hydraulicznego wytłaczania,
 n - wykładnik krzywej wzmocnienia,
 τ - naprężenie styczne,
 m - parametr materiałowy w zmodyfikowanym warunku plastyczności,
 D - stała materiałowa przy potęgowej krzywej wzmocnienia,
 g_0 - początkowa grubość blachy wytłoczki,
 r_0 - promień bieżący krążka blachy,
 g - aktualna grubość blachy wytłoczki odpowiadająca promieniowi bieżącemu r_1 ,
 γ - współczynnik stosunku naprężeń głównych / $\gamma = \sigma_2 / \sigma_1$ /,
 s - krytyczna odcięta odpowiadająca utracie stateczności,
 α - kąt zawarty pomiędzy promieniem R odpowiadającym promieniowi bieżącemu r_1 a osią symetrii wytłoczki.