ZESZYT IV. 1927. ROCZNIK LII.

KOSMOS

PRZEGLĄD ZAGADNIEŃ NAUKOWYCH

POD REDAKCJĄ

D. SZYMKIEWICZA

WE LWOWIE

NAKŁADEM POLSKIEGO TOW. PRZYRODNIKÓW IM. KOPERNIKA
Z ZASIŁKIEM MINISTERSTWA W. R. i O. P.

PIERWSZA ZWIĄZKOWA DRUKARNIA WE LWOWIE, UL. LINDEGO L. 4.

TREŚĆ.

„Przegląd Zagadnień Naukowych“ jest przeznaczony wyłącznie dla członków Towarzystwa i nie może być otrzymywany w drodze handlu księgarskiego.

Adres redakcji: Lwów, ul. Nabielaka 22.

KOSMOS

CZASOPISMO POLSKIEGO TOWARZYSTWA PRZYRODNIKÓW IM. KOPERNIKA

PRZEGLĄD ZAGADNIEŃ NAUKOWYCH POD REDAKCJĄ D. SZYMKIEWICZA.

ROCZNIK LII. ROK 1927. ZESZYT IV.

T. MALARSKI.

W dziesiątą rocznicę zgonu Marjana Smoluchowskiego

(ur. 28 maja 1872, zm. 5 września 1917 r.).

Charakterystyka Smoluchowskiego jako uczonego i ważniejsze daty z jego życia. Termodynamika klasyczna i teorja kinetyczna a konflikt między temi teorjami. Smoluchowskiego zasługi w ostatecznem zlikwidowaniu tego konfliktu, przez jego teorje wahań gęstości gazów i koncentracji cząstek w roztworach koloidalnych, teorję opalescencji gazów i roztworów podwójnych cieczy, teorję ruchu Browna, teorję dyfuzji. Smoluchowskiego kryterjum odwracalności i nieodwracalności zjawisk tudzież jego molekularno-kinetyczne interpretacje drugiej zasady termodynamiki i zasady entropji.

§ I. Przed laty dziesięciu, 5 września 1917 roku, w wieku lat 45, zgasł mąż, którego imię będzie przynosić po wsze czasy chlubę niezwykłą imieniu polskiemu; zmarł Marjan Smoluchowski, największy z fizyków polskich i jeden z najwybitniejszych fizyków świata naszych czasów. Profesor Władysław Natanson, przemawiając nad jego grobem imieniem Polskiej Akademji Umiejętności, mówił w te słowa: „W pełni sił, w rozkwicie twórczości, odchodzi od nas jeden z najświetniejszych umysłów, któremi chlubiliśmy się w naszej Rzeczypospolitej Nauk. Marjan Smoluchowski zapisał swe imię niezatartemi zgłoskami w dziejach poznawania i pojmowania Natury. Zebrał bogaty plon odkryć, rzucił hojny siew myśli, których owoce przypadną pokoleniom następnym. Czystą i gorącą miłością kochał naukę i oddawał jej bez rachuby i miary usilny trud całego żywota...“.

Ktoś, ktoby nie wiedział, jakie wartości przedstawiał Smoluchowski jako człowiek i jako uczony, dziwićby się mógł, że dziś po latach dziesięciu powtarzamy te słowa. Mógłby pomyśleć, czy nie za dużo retoryki w tych słowach, które być może wypowiedziane były pod naciskiem bólu, po stracie przyjaciela i towarzysza pracy na niwie naukowej. Kto znał jednak Smoluchowskiego, a zwłaszcza kto poznał dzieła, jakie on pozostawił, powie bez wahania, że słowa przytoczone nie tylko nie są przesadne, ale przeciwnie są za skromne, jeśli chodzi o oddanie czci i hołdu temu, kto tak wielkie skarby nauce pozostawić potrafił. Jakżeż zresztą miał go żegnać na zawsze uczony polski, skoro obcy w zgodnym chórze opłakiwali gorąco jego skon. Albert Einstein, z którym współcześnie i niezależnie od niego postawił Smoluchowski teorję ruchu Browna, pisał po jego zgonie[1]): „Am 5 September wurde uns einer der feinsinnigsten zeitgenössischen Theoretikern jäh durch den Tod entrissen“[2]). Arnold Sommerfeld, obok Einsteina jeden z najwybitniejszych fizyków teoretycznych doby współczesnej, wyraził się o Smoluchowskim w te słowa: „Wer seine glänzende wissenschaftliche Tätigkeit verfolgt hat, sah in ihm den eigentlichen Erben des Boltzmannschen Geistes der Naturbetrachtung. Mit dem jüngsten Aufschwunge der Atomistik wird sein Name für alle Zeiten verknüpft sein. Aus der Fülle erfolgreicher Arbeit ist er herausgerissen; niemand wird seine geistvolle Art ersetzen können“[3]). Richard Lorenz pisał znowu: „Wir alle bewunderten in Smoluchowski einen aufgehenden Stern, dessen Grösse von Schritt zu Schritt, von Arbeit zu Arbeit wuchs“, a na innem miejscu: „Das Hauptproblem, welches das Lebenswerk Smoluchowskis kennzeichnet, ist zugleich das Problem der Grundlagen der ganzen Physik und Chemie und damit der Grundlage unseres ganzen naturwissenschaftlichen Denkens überhaupt[4]).

---

1) W obawie, by przez tłómaczenie nie uronić czegoś z dobitności słów charakteryzujących działalność naukową Smoluchowskiego i wartość jego pracy, podajemy je w języku niemieckim.

2) Die Naturwissenschaften, 5, 637, (1917).

3) Physikalische Zeitschrift, t. 18, str. 533, 1917.

4) Jahresbericht des Physikalischen Vereins 1917/18.

Marjan Smoluchowski był człowiekiem niezwykłych zdolności, umysłem niesłychanie lotnym i nawskróś oryginalnym, o pracowitości rzadko spotykanej. Posiadał niezwykle krytyczny sąd w rzeczach naukowych i wielką swobodę w rozumowaniu. Należał do tych, którzy — jak pisze w „Poradniku dla Samouków“ [1]) — z lekkiem sercem porzucają tradycją uświęcone dogmaty. W teorjach fizycznych dopatrywał się nie trwałej treści nauki, ale uważał je tylko jako narzędzie badania.

Z postawieniem zagadnienia, z rozwiązaniem go i ze stwierdzeniem doświadczalnem wniosków płynących z teorji załatwiał się po mistrzowsku, na sposoby niezwykle proste. Stronę matematyczną opracowywanych przez niego problemów pokonywał z jemu tylko właściwą łatwością. Na równania różniczkowe i ich rozwiązania patrzył się zawsze z punktu widzenia badacza przyrody, szukał w nich zawsze i wszędzie treści fizycznej. Z jego traktowania rzeczy uczyć się mogą matematycy, jak patrzeć od strony wzorów i równań na realną treść procesów przyrody.

A jak pojmował pracę w dziedzinach fizyki doświadczalnej, pisał o tem Tadeusz Godlewski, któremu Smoluchowski powiedział: „Przecież zwyczajnie do badań doświadczalnych we fizyce nie potrzeba kosztownych środków“. A Godlewski dodaje: „I to była prawda, ale prawda w szczególności odnosząca się do niego. To, co inni zdobywają niejednokrotnie nadzwyczajną precyzją skomplikowanych i kosztownych aparatów, on zdobywał prostotą pomysłu przeprowadzenia doświadczenia. I istotnie prostota doświadczeń przez niego wykonanych jest wprost porywająca“ [2]).

Jak z powyższego wynika, Smoluchowski posiadał przez swe talenty niezwykłe, przez mniszą wprost pracowitość, wszelkie dane na wielkiego badacza i na sławę, której doczekał się za życia. Miał jednak i powodzenie w życiu i wszelkie warunki do rozwinięcia w pełni swych zdolności. Już jako

[1]) Wydawnictwo A. Helflicha i St. Michalskiego z zapomogi Kasy im. Mianowskiego, tom II, Warszawa 1917 r.

[2]) T. Godlewski, Marjan Smoluchowski, jego życie i działalność naukowa — Wiadomości matematyczne, tom 23, 1919 r. Str. 28. Znajduje się tu kompletny spis publikacyj Smoluchowskiego.

*

młody chłopiec pobierał nauki w jednej z najlepszych średnich szkół austrjackich w Theresianum w Wiedniu, gdzie dostał się jako syn wysokiego urzędnika kancelarji cesarskiej. Po złożeniu egzaminu dojrzałości w r. 1890 studjuje w Uniwersytecie Wiedeńskim u wybitnych fizyków Exnera i Stefana. Stopień doktora filozofji uzyskuje w 23 roku życia. Wkrótce wyjeżdża do Paryża, gdzie słucha wykładów Hermite'a, Poincaré'go, Bouty'ego i pracuje doświadczalnie w laboratorjum Lippmanna w Sorbonie. Rok naukowy 1896/97 spędza w Glasgowie w laboratorjum Lorda Kelvina. W następnym roku pracuje w laboratorjum Warburga w Berlinie. W r. 1898 habilituje się do fizyki w Uniwersytecie Wiedeńskim, gdzie wykłada przez jedno tylko półrocze. Przeniósłszy „*veniam legendi*“ do Uniwersytetu we Lwowie, obejmuje po ś. p. Fabianie wykłady fizyki teoretycznej i matematyki. W r. 1900 zostaje mianowany w tymże Uniwersytecie profesorem nadzwyczajnym fizyki teoretycznej, a następnie już w r. 1903 profesorem zwyczajnym tego przedmiotu. Rok naukowy 1905/6 spędza za urlopem w Cambridge, gdzie pracuje w laboratorjum sławnego fizyka angielskiego J. J. Thomsona.

Już zatem w chwili przyjazdu do Lwowa miał Smoluchowski gruntowne przygotowanie do pracy, którego nabył w najsławniejszych środowiskach naukowych Europy i miał za sobą szereg prac zarówno teoretycznych, jak i doświadczalnych. Tu we Lwowie, pracując dalej, pracując niestrudzenie, wzbija się, dzięki swym zasobom intelektualnym, na wyżyny sławy naukowej. Z tego okresu jego pobytu we Lwowie (od r. 1899 do r. 1913) pochodzą — poza szeregiem innych prac — takie skarby literatury naukowej fizycznej jak: „Über Unregelmässigkeiten in der Verteilung von Gasmolekülen und deren Einfluss auf Entropie und Zustandsgleichung“ (Boltzmann Festschrift 1904 r.); O drodze średniej cząsteczek gazu i o jej związku z teorją dyfuzji“ (Rozpr. i Biuletyny Akad. Umiej. w Krakowie 1906 r.); „Zarys teorji kinetycznej ruchów Browna i roztworów mętnych“ (Rozpr. Akad. Umiej. w Krakowie 1906 r., Annalen der Physik 1906 r.); „Teorja kinetyczna opalescencji gazów w stanie krytycznym oraz innych zjawisk pokrewnych“ (Rozpr. Akad. Umiej. w Krakowie 1908, Annalen der Physik 1908 r.); „Experimetell nachweisbare der üblichen Thermodynamik widersprechende Molekularphänomene" (Physikalische Zeitschrift 1912 r.); „Przyczynek do kinetycznej teorji transpiracji, dyfuzji i przewodnictwa cieplnego w gazach rozrzedzonych" (Rozpr. Akad. Umiej. w Krakowie 1910 r., Annalen der Physik 1910 r.); „Einige Beispiele Brownscher Molekularbewegung unter Einfluss äusserer Kräfte" (Biul. Akad. Krak. 1913 r.); „Gültigkeitsgrenzen des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie" (Göttinger Vorträge über kinetische Theorie der Materie und Elektrizität, Teubner 1914 r.).

Rok 1913 przynosi zmianę w życiu Smoluchowskiego. W maju tegoż roku, powołany na katedrę fizyki doświadczalnej po Auguście Witkowskim, przenosi się do Krakowa. Dostawszy się do środowiska naukowego, które miało wyrobioną sławę światową przez prace Zygmunta Wróblewskiego, Karola Olszewskiego, o których pisał, iż zawdzięczamy im, że od długich wieków znów po raz pierwszy nauka polska zajęła wybitne miejsce w europejskiej historji fizyki, snuje szerokie plany na przyszłość, zaczyna organizować pracę według swych zamysłów, skupiać koło siebie uczniów. Nie było mu już jednak dane rozwinąć w pełni tej działalności. Wkrótce wybucha wielka wojna, jego zakład fizyczny zostaje zajęty na szpital wojskowy, a on sam jako oficer rezerwowy powołany zostaje do służby. Uwolniony po kilku miesiącach za staraniami Uniwersytetu od obowiązku pełnienia służby wojskowej, powraca do Krakowa i pracuje tu w nader trudnych warunkach do ostatnich niemal chwil swego życia, aż w początkach września 1917 roku staje się ofiarą epidemji dezynterji. Wiadomość o jego zgonie przyszła jak grom z nieba, prysły wszelkie nadzieje jakie pokładała w nim Polska cała na krakowskiej placówce naukowej fizycznej.

Z tego krótkiego czasu pobytu jego w Krakowie czy w Wiedniu w końcu roku 1914 i w początkach roku 1915 pochodzi cały szereg dalszych prac, które wynoszą jego imię na coraz to wyższe szczeble sławy naukowej. Należą do nich: „Studien über Molekularstatistik der Emulsionen und deren Zusammenhang mit der Brownscher Bewegung" (Sitzber. Wien. Akad. 1914); „Molekulartheoretische Studien über Umkehr thermodynamisch irreversibler Vorgänge und über Wiederkehr abnormaler Zustände" (Sitzber. Wien. Akad. 1915 r.); Über gewisse Mängel in der Begründung des Entropiesatzes sowie der Boltzmannschen Grundgleichung in der kinetischen Gastheorie" (Biul. Akad. Krak. 1915 r.); „Studien über Kolloidstatistik und den Mechanismus der Diffusion" (Kolloid-Zeitschr. 1916); „Experimentelle Bestätigung der Rayleigh'schen Theorie des Himmelblaues" (Biul. Akad. Krak. 1916 r.); „Drei Vorträge über Diffusion, Brownsche Molekularbewegung und Koagulation von Kolloidteilchen" (Physik. Zeitschr. 1916 r.); „Versuch einer mathematischen Theorie der Koagulationskinetik kolloider Losungen" (Zeitschr. f. phys. Chemie 1917 r.); „Grundriss der Koagulationskinetik kolloider Lösungen" (Kolloid-Zeitschr. 1917 r.).

Każdy wtajemniczony w zagadnienia, wchodzące w zakres fizyki, oceni z łatwością już z tytułów tych prac, jak ważne tematy podejmował Smoluchowski. Dla niezorjentowanych w tych zagadnieniach tytuły tych prac mówią jednak niewiele. Nie mam tu zamiaru silić się na przedstawienie całej działalności naukowej Smoluchowskiego, za obfita ona bowiem była i za bujna, nawet o ile chodzi o pojedyńcze problematy. O ile się to da zresztą zrobić w najzwięźlejszym zarysie popularnym, zrobił to już Tadeusz Godlewski w pięknie napisanem wspomnieniu pośmiertnem o Smoluchowskim [1]). Pragnę jednak rzucić kilka słów dla szerszych kół w celu oświetlenia jego działalności, zwrócenia uwagi na problematy, któremi się ze specjalnem umiłowaniem zajmował i na sposoby ich ujmowania i rozwiązywania. Wybieram do tego celu oczywiście zagadnienia, które są mi najbliższe: zagadnienia z fizyki molekularnej gazów, roztworów koloidalnych i sprawę interpretacji t. z. drugiej zasady termodynamiki na podstawach molekularno-kinetycznych.

§ 2. *Atomistyka,* głoszona, jak powszechnie wiadomo, już przez starożytnych filozofów, stała się dopiero od czasów Daltona (1805 r.) i Avogadry (1811 r.) hipotezą mającą znaczenie naukowe, t. j. od czasu, gdy przez przyjęcie budowy ziarnistej materji powiodło się wytłómaczyć proste prawidła liczbowe, znajdowane przy tworzeniu się związków chemicz-

[1]) Loc. cit.

nych. Rozkwit teorji atomistycznej datuje się jednak dopiero od tej chwili, gdy utrwaliło się przekonanie, że ciepło polega na ruchu owych ziarenek z których składa się materja; na ruchu atomów czy ich skupień, zwanych drobinami. Założenie o ziarnistej budowie materji, ugruntowane przez chemję, uzupełnione przyjęciem nieustannego i bezładnego ruchu owych ziarenek, wprowadza atomistykę do fizyki i staje się podstawą t. z. teorji kinetycznej materji. W dziedzinie gazów, ciał o najprostszej budowie wewnętrznej, a których własności zostały najlepiej zbadane doświadczalnie, święci teorja kinetyczna już wcześnie tryumfy, głównie dzięki pracom Clausiusa i Maxwella. Objaśniają oni, jak rozumieć temperaturę gazu, jak pojmować jego prężność, przewodnictwo cieplne, dyfuzję i t. d.

Obok teorji kinetycznej rozwijał się jednak drugi kierunek naukowy, rozwijała się termodynamika, która wzięła za podstawę nie hipotetyczne przyjęcia niedostępne bezpośredniemu stwierdzeniu doświadczalnemu, jak to robiono w teorji kinetycznej, ale oparta została na zdobytych z doświadczenia t. zw. dwu zasadach termodynamicznych.

Między termodynamiką i teorją kinetyczną toczył się spór, istniał konflikt zasadniczej natury. Chodziło o to, że teorja kinetyczna dopuszczała pewne zjawiska, które według termodynamiki były zgoła niemożliwe, dopuszczała zjawiska, które każdy eksperymentator uważał wówczas za absurdalne z punktu widzenia doświadczalnego. Spór zarysował się tem ostrzej jeszcze i przez to, że teorja kinetyczna godziła w jeden z fundamentów termodynamiki, godziła w drugą jej zasadę.

Aby wskazać na zagadnienia z dziedziny, którą się tu zajmujemy, a które były przedmiotem prac Smoluchowskiego, aby wniknąć w istotę problematów, które rozwiązał i oświetlił, najlepiej będzie, gdy zilustrujemy rzeczy na przykładach.

Otóż istotna treść drugiej zasady termodynamiki tkwi w najkrótszem wysłowieniu w tem, że wszelkie procesy, przebiegające w przyrodzie, odbywają się w ściśle oznaczonym kierunku. Termodynamika podaje nawet pewną wielkość matematyczną t. zw. entropję, przy pomocy której wyraża się tę kierunkowość. Entropja jest to pewna funkcja stanu układu.

Gdy odbywają się w układzie naturalne procesy, to entropja zawsze rośnie. Z czasem zdąża układ do stanu, który nosi nazwę stanu równowagi termodynamicznej. Entropja posiada dla tego stanu maksymalną wartość. Według termodynamiki układ, osiągnąwszy stan równowagi termodynamicznej, nie może się już z niego samorzutnie cofnąć. Stan równowagi termodynamicznej ma być stanem martwoty. Procesy odbywające się w przeciwnym kierunku, procesy pociągające za sobą zmniejszanie się entropji, są według termodynamiki niemożliwe.

Oto przykłady takich procesów:

1. Kulę ogrzaną do czerwoności umieszczamy w otoczeniu ciał zimnych. Z czasem kula traci ciepło, otoczenie je zyskuje. Wymiana ciepła trwa tak długo, dopóki nie nastąpi wyrównanie temperatur. Na tem proces kończy się. Ogrzanie się powrotne kuli na koszt ciepła, pobranego z otoczenia, jest rzeczą niemożliwą. Tak uczy termodynamika i każdy godzi się bez wahania z tem jej żądaniem.

2. Weźmy pustą komorę w której znajduje się bomba z tlenem nabita do ciśnienia kilku atmosfer. Gdy otworzymy bombę, to wiemy dobrze z doświadczenia, że gaz wypłynie z niej do próżni, rozdzielając swą masę w ten sposób, by prężność gazu, pozostałego w bombie, stała się równa prężności gazu w komorze. Cofnięcie się gazu nie tylko częściowe, a cóż dopiero całkowite z komory do bomby, uważamy za rzecz zupełnie wykluczoną. Możemy go tam wtłoczyć z powrotem, ale by on sam to uczynił, to przecież jest niemożliwe.

3. Bierzemy dwa naczynia A i B przedzielone ścianą, w której znajduje się szczelna zasuwa. Jedno z tych naczyń napełniamy tlenem, drugie azotem. Ciśnienia obu gazów niech będą te same. Gdy otworzymy zasuwę, gazy zaczną się mieszać. Tlen będzie przechodził z naczynia A do naczynia B, azot z naczynia B do naczynia A. Po pewnym czasie otrzymamy mieszaninę obu gazów w jednem i drugiem naczyniu. Proces odbywa się w ściśle oznaczonym kierunku. Gdy wymieszanie samorzutne ukończyło się, proces jest skończony. Na pytanie, czy możliwe jest automatyczne rozdzielenie się tych gazów, odpowiadamy: nie, to niemożliwe.

4. Weźmy szklankę wody, do której wpuszczamy kroplę czerwonego wina. Kropla rozpływa się w oczach, barwiąc całą

masę wody. Gdybyśmy zapytali kogoś, czy możliwe jest, by wino, które rozeszło się we wodzie, skupiło się z powrotem w kroplę, będzie uważał takie pytanie za absurd.

5. Pomyślmy słój z wodą, na którego dnie znajduje się niezwykle miałki piasek. Po zamieszaniu cieczy piasek zamąci wodę. Taka mętna woda, pozostawiona sobie na pewien czas, wyklaruje się, piasek osiądzie z powrotem na dnie. Wszak to tak jasne, powie prawie każdy; czyż możliwe bowiem, by piasek pływał przez czas dowolnie długi.

Rozpatrzmy teraz zapatrywania z teorji kinetycznej, najlepiej w dziedzinie ciał najprostszych t. j. gazów. Według teorji tej gaz składa się z oddzielnych cząstek (atomów lub molekuł), które pogrążone są w nieustannych bezładnych ruchach. Każda cząstka gazu (przyjmujemy je wszystkie jako jednakie co do masy, rozmiaru i innych własności) pędzi na mocy bezwładności z pewną chyżością, dopóki nie zderzy się z inną cząstką lub ze ścianą naczynia, w którem gaz się znajduje. Przy wzajemnych zderzeniach cząstek lub zderzeniach ze ścianami naczynia zmieniają się ustawicznie chyżości cząstek. Ponieważ każde zderzenie jest rzeczą czystego przypadku, więc pewien nawet dość uporządkowany stan ruchu cząstek i ich rozmieszczeń w przestrzeni zamienia się już po niedługim czasie na stan nadzwyczajnego nieuporządkowania. W tym chaosie wszystko się ciągle zmienia, zmieniają się chyżości pojedyńczych cząstek co do ich absolutnych wartości i co do kierunków, zmieniają się też ustawicznie ich położenia w przestrzeni. Taki ogólny obraz daje teorja kinetyczna. Ale ani pojedyńczych atomów czy molekuł, ani ich ruchów nikt nigdy nie widział. To była słaba strona teorji kinetycznej, operowała ona pewnemi przyjęciami, które nie dały się doświadczalnie stwierdzić. Eksperymentator, który ufa tylko temu, co może na drodze doświadczalnej stwierdzić, przyjmuje takie ujęcie rzeczy jako fantazję. Kinetycy, operując przy pomocy tych i innych przyjęć, doszli jednak do wyników, którym doświadczenie wcale nie zaprzeczało, ba przepowiedzieli nawet szereg faktów nieznanych, które doświadczenie potwierdziło. Pozatem wypowiadali jednak twierdzenia, które wydawały się niemożliwe do przyjęcia.

§ 3. Metoda, jaką posługują się kinetycy w badaniu zjawisk przyrody, to metoda statystyczna, metoda oparta na rachunku prawdopodobieństwa. Metoda ta, brana z punktu widzenia doświadczalnego, wymaga pewnego materjału liczbowego, z którego robi się zestawienia i z tych wysnuwa się wnioski. Materjał ten pobiera się ze zjawisk, które pojawiają się w sposób czysto przypadkowy.

Aby zyskać odnośnie do gazu taki materjał, materjał wprawdzie nie konkretny (bo pojedynczych cząstek gazu zobaczyć nie można), ale służący do objaśnienia rozumowania, pomyślmy, że istnieje istota (demon Maxwella) tak bystra, że za jednym zamachem, za jednym rzutem oka, zdolna jest ocenić co do wszelkich szczegółów stosunki panujące w gazie. Że więc potrafi ona podać nam n. p. wartości chyżości pojedyńczych cząstek gazu i ich położenia w przestrzeni, w każdej chwili. Spisawszy te chyżości i wynotowawszy miejsca (spółrzędne), w których się cząstki w danej chwili znajdowały, zyskamy materjał liczbowy do rozpatrywania.

Z takich danych dowiadujemy się n. p. że w pewnej chwili:

$$\left.\begin{array}{llllllllll} N_1 & \text{cząsteczek} & \text{gazu} & \text{miało} & \text{chyżość} & v_1 & \text{(co} & \text{do} & \text{absol.} & \text{wielk.)} \\ N_2 & " & " & " & " & v_2 & " & " & " & " \\ N_3 & " & " & " & " & v_3 & " & " & " & " \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ N_k & " & " & " & " & v_k & " & " & " & " \end{array}\right\} \quad (1)$$

Jeśli oznaczymy przez N całkowitą liczbę cząstek gazu, to jasne jest, że musi być:

$$N_1+N_2+N_3+\ldots\ldots\ldots+N_k=N \quad (2)$$

Gdy rozpatrzymy materjał liczbowy, dotyczący położeń cząstek w przestrzeni dla tej samej chwili, dla której zrobiono zestawienie (1), to będzie można sporządzić z niego drugie zestawienie, które zrobimy, jak następuje. Dzielimy całą przestrzeń wypełnioną gazem na elementy objętościowe (komórki) i numerujemy je kolejno Nr. 1, Nr. 2, Nr. 3, ... Nr. i. Następnie zestawiamy z materjału dostarczonego przez demona, po ile cząstek przypada w danej chwili na poszczególne elementy przestrzeni. Rezultatem takiego zestawienia może być n. p.:

$$\left.\begin{array}{llllllll} \text{w komórce} & & \text{Nr. 1} & \text{było} & n_1 & \text{cząstek} & \text{gazu} \\ \text{„} & \text{„} & \text{Nr. 2} & \text{„} & n_2 & \text{„} & \text{„} \\ \text{„} & \text{„} & \text{Nr. 3} & \text{„} & n_3 & \text{„} & \text{„} \\ \dots & & \dots & & \dots & & \dots \\ \text{„} & \text{„} & \text{Nr. } i & \text{„} & n_i & \text{„} & \text{„} \end{array}\right\} \quad \dots \quad (3)$$

Oczywiście i tym razem musi być:

$$n_1+n_2+n_3 \quad \dots \dots \quad +n_i=N \quad \dots \dots \quad (4)$$

gdyż i tym razem wszystkie cząstki gazu trzeba uwzględnić. Zestawienia takie, z których pierwsze dotyczy rozkładu chyżości pomiędzy poszczególne cząstki gazu, a drugie rozkładu cząstek gazu pomiędzy poszczególne komórki, można robić dla pewnych określonych chwil albo robić je co pewien czas i badać zmiany, jakie zachodzą.

Jak wiadomo, kwestją rozkładu chyżości pomiędzy poszczególne cząstki gazu zajmował się Maxwell i, opierając się na rachunku prawdopodobieństwa, podał prawo tego rozkładu znane pod mianem prawa rozkładu jego imienia. Praktycznym wyrazem tego prawa jest następujące zestawienie, które podał Clausius: W gazie posiadającym stałą temperaturę panują takie stosunki, że:

1·3%	cząstek	gazu	posiada	chyżości	od	0	do	100	*m*/sek.	(5)
8·2 „	„	„	„	„	„	100	„	200	„	
16·6 „	„	„	„	„	„	200	„	300	„	
21·5 „	„	„	„	„	„	300	„	400	„	
20·3 „	„	„	„	„	„	400	„	500	„	
15·2 „	„	„	„	„	„	500	„	600	„	
9·1 „	„	„	„	„	„	600	„	700	„	
7·8 „	„	„	„	„	„	700	„	w górę	„	

Mimo zatem, że w gazie panuje niesłychany chaos, że cząstki zmieniają ustawicznie chyżości, określone procenty liczby cząstek gazu posiadają stale chyżości, leżące w określonych granicach. Nigdy się tak nie zdarza, by n. p. wszystkie cząstki miały chyżości leżące w granicach od 300 *m*/sek. do 400 *m*/sek., ale zawsze są takie cząstki, które mają chyżości najrozmaitsze i to od najmniejszych do największych. Każdy zakres chyżości jest stale reprezentowany, tylko największy procent cząstek posiada chyżości wynoszące okrągło 400 i kilkadziesiąt *m*/sek.

Na cząstki, posiadające chyżości bardzo małe lub bardzo wielkie, przypadają znikomo małe procenty.

Rezultat ten jest jednak ważny tylko dla bardzo wielkiej liczby cząstek. Gdyby cząstek było bardzo mało (gaz silnie rozrzedzony), nie możnaby oczekiwać czegoś podobnego. Ale o tem pomówimy później.

Gdybyśmy się teraz zapytali, jakiego rezultatu dostarczają zestawienia robione dla koncentracji cząstek w poszczególnych komórkach dla danej chwili i z biegiem czasu, to okazałoby się, że przeciętnie biorąc, jest w każdej komórce ta sama liczba cząstek n. p. w komórce o wymiarach 1 mm^3 liczba rzędu 10^{16} czyli innemi słowy, że gaz posiada w całej przestrzeni jaką zajmuje, gęstość jednostajną.

Otóż, dla tych przypadków, gdy gaz zawiera bardzo wielką liczbę cząstek, podaje teorja kinetyczna wzory, które mogą być sprawdzane na drodze doświadczalnej. Wzorów tych jest znaczna liczba. Nie miejsce tu na to, by je wyliczać i dyskutować. Tu podajemy dwa, które nam się przydadzą: wzór na temperaturę gazu mierzoną w skali absolutnej:

$$\Theta = a . \frac{m v_{śr.}^2}{2} \quad \dots\dots\dots \quad (6)$$

i wzór na prężność gazu:

$$p = \frac{2}{3} . n . \frac{m v_{śr.}^2}{2} \quad \dots\dots\dots \quad (7)$$

Oznaczają w nich: m masę cząstki gazu, n liczbę cząstek gazu przypadającą na jednostkę objętości przestrzeni zajętej przez gaz, $v_{śr.}^2$ kwadrat t. zw. chyżości średniej cząstki gazu, a stałą proporcjonalności.

Nie trudno wykazać, że te dwa wzory prowadzą do prawa zdobytego przez doświadczenie. Gdy oznaczymy bowiem przez V objętość naczynia z gazem, przez N liczbę wszystkich cząstek gazu znajdujących się w tej objętości, to

$$n = \frac{N}{V} \quad \dots\dots\dots \quad (8)$$

Podstawiając (8) do (7) i kombinując następnie (6) z (7) dochodzimy łatwo do wzoru:

$$p V = \frac{2}{3} . \frac{N}{a} . \Theta, \quad \dots\dots\dots \quad (9)$$

który wyraża nic innego, jak prawo Boyle-Charlesa dla gazów, zdobyte na drodze doświadczalnej *(N=const., a=const.)*.

Ze względu na dalsze rozważania musimy tu powiedzieć kilka słów o t. zw. średniej energji kinetycznej cząstki gazu $\varepsilon=\frac{m v_{śr.}^2}{2}$. Posłużmy się do tego celu zestawieniem (1) dotyczącem rozkładu chyżości między cząstki gazu, które dla naszych celów omówienia prac Smoluchowskiego jest lepsze, jest bardziej sprecyzowane niż zestawienie (5). Otóż mając takie zestawienie (1) obliczymy łatwo (dla tej chwili, dla której ono było podane) całkowitą energję kinetyczną, jaką reprezentują poruszające się cząstki gazu. Wynosi ona:

$$U=N_1\frac{m v_1^2}{2}+N_2\frac{m v_2^2}{2}+N_3\frac{m v_3^2}{2}+\ldots N_k\frac{m v_k^2}{2} \quad . \quad . \quad (10)$$

Pytamy się teraz: jaką energją kinetyczną (tą samą) trzebaby opatrzyć każdą z cząstek gazu, by one razem wzięte dały tę samą całkowitą energję kinetyczną U. Oczywiście musi to być taka energja, by spełniła się relacja:

$$N\varepsilon=N_1\frac{m v_1^2}{2}+N_2\frac{m v_2^2}{2}+N_3\frac{m v_3^2}{2}+\ldots . N_k\frac{m v_k^2}{2}=U \qquad (11)$$

Średnia energja kinetyczna, jaka przypada na jedną cząstkę gazu wynosi zatem:

$$\varepsilon=\frac{U}{N} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

W teorji kinetycznej przyjmuje się jednak, że w gazie, posiadającym stałą temperaturę Θ, przy wymianie chyżości cząstek na skutek zderzeń (np. elastycznych) całkowita energja kinetyczna U nie ulega zmianie [1]). Ponieważ teraz także liczba cząstek gazu N pozostaje niezmieniona, przeto wielkość ε musi być dla gazu wielkością stałą. Wielkość ε jest pojęciem pomocniczem, rachunkowem. Posługując się niem, otrzymuje się proste co do postaci wzory, jakie podaje teorja kinetyczna na różne wielkości. O ileby chodziło o realne znaczenie tej wielkości, to ma je ona o tyle, że w przybliżeniu maksymalny procent cząstek gazu posiada chyżości dające owe ε. Według zestawienia (5) będzie to chyżość około 450 m/sek.

[1]) Jest to respektowanie zasady zachowania energji przez teorję kinetyczną.

Przeciwko temu, co dotychczas powiedziano, nie występowaliby termodynamicy. Powiedzieliby, operujecie wprawdzie fantastycznemi przyjęciami, ale dajecie wzory, które prowadzą do praw, zdobytych na drodze doświadczalnej (jak n. p. wyprowadzenie prawa Boyle-Charlesa). Spór leżał gdzieindziej. Weźmy najlepiej znowu przykłady:

1. Kinetyk powiada: w gazie jest wszystko rzeczą przypadku i dlatego wszystko tu jest możliwe. Nie jest wykluczone że n. p. w pewnej chwili wystąpi taka rzecz, że wszystkie cząstki gazu będą miały chyżości skierowane w jedną stronę. Może to nie będzie trwać długo, ale na niedługi przeciąg czasu jest to możliwe. Gdyby to zaszło, wtedy naczynie z gazem umieszczone n. p. na wózku stojącym na szynach zaczęłoby się bez popędu siłą zewnętrzną poruszać, o ileby naturalnie kierunki chyżości cząstek miały kierunek toru. Każdy, kto nie patrzy bystrym okiem w świat molekularny, ale opiera się na spostrzeżeniach zwyczajnych, powie: ależ to nonsens takie przypuszczenie, czy widział kto kiedy coś podobnego.

2. Albo kinetyk powiada: skoro w gazie jest wszystko rzeczą przypadku, to czyż nie jest możliwe, że w pewnej chwili skupią się wszystkie cząstki gazu w jednej części naczynia, opróżniając pozostałą.

3. Maxwell dał znowu taki przykład: Pomyślmy naczynie z gazem, rozdzielone przegrodą na dwie części A i B. W ścianie tej znajduje się okienko z klapą, otwierającą się ku komorze B. Całe naczynie posiada osłonę nieprzepuszczającą ciepła ani na zewnątrz ani do wnętrza, w celu zapewnienia stałości temperatury. Posadźmy przy klapie demona i polećmy mu, by dostrzegłszy cząstkę gazu pędzącą ku okienku, a mającą chyżość większą od chyżości $v_{śr.}$ (zob. wzór (6)), otworzył klapę i wpuścił cząstkę z komory A do komory B, a mającą chyżość mniejszą od $v_{śr.}$, a pędzącą w komorze B ku klapie, wypuścił ją do komory A i klapę za każdym razem zamknął. Jasne jest, że po pewnym czasie tej działalności demona wystąpi taki stan, że w komorze B zostaną nagromadzone cząstki o chyżościach większych od chyżości średniej, a w komorze A zbiorą się cząstki o chyżościach mniejszych od niej. Gdybyśmy teraz obliczyli średnią energję kinetyczną ε_B, przypadającą na jedną cząstkę komory B (trzebaby przy tem obliczaniu

uwzględniać oczywiście tylko cząstki znajdujące się w tej komorze) i średnią energję kinetyczną ε_A, przypadającą na jedną cząstkę komory A (w tem samem znaczeniu co i tam), to otrzymalibyśmy taki rezultat, że:

$$\varepsilon_B > \varepsilon_A.$$

Jest to, na podstawie określenia temperatury (zob. wzór (6)) jednoznaczne z tem, że:

$$\Theta_B > \Theta_A \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

t zn. że między komorami wytworzyła się samorzutnie (wszak demon nie wpływał na chyżości cząstek) różnica temperatur. Gdybyśmy przerwali teraz działalność demona, mamy do dyspozycji dwa zbiorniki: jeden o temperaturze wyższej Θ_B, drugi o temperaturze niższej Θ_A, a to wystarcza na to, by, posługując się jakąkolwiek maszyną kaloryczną, uzyskać pracę. Posadziwszy demona znowu na pewien czas do roboty, moglibyśmy rzecz powtórzyć drugi raz i wreszcie dowolną liczbę razy i tak moglibyśmy uzyskiwać pracę na koszt ciepła, nagromadzonego w zimnym zbiorniku. Byłoby to zatem perpetuum mobile drugiego rodzaju, którego możliwość termodynamika wyklucza. Na niemożliwości zbudowania maszyny takiej polega właśnie druga zasada termodynamiki.

Mógłby jednak komuś niedogadzać ów czarodziej demon, mógłby ktoś powiedzieć: przecież on tam coś robi, ma jakieś nadprzyrodzone zdolności. Kto wie, czy on tam w jakiś ukryty sposób nie kieruje temi drobinami gazu. Dla tych podamy jeszcze jeden przykład, stojący już w najściślejszym związku z pracami Smoluchowskiego.

4. Pomyślmy naczynie z gazem podzielone na i komórek małych rozmiarów n. p. wielkości 1 mm^3. Według naszego czucia doświadczalnego w znaczeniu makroskopowem, tego więc czucia, które wyrobili sobie termodynamicy na podstawie doświadczenia, będzie się w każdej z komórek znajdować ta sama liczba cząstek gazu, jeśli już dopuścimy ziarnistość jego struktury. Pokrywa się to z tem, że wiemy, iż gaz posiada w całej objętości, którą zajmuje, wszędzie tę samą gęstość. W każdej też komórce musi panować ta sama temperatura. A jakież jest zapatrywanie kinetyka? On powiada: przeciętnie rzeczy biorąc, będzie tak, że w każdej komórce będzie się znajdować ta sama liczba cząstek, ale tak jest tylko przeciętnie. W rzeczywistości,

na skutek przypadkowości w ruchach cząstek gazu, będą odstępstwa od tego makroskopowego obrazu. W danej chwili będą zatem w różnych komórkach różne zagęszczenia cząstek gazu i najróżniejsze też chyżości w poszczególnych komórkach. Z biegiem zaś czasu będzie się wszystko ustawicznie zmieniać.

Gdybyśmy zatem wzięli rozmiary komórek bardzo małe ale jeszcze tak wielkie, by w każdej z nich znajdowała się wielka liczba cząstek, to, obliczając dla pewnej chwili prężności gazu, zawartego w poszczególnych komórkach i temperatury według wzorów (6) i (7), (które, podkreślić należy, mają sens w znaczeniu sprawdzianów doświadczalnych tylko wtedy, o ile w jednostce objętości jest dostatecznie wielka liczba cząstek), doszlibyśmy do tego, że w masie gazu panują w różnych jego miejscach nie tylko różne temperatury, ale i różne ciśnienia. Z tego traktowania rzeczy widać, że zbędny już jest i demon. Różnice temperatur powstają automatycznie w gazie.

§ 4. Takie wnioski, płynące z niedających się skontrolować przyjęć teorji kinetycznej gazów, nie mogły trafiać do przekonania termodynamików. Pokażcie nam doświadczenia, realizujące te wasze fantazje, to wam uwierzymy, wołali oni pod adresem kinetyków. Ci byli jednak bezsilni wobec tego żądania, eksperymentalnych dowodów dostarczyć nie byli w stanie. Na dodatek, teorja kinetyczna wyczerpała się w swej płodności naukowej — jak się to przez pewien czas wydawało — a było to wtedy, gdy termodynamika robić zaczęła wielkie postępy. Szeregi obliczeń, wykonywanych przez termodynamików, prowadziły do wniosków, które doświadczenie potwierdzało na całej linji. Sukcesy termodynamiki sprowadziły oszołomienie, dały termodynamikom taką pewność siebie, że nie chcieli nawet słyszeć o atomistyce i całej teorji kinetycznej [1]). Powstała szkoła t. zw. energetyków pod przywództwem wybitnego uczonego niemieckiego W. Ostwalda, która głosiła naukę wolną od wszelkich hipotez. Ostwald, chcąc dać wyraz takiej nauki, napisał podręcznik chemji nie używając w nim ani razu pojęcia atomu czy drobiny. Smoluchowski pisze o tem: „Ostwald

---

[1]) Trzeba dodać, że głosy te znajdowały posłuch przeważnie w kołach uczonych niemieckich.

dokonał nie małej sztuki, wykładając zarys chemji nowoczesnej bez użycia pojęcia atomu lub drobiny, ale nie dostrzegł, ile on sam hipotez wprowadził, tłómacząc wszystkie zjawiska chemiczne i fizyczne jako objawy pewnych energij, którym przypisuje byt realny. W nauce ani kroku zrobić nie można bez oparcia się o hipotezy".

Sukcesy termodynamiki, święcone, trzeba odrazu dodać nie w całej fizyce, ale głównie w dziedzinie zjawisk stojących na granicy fizyki i chemji, w dziedzinie roztworów i procesów chemicznych, odbywających się w układach znajdujących się w stanie równowagi termodynamicznej, tak zaślepiły energetyków, że zdawali się oni nawet nie pamiętać o słabych stronach termodynamiki. Wszak wszelkie dane, jakich dostarcza termodynamika klasyczna, oparte są, jak wiadomo, na równaniach ważnych tylko dla fikcyjnych zjawisk odwracalnych. Ani jedno z tych równań nie dotyczy przecież rzeczywistego zjawiska przyrody, gdyż każde z tych zjawisk przebiega według żądania drugiej zasady termodynamicznej, w sposób nieodwracalny. Termodynamika zjawisk nieodwracalnych nie istnieje, nauka ta jest wobec tych zjawisk bezsilna i bezradna. Wszystko, co może ona powiedzieć o nich, ujęte jest w nierównościach, a cóż za wnioski konkretne — poza ogólnemi w rodzaju zasady wzrostu entropji — można wyprowadzić z nierówności. I aż dziwne — jak się wyrażał Smoluchowski w wykładach, których miałem szczęście słuchać w roku naukowym 1907/08 — jak się to dzieje, że z równań termodynamicznych, ważnych dla granicznych przypadków, otrzymuje się rezultaty potwierdzane przez doświadczenie. Mimo to wszystko, mimo że nawet Ludwik Boltzmann podał molekularno-kinetyczną interpretację drugiej zasady termodynamiki, starano się zbagatelizować teorję kinetyczną i usunąć ją z nauki. Rzeczy tak stały, że Boltzmann, pisząc podręcznik teorji kinetycznej, wydany w r. 1908, podaje jako cel jego, uratowanie od zapomnienia tego, co już było znane. Wkrótce jednak odwróciły się karty, teorja kinetyczna położona jak się wielu zdawało na obie łopatki, podniosła się do wielkiego zwycięstwa, które stało się tak pełne, że niema dziś fizyka, którýby inaczej zjawiska pojmował, aniżeli z punktu widzenia molekularno-kinetycznego. Zwycięstwo to przyniosło wynalezienie ultramikroskopu przez Siedentopfa i Zsigmondy'ego w r. 1903. Przyrząd ten dał wgląd w stosunki, panujące w świecie molekularnym, dał możność naocznego stwierdzenia, że to, co twierdzili kinetycy od dziesiątków lat, nie jest niczem nieuzasadnioną fantazją, ale rzeczywistością. Sprowadziło to kompletną zmianę poglądów. Sam Ostwald pisał w r. 1908: „Ich habe mich überzeugt, dass wir seit kurzer Zeit in den Besitz der experimentellen Nachweise für die discrete oder körnige Natur der Stoffe gelangt sind, welche die Atomhypothese seit Jahrhunderten, ja Jahrtausenden vergeblich gesucht hatte".

Samo stwierdzenie rzeczy w sposób poglądowy tylko, zobaczenie w ultramikroskopie obrazu, jaki dawali kinetycy, nie wystarcza jeszcze. Chodziło o gruntowne wyjaśnienie wielu rzeczy, o ujęcie całego szeregu zjawisk w konkretne formy matematyczne i stwierdzenie na drodze doświadczalnej słuszności rozwijanych teoryj. Otóż w tych sprawach, w gruntownem wyjaśnieniu wielu kwestyj, w rozszerzeniu horyzontów przy patrzeniu się na zjawiska przyrody, ma Smoluchowski niezapomniane zasługi dla nauki. Rodzaj tych zasług i doniosłość ich wyniknie z kilku przykładów z jego prac, które przytoczymy.

§ **5.** W rozprawie, ogłoszonej w Boltzmann-Festschrift z r. 1904, rzuca Smoluchowski krótki program prac, który rozwija w całym szeregu następnych publikacyj. Zajmuje się on w tej rozprawie wahaniami gęstości w gazie idealnym, których — jak powiada — nie uwzględniono dotychczas. Chodzi mu tu o rzecz, którą przedstawiliśmy w przykładzie 4 na str. 299. Gdy pomyślimy przestrzeń wypełnioną gazem i podzieloną (najlepiej w myśli) na małe komórki o objętościach v, to według makroskopowego ujmowania rzeczy, w każdej z komórek ma się znajdować ν cząstek (np. rzędu 10^{16} w mm^3). Smoluchowski zwraca uwagę na to, że tak jest tylko, biorąc przeciętnie. W rzeczywistości liczba cząstek, znajdujących się w poszczególnych komórkach, musi z biegiem czasu wahać, musi być w każdej komórce raz większa, raz mniejsza. Jeśli zatem w pewnej chwili znajduje się w komórce liczba cząstek n różna od ν, to różnica $n-\nu$ daje odstępstwo od przeciętnej liczby cząstek. W obliczeniach operuje Smoluchowski odstępstwem stosunkowem:

$$\delta = \frac{n - \nu}{\nu} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

i wykazuje, że prawdopodobieństwo wystąpienia tego odstępstwa w granicach między δ i $\delta + d\delta$ wynosi:

$$W(\delta)\,d\delta = \sqrt{\frac{\nu}{2\pi}} \cdot e^{-\frac{\nu}{2}\delta^2}\,d\delta \quad \ldots \quad (15)$$

Z wzoru tego wylicza odstępstwo przeciętne i otrzymuje na nie wartość:

$$\bar{\delta} = 2\sqrt{\frac{\nu}{2\pi}} \cdot \int_0^\infty \delta \cdot e^{-\frac{\nu}{2}\delta^2}\,d\delta = \sqrt{\frac{2}{\pi\nu}} \quad \ldots \quad (16)$$

Jak widać odstępstwo przeciętne będzie zatem tem większe, im mniejsza liczba cząstek ν przypada przeciętnie na komórkę czyli praktycznie biorąc uwydatni się tem lepiej, im mniejszą komórkę weźmiemy.

Smoluchowski zwraca jednak już w tej pracy uwagę na to, że wzór (15) może być stosowany tylko wtegy, gdy weźmie się komórki jeszcze tak duże, by liczba cząstek przypadająca przeciętnie na jedną komórkę była dostatecznie wielka. Przy komórkach o objętościach tak małych, że w komórce będzie niewiele cząstek (kilka, kilkanaście), wynosi prawdopodobieństwo wystąpienia n cząstek przy przeciętnej ich liczbie ν:

$$W' = \frac{\nu^n \cdot e^{-\nu}}{n!} \;^{1)} \quad \ldots \ldots \quad (17)$$

Podaje więc już w r. 1904 wzór, który później posłuży do doświadczalnego stwierdzenia teorji wahań koncentracji nietylko w dziedzinie badań nad roztworami i gazami, ale także w dziedzinie badań nad ciałami promieniotwórczemi n. p. nad wysyłaniem cząstek α przez te ciała.

W pracy tej podkreśla on, że *w komórkach o mikroskopijnych rozmiarach występuje sprzeczność z idealną termodynamiką,* żądającą zupełnej równomierności gęstości gazu w stanie równowagi. Możnaby zatem — powiada on — zbudować perpetuum mobile drugiego rodzaju, gdybyśmy byli w stanie

---

[1]) Praktyczne znaczenie tego wzoru objaśnione jest na str. 320.

sporządzić jednostronne wentyle, o rozmiarach rzędu jednego mikronu i o masie znikomo małej.

§ 6. Ultramikroskop dał, jak powiedzieliśmy, środek eksperymentalny pozwalający na bezpośrednie prawie stwierdzenie słuszności poglądów kinetyków. Ruch Browna, ów przedziwny ruch drobnych ciałek zawieszonych w cieczy lub gazie i rozliczne doświadczenia podejmowane nad nim, stwierdziły w sposób niezaprzeczony słuszność teorji Smoluchowskiego.

Spoglądając w ultramikroskop nastawiony n. p. na roztwór koloidalny złota ma się obraz przepowiedziany przez teorję kinetyczną. Widzi się mnóstwo światełek (zdradzających obecność cząstek koloidalnych w cieczy), poruszających się ruchem trzęsącym się, bezładnym, ruchem tego charakteru jaki podawała teorja kinetyczna dla cząstek gazu. W porównaniu z cząstkami gazu są te cząstki wprawdzie olbrzymie, ale charakter ruchów jakie one wykonują, przypadkowość ich, wahania koncentracji cząstek widać jak na dłoni.

Formalnie byłoby więc wszystko w porządku, ogólny obraz zadowala, przypadkowość stwierdzona, statystyczna metoda traktowania rzeczy trafna. Można ją tu zastosować i stwierdzić, czy doświadczenie potwierdza rozwiniętą teorję. Badania takie przeprowadzono przez zliczanie cząstek pod ultramikroskopem i stwierdzono zgodność teorji z doświadczeniem[1]). Mimo to mógłby jednak ktoś powiedzieć: no dobrze, ale przecież przy tych obserwacjach nie widzimy atomów ani molekuł, które są podstawą teorji kinetycznej. Wszak każda najdrobniejsza nawet cząstka widziana pod ultramikroskopem, to bryła olbrzymia, w porównaniu z tem, co mówi teorja kinetyczna o atomach czy molekułach cieczy lub gazu. Tłómaczycie ruch Browna, jako efekt bombardowania ciałka zawieszonego w cieczy, przez molekuły tejże cieczy. Jakżeż to jednak dziać się może, by cząstka, zawieszona w cieczy, mogła się poruszać pod tem bombardowaniem, któremu ona podlega ze wszystkich stron. Przecież te uderzenia będą się wzajemnie znosić. Otóż szczegółowe wyjaśnienie tej rzeczy zawdzięczamy Smoluchowskiemu, który to przeprowadził w sposób istotnie mistrzowski.

[1]) Zob. § 9

Powiada on: każde uderzenie molekuły cieczy o zawiesinę (uderzenia te są przypadkowe) powoduje przesunięcie się środka masy zawiesiny, w pewnym kierunku, o odcinek bardzo mały, bez porównania mniejszy aniżeli jej rozmiar. Ale te przesunięcia cząstki, co chwilę w innym kierunku, dające dla środka masy zawiesiny drogę zygzakowatą, złożoną z odcinków prostych, mogą dać ten efekt, że suma geometryczna tych przesunięć da taką wartość, że po pewnym czasie cząstka oddali się od swego położenia początkowego. Dzieje się to na zasadzie tych samych prawideł — powiada Smoluchowski — które obowiązują przy grze hazardowej. Wiemy dobrze, że przy takiej grze szczęście i nieszczęście niezupełnie się równoważą i że im dłużej trwa gra, tem większa jest przeciętna suma wygrana lub przegrana. To samo dzieje się przy ostrzeliwaniu zawiesiny przez molekuły cieczy.

Pomyślmy dla przykładu bombardowanie molekułami cząstki mającej kształt walca. Molekuła uderzająca w dno prawe przesunie walec w lewo, uderzająca w dno lewe przesunie go w prawo. Już przy tym uproszczonym, dalekim od rzeczywistości modelu, przy którym przyjmujemy tylko uderzenia prostopadłe do podstaw walca, wystąpi po pewnym czasie pewne jego przesunięcie w kierunku osi. A że tak będzie, poucza o tem następujący rachunek, który podaje Smoluchowski. Weźmy grę hazardową, w której każdy rzut (n. p. monetą) daje wygraną lub przegraną. Po N rzutach mamy x wygranych i $(N-x)$ przegranych. Prawdopodobieństwo całkowitej wygranej (teorem Bernoulli'ego) wynosi:

$$W(x)=\frac{N!}{x!\,(N-x)!}\cdot\frac{1}{2^N}\cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \tag{18}$$

Na pytanie, jakie jest prawdopodobieństwo, że wygrane (lub uderzenia zawiesiny w prawo) przewyższą przegrane (lub uderzenia zawiesiny w lewo) o liczbę m, odpowiadamy:

ma być $$x=(N-x)+m$$

czyli $$x=\frac{N+m}{2},\quad N-x=\frac{N-m}{2},$$

a więc prawdopodobieństwo wystąpienia nadwyżki m wynosi:

$$W(m)=\frac{N!}{\left(\frac{N+m}{2}\right)!\left(\frac{N-m}{2}\right)!}\cdot\frac{1}{2^N}.$$

Dla wielkiego N (wielkiej liczby rzutów lub uderzeń zawiesiny) przechodzi ono w wyrażenie:

$$W(m) = \sqrt{\frac{2}{N\pi}} \cdot e^{-\frac{m^2}{2N}}.$$

Chcąc zaś stosować rachunek nieskończonościowy napiszemy:

$$W(m)dm = \sqrt{\frac{1}{2\pi N}} \cdot e^{-\frac{m^2}{2N}} dm \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

rozumiejąc przez $W(m)\,dm$ prawdopodobieństwo na to, że nadwyżka wygranych nad przegranemi leżeć będzie w granicach między m i $m+dm$.

Posługując się wzorem (19) oblicza się już łatwo przeciętną nadwyżkę wygranych nad przegranemi (nadwyżkę rzutów cząstką w prawo nad rzutami w lewo) lub odwrotnie. Wynosi ona:

$$\overline{m} = 2\sqrt{\frac{1}{2\pi N}} \cdot \int_0^\infty m \cdot e^{-\frac{m^2}{2N}} dm = \sqrt{\frac{2N}{\pi}} \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

czyli jest wprost proporcjonalna do pierwiastka drugiego stopnia z całkowitej liczby rzutów N (uderzeń cząstki przez molekuły cieczy).

Jeśli przyjmiemy więc, że n. p. zawiesina doznaje od molekuł gazu 10^{16} uderzeń na sekundę, a w cieczy 10^{20} uderzeń w tymże czasie, to na przeciętne nadwyżki w jedną lub drugą stronę wypada dla gazu $\overline{m}=10^8$, dla cieczy $\overline{m}=10^{10}$. Przy takich nadwyżkach możliwe jest zatem, że nawet niezwykle małe przesunięcia cząstki wywołane jednem uderzeniem, złożą się z czasem na przeciętne przesunięcie tak znaczne, że je zobaczymy w ultramikroskopie. W rzeczywistości występuje sumowanie się przesunięć na zasadzie dodawania geometrycznego w przestrzeni trójwymiarowej i tu będą też rzeczy bardziej skomplikowane. Ostateczny rezultat będzie jednak, ogólnie biorąc, ten sam. Dodać też jeszcze należy, że przy obserwacji ultramikroskopowej widzimy te przesunięcia w rzucie.

Te przesunięcia wypadkowe cząstki będą się odbywać w różnych kierunkach i będą różnie wielkie. Stąd te dziwacznie bezładne, zygzakowate, nieustające ruchy zawiesiny, noszące nazwę ruchów B r o w n a. Cząstka będzie też rzucana z różnemi chyżościami, zależnie od wypadkowego impulsu, jaki otrzyma. Przeciętnie biorąc, będzie ona jednak posiadać energję kinetyczną równą przeciętnej energji kinetycznej pojedyńczej molekuły cieczy czy gazu, w którym się unosi. Wielka co do rozmiarów zawiesina będzie się w cieczy tak zachowywać, jak molekuła jakiejś wieloatomowej substancji, rozpuszczonej w cieczy. Jeśli zatem n. p. w gazie posiada pojedyńcza jego cząstka energję kinetyczną określoną wzorem (6) czyli energję:

$$\frac{mv_{śr.}^2}{2} = \frac{1}{\alpha}\Theta$$

to i cząstka zawieszona w gazie będzie posiadać energję kinetyczną:

$$\frac{MV_{śr.}^2}{2} = \frac{1}{\alpha}\Theta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

czyli odpowiednio do wielkiej swej masy M będzie posiadać chyżość odpowiednio małą, tej wielkości, jak to odpowiada ruchom obserwowanym w ultramikroskopie. Cząstka gazu, gdyby nawet mogła być widziana za pomocą tego przyrządu, przelatywałaby przez pole widzenia z tak wielką chyżością, że przeleciałaby przez pole widzenie, a nie dostrzeglibyśmy jej. Byłoby coś podobnego jak z kulą karabinową, której w locie nie widzimy. Przy takich chyżościach, nie mogłoby być mowy o obserwowaniu takiego zjawiska, jakie daje nam ultramikroskop, nastawiony na roztwór koloidalny.

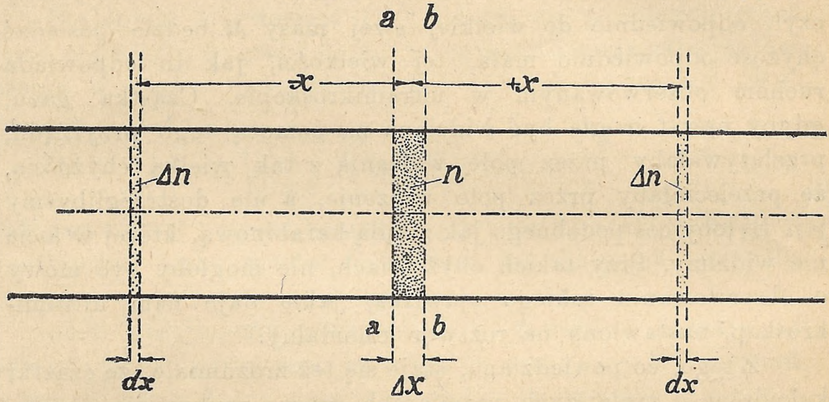
Z tego, co powiedziano, staje się też zrozumiałe, że cząstki koloidalne o mniejszych rozmiarach muszą wykazywać ruchy żywsze od cząstek większych i że ta żywość ruchu będzie też zależeć od tarcia wewnętrznego cieczy, a więc że zawiesiny różnych rozmiarów będą w różnych cieczach (czy gazach) okazywać różne żywości ruchu.

Tak to wyglądają te rzeczy w tłómaczeniu Smoluchowskiego i zgadzają się z tem, co się widzi pod ultramikroskopem. Ale mimo to tłómaczenie to nie wystarcza. Chodzi jeszcze o rozwinięcie teorji w tym kierunku, by dostarczyła ona związków matematycznych, płynących z tego rozumowania i to związków takich, które możnaby stwierdzić przy pomocy pomiarów.

Otóż Einstein i Smoluchowski, pierwszy w r. 1905, drugi w kilka miesięcy później, podali te związki w teorji ruchów Browna. Smoluchowski doszedł do tych samych wyników co Einstein, mimo że metody ich postępowania były odmienne. To, do czego doszedł **Einstein** w krótkiej drodze, posługując się śmiałemi chwytami, **Smoluchowski** otrzymał przez analizę mechanizmu zjawiska, przez głębsze rozpatrzenie szczegółów, śledząc losy pojedyńczej zawiesiny. Rezultat ich dociekań streszcza się we wzorze:

$$W(x)dx = \frac{\Delta n}{n} = \frac{1}{2\sqrt{\pi D t}} \cdot e^{-\frac{x^2}{4Dt}} dx \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

który należy rozumieć jak następuje: Pomyślmy walec z wodą, (ryc. 22) w którym między płaszczyznami *aa* i *bb* nagromadzono pewną liczbę cząstek koloidalnych, taką, że w przestrzeni między temi płaszczyznami przypada ich *n* na jednostkę objętości



Ryc. 22.

roztworu. W pewnej chwili $t=o$ usuwamy ściany *aa* i *bb* ale tak, by nic nie zakłócić. Jasne jest, że cząstki odbywając ruch **Browna** zaczną się rozchodzić po cieczy dążąc w myśl pojmowania termodynamicznego do jednostajnego rozmieszczenia się w całej cieczy. Mamy więc zjawisko, które nosi nazwę *dyfuzji*. Po jakimś czasie t znajduje się pewna liczba cząstek Δn w jednostce objętości warstwy o grubości dx w odległości x. Pytamy się, jakie jest prawdopodobieństwo na to, że te cząstki znajdą się tam po czasie t. Otóż wzór powyższy podaje to prawdopodobieństwo. D oznacza w nim spółczynnik dyfuzji.

Z wzoru tego obliczamy łatwo **średni kwadrat przesunięcia** się zawiesiny po czasie t;

$$\overline{x^2} = \frac{1}{2\sqrt{\pi D t}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot e^{-\frac{x^2}{4Dt}} dx.$$

Gdy wyliczy się wyrażenie stojące po prawej stronie, otrzymuje się rezultat:

$$\overline{x^2}=2Dt. \quad \ldots\ldots\ldots (23)$$

Teorja osmotyczna roztworów dostarcza z drugiej strony następującego wzoru na spółczynnik dyfuzji:

$$D=\frac{R\Theta}{N.6\pi\eta a} \quad \ldots\ldots\ldots (24)$$

przyczem oznaczają: R stałą gazową ($8{\cdot}31.10^7$ ergów/stop.), Θ temperaturę roztworu w skali abs., N stałą Avogadry ($60{\cdot}6.10^{22}$ cząstek w gramodrobinie), η spółczynnik lepkości cieczy, a promień zawiesiny.

Podstawiając wzór na D do wzoru (23) otrzymujemy związek:

$$\overline{x^2}=2t.\frac{R\Theta}{N.6\pi\eta a} \quad \ldots\ldots\ldots (25)$$

który może być sprawdzany doświadczalnie. Otóż różne doświadczenia podejmowane dla sprawdzenia tego wzoru, a wykonano ich całe szeregi, pod różnemi postaciami, dały zawsze wyniki zadowalające[1]).

Ale wykonano jeszcze i inne pomiary. Zasługuje tu na specjalną wzmiankę pomiar spółczynnika dyfuzji, a z niego promienia cząstki koloidalnej, oparty na wzorze (24), wykonany przez A. Westgrena. Wziął on roztwór koloidalny złota, umieścił go w małem płaskiem naczyńku i poddał centryfugowaniu w celu skupienia cząstek roztworu na dnie naczynia. Pozostawiwszy następnie roztwór własnym losom, badał zapomocą ultramikroskopu ile cząstek doszło po czasie t do różnych wysokości. Robi się to w ten sposób, że przesuwa się mikroskop (przy osi poziomej) z podziałką n. p. kwadratową w okularze i liczy ile cząstek przypada w różnych wysokościach na jeden kwadrat. Przyjmijmy, że w ten sposób znaleziono w wysokości z_1 liczbę cząstek n_1, a w wysokości z_2 liczbę cząstek n_2. Roztwór trzeba wziąć tak rozcieńczony, by na kwadrat pola widzenia w ultramikroskopie przypadało niewiele cząstek. Stosując wzór (22) w sposób praktyczny, otrzymujemy dla wysokości z_1 i z_2 (zob. ryc. 23):

---

[1]) Zob. n. p. Th. Svedberg, Die Existenz der Moleküle.

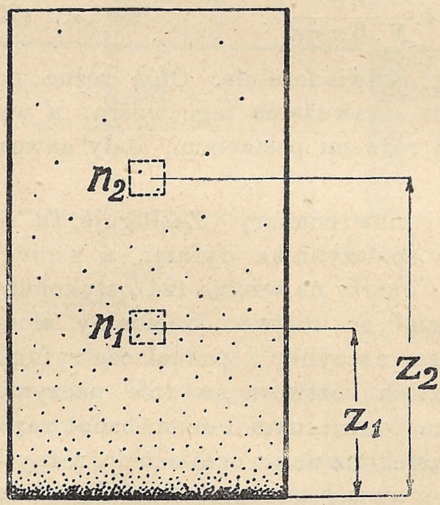
$$\frac{n_1}{n} = \frac{1}{\sqrt{\pi D t}} \cdot e^{-\frac{z_1^2}{4Dt}}, \qquad \frac{n_2}{n} = \frac{1}{\sqrt{\pi D t}} \cdot e^{-\frac{z_2^2}{4Dt}}\ ^{1)}$$

przyczem n oznacza liczbę cząstek przypadającą na kwadrat pola widzenia wtedy, gdy ultramikroskop nastawiony będzie na roztwór koło samego dna. Z wzorów tych otrzymuje się związek:

$$\frac{n_1}{n_2} = e^{-\frac{z_1^2 - z_2^2}{4Dt}}$$

Skąd
$$D = \frac{z_2^2 - z_1^2}{4t(\lg n_1 - \lg n_2)}$$

z którego wyliczymy D, jeśli znamy resztę wielkości. Westgren, posługując się następnie wartością spółczynnika dyfuzji obliczonego w ten sposób i wzorem (24), obliczył promień cząstki. Rezultaty tych pomiarów okazały się zgodne z oznaczeniami D i a innemi metodami.



Ryc. 23.

§ 7. Ale sam fakt samorzutnego wznoszenia się cząstek do góry, w doświadczeniu dopiero co omówionem jest czemś niezwykle osobliwem. Wszak każda cząstka podlega sile $vg(\varrho - \varrho_0)$ (v objętość cząstki, g przysp. ziemskie, ϱ gęstość cząstki, ϱ_0 cieczy) będącej wypadkową z siły ciężkości i parcia cieczy na cząstkę. Cząstki powinny więc osiadać na dnie, a one wznoszą się ku górze. Na to wznoszenie się potrzeba pracy. Skądże się ona bierze? Otóż cząstka, rzucana ruchem Browna, otrzymuje energję ruchu od molekuł cieczy. Mamy zjawisko, które nie

[1]) We wzorach tych występuje $\frac{1}{\sqrt{\pi D t}}$, a nie $\frac{1}{2\sqrt{\pi D t}}$ bo tu mają cząstki swobodę ruchu tylko w jednym kierunku, ku górze.

jest w zgodzie z klasyczną termodynamiką. Jeśli cząstka zostanie podniesiona na wysokość dz, trzeba na to pracy:

$$dL = vg(\varrho - \varrho_0)\,dz,$$

która zostaje wykonana na koszt ciepła zaczerpniętego z roztworu. Ten ubytek ciepła pociąga za sobą ubytek entropji układu o wielkość:

$$dS = -\frac{dQ}{\Theta} = -\frac{vg(\varrho - \varrho_0)\,dz}{\Theta},$$

(Θ temperatura roztworu).

Jeśli wzniesie się cząstka na wysokość z to pociągnie to za sobą zmniejszenie się entropji układu o wielkość:

$$S - S_0 = -\frac{vg(\varrho - \varrho_0)}{\Theta}.z, \qquad \ldots\ldots (26)$$

gdy S_0 oznacza entropję układu wtedy, gdy owa cząstka była u dna.

Według Boltzmanna istnieje jednak między entropją układu a jego prawdopodobieństwem związek:

$$S = k\,lg_n\,W \qquad \ldots\ldots\ldots (27)$$

gdzie S entropja układu, któremu odpowiada prawdopodobieństwo W, zaś $k = R/N$ jest stałą noszącą nazwę stałej Boltzmanna.

Gdy przyjmiemy, że równanie (27) ważne jest dla tego stanu układu, gdy cząstka znajduje się w wysokości z, a wtedy gdy cząstka jest u dna, ważny jest związek:

$$S_0 = k\,lg_n\,W_0\,, \qquad \ldots\ldots\ldots (28)$$

to z tych równań wynika związek:

$$\frac{W}{W_0} = e^{-\frac{S-S_0}{k}} \qquad \ldots\ldots\ldots (29)$$

Podstawiając w nim za $S - S_0$ wartość podaną w równaniu (26), otrzymujemy wzór:

$$\frac{W}{W_0} = e^{-\frac{vg(\varrho-\varrho_0)z}{k\Theta}}, \qquad \ldots\ldots (30)$$

który dla celów praktycznych można napisać:

$$\frac{n}{n_0} = e^{-\frac{vg(\varrho-\varrho_0)z}{k\Theta}},\text{[1]} \qquad \ldots\ldots (31)$$

jeśli n oznacza liczbę cząstek koloidalnych w jednostce objętości roztworu w wysokości z, n_0 przy dnie naczynia. Wzór (31), który podaje *prawo rozkładu koncentracji cząstek roztworu*

[1]) Jest to prawo t. z. równowagi sedymentacji. Termodynamik oczekuje, że położeniem równowagi cząstek jest dno naczynia.

z wysokością, powiada zatem, że cząstki roztworu koloidalnego znajdującego się pod działaniem siły ciężkości rozkładają się z wysokością według prawa wykładniczego, prawa tej samej postaci, które reguluje rozkład gęstości powietrza atmosferycznego z wysokością.

W tym czasie, jak to prawo zostało wypowiedziane przez Einsteina i Smoluchowskiego, nikt o tem nie wiedział. Wkrótce jednak stwierdza je J. Perrin (1908 r.) doświadczalnie i oznacza z zaobserwowanego rozkładu cząstek koloidalnych *stałą Avogadry,* dla której otrzymuje wartość $N = 68.10^{22}$. W kilka lat później (1914 r.) wykonuje podobne pomiary A. Westgren przy pomocy roztworu koloidalnego złota, badając rozkład cząstek na większej wysokości, jak to czynił Perrin. Używając roztworu złota o cząstkach posiadających promień 21 $\mu\mu$ znajduje on w różnych wysokościach koncentracje, które zgadzają się doskonale z koncentracjami obliczonemi przy pomocy wzoru (31). Jak doskonałe potwierdzenie doświadczalne znajduje tu ta teorja, wskazuje na to ten fakt, że na stałą Avogadry wyznaczoną na podstawie tych pomiarów otrzymał Westgren wartość $60{\cdot}5.10^{22}$, podczas gdy Millikan z pomiarów opartych na innej zasadzie, uważanych za jedne z najdokładniejszych, otrzymał wartość $60{\cdot}6.10^{22}$. Zgodność więc zdumiewająca. Smoluchowski, który po ogłoszeniu badań Perrina wyraził się, że uważać je należy za jedno z najpiękniejszych potwierdzeń teorji kinetycznej, powiedział w czasie późniejszym, że ani Einstein ani on, przepowiadając powyżej przedstawione zjawisko, nie myśleli, aby prawo rozkładu koncentracji cząstek koloidalnych z wysokością okazało się w potwierdzeniu doświadczalnem aż tak dokładne.

§ **8.** W dwa lata po teorji ruchu Browna ogłasza Smoluchowski *„teorję opalescencji gazów w stanie krytycznym oraz innych zjawisk pokrewnych“.* Cel tej pracy dostrzeże odrazu każdy, kto zna jego pracę ogłoszoną w *Boltzmann Festschrift.* Chodzi mu w niej o dostarczenie dowodu doświadczalnego na to, że wahania gęstości gazu, których teorję tam podał, są czemś realnem, że istnieją zjawiska, które już przy zwyczajnej obserwacji zdradzają nierównomierności w rozkładzie gęstości gazu. Jako te podaje on: opalescencję gazu w pobliżu stanu krytycznego i jeszcze łatwiejszą do obserwacji prostemi środkami opalescencję roztworu dwu różnych cieczy w pobliżu t. zw. temperatury krytycznej rozpuszczalności.

Cóż to za zjawisko ta opalescencja?

Otóż znany był oddawna fakt, badany szczegółowiej przez Tyndalla, że wiązka światła, wpuszczona do ośrodka mętnego n. p. do cieczy lub gazu, w którym unoszą się drobniutkie zawiesiny ciał obcych, rozprasza się na tych zawiesinach i naskutek tego staje się w dalszym biegu coraz słabsza. To samo zresztą widzimy zawsze, gdy do pokoju, w którym znajduje się zapylone powietrze, wpadnie przez szczelinę promień słoneczny. Światło, padając na pyłki niewidzialne gołem okiem, rozprasza się na nich i przez to zdradza ich obecność. Na tem samem zresztą polega także urządzenie ultramikroskopu, tylko w tej obserwacji oko zastąpione jest mikroskopem, a do oświetlenia używa się silnego źródła światła, które skupia się odpowiednio soczewkami. Dziś, gdy mamy ultramikroskop, dziwimy się, że trzeba było na niego czekać od czasów Galileusza aż do r. 1903. Ale fakt, że tak było.

Lord Rayleigh, który wypracował teorję rozpraszania się światła przy przejściu przez ośrodki mętne, znalazł, że osłabienie światła odbywa się tu w stosunku zależnym od t. zw. pozornego spółczynnika absorbcji h, który określony jest wzorem:

$$h = A . \frac{z . \tau^2 . \varepsilon^2}{\lambda^4} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ (32)$$

Oznaczają w nim: A stały spółczynnik liczbowy, z liczbę zawiesin przypadającą na jednostkę objętości cieczy lub gazu, τ objętość zawiesiny, λ długość fali światła, zaś $\varepsilon = \frac{\mu - \mu_0}{\mu_0}$ przyczem μ jest spółczynnikiem załamania światła dla zawiesiny, μ_0 dla medjum, w którem ona zawisa.

Z wzoru (32) widać, że gdy przepuści się światło białe przez dany ośrodek mętny (z = const., τ = const., ε = const.), zawierający bardzo drobne zawiesiny (wzór Rayleigh'a ważny jest dla tego przypadku, gdy rozmiary zawiesin są znacznie mniejsze od długości fali światła), to osłabienie wiązki światła na jej drodze przez mętny ośrodek wystąpi najsilniej w tych barwach, których długość fali jest najkrótsza t. j. w barwach leżących od strony fioletowej widma. Wiązka światła białego, przepuszczona przez mętny ośrodek, obserwowana z boku, wyda nam się zatem niebieska. Podobne zjawisko obserwuje się na minerale opalu i stąd nazwa opalescencji.

Zjawisko opalescencji było też obserwowane przy skraplaniu gazów, wtedy mianowicie, gdy gaz znajduje się w pobliżu stanu krytycznego. Tu było ono jednak zagadką, absolutnie nie zdawano sobie z tego sprawy, dlaczego ono tu występuje. Smoluchowski był pierwszym, który to wyjaśnił, opierając się na swej teorji nierównomierności gęstości w gazie. Przez to zaś dostarczył równocześnie dowodu doświadczalnego na słuszność tej teorji także w tych przypadkach, w których obserwuje się nie pojedyńcze indywidua (jak to ma miejsce np. przy obserwacji ultramikroskopowej roztworu koloidalnego), ale gdy się obserwuje efekty, pochodzące od zbiorowisk bardzo wielu cząstek.

Rozumowanie jego daje się streścić w następujący sposób: Weźmy gdzieś w gazie, wypełniającym większą przestrzeń, ν jego cząstek, które przy jednostajnym rozkładzie w przestrzeni zajmowałyby objętość w_0, stanowiącą drobną część całej objętości gazu. W tym stanie równowagi termodynamicznej, przy temperaturze Θ odpowiadałoby temu stanowi ciśnienie p_0. Przyjmijmy jednak, że na skutek wahań koncentracji owych ν cząstek skupiło się w pewnej chwili tak, że zajmują one tylko objętość $w<w_0$. Termodynamicznie rzeczy biorąc, będzie to znaczyć, że w tem miejscu gazu wystąpił wzrost ciśnienia do wartości $p>p_0$. Jeśli coś takiego zaszło, to pozostała masa gazu musiała wykonać pracę kompresyjną, którą obliczymy jak następuje. Gdy w pewnej chwili procesu kompresji wynosi różnica ciśnień $p-p_0$, to przy zmianie objętości w o wielkość dw zostanie przez otaczający gaz wykonana praca $(p-p_0)\,dw$. Jeśli założymy, że gaz nie otrzymał ciepła z zewnątrz, to praca ta mogła powstać tylko z ciepła pobranego z pozostałej masy gazu. Pociąga to za sobą zmianę entropji układu o wielkość:

$$dS = \frac{(p-p_0)\,dw}{\Theta}$$

Całkując to wyrażenie w granicach zmiany objętości od w_0 do w, otrzymujemy zmianę entropji układu wywołaną owem zgęszczeniem:

$$S-S_0=\frac{1}{\Theta}\int_{w_0}^{w}(p-p_0)\,dw \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

Podstawiając wartość (33) na $S-S_0$ do (29) otrzymujemy wzór:

$$W=W_0 \,.\, e^{\frac{1}{k\Theta}\,.\int_{w_0}^{w}(p-p_0)\,dw} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

który podaje prawdopodobieństwo wystąpienia odstępstwa, o które chodzi.

Gdy chce się mieć wzór ten w odniesieniu do jednostki masy gazu, której objętość oznaczamy przez v, to z uwagi na to, że:

$$w=(\nu m)\,.\,v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

(m masa cząstki gazu, νm masa ν cząstek) otrzymujemy:

$$W=W_0 \,.\, e^{\frac{\nu m}{k\Theta}\int_{v_0}^{v}(p-p_0)\,dv} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

Można wreszcie wprowadzić wielkości związane z pojęciem cząsteczki gramowej i napisać:

$$m=\frac{M}{N}$$

(M masa molekularna gazu, N stała Avogadry). Przy tem oznaczeniu przechodzi wzór (36) na:

$$W=W_0 \,.\, e^{\frac{\nu M}{R\Theta}\int_{v_0}^{v}(p-p_0)\,dv} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

(bo $k=R/N$).

Rozwijając $(p-p_0)$ według szeregu Taylora (co jest dopuszczalne ze względu na małość zgęszczeń) otrzymuje się:

$$p-p_0=\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_0(v-v_0)+\frac{1}{2!}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_0(v-v_0)^2+\frac{1}{3!}\left(\frac{\partial^3 p}{\partial v^3}\right)_0(v-v)^3+\ldots (38)$$

przyczem znaczki „o" oznaczają, że wartości pochodnych dotyczą stanu normalnego. W ten sposób zyskuje się wzór na W, z którego można obliczyć zgęszczenie przeciętne występujące w gazie, do którego proporcjonalna jest wielkość ε występująca we wzorze Rayleigh'a (32).

Smoluchowski operuje w rachunkach zgęszczeniem stosunkowem γ, które określa:

$$\gamma=\frac{v-v_0}{v_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (39)$$

Jeśli chce się obliczyć wartość zgęszczenia przeciętnego dla pewnego stanu gazu oddalonego od stanu krytycznego, można się zadowolić pierwszym członem rozwinięcia (38). Wtedy prawdopodobieństwo wystąpienia odstępstwa, leżącego w granicach między γ i $\gamma + d\gamma$ wynosi:

$$W(\gamma)\,d\gamma = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \cdot e^{-a\gamma^2} d\gamma, \text{ gdzie } a = \frac{1}{2} \cdot \frac{\nu M v_0}{R\Theta\beta_0}, \quad \ldots \quad (40)$$

a z niego otrzymuje się przeciętne zgęszczenie przy pomocy wzoru:

$$\overline{\gamma} = 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_0^\infty \gamma e^{-a\gamma^2} d\gamma = \frac{1}{\sqrt{a\pi}} = \sqrt{\frac{2R\Theta}{\pi V_0}} \cdot \sqrt{\frac{\beta_0}{\nu}} \quad \ldots \quad (41)$$

Oznaczają tu: R stałą gazową (pro mol); Θ temperaturę gazu w stanie normalnym, wyrażoną w skali absolutnej; $V_0 = M v_0$ objętość cząsteczki gramowej gazu w stanie normalnym; β_0 spółczynnik ściśliwości gazu ($\doteq -\frac{1}{v_0} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_0$) dla tego stanu; ν, jak już powiedziano, liczbę cząstek gazu, znajdującą się w objętości w_0. Przeciętne zagęszczenie (lub rozrzedzenie) gazu jest zatem proporcjonalne do $\sqrt{\frac{\beta_0}{\nu}}$, t. z. jest tem większe, im większe jest β_0 i im mniejsze ν. Przebieg izotermy poucza, że w okolicy stanu krytycznego jest β_0 największe, tu zatem są warunki najlepiej sprzyjające występowaniu znaczniejszych zagęszczeń.

W samym stanie krytycznym, dla którego jest $\frac{\partial p}{\partial v} = o$ i $\frac{\partial^2 p}{\partial v^2} = o$, są, jak rachunek wykazuje, jeszcze lepsze warunki po temu. Prawdopodobieństwo wystąpienia odstępstwa w tym stanie, leżącego w granicach między γ i $\gamma + d\gamma$, wynosi (przy uwzględnieniu równania van der Waalsa):

$$W(\gamma)\,d\gamma = W_0 \cdot e^{-\frac{9}{64}\nu \cdot \gamma^4} d\gamma \quad \ldots \quad (42)$$

a na obliczone z tego odstępstwo przeciętne podaje Smoluchowski wzór:

$$\overline{\gamma}_k = \frac{1{\cdot}13}{\sqrt[4]{\nu}} \quad \ldots \quad (43)$$

Następnie przeprowadza on rachunki orjentacyjne i wykazuje, że w okolicy stanu krytycznego występują w gazie odstępstwa od stanu normalnego już tak wyraźne, że różne elementy objętościowe gazu wykazują prawie półtoraprocentowe różnice gęstości. Tę to właśnie — jak się wyraża — ziarnistość struktury gazu w pobliżu stanu krytycznego, uważa on za przyczynę opalescencji gazu w tym stanie. Przeprowadzając obliczenie dla pary eteru, znajdującej się w stanie krytycznym, dochodzi do tego rezultatu, że w tych warunkach, natężenie promienia świetlnego, przechodzącego przez warstwę pary eteru o grubości 0·26 *cm*, zmniejszyłoby się już o połowę. A dla porównania dodaje, że to samo obliczenie, zastosowane do powietrza znajdującego się w warunkach normalnych, daje ten rezultat, że przy przejściu promienia światła przez całą atmosferę ziemską, doznałby on osłabienia zaledwie o 2%.

Zwraca też uwagę na *zjawisko opalescencji w pobliżu t. z. temperatury krytycznej rozpuszczalności*. Chodzi tu o zjawisko, które polega na tem, że niektóre ciecze jak n. p. kwas izomasłowy i woda, fenol i woda i t. d. tworzą dwie warstwy tylko w temperaturach niższych. W temperaturach wyższych zlewają się obie fazy. Gdy otrzyma się roztwór obu cieczy w tym stanie, że tworzą one jednolitą ciecz i następnie pozwoli się ostygać temu roztworowi, to przy pewnej temperaturze charakterystycznej dla obu cieczy, rozdziela się roztwór gwałtownie na dwie fazy. Temperatura, przy której się to dzieje, nosi nazwę temperatury krytycznej rozpuszczalności. Otóż przy zbliżaniu się roztworu do temperatury krytycznej występuje opalescencja, stopniowo wzrastająca i kończąca się białawem zmętnieniem całej cieczy, poczem ciecz rozdziela się na dwie warstwy. Tu pochodzi to zjawisko według Smoluchowskiego od zboczeń koncentracji roztworu od koncentracji normalnej. Zupełne zmętnienie należy według niego uważać za oznakę chwili, gdy zaczynają się tworzyć wyraźne kropelki o rozmiarach porównywalnych z długością fal świetlnych. Wtedy występuje skończone napięcie powierzchniowe czyli pojawia się druga faza ciekła.

Smoluchowski łączy też swą teorję wahań gęstości gazu z *teorją błękitu nieba* Rayleigh'a, w której uczony ten przyjmuje, że zjawisko to pochodzi od rozproszenia światła słonecznego na powierzchniach drobin powietrza. Uważał on za przyczynę tego zarówno obecność samych drobin powietrza jak i nierównomierności ich rozkładu w przestrzeni. W tej samej postaci była ta sprawa traktowana później przez Keesoma i Einsteina[1]), a Smoluchowski zajmował się tą kwestją do ostatnich chwil życia. Doszedłszy do przekonania, że opalescencja gazu powinna się dać wykazać za pomocą środków badania, jakie są do dyspozycji w pracowni, wykonuje osobiście doświadczenie, w którem *realizuje błękit nieba w pracowni*. Środki jakiemi wykonuje to wspaniałe doświadczenie, to rura wewnątrz możliwie starannie poczerniona, kilka soczewek, źródło silnego światła, nikole. Doświadczenie wykonuje nie w swym zakładzie fizycznym w Krakowie, który był wówczas zajęty na szpital wojskowy, ale wykonuje go w lokalu, w którym mieściła się pracownia prowizorycznie. Lokalem tym było mieszkanie Karola Olszewskiego, w którem powstawały pomysły do sławnych prac tego uczonego nad skraplaniem gazów.

Doświadczenie polegało na przepuszczeniu silnej wiązki światła, skupionej odpowiednio soczewkami, przez gaz znajdujący się w owej rurze. Wiązka światła obserwowana z boku (przez okienko) świeciła światłem niebieskawem. Promienie ugięte okazały się zupełnie spolaryzowane, co wskazywało na ten sam efekt, który obserwuje się w ośrodkach mętnych. Zgodnie z teorją występowało zjawisko znacznie silniej w chlorku etylu niż w wodorze. Śmierć przerwała te dopiero rozpoczęte badania.

§ 9. Podamy jeszcze przykłady z prac Smoluchowskiego, które zlikwidowały ostatecznie spór istniejący między termodynamiką a teorją kinetyczną i przyczyniły się do bardzo wielkiego rozszerzenia horyzontów naszych w sprawach patrzenia się na zjawiska przyrody.

Jak wiemy już z poprzednich rozważań, w każdym układzie, pojętym kinetycznie, dzieje się wszystko według przypadku. W zasadzie są tu dopuszczalne wszelkie możliwości,

---

[1]) Zob. artykuł J. Perrina: Die Beweise für die wahre Existenz der Moleküle, § 41 w tomie III. Abhandlungen d. Deutsch. Bunsen-Gesellschaft.

Ryc. 24.

nawet najdziwaczniejsze. Obserwując taki układ przez długi przeciąg czasu, zwracamy n. p. w pewnej chwili uwagę na pewne zjawisko i śledzimy, czy po jakimś czasie pojawi się ono znowu. Przypadkowość nie tylko dopuszcza ponowne pojawienie się tego zjawiska, ale wymaga by się ono znowu powtórzyło. Czy to nastąpi wcześniej, czy później, o to nie chodzi. Ale i powtarzanie się zjawiska jest także rzeczą przypadku. Może się zdarzyć, że ono się pojawi powtórnie już po kilku minutach albo po czasie jeszcze krótszym, ale może się pojawić ponownie dopiero po kilku latach, albo nawet po wielu setkach lat. Czas, jaki upływa od zniknięcia danego zjawiska do jego ponownego pojawienia się, jest także rzeczą przypadku. Poświęciwszy na obserwację dostatecznie długi czas, można zrobić zestawienie statystyczne dla czasów ponownego pojawiania się tego zjawiska i na podstawie niego prowadzić pojęcie *przeciętnego czasu* powtarzania się albo jak Smoluchowski nazywa czasu *powrotu danego zjawiska*. Rozważania jego, dotyczące tej kwestji prowadzą w swych konsekwencjach do niezwykle ważnych rezultatów. Objaśnimy to na przykładach wziętych z jego prac z lat 1914 i 1915.

Smoluchowski analizuje te rzeczy na materjale doświadczalnym dostarczonym przez Svedberga. Uczony ten nastawiwszy ultramikroskop na stosownie rozcieńczony roztwór koloidalny złota, obserwował ile cząstek koloidalnych znajduje się w określonej objętości v ($1064\ \mu^3 = 1{\cdot}064.10^{-6} mm^3$) roztworu w różnych odstępach czasu. Obserwację tę wykonywał w ten sposób, że co $^1/_{39}$ minuty naświetlał roztwór przez 0·12 sek. i w czasie tego naświetlania liczył liczbę cząstek. Odczytów takich wykonał 518 nie odrywając oka od mikroskopu. Odczyty, następujące po sobie, dały takie liczby cząstek:

1 2 0 0 0 2 0 0 1 3 2 4 1 2 3 1 0 2 1 1 1 1 3 1
1 2 4 1 1 1 0 2 3 3 1 3 3 3 2 2 1 1 1 2 2 4 2 2 4 2 2
1 2 2 1 2 2 6 1 2 2 1 4 2 3 4 5 2 4 . . . . razem odczytów 518.

Ryc. 24 przedstawia poglądowo znaczenie liczb tego szeregu.

Podajemy tu tylko część z tego szeregu w celu dania wyobrażenia, jak te rzeczy wyglądają. Widać tu owe najzupełniej przypadkowe wahania koncentracji cząstek, znajdujących się w objętości v roztworu.

S m o l u c h o w s k i analizuje ten szereg. Zlicza więc ile razy (na całą liczbę 518 odczytów) pojawiły się liczby cząstek 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (gdyż tylko te w tym szeregu są). Zestawienie daje:

liczba cząstek		0	pojawiła się	liczbę	razy		$k_0 = 112$
„	„	1	„	„	„	„	$k_1 = 168$
„	„	2	„	„	„	„	$k_2 = 130$
„	„	3	„	„	„	„	$k_3 = 69$
„	„	4	„	„	„	„	$k_4 = 32$
„	„	5	„	„	„	„	$k_5 = 5$
„	„	6	„	„	„	„	$k_6 = 1$
„	„	7	„	„	„	„	$k_7 = 1$

Z tego oblicza liczbę przeciętną cząstek ν t. j. tę, która znajdowałaby się w objętości v, przy jednostajnym rozkładzie cząstek w roztworze. Wypada na nią wartość:

$$\nu = \frac{k_0 . 0 + k_1 . 1 + k_2 . 2 + k_3 . 3 + k_4 . 4 + k_5 . 5 + k_6 . 6 + k_7 . 7}{N} = \frac{801}{518} = 1{\cdot}55$$

S m o l u c h o w s k i podał jednak wzór na prawdopodobieństwo pojawienia się liczby cząstek $n \neq \nu$, które dla niewielkiej liczby cząstek ma postać (zob. wzór (17) str. 303):

$$W(n) = \frac{e^{-\nu} . \nu^n}{n!} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 17)$$

W odniesieniu do omawianego szeregu S v e d b e r g a, ma ten wzór takie znaczenie, że dla bardzo wielu odczytów N, winno być:

$$W(n) = \frac{k_n}{N} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (45)$$

Obliczając zatem k_n na podstawie $W(n)$, obliczonych według (17), powinno się otrzymać wartości, które zgadzają się z zaobserwowanemi. Weźmy przykład takiego obliczenia dla liczby np. 2. Otóż rachunek daje:

$$k_3 = N . W(2) = 518 . \frac{e^{-1{\cdot}55} . 1{\cdot}55^2}{1.2} = 518 . 0{\cdot}25477 = 132$$

podczas gdy z szeregu S v e d b e r g a wypada $k_2 = 130$. Przeprowadzając obliczenie dla wszystkich liczb 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, otrzymuje się następujące zestawienie, w którem oznaczają: $k_{obl.}$ wartości otrzymane z wzoru (17) w sposób wskazany na przykładzie, zaś $k_{obs.}$ wartości, które otrzymuje się z szeregu Svedberga.

	0	1	2	3	4	5	6	7
$k_{obl.}$	109·9	170·4	132	68·2	26·4	8·2	2·1	0·5
$k_{obs.}$	112	168	130	69	32	5	1	1

Zgodność jest jak widać bardzo dobra, gdy się zważy, że *518* odczytów jest liczbą za małą na to, by można było oczekiwać lepszej.

Mamy więc potwierdzenie jego teorji, na przykładzie wziętym z doświadczenia. Nie ogranicza się on jednak na tem, ale analizuje ten szereg na różne sposoby i zawsze znajduje potwierdzenie swych rozumowań. Zajmuje się między innemi takiem zagadnieniem. W objętości v roztworu znajduje się w pewnej chwili n cząstek koloidalnych. Z czasem pewna liczba tych cząstek opuści objętość v, inne znowu do niej wejdą. Jakie jest prawdopodobieństwo $P_n(+k)$, że po czasie t znajduje się w tej objętości liczba cząstek $(n+k)$, albo jakie jest prawdopodobieństwo $P_n(-k)$, że po czasie t znajduje się liczba cząstek $(n-k)$. Sposób, w jaki on rozwiązuje to zagadnienie, jest wprost imponujący. Wzory zaś, które otrzymuje na te prawdopodobieństwa, okazują się zupełnie zgodne z wymaganiem doświadczenia. Operując prawdopodobieństwami temi i prawdopodobieństwem $W(n)$, oblicza dalej wzór na *przeciętny czas powrotu* liczby cząstek n, na podstawie własnego nadzwyczaj pomysłowego określenia tego czasu. Chodzi mu w tych obliczeniach o rzecz następującą. W szeregu Svedberga pojawiła się w pewnej chwili n. p. liczba 7. Jak długo trzeba przeciętnie czekać na to, by ta liczba pojawiła się po raz drugi. Na ten czas przeciętny powrotu pewnej liczby n podaje Smoluchowski wzór:

$$T_n = \frac{\tau}{1-P_n(o)} \cdot \frac{1-W(n)}{W(n)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (46)$$

w którym oznaczają: τ czas w którym robiono następujące po sobie odczyty, $W(n)$ prawdopodobieństwo pojawienia się liczby

n, $P_n(o)$ prawdopodobieństwo na to, że po liczbie n wystąpi w następnym interwale czasowym także liczba n.

Powiada on: w szeregu Svedberga, obejmującym *518* zdjęć pojedynczych, występują liczby *0*, *1*, *2* bardzo wiele razy, ale liczby *6* i *7* występują tylko raz jeden. Gdybyśmy zatem chcieli zaobserwować jeszcze wyższe liczby, to trzebaby tylko poczekać, dłużej obserwować. Z wzorów na $P_n(o)$ i $W(n)$ wypadają mu dla większych liczb n już tak małe wartości, że we wzorze (46) można je pominąć wobec jednostki. Dla większych zatem liczb n wzór (46) przyjmuje uproszczoną postać:

$$T_n = \frac{\tau}{W(n)} = \tau \cdot \frac{e^{\nu} \cdot n!}{\nu^n} \quad \ldots\ldots \quad (47)$$

Obliczając przy pomocy tego wzoru przeciętny czas powrotu liczby 7, otrzymuje na niego wartość:

$$T_7 = \tau \cdot \frac{e^{1 \cdot 55} \cdot 7!}{1 \cdot 55^7} = 1105 \cdot \tau,$$

czyli z uwagi na to, że $\tau = \frac{1}{39}$ minuty, czas *28 minut*. Znaczy to, że przy odpowiednio długiej obserwacji pojawiałaby się ta liczba, przeciętnie biorąc, co pół godziny (obserwacja Svedberga trwała $\sim$ 13 minut).

Dla liczby 17 wynosi przeciętny czas powrotu:

$$T_{17} = \tau \cdot \frac{e^{1.55} \cdot 17!}{1 \cdot 55^{17}} = \sim 10^{13} \cdot \tau$$

co przy $\tau = \frac{1}{39}$ minuty daje wartość:

$$T_{17} = 50.000 \text{ lat.}$$

Gdyby zatem Svedberg spotkał przypadkowo w swej obserwacji liczbę *17* cząstek koloidalnych w objętości v, to najprawdopodobniej już by jej drugi raz nie zobaczył. Jakaś jednak istota, której życie rozciągałoby się na wiele miljonów lat, obserwowałaby pojawienie się liczby 17 co 50.000 lat. Dla niej byłoby pojawianie się tej liczby takiem samem zdarzeniem, jak np. dla Svedberga pojawianie się liczby 7.

Gdybyśmy znowu przyjęli istnienie 17 cząstek w objętości v (co możnaby wytworzyć sztucznie), jako początek obserwacji, podczas gdy przeciętne zgęszczenie cząstek w roztworze wynosi $\nu = 1 \cdot 55$ (t. z. w objętości *100* v byłoby ich przeciętnie *155*), to każda następna chwila odznaczałaby się tem, że obserwowaliśmy, iż z objętości v ubywa cząstek na skutek wywędrowywania ich do innych części roztworu. Mielibyśmy poprostu *zjawisko dyfuzji,* które przebiegałoby dla nas krótkożyjących w sposób nieodwracalny. Dla owej istoty o bardzo długiem życiu nie byłoby jednak to zjawisko wcale zjawiskiem typowo nieodwracalnem, ale byłoby równie dobrze odwracalne, jak częste pojawianie się w szeregu Svedberga np. liczby 2 lub innej liczby mało się różniącej od przeciętnej liczby cząstek ($\nu = 1{\cdot}55$) dla tej objętości.

Albo jeszcze inny przykład z prac Smoluchowskiego. Pomyślmy w przestrzeni wypełnionej powietrzem atmosferycznem, o ciśnieniu normalnem, małą objętość w postaci kuli o promieniu a. Powietrze składa się z azotu i tlenu, które, jak powiadamy, są dobrze wymieszane. Z powodu ustawicznych ruchów cząsteczek tych gazów, możliwe jest jednak, że w pewnej chwili wystąpi taki stan, że w obrębie tej kuli będzie więcej cząsteczek tlenu niż azotu, czyli że zajdzie odstępstwo od stanu normalnego. Pytamy się: jak długo trzebaby czekać, by pewne odstępstwo δ od stanu normalnego pojawiło się po raz drugi? Smoluchowski oblicza *na przeciętny czas powrotu* tego odstępstwa wzór:

$$T_\delta = \frac{a\pi}{C\sqrt{3\nu}} . e^{\frac{\nu}{2}\delta^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (46)$$

w którym oznaczają: a, jak już powiedziano, promień owej kuli; ν liczbę cząstek gazu w tej kuli; δ odstępstwo stosunkowe; zaś C wielkość, związaną w następujący sposób ze spółczynnikiem dyfuzji D (tlen-azot) i ze średnią drogą swobodną λ cząstki w gazie:

$$C = \frac{3D}{\lambda} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (47)$$

Przyjmując wartości $C = 4{\cdot}8.10^4$, a liczbę cząstek w cm^3 gazu w stanie normalnym $3{\cdot}10^{19}$, oblicza on na przeciętny czas powrotu odstępstwa $\delta = 0{\cdot}01$ od normalnego składu powietrza, dla kul o różnych promieniach i znajduje:

dla kuli o promieniu	1 *cm*	przeciętny czas powrotu	$10^{10^{14}}$	sek.
„ „ „	3.10^{-5} *cm*	„ „ „	10^6	sek.
„ „ „	$2{\cdot}5.10^{-5}$ *cm*	„ „ „	1	sek.
„ „ „	1.10^{-5} *cm*	„ „ „	10^{-11}	sek.

A zatem, obserwując znaczniejszą masę gazu, taką która się znajduje w kuli o promieniu 1 *cm*, otrzymujemy powtarzanie się założonego odstępstwa przeciętnie co czas $10^{10^{14}}$ sekund, czyli ktoś zobaczywszy je raz, nie tylko nie doczekał by się go już sam, ale nie zobaczyłyby go nawet miljony następnych pokoleń. Mamy tu znowu przykład wyrównywania się odstępstwa w sposób nieodwracalny, przez dyfuzję w zwyczajnem naszem rozumieniu. Tu obowiązuje druga zasada termodynamiki bez zastrzeżeń. Wziąwszy jednak pod uwagę masę powietrza, znajdującą się w kuli o promieniu $2 \cdot 5.10^{-5}$ *cm*, obserwowaliśmy odstępstwo powyższe, przeciętnie biorąc, już *co sekundę* t. zn. mielibyśmy w oczach automatyczne rozdzielanie się tlenu od azotu. W tych warunkach nie mógłby obserwator mówić nawet o jakimś normalnym składzie powietrza. Zjawisko byłoby najzupełniej odwracalne.

A zatem w świecie, w którym odbywa się wszystko według przypadku, nie istnieją zjawiska nieodwracalne. Widząc je takiemi, jesteśmy — jak powiada Smoluchowski — w naszej krótkowzroczności podobni do owych kwiatów, które na wiosnę się budzą pod wpływem wzrastającego ciepła słonecznego i podczas swego krótkiego życia zapewne i to uważają za dogmat, że klimat wszechświata ze stanu zimniejszego przechodzi w stan cieplejszy. O tem, że kiedyś powróci jesień i zima nigdy się nie dowiedzą.

O tem, czy widzimy zjawisko jakieś jako odwracalne czy nieodwracalne, decyduje przeciętny czas jego powrotu. Gdy ten czas jest mały w porównaniu z czasem obserwacji, wtedy widzimy zjawisko jako odwracalne, gdy jest bardzo wielki, nie ma nadziei, byśmy je zobaczyli po raz wtóry i stąd wrażenie jego nieodwracalności.

Nie istnieje też t. zw. stan równowagi termodynamicznej w znaczeniu stanu martwoty termodynamiki klasycznej. Istnieje natomiast stan, trwający niezmiennie z czasem w znaczeniu statystycznem. Typowe przykłady tego mamy w przypadku gazów i roztworów koloidalnych. W gazie n. p. jest ten stan scharakteryzowany tem, że w każdem miejscu gazu jest, przeciętnie biorąc, ta sama jego gęstość, ta sama temperatura, to samo ciśnienie. Trwanie tego stanu niezmiennego jest jednak tylko pozorem. W rzeczywistości występują ustawicznie odstępstwa od tego stanu. O ile weźmiemy np. koncentrację cząstek gazu, która, przeciętnie biorąc, wyraża się liczbą cząstek ν w pewnej objętości v, to ta ulega ustawicznym zmianom, raz jest w tej objętości cząstek więcej, drugi raz mniej niż ν. Odstępstwa te, jakkolwiek pojawiają się w sposób czysto przypadkowy, powtarzają się jednak według pewnej reguły, tej samej mianowicie reguły, według której pojawiają się błędy w pomiarach. Odstępstwa drobne są najczęstsze, odstępstwa wielkie należą do rzadkości czyli mówiąc językiem rachunku prawdopodobieństwa, odstępstwa bardzo małe są nieporównanie prawdopodobniejsze niż odstępstwa wielkie. Dla danej objętości gazu jest jednak określone pewne odstępstwo przeciętne, które jest tem większe, im mniejszą objętość v weźmiemy pod uwagę. Mimo to jednak, że drobne odstępstwa są regułą, nie znaczy to, by nie mogły się pojawiać odstępstwa nawet niezwykle wielkie. Każde z odstępstw jest możliwe. Jeśli jednak pojawi się odstępstwo małe, to powtórzy się ono wkrótce, gdy natomiast pojawi się wielkie, trzeba na jego powtórne pojawienie się niezmiernie długo czekać.

§ **10.** Przechodzimy wreszcie do ostatniej kwestji którą chcemy tu jeszcze poruszyć. Chodzi o pytanie, które Smoluchowski stawia tak: a cóż jest z drugą zasadą termodynamiki? Daje on takie odpowiedzi:

W ujęciu Clausiusa czy W. Thomsona jest ona napewno niesłuszna, bo widzimy, że małe ciałka zawieszone w cieczy wprawiają się same w ruch, że podnosząc się przeciw działaniu ciężkości wykonują pracę, że występują w gazach automatycznie wahania gęstości, w roztworach wahania koncentracji itd.

Ale czy można zbudować, w zasadzie przynajmniej, przy możności użycia stosownych środków, perpetuum mobile drugiego rodzaju? Na pierwszy rzut oka wydaje się to możliwe, a wielu wybitnych uczonych było zdania, że objawy powyższe dają podstawę do zupełnego obalenia drugiej zasady termodynamiki. Jak już mówiliśmy, demon Maxwella jest zbędny. W zakresie mikroskopowym występują samorzutnie odstępstwa od stanu równowagi termodynamicznej, występują dostrzegalne wahania ciśnienia i ruchu. Możnaby powiedzieć: zróbmy w ściance, rozdzielającej naczynie z roztworem koloidalnym na dwie części, otworek mikroskopijnie mały i zaopatrzmy go mikroskopijnie małym, jednostronnie czynnym wentylem. Wentyl taki będzie przepuszczał cząstki koloidalne w jedną stronę. Z czasem powstanie samorzutnie różnica ciśnień, a ta może posłużyć jako źródło użytecznej pracy. I takich przykładów daje on więcej.

Rozważywszy tę sprawę dokładnie, ze wszystkich stron, wypowiada Smoluchowski jednak zdanie, że mimo tego pozoru, zbudowanie trwale działającego perpetuum mobile nie jest możliwe. Wentyl bowiem, aby mógł działać, musiałby być mikroskopijnie mały, a przez to miałby już sam tendencję do wahań. Byłoby tak, że w pewnych chwilach cząstka koloidalna, uderzając o niego, otwarłaby go. Te działania sprzyjają wytworzeniu się różnicy ciśnień. Ale w innej chwili sprężyna wentyla opierałaby się za silnie i wtedy cząstki uderzające, które mogłyby wentyl podnieść, przy normalnem jego funkcjonowaniu, nie podniosą go i przez to stracony zostaje spodziewany zysk na wzroście różnicy ciśnień. W innej znowu chwili sprężyna sama pociągnie wentyl w stronę przeciwną, na skutek czego otworek zostaje otwarty i cząstki wymykają się z powrotem. I tak ciągle, jak przypadek zdarzy. Perpetuum mobile byłoby zatem tylko wtedy możliwe, gdyby można było zbudować wentyl bez molekularnej tendencji do wahań, ale nie wiadomo, jakby to zrobić.

Ostatecznie wypowiada się Smoluchowski w tych słowach:

Molekularne fenomeny nie dają podstawy do obalenia drugiej zasady termodynamiki. One zmuszają nas tylko do innego jej wysłowienia. Twierdzenie o niemożliwości zbudowania perpetuum mobile drugiego rodzaju pozostaje więc ważne, o ile rozumie się przez nie automatyczne urządzenie, dostarczające regularnie pracy. Dokładniej powiedziawszy, można łatwo podać automatyczne urządzenia, które dostarczyłyby pracy w sposób przypadkowy, na koszt ciepła otoczenia, ale proces taki nie może się odbywać regularnie i praca przeciętna, zyskana na jednostkę czasu, zdążać będzie dla przedłużającego się czasu do granicy zero.

Jest tu podobnie, powiada on, jak przy grze hazardowej. Każda dowolna kwota jest do wygrania, jeśli tylko gra przeciąga się odpowiednio długo i ma się do dyspozycji dostateczną ilość gotówki. Mimo to nie można gry takiej uważać za źródło trwałe zysków, w tem znaczeniu, aby się mógł ktoś spodziewać, że np. każda godzina gry będzie mu stale przynosić określony dochód. Że tak jest, wiemy dobrze z praktyki, a następujący rachunek poucza, że tak być musi.

Jak podano przedtem, przeciętna nadwyżka rzutów korzystnych ponad niekorzystne, wynosi przy całkowitej liczbie rzutów N (zob. wzór (20)):

$$\overline{m} = \sqrt{\frac{2N}{\pi}}$$

Na jeden rzut wypada zatem przeciętna nadwyżka:

$$\frac{\overline{m}}{N} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{N}},$$

która, jak widać, staje się dla $N = \infty$ równa zeru.

Smoluchowski zwraca dalej uwagę na to, że nie można uważać twierdzenia o niemożliwości zbudowania perpetuum mobile drugiego rodzaju za jednoznaczne z twierdzeniem o entropji[1]), jak to z reguły przyjmowano. Twierdzenie o entropji opiewa jak wiadomo w ten sposób, że *entropja izolowanego układu może tylko wzrastać a nigdy maleć.*

Gdy weźmiemy cząstkę koloidalną w cieczy, to w układzie ciecz-cząstka, położenie cząstki na dnie naczynia odpowiada maksymalnej wartości entropji tego układu. Położenie to jest rzeczywiście najprawdopodobniejsze, ale mimo to jest rzeczą zupełnie nieprawdopodobną, by cząstka stale tu pozostawała. Będzie się ona wznosić, opadać, znowu wznosić itd., słowem jej odległość od dna będzie ulegać ciągłym wahaniom. Przeciętnie biorąc, będzie się ona utrzymywać przez długi czas w pewnej średniej odległości od dna, która wyznaczona jest wzorem:

$$\overline{z} = \frac{\int_0^\infty z e^{-az} dz}{\int_0^\infty e^{-az} dz} = \frac{1}{a} = \frac{R\Theta}{N} \cdot \frac{1}{v(\varrho - \varrho_0) g} \quad . \quad . \quad (49)$$

(porówn. wzór (30)).

[1]) Zob. Bull. de l'Acad. des Sciences Cracovie 1915 r.

Podstawiając tę wartość na $\overline{z}$ do wzoru (26), otrzymujemy:

$$\overline{S} = S_0 - \frac{R}{N} \qquad \text{(50)}$$

przyczem $\overline{S}$ oznacza przeciętną wartość entropji układu wymienionego. Widać więc, że przeciętna wartość entropji jest mniejsza od maksymalnej entropji układu S_0.

Rozważania teoretyczne wykraczające daleko poza takie specjalne przykłady, które służą Smoluchowskiemu jedynie do ilustracji słuszności jego teorji, doprowadzają go do następującego twierdzenia.

W rzeczywistości można odróżnić trzy stadja dla przypadku, gdy stan początkowy systemu scharakteryzowany jest przez anormalnie niską wartość entropji:

1. Z biegiem czasu entropja układu wzrasta z największem prawdopodobieństwem i wzrasta w przybliżeniu tak długo, dopóki nie zbliży się do przeciętnej wartości, odpowiadającej stanowi stacjonarnemu;

2. Potem następuje stadjum stanu przybliżenie stacjonarnego, w którym entropja wykazuje nieregularne wahania, ale nie oddala się daleko od wartości najczęściej się powtarzającej;

3. W końcu muszą jednak wystąpić takie zmiany, które prowadzą do stanu początkowego, tak że po nieskończenie długim czasie entropja równie często maleje, jak rośnie.

Stadjum 1-sze odpowiada pojęciu termodynamicznej nieodwracalności, stadjum 2-giemu odpowiada zakres stosowalności zwykłej termodynamiki do procesów odwracalnych, stadjum 3-cie ujawnia się tylko w badaniach mikroskopowych. To, że ostatnie może być ignorowane dla celów praktycznych, pochodzi stąd, że przeciętna długość czasu powrotu jest dla stosunków makroskopowych ogólnie nadzwyczajnie wielka. Samo przez się rozumie się, powiada Smoluchowski, że praktyczna wartość termodynamiki nie zostaje przez to wcale dotknięta. Wywody powyższe skierowują się tylko przeciwko tendencji, jaka panuje w nauce, do dogmatyzowania i idealizowania drugiej zasady termodynamiki, jako nie dającej się obalić.

Powyższe ujęcie rzeczy przez Smoluchowskiego nie ma sobie równego w historji teorji kinetycznej i termodynamiki. Teoretyzowano wiele, napisano setki rozpraw w różnych językach świata, spisano całe tomy w tej materji, ale nikt przed nim nie wyłożył tak jasno, tak prosto, tak bezpośrednio istoty drugiej zasady termodynamicznej. Warto tu przytoczyć głos Sommerfelda o tych pracach. Pisze on: „Bekanntlich hat Planck den zweiten Hauptsatz als strenges Naturgesetz trotzallendem retten wollen (in einem Leidener Vortrage), indem er ihn etwas anders fasste. Aber Planck ist im Grunde seines Herzens Thermodynamiker; wenn er auch Statistik durch seine Quantenform mehr als jeder andere gefördert hat, so ist sie doch nicht die Grundlage seiner Denkweise. Für Smoluchowski aber war die Statistik Lebensluft; ihm stellt sich daher der zweite Hauptsatz als ein Annäherungsgesetz dar, das die Natur in ihren feinsten Äusserungen überall um ein kleines durchbricht und das nur relativ zu unserem technischen Unvermögen gilt“ [1]).

We Lwowie dnia 14 listopada 1927.

Zakład Fizyczny Politechniki Lwowskiej.

[1]) Loc. cit.

B. FULIŃSKI.

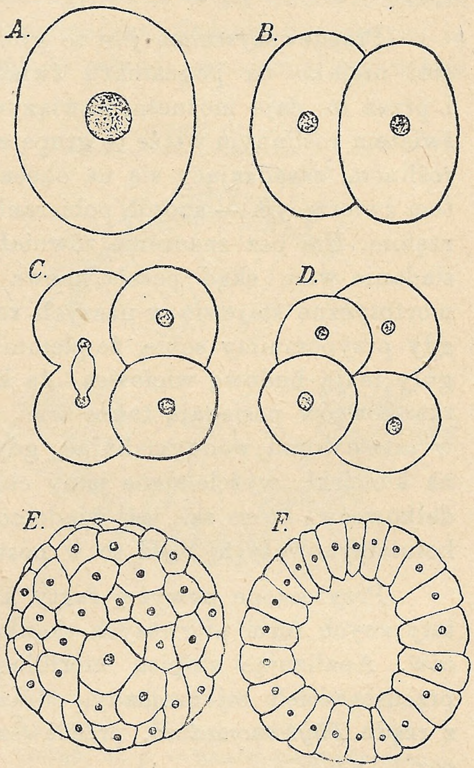
Teorja blastei.

Zwierzęta dzielimy na dwie wielkie grupy — na grupę jednokomórkowych i na grupę wielokomórkowych. Pierwszą określamy jako zworze pierwotniowców, drugą jako zworze tkankowców. Nazwa ostatniej grupy pochodzi stąd, że komórki tych zwierząt są zebrane w specjalne zbiory, pod względem morfotycznym i fizjologicznym różne. Zbiory te nazywamy tkankami, a z tego powstała nazwa tkankowców.

Odrazu nasuwa się pytanie, w jaki to sposób i przypuszczalnie z jakich form rozwinęły się pierwotne tkankowce? Odpowiedź na to pytanie może być tylko pod formą hipotezy. Nie mniej jednak i ta hipoteza musi być oparta o pewne przesłanki, musi być poparta pewnemi argumentami.

Zanim jednak przystąpimy do rozważań w kwestji pochodzenia tkankowców, musimy najpierw uwypuklić te momenty rozwojowe, jakie u wszystkich tkankowych zwierząt stwierdzamy.

Punktem wyjścia dla rozwoju każdego wielokomórkowego organizmu jest jajo (rys. 25 *A*). Ulega ono dzieleniu się czyli brózdkowaniu pod wpływem bodźca rozwojowego, albo tkwiącego w niem samem (wtedy mówimy, że ono rozwija się dzieworodnie, partenogenetycznie), albo wniesionego weń przez plemnik. Tak w pierwszym, jak i w drugim przypadku widocznym objawem rozwoju jest podział komórki jajowej na dwie komórki pochodne, które nazywamy blastomeronami (rys. 25 *B*). Z kolei nowopowstałe komórki dzielą się znowu na dwie. Zarodek przechodzi w stadjum czterokomórkowe (rys. 25 *C* i *D*). Proces ten postępuje dalej. Dzięki tym po sobie następującym podziałom coraz to mniejszych blastomeronów otrzymujemy zarodek o 8, 16, 32 i 64 komórkach. W wyniku tych wszystkich procesów przechodzi zarodek w stadjum, które określamy jako morulę, w agregat komórek, zebranych jedna przy drugiej (rys. 25 *E*). Wnet jednak komórki te przemieszczają się na powierzchnię kuli, której wnętrze wypełnia się płynem embrjonalnym. Wytwarza się pęcherzyk, którego ścianka utworzona jest z jednociągłej warstwy elementów komórkowych, podobnych ułożeniem do nabłonka. Takie rozwojowe stadjum określamy jako blastulę; warstwę komórek, tworzących ściankę pęcherzyka, nazywamy blastodermą. W schematycznym przekroju stadjum to przedstawione jest na rys. 25 *F*.



Rys. 25.
Schemat początkowego rozwoju zarodka wstężniaka (*Lineus*) według Nusbauma i Oxnera. — *A*. Stadjum komórki jajowej; — *B*. Stadjum dwukomórkowe; — *C*. Stadjum trójkomórkowe; jeden z blastomeronów w okresie podziału; — *D*. Stadjum czterokomórkowe; — *E*. Stadjum moruli; — *F*. Stadjum blastuli.

W rozwoju zatem wszystkich zwierząt tkankowych możemy ustalić następujące wspólne momenty rozwojowe: jaje, brózdkowanie, stadjum moruli i stadjum blastuli. Te momenty mając na uwadze, poszukajmy w zworzu pierwotniowców takich form, któreby w przybliżeniu swoim obrazem organizacyjnym przypominały lub zgoła były podobne do początkowych stadjów rozwojowych tkankowców.

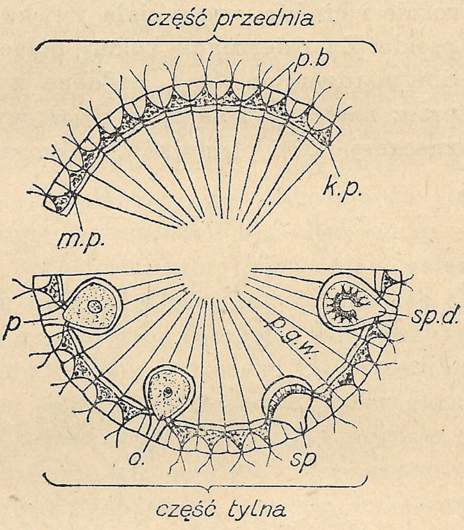
Wśród pierwotniowców, obok organizmów jednokomórkowych, znajdujemy także organizmy wielokomórkowe. Otóż owe organizmy wielokomórkowe czyli pierwotniowce kolonjalne muszą stanowić punkt wyjścia dla naszych filogenetycznych czyli rodowodowych rozważań. Z szeregu najrozmaitszych grup pierwotniowców wysuwają się na pierwszy plan w tym względzie wiciowce *(Flagellata)*. Że tylko ta grupa może być brana pod uwagę, za tem zdają się przemawiać następujące fakty.

Przedewszystkiem jest to gromada pierwotniowców, która stoi niejako na pograniczu świata roślinnego i zwierzęcego i przez to daje możność nawiązywań w obu kierunkach. Ze światem roślinnym wiąże tę grupę sposób odżywiania, właściwy roślinom, zasadzający się na obecności ciałek zieleni; ze światem zwierzęcym — sposób pobierania pokarmów, właściwy zwierzętom. Nie bez znaczenia również jest postać tych istot i posiadanie wici, skąd poszła nazwa całej gromady. To znamię morfotyczne staje się w naszych rozważaniach tem istotniejsze, gdy przypomnimy sobie, że plemniki tkankowców prawie z reguły mają budowę wiciowca, że komórki blastularne niższych tkankowców posiadają także wici, przy których pomocy mogą w przestworzu wodnym bujać, gdy w końcu zwrócimy uwagę na komórki, wyścielające jamy chłonne u gąbek lub u parzydełkowców, które są, jak wiadomo, bądźto w postaci komórek kołnierzykowatych, bądź to w postaci komórek z wiciami.

Przytoczone powyżej fakty każą nam zatem szukać hipotetycznych form pierwszych tkankowców w gromadzie wiciowców. Analizując stopień morfologicznego ustroju rozmaitych przedstawicieli tej gromady, odrazu uderzą nas pewne formy z rzędu *Phytomonadina*, przedewszystkiem rodzaj toczka *(Volvox* Linné).

Toczek jest istotą wielokomórkową, tworzącą kolonję. Przedstawia się ona w postaci wydrążonego elipsoidu o przekroju, dochodzącym do $^3/_4$ *mm*. Cienka ściana tej bryły utworzona jest z jednociągłego pokładu komórek w ilości przeszło 20 tysięcy. Każda z tych komórek posiada małe pole plazmatyczne z jądrem w środku, otoczone masą galaretowatą i osłonką czyli pellikulą, odgraniczającą ją od sąsiednich komórek. Wskutek silnego wzajemnego nacisku jednych komórek na drugie, spłaszczają się one i przybierają postać sześcioboczną. Plazma poszczególnych komórek wysyła przez otaczającą je masę galaretowatą protoplazmatyczne mostki, łączące jedne komórki z drugiemi (rys. 26 *mp)*. Do wnętrza elipsoidu wysyłają nadto komórki galaretowate piramidalne wypustki, które we wnętrzu pęcherzyka zlewają się razem.

W kolonji toczka na podkreślenie zasługuje jeden, dla naszych rozważań ważny, szczegół. Już w jej budowie zaznacza się, wprawdzie słabo, symetryczne ułożenie budujących ją części. Toczek obraca się wokoło pewnej oznaczonej osi, w kierunku której dzięki ruchom wici posuwa się w wodzie. Otóż komórki, które są bliżej bieguna naprzód skierowanego, wyróżniają się od innych silniej rozwiniętemi plamkami barwikowemi *(p. b.)*. Komórki pomieszczone po przeciwnej stronie mają ten organ słabo rozwinięty albo go wcale nie mają. Tę część powierzchni kolonji określamy jako jej część tylną.

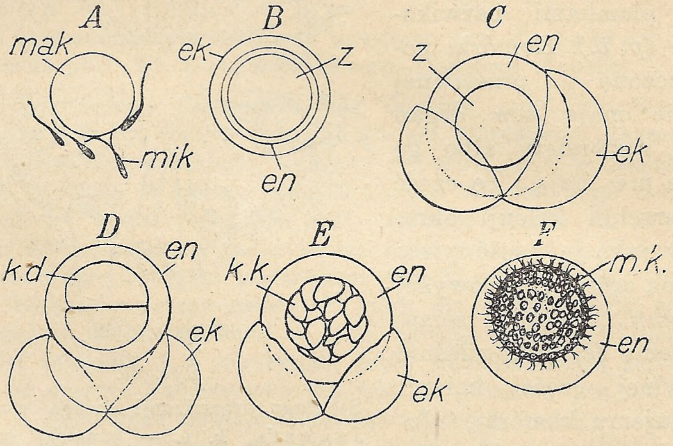


Rys. 26.

Schemat organizacji toczka według Jannet'a. *k. p.* — komórki somatyczne; *m. p.* — mostki plazmatyczne; *o.* oogonjum albo dojrzała makrogamęta; *p.* — partenogonidjum; *p. b.* — plamki barwne na części przedniej; *p. g. w.* — piramidalne galaretowate wypustki; *sp.* — spermatogonjum rozwijające się; *sp. d.* — spermatogonjum z dojrzałemi mikrogametami.

Obok opisanych powyżej komórek, zwanych somatycznemi *(k. p.)*, właśnie w tylnej części kolonji znajdujemy komórki, służące do rozmnażania. Nazywamy je dlatego komórkami propagatoryjnemi. Są one od somatycznych komórek dużo większe i są z temi ostatniemi połączone także przy pomocy mostków plazmatycznych. Komórek propagatoryjnych w kolonji toczka jest od 20—35. Wśród nich możemy wyodrębnić dwie sorty. Jedna nosi nazwę partenogonidjów czyli komórek dzieworodnie dalej się rozwijających. Partenogonidy przez kolejne podziały tworzą nową kolonję toczka, która w pierwszych okresach swego rozwoju pozostaje w ciele macierzystej kolonji.

Z czasem jednak rozrasta się znacznie i wskutek pęknięcia ścianki komórek somatycznych wydostaje się nazewnątrz. Drugi rodzaj komórek propagatoryjnych przedstawia nam już komórki płciowe, t. z. gametangjum. Są to oogonja czyli komórki twórcze dla żeńskich elementów płciowych i spermatogonja czyli komórki twórcze dla męskich elementów płciowych. Z oogonjum *(o)* tworzy się jaje, zwane makrogametą, która silnie rośnie i częścią swego ciała wciska się niejako do wnętrza elipsoidu. Z powierzchnią kolonji połączona jest flaszkowatą szyjką. Spermatogonjum *(sp.)*, podobne z wyglądu do partenogonidu, przez następny kolejny podział wytwarza kolonję złożoną ze znacznej ilości plemników, mikrogametami zwanych.



Rys. 27.
Rozwój kolonji toczka. — *A.* Zapłodnienie makrogamety *(mak.)* mikrogametą *(mik.)*; — *B.* Zygota *(z)* z ento i ektocystą *(ck. en)*; — *C.* Zygota po stajum wypoczynkowem, ektocysta pęka; — *D.* Kolonja dwukomórkowa *(k. d.)*; — *E.* Kolonja kilkukomórkowa *(k. k.)*; — *F.* Młoda kolonja *(m. k.)*.

Mikrogameta łączy się z makrogametą, tworząc zygotę czyli jaje zapłodnione. Zygota toczka otacza się po zapłodnieniu dwoma błonami, wewnętrzną zw. entocystą i zewnętrzną — ektocystą. O ile niema odpowiednich warunków (wilgoć i temperatura) do dalszego rozwoju, obłoniona zygota przechodzi w stan spoczynku. W okolicznościach dogodnych błona zewnętrzna pęka, jaje dzieli się na kilka pochodnych komórek, pod osłoną wewnętrzną występuje masa galaretowata i zczasem rozwinie się typowa kolonja toczka (rys. 27).

Również bardzo interesującym dla naszego zagadnienia jest sposób powstawania kolonij toczka. Rozmnażanie się komórek uskutecznia się przez podłużny ich podział. Wskutek takich podziałów powstaje nieco wgłębiona płytka komórek. Wgłębienie to dzięki dalszym podziałom rośnie i wytwarza się w końcu kula z małym otworem. Otwór ten później zamyka się całkowicie przez przywarcie wzajemne do siebie poszczególnych komórek i ich galaretowatych osłon.

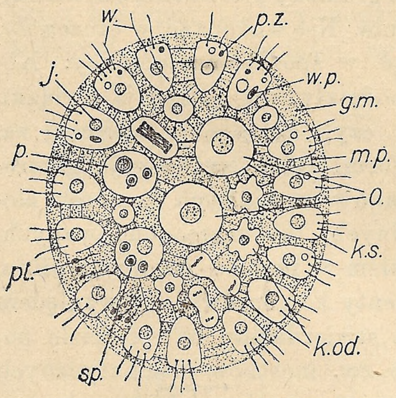
Toczek przedstawia kolonję wiciowca najwyżej uorganizowaną. Wśród wspomnianej atoli gromady pierwotniowców znajdujemy rozmaite stopnie pośrednie. Nie wchodząc w szczegóły, możemy te objawy ogólnie ująć w sposób następujący. Komórki, powstałe przez kolejne podziały, nie zatracają związku wzajemnego i tworzą skupienia czyli kolonje. Zazwyczaj zaznacza się to zjawisko u tych form, które wytwarzają galaretowatą osłonę. U pewnych gatunków zespół tych komórek złożony jest z jednostek równorzędnych, tak samo zbudowanych. U innych jednak, przedewszystkiem w rzędzie *Phytomonadina,* poczynają się poszczególne elementy komórkowe pod względem swej funkcji zróżniać. U toczka stwierdzamy nawet ścisłe połączenie komórek przy pomocy t. zw. mostków plazmatycznych i zróżnienie się ich na dwie kategorje, na komórki somatyczne i komórki propagatoryjne. Te kolonjalne postacie wskazują nam na formę, z której rozwinęły się tkankowce.

Stadjum jednokomórkowe, w postaci jaja, stadjum 2, 4, 8, 16 i t. d. a w dalszym ciągu i stadjum blastuli, przez jakie każde zwierzę tkankowe przechodzi, są niczem innem jak zespołami komórek, mało jeszcze pod względem morfotycznym i fizjologicznym wyspecjalizowanych. W tych stadjach mamy kolonję z równorzędnych elementów komórkowych zbudowaną. Pierwszym stopniem wyższego uorganizowania tej kolonji jest rozdział między poszczególne komórki dwóch ważnych czynności: 1. utrzymanie przy życiu kolonji; 2. utrzymanie przy życiu typu kolonjalnego czyli gatunku. Zasada podziału funkcyj w tych dwóch wymienionych kierunkach wyciska znamienne piętno na dotychczas jednorodnej kolonji. Pozostaje zespół komórek doczesnych i zespół komórek nieśmiertelnych. Pierwsze mają znaczenie odżywcze i ochraniające, drugie — zadania rozrodcze. Postać zatem, z której rozwinęły się tkankowce, musi

*

mieć budowę o typie już wyższym, o typie, który organizacją swoją przypomina toczka, ale z drugiej strony wykazuje znamiona organizacji nieco dalej posuniętej. Tą hipotetyczną formą jest postać blastei. Jej przypuszczalna budowa przedstawia się następująco.

Zbiór komórek, rozmieszczonych na powierzchni galeretowej masy (rys. 28 *gm),* która jest wytworem tych komórek. Postać tej masy zbliżona do kuli w myśl zasady, że kuliste utwory przedstawiają jak najmniejszą powierzchnię i w wodzie przy poruszaniu się napotykają jak najmniejszy opór. Każda z tych komórek posiada, (oczywiście obok niezbędnego jądra *(j)*), banieczkę tętniącą, wodniczek pokarmowy *(w. p.)*, może nawet posiadać pyszczek komórkowy (cytostoma). Musimy bowiem przyjąć, że złożoność funkcyj, jaką mają spełnić, pociąga za sobą pewne zróżnienie morfologiczne wewnątrz komórki, przynajmniej w tym stopniu, który napotykamy w gromadzie wymoczków. Na częściach komórek, wystających z galaretowatej masy, pomieszczone są wici lub rzęski *(w)*. W tym zbiorze komórek zaznacza się w pewnem miejscu biegun zmysłowy. Wskazują nań komórki posiadające zmysłowe plamki barwne *(p. z)*. Biegun ten określamy także jako biegun przedni. Komórki na powierzchni rozmieszczone są komórkami somatycznemi *(ks)*. Pozostają one ze sobą w ścisłym związku przy pomocy łączących je mostków plazmatycznych *(mp)*.



Rys. 28.

Schemat budowy hipotetycznej blastei. *gm.* — galaretowata masa; *j.* — jądro komórkowe; *k. od.* — komórki odtwórcze; *k. s.* — komórki somatyczne; *m. p.* — mostki plazmatyczne; *o.* — oogonjum; *p.*—partenogonidjum; *pl.*—plemniki; *p. z.* — plamki barwne; *sp.* — spermatogonjum; *w.* — wici lub rzęski; *w. p.* — wodniczek pokarmowy.

Komórki somatyczne są już elementami pod względem fizjologicznym przedewszystkiem w zakresie przemiany materji wyspecjalizowanemi. Wykonują one czynność ruchu przy pomocy rzęs lub wici, pobierają i przerabiają pokarm, o czem świadczy pyszczek komórkowy i wodniczek pokarmowy, również czynność wydalnicza jest przez nich spełniona, co się ujawnia w istnieniu banieczki tętniącej. Przez wykonywanie tych wszystkich funkcyj zużywają się, zatracają zdolność rozpłodową, starzeją się i giną.

Dla podtrzymania atoli życia całego zbioru omawianej kolonji, między komórkami somatycznemi stwierdzamy inne jeszcze komórki, które określimy jako komórki odtwórcze, jako komórki śródmiąższowe (interstycjalne). Są one postaci pełzakowatej albo zaokrąglonej *(k. od.)*. Z komórkami somatycznemi oraz ze sobą są one również połączone mostkami protoplazmatycznemi. Te komórki wykazują energiczną zdolność podziału. W razie wyczerpania się życiowego niektórych komórek somatycznych, na ich miejsce wchodzą produkty podziałów komórek śródmiąższowych, które w tym przypadku przekształcają się w nowe komórki somatyczne.

Moc twórcza komórek tej t. zw. tkanki podstawowej u hipotetycznej blastei wyrażać się może i w innym kierunku. Niektóre z nich rozwijają się intenzywnie, powiększają kilkakrotnie swoją objętość, a, dzieląc się wielokrotnie, wytwarzają nowy zbiór komórek, nową kolonję, która po pęknięciu pierścienia komórek somatycznych pierwotnego agregatu wydostaje się nazewnątrz i pędzi życie samodzielne. Są to innemi słowy — partenogonidja *(p)*.

Z komórek tkanki podstawowej rozwijać się również mogą i płciowe elementy, żeńskie i męskie, oogonja i spermatogonja. Oogonjum *(o)* wytwarza jaje; spermatogonjum *(sp)* wytwarza plemniki *(pl)*; a skutek zespolenia się jaja z plemnikiem powstaje zygota, z której przez następne kolejne podziały wykształca się znowu ostateczna postać blastei.

Jak z przedstawienia budowy hipotetycznej blastei wynika, komórki jej są dwojakiego rodzaju, jedne o charakterze wyspecjalizowanym i o bycie przemijającym, drugie o mocy wielostronnej, o egzystencji bardziej utrwalonej. Nasuwa się pytanie, jakie to są czynniki, które powodują, że agregat komórek, pod względem morfotycznym i fizjologicznym równowartościowych, zamienił się w zespół komórek nierównorzędnych?

Już u kolonjalnych wiciowców zauważono, że komórki poszczególne (o czem już była mowa) są w ścisłym ze sobą związku przy pomocy mostków plazmatycznych. Ten fakt świadczy o pewnym organizacyjnym związku poszczególnych elementów kolonji. To połączenie ma przedewszystkiem umożliwić przeprowadzanie z komórki do komórki soków odżywczych i podniet świata zewnętrznego.

Wyobraźmy sobie jednak w tym zbiorze komórek powolną realizację zasady podziału pracy. Pewne komórki przyjmują na siebie rolę komórek ochraniających, okrywających, a równocześnie rolę komórek, służących do poruszania się kolonji w przestworzu wodnym i do pobierania pokarmu. Inne znowu komórki przyjmują rolę regeneratywną, odtwórczą, propagatoryjną. Jeżeli zatem pod kątem widzenia podziału pracy będziemy rozważać agregat komórek, budujących blasteę, to organizacyjna jej budowa staje się nam zupełnie zrozumiałą. Ten podział pracy dźwiga zespół komórkowy na wyższy poziom organizacyjny, on pociąga za sobą związek korelatywny między elementami komórkowemi, on wytwarza ową rozmaitość funkcji poszczególnych skupień komórkowych, on równocześnie wysuwa moment harmonijnego działania poszczególnych części dla utrzymania życia całości.

Pozostaje nam w naszych rozważaniach jeszcze jedna sprawa otwarta. Czy w obrębie poznanych już zwierząt niższych nie znajdujemy form, któreby swoją budową w bodaj zarysach nie odpowiadały budowie blastei?

Dzięki badaniom E. van Benedena nauka zoologiczna doszła do poznania pewnych istot zwierzęcych wielokomórkowych, których do właściwych tkankowców zaliczyć nie było można. Nazwano je „*Mezozoa*“ i podniesiono do godności typu, przeciwstawiając go z jednej strony pierwotniakom, z drugiej strony tkankowcom.

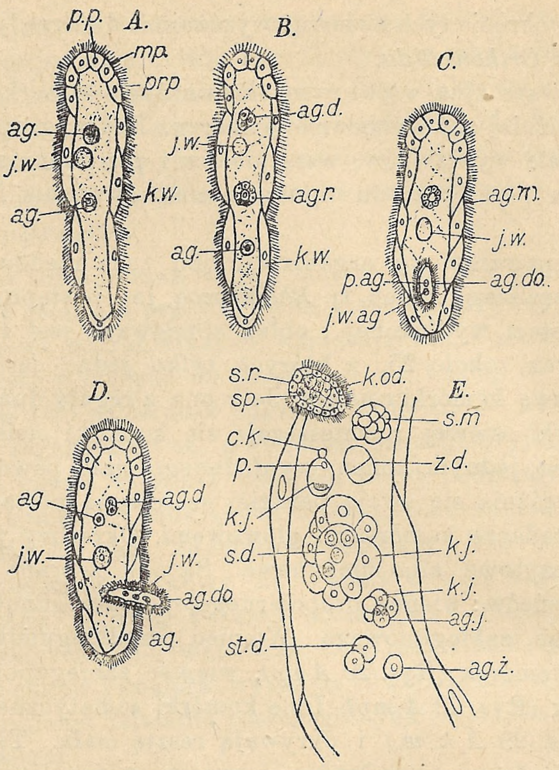
Ze względu na organizację tych zwierząt badacze odrazu podzielili się na dwie grupy. Jedni uważają te formy za typ odrębny, o budowie swoistej, drudzy natomiast uważają je za uwstecznione tkankowce, bądźto za uwstecznione jamochłony jak Caullery i Mesnil, bądź to za uwstecznione przywry, stawiając je jako Miohelmintes na początku grupy *Plathel-*

mintes. W obrębie tych zwierząt wyróżniono dwa rzędy: 1. *Rhombozoa* i 2. *Orthonectida.*

Pierwsze żyją w pewnym okresie życia w nerkach głowonogów, później zaś swobodnie w morzu. Druga grupa pasorzytuje w ciele wypławków, wstężniaków i pierściennic morskich, a tylko w porze rozrodu opuszcza ciało żywiciela i przebywa w morzu.

Przypatrzmy się organizacji obu tych rzędów. Budowa ogólna pierwszego z nich, tj. *Rhombozoa,* jest następującą. Zwierzę, o postaci wydłużonej i obłej, zbudowane jest z małej ilości komórek, około 25, z których tylko jedna jest w środku i nosi nazwę komórki osiowej. Jest ona z reguły duża. Naokoło tej komórki osiowej rozmieszczają się komórki cielesne, somatyczne. Na jednym końcu wydłużonego ciała pewna ich ilość (8—9) wyróżnia się swoją bardziej sześcienną postacią. Nazywają je badacze komórkami głowowemi. Określmy je jako komórki szczytowe albo biegunowe. Są one zebrane w postaci dwóch wieńców: wieńca propolarnego, przedbiegunowego i metapolarnego, zabiegunowego. Wieniec przedbiegunowy złożony jest z 4 komórek (Rys. 29 *A pp),* wieniec zabiegunowy z 4 lub 5 komórek (Rys. 29 *A mp).* Inne komórki somatyczne są wydłużone (Rys. 29 *A k. w.)* i okrywają resztę ciała. Te, które są w bezpośredniem sąsiedztwie komórek metapolarnych noszą nazwę komórek parapolarnych, przybiegunowych (Rys. 29 *A prp.*) Występują one w ilości dwóch. Wszystkie komórki somatyczne czyli somatoderma są na swej powierzchni orzęsione. W młodości wszystkie formy są o budowie promienistej. Komórki przedpolarne tworzą rodzaj krzyża. U niektórych jednak form następuje przesunięcie się ich na jedną stronę, która wtedy nosi nazwę strony brzusznej. Wskutek wydłużenia się ciała, zwierzę wykazuje postać dwubocznie umiarową.

Wewnątrz zwierzęcia występująca komórka osiowa posiada jedno wielkie jądro, zwane jądrem wegetatywnem (Rys. 29 *jw),* a prócz tego 1 lub 2 mniejsze. Owe mniejsze noszą nazwę agamet; ponieważ są otoczone swojem własnem polem plazmatycznem, możemy je określić jako komórki rozpłodowe. (Rys. 29 *ag).* Całą zaś komórkę osiową w tym przypadku nazywamy agametangjum, podkreślając w ten sposób jej znaczenie w rozrodzie tych zwierząt. Agamety ulegają wewnątrz komórki osiowej po-



Rys. 29.

Schemat budowy i rozwoju grupy *Rhombozoa*. — Fig. *A* wyobraża nam schemat budowy agamonta. Na jednym biegunie komórki szczytowe *(pp. mp. prp.)*, na przeciwległym — komórki wydłużone. *(k. w.)*; W środku agametangjum z jądrem wegetatywnem *(j. w.)* i z 2 jądrami propagatoryjnemi, agametami *(ag.)*. — Fig. *B* przedstawia stadjum, w którem agamont poczyna się dzielić *(ag. d.)* i przechodzi z kolei w młodziutki rozwijający się agamozoon *(ag. r.)* z komórką agametangjalną w środku, a naokoło ze zbiorem komórek somatodermicznych. — Fig. *C* wyobraża nam dalszy rozwój młodych agamontów. Mianowicie zarodek jest w stadjum moruli *(ag. m.)*. Komórka osiowa w tem stadjum dzieli się nierównomiernie. Z czasem wytwarza się już zupełnie dojrzały agamont *(ag. do.)*. W nim wyróżniamy powstałe przez nierównomierny podział jądro wegetatywne agamontu *(jw. ag.)* i praagametę *(p. ag.)*, wytwarzającą agamonty. — Fig. *D* przedstawia chwilę, w której agametozoon dojrzał *(ag. do.)* i opuszcza organizm macierzysty. W budowie swojej jest w zupełności podobny do rodzica. Nazewnątrz komórki somatyczne, wewnątrz komórka osiowa z jądrem wegetatywnem i 2 agametami. — Fig. *E (a. g. j.)* młody agamont z jajami; *(ag. ż.)* agameta zdeterminowana na płeć żeńską; *(c. k.)* ciałko kierunkowe; *(k. j.)* komórki jajowe; *(k. od.)* komórki odżywcze; *(p.)* plemnik; *(s. d.)* agamont żeński dojrzały z jajami *(k. j.)*; *(s. m.)* samiec młody: *(sp.)* spermatogonjum; *(s. r.)* samiec rozwinięty; *(st. d.)* stadjum dwukomórkowe agamety żeńskiej (agamont); *(z. d.)* zygota dzieląca się.

działowi. Z czasem rozwija się utwór, zbudowany z jednej wewnętrznej, większej komórki, otoczonej innemi komórkami. Taki utwór nosi nazwę agamontu albo agamozoontu. (Rys. 29 *B ag. d; ag. r*). W agamoncie, który z budowy przypomina nam stadjum moruli, jądro środkowej czyli wewnętrznej komórki dzieli się nierówno. Powstają dwa jądra: jedno większe, drugie mniejsze. Owo większe jest wegetatywnem jądrem komórki osiowej (Rys. 29 *C j. w. ag*); natomiast owo mniejsze otoczone warstewką plazmy przedstawia nam t. zw. praagametę, (Rys. 29 *C p. ag*); która przez kolejne podziały wytwarza agamety, czyli komórki rozpłodowe, które znowu wytwarzają następne pokolenie agamontów (agamozoontów). Dojrzałe agamonty opuszczają ciało macierzyste, przeciskając się przez komórki somatyczne na tylnym biegunie zwierzęcia (Rys. 29 *D ag. do*).

Opisane stosunki, jak żywo przypominają analogiczne zjawiska u toczka. Z jądra komórki osiowej powstała praagameta, a z niej rozwijające się agamety, są niczem innem jak partenogonidjum u toczka. W obu przypadkach powstają potomne kolonje, które po przerwaniu ścianki komórek somatycznych pędzą życie samodzielne. Stosunki rozmnażania się *Rhombozoa* przez agamety mamy przedstawione na rys. 29.

Dotąd opisywaliśmy sposób rozmnażania się rombozoów bezpłciowy. Ale u tych zwierząt stwierdzamy również i rozmnażanie się płciowe, które jest nadzwyczaj interesujące (rys. 29 *E*).

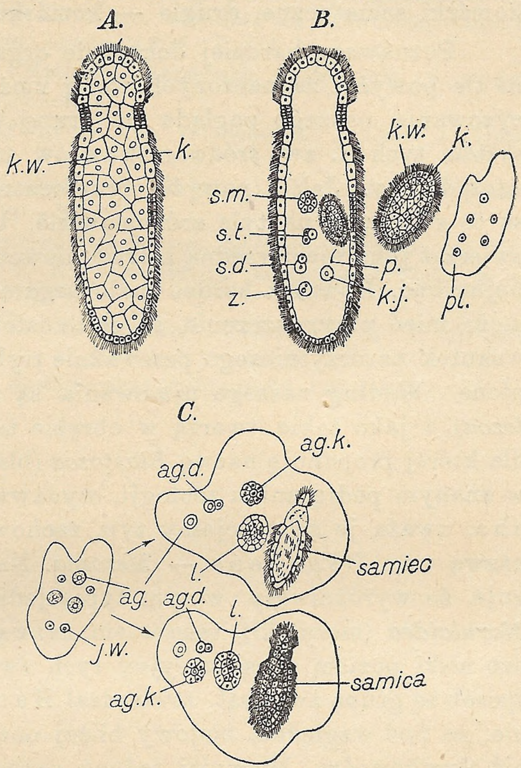
Pośród powstałych z praagamety agamet są agamety, zdeterminowane na płeć żeńską *(ag. z)*. Taka agameta dzieli się na dwie komórki *(st. d)*, z kolei na kilka, i w ten sposób poczyna rozwijać się agamont. Podczas gdy jednak u zwykłych agamontów już w stadjum kilkukomórkowem, (w stadjum moruli), poczynają się zróżniać komórki somatyczne, biegunowe i przeciwbiegunowe, w agamoncie żeńskiem *(ag. j., s. d)* wszystkie te komórki przedstawiają nam elementy płciowe żeńskie, przedstawiają nam jaja *(j)*. Jaja te dojrzewają, wydzielają ciała kierunkowe *(c. k)* a równocześnie są zapładniane przez plemniki *(p)*. Powstaje zygota *(z. d)*. Ta dzieli się i w ostatecznym wyniku powstaje samiec *(s. m)*. Komórka jajowa zatem zapłodniona daje samca, czyli jest zdeterminowaną na samca. Odnosi się to tylko do jaj, wytworzonych przez samicę w młodych jej okresach życia.

Jak się przedstawia budowa rozwiniętego samca rombozoów? W zasadzie jest on w swej organizacji podobny do osobnika posiadającego agametangjum (Rys. 29 *E s. r)*. Na szczycie stwierdzamy 4 komórki propolarne, które jednak są zmienione w t. zw. zmysłowy organ. Pod niemi wieniec 4 komórek metapolarnych, a resztę ciała otaczają komórki przeciwbiegunowe. Komórki metapolarne i przeciwbiegunowe są orzęsione. Wewnątrz widzimy 4 komórki praplemniowe (spermatogonja *sp)* i dwie komórki odżywcze *(k. od)*, które należy uważać za homologon komórki osiowej. Prakomórki płciowe męskie dzielą się, stają się wielojądrowe i wytwarzają plemniki. Rozwinięty samiec żyje w morzu swobodnie.

Samica wyczerpuje się w produkcji jaj. Pod koniec jej życia wytwarzają się jaja, które po zapłodnieniu rozwijają się już w formy posiadające agametangjum, a więc formy wytwarzające tylko agamonty.

Rozpatrzmy z kolei organizację drugiego rzędu t. z. Mezozoów, rzędu *Orthonectida*. Zazwyczaj w tej grupie zwierząt występują okazy męskie i żeńskie. Są jednak i obojnacze. Jako przykład weźmy budowę i rozwój *Rhopalura* (Rys. 30). Wolno pływające w morzu zwierzę zbudowane jest z warstwy komórek okrywających czyli somatycznych, zawsze orzęsionych. Wnętrze zwierzęcia wypełniają komórki płciowe. U płci żeńskiej są to oogonja, u płci męskiej spermatogonja. U form obojnaczych jedne i drugie. Rozwijające się z jaja zapłodnionego larwy budową swoją są podobne do moruli *(s. m.)*. Jest ona złożona z warstwy komórek zewnętrznych i ze zespołu komórek wewnętrznych. Komórki zewnętrzne są orzęsione. Taka larwa wychodzi z ciała zwierzęcia, żyje w morzu i pływa swobodnie przy pomocy rzęs. W takiem stadjum dostaje się do przewodu pokarmowego jakiegoś zwierzęcia niższego n. p. wypławka, wstężniaka, pierściennicy lub szkarłupnia. Przez ścianę przewodu pokarmowego wdziera się do jamy ciała zwierzęcia. Przeciskając się, traci w sposób bliżej nam nieznany komórki zewnętrznego okrycia *(k.)*. Pozostają zatem tylko komórki wewnętrzne *(k. w)*, które odpowiadają komórce osiowej u Rhombozoa. Te wewnętrzne komórki przekształcają się w plazmodjum *(pl)*. W tem plazmodjum pewne jądra otaczają się polem plazmatycznem i stają się agametami *(ag)*, inne znowu, podzieliwszy się na pochodne, stają się jądrami wegetatywnemi *(j. w)*. Z agamet rozwijają się agamonty, których budowa jest identyczna z budową larwy. Z jednych agamontów wykształcają się samce, z innych znowu samice lub formy obojnacze, o znanej już budowie. Wtedy wychodzą z plazmodjum, opuszczają żywiciela i pędzą życie swobodne w morzu. Po zapłodnieniu powtarza się powyżej przedstawiony cykl rozwojowy.

Na zasadzie tych faktów stwierdzamy, że obie grupy zwierząt ze względu na swoją budowę są grupą jednolitą. Są to istoty wielokomórkowe. W tym zespole komórkowym możemy wyróżnić tylko dwie kategorje komórek: komórki somatyczne i komórki propagatoryjne. Swoją budową odpowiadają one w zupełności budowie dyskutowanej przez nas hipotetycznej formy blastei. Jako zbiór komórek, złożony z jednej strony z elementów ochronnych, służących do ruchu lub celów odżywczych, z drugiej strony z elementów rozpłodowych, rozrodczych — przedstawiają nam nic innego jak kolonję pierwot-



Rys. 30.
Schemat budowy i rozwoju *Orthonectida*. *A*. Schemat budowy; *(k)* komórki zewnętrzne; *(k. w.)* komórki wewnętrzne; — *B*. Schemat rozwoju; *(k. j.)* komórka jajowa; *(p.)* plemnik; *(s. d.)* stadjum dwukomórkowe; *(s. t.)* stadjum trójkomórkowe; *(s. m.)* stadjum młodej larwy; *(z.)* tworząca się zygota. Obok rozwinięty młody osobnik; *(pl.)* stadjum plazmodjalne; — *C*. Schemat dalszych przekształceń zwierzęcia; *(ag.)* agameta; *(ag. d.)* agamont dwukomórkowy; *(ag. k.)* agamont kilkukomórkowy; *(j. w.)* jądra wegetatywne; *(l)* z agomontów powstałe larwy, które rozwijają się bądź w samce, bądź w samice.

niowca, w której zaznacza się podział pracy w dwóch kierunkach — w kierunku zachowania życia indywidualnego i w kierunku zachowania życia gatunkowego. Pierwsze zadanie spełniają komórki somatyczne, drugie — komórki propagatoryjne.

Poznawszy bardziej dokładnie organizację t. zw. *Mezozoa*, na tle powyżej zaznaczonych uwag możemy przystąpić do specyzowania naszego poglądu na grupę tych zwierząt. Obecny system tych t. zw. śródwarstwowców musimy uważać za nieuzasadniony. Jak z powyżej przytoczonych uwag wynika, nie są te zwierzęta na tyle zróżnicowane, by je można w obrębie zwierząt jako równorzędną pierwotniowcom i tkankowcom grupę pojmować. Również bardzo mało argumentów na swe poparcie może mieć przypuszczenie, że są to istoty z typu tkankowych, wskutek pasorzytniczego, przeważnie trybu życia, wtórnie zmienione. Według naszego ujmowania są to pierwotniowce *(Protozoa)* i jako takie tworzą w obrębie tego typu osobną klasę, dla której proponuję nazwę *Blastozoa* (blastulaki). Hartmann, w znanym podręczniku zoologji, wydawanym przez Krumbacha, uważa je za specjalny typ, zachowując dla niego dawną nazwę van Benedena — *Mezozoa*. Na uwagę jednak zasługuje, że wyróżniwszy w tym typie jedną klasę — nazywa ją *Moruloidea* (morulaki), temsamem nazwą tą wskazując na bardzo niski poziom organizacyjny tych zwierząt. Mianując w ten sposób tę grupę zwierząt, stwierdzał Hartmann niedwuznacznie, że pod względem budowy bliżej one stoją pierwotniowców niż tkankowców. Niemniej jednak zaznaczyć z drugiej strony należy, że stopień organizacyjny tych istot jest już nieco wyższy od agregatu komórek, określanego w embrjologji morulą. Mamy tu już pod względem fizjologicznym zharmonizowany zespół, a taki właśnie już bardziej zróżnicowany zbiór komórek obserwujemy w stadjum tkankowca, określonego blastulą. Stąd moja nazwa wydaje mi się właściwszą. Pozatem, tak determinując typ „Mezozoów", orzekamy, że w obrębie zwierząt istnieje grupa organizacją homologiczna budowie hipotetycznej dotąd formie blastei.

PIŚMIENNICTWO.

Hartman M. Die Fortpflanzungsweisen d. Organismen, Neubenennung u. Einleitung derselben, erläutert an Protozoen, Volvocinсen u. Dicyemiden. Biol. Centr. 1904. T. 24.

Hartmann M. Mezozoa. Handbuch d. Zoologie, w wydaniu Krumbacha. Berlin. 1923—1925.

Heider K. Phylogenie der Wirbellosen. Kultur d. Gegenwart. T. 4. 1914.

Jollos W. Flagellata. Handbuch d. Zoologie, w wydaniu Krumbacha. Berlin 1923—25.

Lang A. Allgemeine Lehre vom zelligen Aufbau des Metazoenkörpers. Handbuch d. Morphologie der wirbellosen Tiere, w wydaniu Arnolda. Jena 1912.

Neresheimer E. Die Mezozoen. Zool. Centrbl. T. 15. 1908.

Z Instytutu Zoologicznego Politechniki Lwowskiej.

Z zagadnień matematyki[1]).

I.

H. STEINHAUS.

Czem jest matematyka i na czem polega jej postęp?

Niemodny już dzisiaj Wilde powiedział, że każdy nazywa swoją specjalnością to, na czem się najmniej rozumie. Sens tego paradoksu jest chyba taki, że tak jak ryba zapewne nie zdaje sobie dobrze sprawy z tego, czem jest woda i jakie są jej własności, tak samo prawnik rzadko zastanawia się nad istotą prawa, biolog nie troszczy się o definicję biologji, a matematyk nie często myśli i mówi o tem, czem jest matematyka. Takie pytanie występuje dopiero przy kontakcie z niematematykami, tak jak ryba prawdopodobnie dopiero wynurzając się nad wodę spostrzega ją i widzi jej zasiąg, jej granice i jej specyficzne własności. Kto spróbuje n. p. określić chemję, znajdzie się też w niełatwem położeniu. Powiedzieć, że chemja bada skład ciał materjalnych nie wystarcza — bo trzeba do tego określić, co uważamy za „materję". Tymczasem właśnie chemja i fizyka dostarcza środków do wytworzenia pojęcia materji. Jakkolwiek chemja już w ubiegłem stuleciu była bardzo rozwinięta, to znajomość jej podstaw nie była wcale przedmiotem zainteresowania fachowych chemików — impuls do tych badań wyszedł ze strony fizyki współczesnej; tak samo impuls do zajęcia się podstawami matematyki dało nasze stulecie — wyszedł on ze

---

[1]) Niniejszy artykuł prof. Steinhausa otwiera serję popularnych odczytów matematycznych, wygłoszonych w zimie 1926—27 roku przez profesorów Uniwersytetu i Politechniki we Lwowie. Wobec coraz ściślejszego związku, jaki się utrwala między matematyką a przyrodoznawstwem, wydaje się nam rzeczą ważną zaznajomić przyrodników z aktualnemi problematami matematyki. *Redakcja.*

strony matematyków interesujących się logiką i wykształconych matematycznie logików. Oni zajęli się podstawami i definicją matematyki.

„Logik“ nie jest to samo, co człowiek myślący logicznie. Logik jest to specjalista, zajmujący się mechanizmem myślenia, definjowania, wnioskowania i dowodzenia. Chodzi mu o czysto formalny mechanizm pozwalający z jednych zdań wysnuwać drugie niezależnie od ich treści. Okazało się dosyć dawno, że matematyka jest takim układem powiązanych ze sobą logicznie zdań i już Leibniz, a więc już początek XVIII wieku, zdawał sobie z tego sprawę. Tem większa jest trudność przedstawienia w odczycie popularnym, czem jest matematyka i na czem polega jej postęp. Luźne twierdzenia matematyczne ani nie dają należytego wyobrażenia o ogromie i ważności tej nauki ani też nie pozwalają ocenić należycie olbrzymiego wysiłku pokoleń, potrzebnego do postawienia zagadnień matematycznych i do pokonania trudności, na które napotyka się na drogach wiodących do ich rozwiązania. Do tego dołącza się fakt utrudniający rolę popularyzatora matematyki, że nie jest to dziedzina uprawiana często w odczytach powszechnych, tak że sama technika popularnego mówienia o matematyce nie jest należycie ustalona.

Matematyka podobna jest do wieży, której fundamenty położono przed wiekami, a do której dobudowuje się coraz wyższe piętra. Aby zobaczyć postęp budowy, trzeba iść na piętro najwyższe, a schody są strome i składają się z licznych stopni. Rzeczą popularyzatora jest zabrać słuchacza do windy, z której nie zobaczy ani pośrednich pięter, ani pracą wieków ozdobionych komnat, ale przekona się, że gmach jest wysoki i że wciąż rośnie.

Zamiast prób zdefinjowania jednem zdaniem, czem jest matematyka, będziemy się starali „pokazać“ ją, nietylko dlatego, że definicja jest trudna, ale także dlatego, że — jak się nam zdaje — nieraz uważa się za matematykę coś, co napewno nią nie jest.

Istnieje pewien satyryczny pogląd na matematykę, ba nawet dwa poglądy satyryczne. Te dwa poglądy można słyszeć często w wagonie lub w salonie, czyta się je w powieściach i w dziennikach. Kto uważa za stosowne podczas konwersacji powiedzieć coś o matematyce, może bez namysłu wybrnąć z sytuacji. Otóż mówi się, że matematycy są to ludzie, dla których największą przyjemnością jest mnożenie w pamięci 10-ciocyfrowych liczb przez 12-to cyfrowe, deklamowanie całych stronic tablic logarytmicznych, że są to poprostu kolekcjonerzy liczb niemianowanych, rodzaj niemianowanych miljarderów. Jeżeli jednak już ktoś wcześniej ten pogląd wypowiedział, można dla rozmaitości utrzymywać wprost przeciwnie, że matematycy fatalnie rachują; można opowiadać anegdoty o tem, jak to pierwszy lepszy kramarz zapędzi matematyka w kozi róg i w lot obliczy najzawilszy procent składany, gdy matematyk biedzi się godzinami i wertuje tablice logarytmiczne, aby na domiar złego omylić się gruntownie w wyniku.

Prawda przedstawia się zupełnie niezgodnie z temi opowiadaniami. Matematycy nie są zwykle dobrymi rachmistrzami, ale nie rachują gorzej od przeciętnie wykształconych ludzi; zwykle nie mają wielkiej wprawy ani zamiłowania do rachunków, bo w pracy matematycznej rachunek odgrywa rolę dosyć mało ważną, zwłaszcza rachunki czysto arytmetyczne — a takie ma na myśli laik — trafiają się niezmiernie rzadko w matematyce. Natomiast w matematyce stosowanej, n. p. w astronomji, rachuje się dużo. To też astronomowie są przykładem ludzi umiejących sporo matematyki a przytem rachujących znacznie lepiej niż najlepsi buchalterzy. Astronomja wymaga długich rachunków nie dlatego, że ciała niebieskie są odległe, ale dlatego, że ruch ich względem ziemi jest zawiły — najbliższy ziemi księżyc wymaga więcej rachunków, niż najodleglejsze gwiazdy.

Są urodzeni rachmistrze, którzy rachują lepiej niż astronomowie. O nich osobne studja znaleść można w czasopismach psychologicznych. Nazwiska Inaudi'ego, Diamandi'ego lub Rücklé'go znane są powszechnie. Ludzie ci wykonują działanie arytmetyczne na wielocyfrowych liczbach prędzej niż maszyny do rachowania. Ale matematykami zwykle nie są — jakkolwiek mogą być nimi, o czem świadczy przykład Rücklé'go, doktora matematyki. Najczęściej nie mają wcale wykształcenia matematycznego, rzadko kiedy mają zdolności matematyczne. Z jednym z nich miałem sposobność dłużej rozmawiać i zdumiony byłem absolutnym brakiem zdolności matematycznych; rachmistrz ten nie mógł zrozumieć rzeczy, które rozumieją nieomal wszyscy przeciętnie uzdolnieni i przygotowani uczniowie wyższych klas szkoły średniej.

Wobec tego, że matematycy nie zajmują się rachunkami, a przecież czemś się chyba muszą zajmować z konieczności — która czasem jest matką dowcipu — powstał wśród bardziej uświadomionych laików trzeci, półserjo traktowany żart: usiłują udowodnić, że $2\times 2=5$.

Głębsza przyczyna tych nieporozumień tkwi w formie dzieł matematycznych. Tekst ich słowny jest ustawicznie przeplatany wzorami, które nieraz wypełniają całe strony a składają się z liter i niezrozumiałych znaków. Matematyka jest wiedzą tajemną. Do czego mogą służyć te niezrozumiałe symbole i znaki? Widocznie ma z tych liter dużych i małych, łacińskich i greckich wyniknąć jakaś nowa utajona prawda, chyba nie ta, że $2\times 2=4$, bo to bez znaczków ludzie dawno wiedzą. A więc cały ten wysiłek zdąża do czegoś paradoksalnego, niemożliwego, czegoś podobnego do eliksiru życia, kamienia filozoficznego lub perpetuum mobile, jednem słowem do „$2\times 2=5$".

To, że już szkoła średnia uczy matematyki, wprowadzając symbole $a, b, c \ldots x, y, z$, nie zmienia tego zapatrywania, bo już w szkole ogromna większość uczniów sensu ani celu tych symboli nie widzi. Nie rozumie ich dlatego, że w życiu praktycznem nie używa się takich symboli, tylko liczb konkretnych, 2, 3, 5, 6·5... i t. d. Są wyjątki: Gdy sztab armji przygotowuje ofenzywę i czeka tylko na nadejście ciężkich dział, o których wiadomo, że nadejdą, lecz niewiadomo dokładnie kiedy, może przygotować zupełnie szczegółowy plan całej akcji, dysponując, że dywizja piechoty wyruszy o godzinie x, artylerja polowa rozpocznie działać o godzinie x min. 45, a ciężkie działa o godzinie $x+1$. Te rozkazy mogą odejść do dowódców niższych niezależnie od znaczenia symbolu x. Dowódcy mogą zażądać od komendy armji wszystkich wyjaśnień co do sposobu wykonania rozkazów i otrzymać je, zanim jedna krótka depesza oznajmi im, że $x=31$ sierpnia, godz. 4·30. Ten przykład wyjaśnia, że symbol w niektórych przypadkach jest konieczny i że nie może go zastąpić liczba konkretna. Matematycy tak właśnie używają symbolów: nie piszą liczb szczególnych, jak długo liczby te są tylko niepotrzebnemi szczegółami, nie mającemi nic wspólnego z istotą rzeczy.

Cóż ciekawego można jednak powiedzieć o tych liczbach ogólnych? O żadnej z nich z osobna nic ciekawego powiedzieć nie można, ale między wyrażeniami utworzonemi z tych samych liczb na różne sposoby zachodzi ogromne mnóstwo nieraz bardzo dziwnych i ciekawych zależności. Wybierzmy jeden z wielu przykładów. Niech liczby a, b, c, d, e, f będą dowolne, utwórzmy z nich iloczyny:

$$a \times d,\ b \times e,\ c \times f, \text{ krótko: } ad,\ be,\ cf,$$

dodajmy je:

$$ad+be+cf$$

i podnieśmy tę sumę do kwadratu:

$$(ad+be+cf)^2.$$

Nazwijmy tak otrzymaną liczbę „l“.

Utwórzmy teraz kwadraty tych samych sześciu liczb a, b, c, d, e, f t. j. liczby a^2, b^2, c^2, d^2, e^2, f^2 a z nich dwie sumy:

$$a^2+b^2+c^2,\ d^2+e^2+f^2,$$

które pomnożymy przez siebie:

$$(a^2+b^2+c^2) \times (d^2+e^2+f^2)$$

Tak otrzymaną liczbę nazwijmy „m“. Otóż zawsze będzie liczba m conajmniej taka jak l — nigdy liczba l nie będzie większa od m, jakiekolwiek liczby konkretne wstawilibyśmy za a, b, c, d, e, f. Sprawdzimy, to biorąc:

$$a=1,\ b=2,\ c=1,\ d=3,\ e=4,\ f=1$$

Będzie: $a \times d=3,\ b \times e=8,\ c \times f=1$

$$ad+be+cf=3+8+1=12.$$

$$(ad+be+cf)^2=12 \times 12=144$$

l jest tym razem $=144$.

$$a^2=1,\ b^2=4,\ c^2=1,\ d^2=9,\ e^2=16,\ f^2=1$$

$$a^2+b^2+c^2=1+4+1=6$$

$$d^2+e^2+f^2=9+16+1=26$$

$$(a^2+b^2+c^2) \times (d^2+e^2+f^2)=6 \times 26=156$$

m jest tym razem $=156$, a więc rzeczywiście większe niż 144. Ale można zamiast a, b, c, d, e, f wstawić inne liczby konkretne, niż te, na których próbowaliśmy przed chwilą, czy twierdzenie jest słuszne — próba uda się zawsze. Ten fakt matematyczny wyraża się symbolicznie krótko:

$$(ad+be+cf) \leq (a^2+b^2+c^2)\,(d^2+e^2+f^2)$$

i znany jest jako nierówność Lagrange'a. Bez posługiwania się liczbami ogólnemi byłoby bardzo trudno fakt ten wyrazić.

Jeszcze jeden przykład: Niech p i q będą dwie liczby dodatnie różne od siebie. Podzielmy p przez q, potem q przez p i dodajmy te dwa ilorazy — suma będzie zawsze większa od liczby 2 (dwa); piszemy to krótko:

$$\frac{p}{q}+\frac{q}{p}>2.$$

Jest więc np. $\frac{3}{4}+\frac{4}{3}=\frac{25}{12}=2\frac{1}{12}$, $\frac{2}{3}+\frac{3}{2}=\frac{13}{6}=2\frac{1}{6}$ i t. d., zawsze więcej niż 2.

Jednem z zadań matematyki jest właśnie udowadnianie takich twierdzeń. Dowód nie polega jednak na próbie, nie można go zastąpić nawet tysiącem prób, wstawiając za p, q coraz to nowe liczby *szczególne*, ale trzeba wyprowadzić *ogólną* nierówność $\frac{p}{q}+\frac{q}{p}>2$ z zasadniczych właściwości liczb. Gdy to się uda, otrzymuje zdanie $\frac{p}{q}+\frac{q}{p}>2$ nazwę twierdzenia matematycznego i od tej chwili ma się pewność, że żadna próba zdaniu temu nie zada kłamu.

Tak więc odkrywanie i dowodzenie nowych twierdzeń jest jednym z celów matematyki. Nazwijmy tę matematykę „logiczną", której celem jest odkrywanie i dowodzenie twierdzeń, matematyką „α". Szkoła — jak wiadomo — zajmuje się mniej tą matematyką α i nie żąda od uczniów odkrywania nowych twierdzeń — chce natomiast aby uczeń umiał wybrać ze znanych mu twierdzeń te, które najłatwiej prowadzą do rozwiązania konkretnego zadania. Nazwijmy tę matematykę, która zajmuje się rozwiązywaniem zadań, matematyką „β" albo matematyką rachunkową. Na pierwszy rzut oka może się wydawać, że nierówność Lagrange'a jest szaradą liczbową, pozbawioną wszelkiego znaczenia. Ma ona jednak znaczenie nietylko w samej matematyce „α" i „β". Posługują się nią przyrodnicy chcąc wyrazić liczbowo zależność dwóch zjawisk od siebie. Liczby „l" i „m" mogą być mianowicie *równe* gdy dwie serje liczb $a, b, c\ldots$ i $d, e, f\ldots$ są do siebie proporcjonalne

(n. p. gdy $a=2d$, $b=2e$, $c=2f$). Jeżeli więc mierzymy n. p. ciśnienie barometryczne i temperaturę w danej miejscowości co kilka godzin i nazwiemy $a, b, c\dots$ serję ciśnień zaś $d, e, f\dots$ serję temperatur i utworzymy z nich liczby l i m, to równość tych liczb $l=m$ oznaczać będzie zależność ścisłą temperatury od ciśnienia, zaś fakt, że stosunek $\frac{l}{m}$ będzie liczbą małą (n. p. $=\frac{1}{2}$) wskazywać będzie na to, że zależność ta jest luźna, gdy zaś stosunek $\frac{l}{m}$ będzie bliski zera, oznaczać to będzie niezależność badanych zjawisk. Liczba $\frac{l}{m}$ nazywa się spółczynnikiem korelacji.

Okazuje się więc, że twierdzenia matematyki czystej można stosować do innych nauk. Tak powstaje matematyka „γ“, matematyka stosowana. Gdy zechcemy naprawdę do dwóch seryj obserwacyj zastosować metodę spółczynnika korelacji, będziemy musieli wykonać cały szereg rachunków. Jak je najprościej i najlepiej wykonać, uczy matematyka praktyczna, matematyka „δ“. [N. p. w przypadku badania zależności ciśnienia od temperatury będzie rzeczą wskazaną liczyć ciśnienie barometryczne nie od zera, lecz n. p. od 700 *mm*, t. zn. uważać ciśnienie 705 *mm* za 5 *mm* i t. d., co ogromnie uprości rachunki. Jest to przepis matematyki praktycznej].

Niezupełny, jednostronnny pogląd na istotę matematyki polega na tem, że ogromna większość ludzi nie ma nigdy do czynienia z inną matematyką jak „δ“. Ogromna większość ludzi wykształconych nie spotyka się z inną matematyką jak „β“ i „δ“. Dlatego postawmy sobie pytanie, jakie znaczenie dla życia ma matematyka „α“ i „γ“?

Tu wystarczy jeden przykład: W XVII-ym wieku odkrył Descartes geometrję analityczną. To dało jego następcom asumpt do zajęcia się t. zw. zagadnieniem stycznych, t. j. zagadnieniem obliczenia położenia prostej, stycznej do danej linji krzywej. Z tego zagadnienia wyrósł rachunek różniczkowy i całkowy Leibniza i Newtona. Rachunek ten pozwolił Newtonowi sprawdzić, czy jego teorja przyciągania wzajemnego ciał stosuje się do rzeczywistego ruchu planet. Zgodność prawdziwego ruchu z teorją przekonała fizyków o słuszności zasad mechaniki Newtonowskiej; zastosowanie tej mechaniki do zjawisk fizykalnych ziemskich dało początek fizyce współczesnej, a z niej wzięła początek współczesna technika, która — zwłaszcza przez niesłychane ulepszenie środków komunikacyjnych i przez zastąpienie produkcji ręcznej przez maszynową — pociągnęła za sobą przemianę kultury materjalnej, zmieniła rozkład dóbr, a co za tem idzie przeobraziła uwarstwowienie społeczne, stworzyła nowe klasy, nowe formy polityczne, poglądy i obyczaje. Historyk zarzuci niejedno temu rozumowaniu i powie, że to odkrycie nowych lądów wywołało te daleko sięgające skutki, ale odkrycia takie — tak jak odkrycia geograficzne Fenicjan — pozostałyby bez znaczenia, gdyby nie postępy sztuki żeglarskiej, która nie jest możliwa bez astronomji i optyki, a więc bez nauk nierozerwalnie złączonych z matematyką.

Jak łączy się jednak matematyka z fizyką konkretnie? Cóż mogą mieć wspólnego ze sobą prawa, którym podlegają liczby, z prawami, którym podlega materja? Otóż prawa fizyki są to związki między pewnemi wielkościami, dającemi się obserwować i mierzyć. Pomiary tych wielkości dają pewne liczby. Otrzymujemy więc związki między liczbami. Matematyka uczy, jakie związki między liczbami wynikają z tych pierwotnych związków; temsamem pozwala z obserwowanych praw fizyki wyprowadzać — już bez obserwacji — nowe prawa. Te nowe prawa pozwalają przewidywać nowe zjawiska. Obserwacja uczy, że gdy w naczyniu zamkniętem zmieniamy objętość gazu, zgniatając gaz za pomocą tłoka, to ciśnienie zmienia się tak, że iloczyn objętości i ciśnienia jest po zmianie taki, jak przed zmianą. Jeżeli więc przed zmianą objętość była v_0 a ciśnienie p_0, zaś po zmianie objętość jest v a ciśnienie p, to $v \times p = v_0 \times p_0$. Jest to prawo Boyle'a. Z tego związku $vp = v_0 p_0$ można obliczyć, jakie ciśnienie jest potrzebne, aby dany gaz skroplić — jeżeli wiemy tylko, ile razy większa jest gęstość cieczy od gęstości gazu. W rzeczywistości sprawa komplikuje się o tyle, że zmiana temperatury też wpływa na przebieg tych zjawisk, ale i ten wpływ można matematycznie uwzględnić. Związek $vp = v_0 p_0$ nie jest sam twierdzeniem matematycznem, takiem jak n. p. nierówność Lagrange'a, jest tylko prawem fizyki, napisanem w symbolice matematycznej.

Dotychczasowe przykłady nasze mają tę złą stronę, że nie wychodzą poza arytmetykę czterech działań, która jest bardzo elementarną cząstką matematyki. Po za tę elementarną matematykę musi się jednak wyjść, jeżeli chce się zgłębić najprostszą nawet kwestję. Narysujmy koło i zmierzmy jego średnicę. Ile wynosi obwód? Otóż wiadomo, że obwód = średnica razy 3·1415926... Fakt ten sam dla siebie mało jest ciekawy. Ale spróbujmy go sprawdzić. Trzeba do tego zmierzyć obwód. Nie można go zmierzyć sztywną drewnianą podziałką. I tu wysuwa się zagadnienie mierzenia długości linij krzywych. Widzimy, że chcąc zmierzyć długość łuku linji krzywej decymetrem popełnimy mniejszy błąd, niż mierząc metrem i że jeszcze lepiej zmierzymy odcinając centymetr za centymetrem. Jak określić jednak prawdziwą długość? Otóż bierze się coraz krótsze miary i otrzymuje się coraz większe liczby (w metrach) n. p. 1·9, 1·99, 1·999... Żadnej z nich nie nazywamy prawdziwą długością łuku — nazwę tę damy pierwszej (co do wielkości) liczbie, która jest od nich wszystkich większa (n. p. 2). Tego rodzaju określenia należą już do matematyki wyższej. Ona uczy też jak znaleść i dokładnie obliczyć liczbę 3·1415926... zwaną udolfiną (π). Euler podał n. p. wzór następujący:

$$\pi = \sqrt{6}\sqrt{\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\cdots}$$

Dla matematyka „α“ najciekawszym jest jednak fakt udowodniony przez Lindemanna w Monachjum, że liczba π nigdy nie wyniknie jako rozwiązanie równania o całkowitych spółczynnikach. Napisawszy więc dowolnie wymyślone równanie

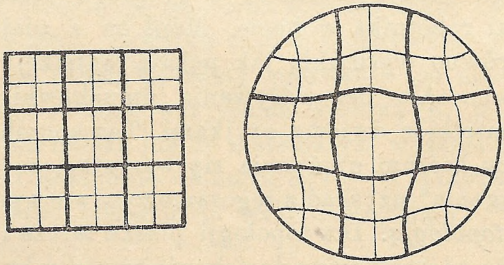
$$10x^7 - 24x^6 + 100x^5 - 3x^4 + 7x^3 + 15x - 365 = 0,$$

z góry możemy powiedzieć, że π nie jest rozwiązaniem tego równania. (Z tego wynika niemożliwość dokładnego zmierzenia obwodu koła zapomocą cyrkla i podziałki, t. zw. „niemożliwość kwadratury koła“).

Najniepozorniejsze zjawiska mają swój matematyczny aspekt i głębsze ich zbadanie prowadzi nieraz do trudnych i ważnych zagadnień. Kartografowie wiedzą oddawna, że do kolorowania map na kuli wystarczą 4 barwy. Innemi słowy: chcąc, aby na globusie każdy kraj miał inny kolor, niż kraj sąsiedni (lub morze — o ile kraj jest nadmorski) wystarczy użyć czterech kolorów; (przytem nie żąda się, aby kraje stykające się tylko w poszczególnych punktach miały różne kolory). Dotychczas nie udało się nikomu tego udowodnić; wykazano natomiast, że na pneumatyku, t. zn. na powierzchni kształtu zamkniętej w sobie rury, wszelki podział na kraje wymaga nie więcej jak 7 kolorów. Stąd zaraz powstaje pytanie, czem różni się kula od pneumatyku. Pytanie to napozór jest naiwne, bo są to zupełnie odmienne powierzchnie i łatwo podać geometryczne ich określenia, które są zupełnie od siebie różne. Ale nie o to chodzi. Bo każdy widzi, że jeżeli chodzi o kolorowanie map, to obojętne jest, czy globus jest dokładną kulą, czy też jest spłaszczony lub miejscami powyginany. Tu chodzi o jakiś inny „niedokładny kształt“. Weźmy butelkę. Była kiedyś workiem z gorącego szkła, wiszącym u dmuchawki robotnika w hucie. Mógł on z niej wtedy wydmuchać zarówno wysmukłą jak pękatą butelkę, zarówno gąsior jak wazon. Ale bez odrywania dmuchawki nie mógłby sporządzić butelki z dwiema szyjkami. Ten sposób traktowania kształtu, przy którym utożsamia się wszystko, co można zapomocą „rozciągania“ uzyskać z tegosamego utworu początkowego, nazywa się *topologją*. Dla topologji płaska tarcza i butelka jest temsamem. Bo z tarczy przez naciąganie brzegów ku sobie można otrzymać wazon a z wazonu butelkę przez wyciągnięcie szyjki. Butelka różni się od kuli tem, że butelkę można rozciąć, prowadząc cięcie od jednego punktu brzegu szyi do drugiego, podczas gdy kula po wykonaniu cięcia z punktu do innego punktu nie rozpadnie się, lecz zamieni na butelkę. Żeby rozciąć kulę, trzeba zacząć i skończyć cięcie w tym samym punkcie. Wtedy powstaną dwie butelki. Jest to „cięcie zamknięte“. Gdy na pneumatyku wykonamy cięcie zamknięte, to może on, lecz nie musi się rozpaść. Jeżeli jednak wykonamy dwa cięcia zamknięte, pneumatyk musi się rozpaść.

Niektórym umysłom wystarcza już samo postawienie takiej ogólnej teorji kształtu, aby snuć ją dalej i dociekać jej zagadnień — innym teorja nasuwa pytanie, do czego topologja może służyć. Otóż widać odrazu, że kształty topologicznie odmienne różnią się zasadniczo także pod względem fizykalnym. Różnica ta nie jest ilościowa — widać, że n. p. w kuli nie może płynąć ciecz bez zerwania ciągłości tak, aby wszystkie punkty cieczy były stale w ruchu, natomiast w pneumatyku takie krążenie cieczy jest możliwe. Matematyk holenderski Brouwer wykazał, że gdy po powierzchni kuli biegną cząsteczki bez zerwania ciągłości, to zawsze przynajmniej jedna cząsteczka jest w spoczynku. Dla hydrodynamiki i dla nauki o elektryczności te rozważania nie są bez znaczenia. Zupełnie praktycznego znaczenia nabywają one, gdy się zważy, że rozkład prądu w sieci elektrycznej zależy od topologicznego kształtu tej sieci i że do dziś dnia obliczenie wymiarów takiej sieci natrafia na trudności nie rachunkowe lecz czysto matematyczne.

Zastanawianie się nad kartografją z innego punktu widzenia prowadzi do innych ciekawych teoryj matematycznych. Czy można dla dowolnego kraju sporządzić mapę tak, aby

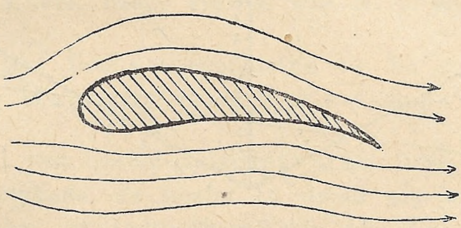


Rys. 31.

granica kraju wypadła na mapie n. p. jako koło? Przypuszczamy, że kraj jest płaski i że chcemy mapę sporządzić tak, aby stosunek (skala) długości na mapie i w rzeczywistości był w każdym punkcie mapy niezależny od kierunku, a więc aby skala zmniejszenia w kierunku *NS* i w kierunku *EW* była tasama; natomiast zezwalamy, aby to zmniejszenie było różne w różnych punktach mapy. Tym sposobem małe cząstki nie ulegną deformacji, ale cała mapa zdeformuje kształt prawdziwy — chcemy, ażeby ta deformacja dała jako granicę kraju na mapie linję kolistą. Bernard Riemann, twórca topologji, od którego urodzin upłynęło niedawno sto lat, postawił i rozwiązał to zagadnienie. Należący do następnej generacji berliński uczony H. A. Schwarz obliczył, jak będzie wyglądała kolista mapa kwadratu. Rysunek pokazuje, jak będą wyglądały na okrągłej mapie południki i równoleżniki kwadratowego kraju (rys. 31).

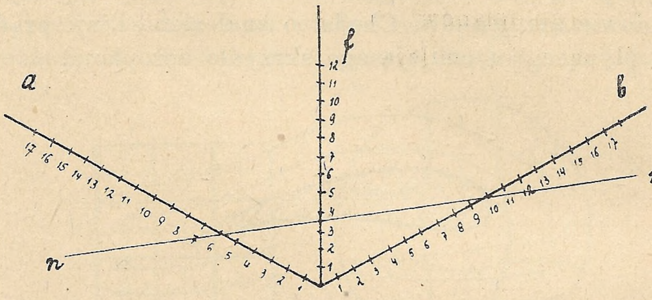
Gdy twierdzenie Riemanna należy do matematyki logicznej, to obliczenie Schwarza należy do matematyki „β".

I znowu wydawać się może na pierwszy rzut oka, że robienie kolistych map kwadratowych krajów jest niepotrzebnem marnowaniem czasu i energji. Tymczasem okazało się, że jeżeli narysujemy linje prądu płasko rozlanej cieczy (nielepkiej i nieściśliwej) a następnie sporządzimy mapę tej sieci linij tak aby małe cząstki nie ulegały deformacji, to obrazy tych linij na mapie są znowu linjami, wzdłuż których płynąć może w pewnych warunkach ciecz. To jest matematyka stosowana. Aby uwagę tę zużytkować praktycznie, podali Kirchhoff i Rayleigh pewne metody, które dziś okazały się użyteczne przy budowie aeroplanów. Chodzi o znalezienie linji prądu powietrza płynącego i omijającego skrzydło aeroplanu.



Rys. 32.

W tym celu trzeba przedstawiony na rys. 32 przekrój zastąpić kołem, innemi słowy trzeba obliczyć linje prądu w wypadku, gdy powietrze natrafia na drąg o okrągłym przekroju. Ten rachunek jest łatwiejszy niż obliczenie linij prądu odrazu dla zwyczajnego skrzydła, które to obliczenie przy bardziej zawiłej budowie skrzydła mogłoby być niezmiernie trudne. Narysowawszy linje prądu powietrza uderzającego o drąg, robimy mapę obszaru płaskiego leżącego poza przekrojem skrzydła (obszar niekreskowany), tak aby owa granica, która dana jest przekrojem skrzydła, była na mapie kołem. Narysowane już przedtem na tej mapie linje prądu są obrazami prawdziwych linji prądu, które teraz można — znając związek między obszarem a mapą — narysować na obszarze zewnętrznym skrzydła. Mamy tu — w całej tej aerodynamicznej teorji — przykład na matematykę stosowaną; gdybyśmy naprawdę dla danego skrzydła przeprowadzili obliczenie linij prądu a potem wyliczyli ciśnienie powietrza na skrzydło, mielibyśmy doskonały przykład na matematykę praktyczną. To wszystko już jest bardzo wysoka matematyka. Zrozumialszym przykładem matematyki stosowanej jest optyka geometryczna. Doświadczenie uczy, że promienie światła biegną w każdym instrumencie optycznym tak, aby czas ich biegu z punktu do punktu był możliwie najkrótszy. Stąd można zastosować geometrję do budowy instrumentów optycznych i z góry przewidzieć jaki będzie w nich bieg promieni. Można więc z góry obliczyć, jak trzeba szlifować szkła i zwierciadła, aby otrzymać żądany



Rys. 33.

efekt. Optyka geometryczna podaje następujący wzór, gdy mamy tylko jedną soczewkę, której ogniskowa jest f;

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

We wzorze tym a jest odległością przedmiotu od soczewki, b odległością obrazu. Wzór ten jest bardzo prosty i nic łatwiejszego, jak wyliczyć f, mając dane a i b. Jeżeli jednak w fabryce soczewek ktoś musi kilkadziesiąt razy dziennie wykonywać taki rachunek, używa jeszcze raz pomocy matematyki. A ta uczy go bez rachunku znaleść f gdy dana jest a i b, albo też a (wzgl. b) gdy dana jest b (wzgl. a) i f, zapomocą trzech skal zwykłych, nachylonych do siebie pod kątem 60^0, (rys. 33), do których przykłada się napiętą nitkę n-n przez dwa punkty dane liczbami a i b (lub f), aby odrazu odczytać f (lub b). Tego rodzaju graficzne sposoby liczenia stanowią zasługę współczesnego matematyka francuskiego d'O c a g n e'a.

Tych kilka prób matematycznego myślenia wystarczy do pokazania, czem — mniej więcej — jest matematyka. Mieści się w nich także część odpowiedzi na pytanie, czy matematyka postępuje i na czem ten postęp polega. Wróćmy do dowcipu „$2 \times 2 = 5$". Doszliśmy do genezy tego dowcipu i znaleźliśmy ją w dosyć rozpowszechnionym poglądzie, że nauka, w której niema kontrowersji, nauka, której prawa i prawdy są ustalone od tysięcy lat, nie może postępować. A trudno zaprzeczyć, że prawa arytmetyki są ustalone od wieków. Gdzie niema kontrowersji, gdzie niema dyskusyj naukowych, tam widocznie niema kwestyj spornych; gdzie niema kwestyj spornych, niema problematów, a bez problematów niema nauka czego szukać i nie może postępować. Całe to rozumowanie jest błędne. Jest w matematyce pewna zupełnie wyraźna granica między tem, co się wie a tem, czego się nie wie. N. p. wie się, że liczba $2^{3^{12}} + 1$ nie jest liczbą niepodzielną — bo można wykazać, że dzieli się bez reszty przez 3. Niewiadomo natomiast, czy liczba $2^{2^{12}} + 1$ jest liczbą podzielną przez inne, czy nie. Jeżeli ktoś jutro wykaże, że liczba ta dzieli się n. p. przez 257, dokona postępu w arytmetyce. Ale ani dziś, ani jutro nie będzie żadnej dyskusji na ten temat czy liczba $2^{2^{12}} + 1$ jest liczbą podzielną, czy nie. Dziś żaden z matematyków nie wypowie się za podzielnością lub przeciw niej — jeżeliby to uczynił, musiałby sam nazwać swoje zdanie nie tezą naukową, ale nie dającem się uzasadnić przypuszczeniem. Skąd bierze się zatem to uporczywe mniemanie o konieczności kontrowersji? Ma ono źródło w naukach przyrodniczych. Tam operuje się materjałem doświadczalnym. Ażeby wykazać, że światło biegnie po linjach prostych — o ile nie przechodzi z jednego ośrodka do innego — zrobiono tysiące doświadczeń w różnych warunkach, które zawsze dawały ten sam, dodatni wynik. Ale nie zauważono pewnych faktów: prążków interferencyjnych, do których otrzymania trzeba lepszych instrumentów i ściślejszej obserwacji — jakiej nauczyły nas dopiero czasy nowsze, po Newtonie. Teraz począł kłaść się na przeciwną szalę jeden fakt za drugim: promień może w pewnych warunkach uginać się. Był taki moment w historji fizyki, gdy faktów tych było niewiele — wtedy była możliwość kontrowersji; zwolennicy prostolinijnych promieni mogli wątpić w dokładność nowych obserwacyj, mogli tłumaczyć występowanie prążków w inny sposób i t. p. Ale wkońcu było tych ujemnych doświadczeń tyle, że przeważyły szalę.

Nic podobnego nie może się zdarzyć w matematyce. Tu nie gromadzi się faktów, tu niema indukcji przyrodniczej. Wystarczy jeden dowód, aby twierdzenie było pewne, gdy zaś brak dowodu, nic nie znaczą tysiączne próby, przemawiające za twierdzeniem. Gdy ktoś spróbuje dzielić liczbę $2^{2^{12}}+1$ przez wszystkie liczby od 2 do 10.000 i wykaże, że żadna z nich nie mieści się bez reszty w liczbie $2^{2^{12}}+1$, nie wykaże przez to jeszcze, że $2^{2^{12}}+1$ jest liczbą „pierwszą“ czyli niepodzielną przez żadną liczbę **wogóle**.

O postępie w dziedzinie arytmetyki nie będę mówił, gdyż o tem traktuje osobny odczyt prof. Ruziewicza.

W dziedzinie równań algebraicznych najbardziej uderzającego postępu dokonali z początkiem XIX wieku Ruffini, Abel i Galois wykazując, że równanie 5-go stopnia nie da się rozwiązać ogólnie, tak jak równania niższych stopni a więc za pomocą wzorów, wymagających wykonywania 4-ch działań i pierwiastkowań w odpowiednim porządku. Tu trzeba powiedzieć kilka słów o tych negatywnych twierdzeniach. Gdy laik dowiaduje się, że niema konstrukcyjnego sposobu na podzielenie każdego kąta na trzy równe kąty częściowe, budzą się w nim wątpliwości zasadnicze. Przypomina sobie, że niejednokrotnie udowadniano niemożliwość lotu mechanicznego, aż niezrażony tem wynalazca wzniósł się na pierwszym aeroplanie. Analogja jest fałszywa. Jak przed chwilą tłumaczyliśmy, twierdzenia fizyki opierają się na wnioskowaniu indukcyjnem, które nowe fakty mogą obalić. Tu nowym faktem był lekki motor benzynowy. Natomiast twierdzenie o niemożliwości trysekcji kąta jest logicznem następstwem pewników geometrji euklidesowej. Oczywiście odnosi się ono do konstrukcyj, wykonywanych zapomocą sztywnych cyrklów i podziałek, a więc zapomocą przyrządów, których własności są określone pewnikami Euklidesa.

Całą klasę nowych zagadnień otrzymuje się z fizyki. Jeżeli dowolnie pogiętą obrączkę drucianą zanurzymy w mydlinach, otrzymamy rozpiętą na niej błonkę mydlaną. Fizyka uczy, że ze wszystkich możliwych sklepień opartych na tej obrączce sklepienie, które automatycznie rzuca na obrączkę ciecz mydlana, jest najmniejsze co do rozmiaru. Chcąc matematycznie scharakteryzować postać takiej najmniejszej powierzchni dochodzimy do t. zw. „równań różniczkowych cząstkowych“, stanowiących wielki i ważny dla fizyki dział matematyki. Temi „najmniejszemi“ powierzchniami zajmowali się cytowani już Riemann i Schwarz i wielu ich następców aż po dziś dzień; pomimo to nie we wszystkich przypadkach wiadomo jest, czy ta postać minimalna istnieje. Wątpliwość tego rodzaju wydaje się z początku niedorzeczna: Po pierwsze powierzchnia minimalna istnieje, bo ją realizuje błona mydlana. Po wtóre z pośród wszystkich powierzchni, rozpiętych na tym samym konturze, jedna musi być najmniejsza. Ale żaden z tych argumentów nie jest wystarczający dla matematyki współczesnej. Dowód oparty na eksperymencie fizykalnym podlega zarzutom, o których już mówiliśmy. Dowód oparty na tem, że z pośród wszystkich powierzchni jedna jest najmniejsza, zawiera subtelny błąd, dostrzeżony dopiero przez Weierstrassa w siedmdziesiątych latach XIX wieku. A mianowicie niezawsze z pośród danego zbioru liczb jedna jest najmniejsza. N. p. wśród *krzywych* łączących dwa punkty *A, B* niema najkrótszej. Bo wprawdzie połączenie prostym odcinkiem *A B* jest najkrótsze, ale to nie jest *krzywa*. Dlatego też współczesna matematyka w wielu przypadkach stara się przedewszystkiem wykazać istnienie rozwiązań, zanim zabierze się do obliczenia tych rozwiązań. Nieraz okazuje się, że tych rozwiązań niema — i to niema w tym sensie, że istnieć nie mogą; nie znaczy to więc, że niema ich dlatego, że nie umiemy ich obliczyć.

Bez systematycznego, wieloletniego studjum trudno zapuszczać się w ten las zagadnień i wyników. Mamy jednak nadzieję, że powyższe wywody ułatwią zrozumienie tego, na czem polega owa metoda matematyczna, która — chociaż logiczna nawskróś — góruje nad logiką nieskończoną różnorodnością pojęć, twierdzeń i zagadnień.

Sprawozdania i oceny.

Wszechświat. Dwutygodnik popularny poświęcony naukom przyrodniczym. Serja II. Tom I (XXXIV), Nr. 1—2 (1676—7). Warszawa dnia 30 listopada 1927.

Wznowienie po 13 latach przerwy tego pisma tak bardzo zasłużonego w rozwoju polskiego przyrodoznawstwa jest faktem bardzo doniosłym. Nowa serja wychodzić zaczyna w tej samej szacie, z tą samą tak dobrze znaną winjetką tytułową. Redakcję objął p. prof. Adam Czartkowski. Życzymy Mu wszelkiego powodzenia w tej ciężkiej i odpowiedzialnej pracy. Oby nowa serja „Wszechświata" osiągnęła równą poczytność, jak dawniejsza serja przedwojenna!

Edmund Malinowski: *Dziedziczność i zmienność* (zarys genetyki). Lwów. Nakład K. S. Jakubowskiego, 1927, str. 251+94 ryciny.

Książka Malinowskiego przychodzi w czasie gdy zjawiska dziedziczności i zmienności nabrzmiały taką ilością faktów i wyjaśniających je teoryj, że nie sposób traktować tych zjawisk ogólnikowo i wyczerpać je w ciągu kilku godzin wykładów biologji ogólnej. Genetyka stanowi dzisiaj dyscyplinę o własnym zakresie, zarówno pod względem formy jak i treści. Genetyka jest również podstawą naukową wszelkiej hodowli zwierząt i roślin. Dlatego też pojawienie się podręcznika, pisanego przez autora, który jest wybitnym pracownikiem w tej dziedzinie, powitają z radością zarówno sfery młodzieży akademickiej jak i szereg osób, które zechcą uzupełnić swe wiadomości przestudjowaniem współczesnego stanu wiedzy o dziedziczności i zmienności.

Książka rozpada się na 12 rozdziałów, których treść jest następująca: I Zagadnienie i jego rozwój. Niezależność cech. Prawo seryj homologicznych. Gamety i zygoty. Czynniki genetyczne. II. Prawo Mendla. Rozszczepianie się cech według typu *Pisum* i według typu *Zea*. Homozygoty i heterozygoty. III. Allelomorfy. Złożone zjawiska rozszczepienia. Stosunki genetyczne 9:3:3:1 i 9:3:4. Teorja obecności i nieobecności. Cechy epistatyczne i hipostatyczne. IV. Czynniki kumulatywne. Stosunki genetyczne 15:1 oraz 63:1. Zjawiska przekraczania typów rodzicielskich przez potomstwo. Nowe odmiany roślin uprawnych. Zwiększenie się bujności mieszańców w stosunku do typów rodzicielskich. Zagadnienie heterozji. V. Cechy proste i złożone. Genotyp i fenotyp. Powstawanie gatunków drogą krzyżowania. VI. Zagadnienie gatunku. Wpływ modyfikujący środowiska. Prawo Queteleta. Linje czyste. Wielopostaciowość. VII. O siedlisku materjalnem cech dziedzicznych. Redukcja chromatyczna. Rasy poliploidalne. Anomalje zachodzące przy podziałach redukcyjnych i związane z niemi zjawiska mutacji. VIII. Zagadnienie płci. Dwa typy dziedziczenia płci. Chromozomy płci. Cechy płciowe wtórne. Interseksualizm. Rola autozomów. IX. Zjawiska sprzężenia czynników genetycznych. Cechy przężone z płcią. X. Teorja Morgana. Wymiana części między homologicznemi chromozomami Grupy cech sprzężonych. Mapy chromozomów. Trójkąt Baura. Allelomorfizm wielokrotny. XI. Zjawiska dziedziczności u człowieka. Dziedziczenie cech fizycznych. Barwa oczu. Barwa skóry i włosów. Postać. Cechy fizjologiczne. Cechy sprzężone z płcią. Dziedziczenie cech psychicznych. Bliźnięta. Eugenika. XII. Zagadnienie ewolucji. Teorje rozwoju. Saint-Hilaire, Lamarck, Darwin, Nägeli. Mutacje genów. Zagadnienie przystosowania.

Przegląd powyższy zaznajamia nas ze wszystkiemi najważniejszemi działami współczesnej genetyki, jednakże autor nie zagłębia się zbytnio w szczegóły i nie wdaje się w dyskusję w rzeczach spornych, albowiem dążeniem jego jest odtworzenie teoryj genetycznych tak, jak one wyrosły na mocnym gruncie istotnie poznanych faktów. Nie spotykamy więc tutaj kwestyj mających tylko historyczne znaczenie (n. p. cała teorja mutacyjna de Vries'a) a również ostrożnie odnosi się autor do śmiałych pomysłów ewolucyjnych (n. p. teorja Lotsy'ego o ewolucji przez krzyżowanie). Natomiast jasno i prosto zapoznaje Malinowski czytelnika z teorją „crossing-over“ Morgana, poświęca jej sporo miejsca, albowiem uznaje w niej największą zdobycz obecnej genetyki, gdyż istotnie okazała się ona hypotezą niezwykle pomocną w objaśnianiu zjawisk genetycznych; przeniosła ona zagadnienie głębiej, zmusiła do poszukiwań w obrębie podścieliska dziedziczności.

Nie pominął też autor zjawisk dziedziczności u człowieka, wykazując, że, aczkolwiek niewiele dopiero fragmentów w tej dziedzinie poznano, to jednak wyniki badań w niczem nie naruszają prawdziwości poglądów uzyskanych dla roślin i zwierząt.

Książkę uzupełnia wykaz literatury i objaśnienie terminów genetycznych, a liczne i doskonale dobrane rysunki podnoszą jej wartość, dając świadectwo, że można i u nas pisać i wydawać podręczniki, których poziom w niczem nie ustępuje publikacjom zagranicznym. Należy żywić nadzieję, że wkrótce pojawi się drugie wydanie — a jak to w genetyce bywa, zapewne będzie już zmienione. Dlatego też zwrócę uwagę na drobne niedokładności, które się wkradły do obecnego wydania: na stronie 30 jest mowa o barwie stalowej u gołębi andaluzyjskich — tymczasem wiemy, że barwa ta występuje u kur andaluzyjskich; na str. 226 podano datę pojawienia się pracy Lamarcka jako r. 1800, podczas gdy „Philosophie Zoologique“ ogłoszona była w r. 1809.

F. Kołowski.

S t a n i s ł a w S o k o ł o w s k i. *Budowa roślin drzewiastych.* Lwów 1927. Nakładem K. S. Jakubowskiego, z 221 rycinami i 2 tablicami, stron 268.

Książka prof. S. S o k o ł o w s k i e g o jest pierwszą częścią podręcznika botaniki lasowej, obejmującą anatomję i morfologję drzew i krzewów. Opracowana nader przystępnie i przejrzyście, ujmuje książka S o k o ł o w s k i e g o zagadnienia dotyczące anatomji drzew bardzo głęboko i wszechstronnie. Równie wiele uwagi poświęca autor zewnętrznej morfologji drzew. Bogaty materjał opisowy, sięgający częstokroć w bardzo subtelne szczegóły, urozmaica autor uwagami dotyczącemi ekologji i biologji drzew i krzewów. Duży zasób ilustracyj i zdjęć fotograficznych przyczynia się wydatnie do podniesienia przejrzystości książki.

Układ książki oraz zakres zawartych w niej wiadomości dostosowany został w szczególności do potrzeb leśnika.

Książka składa się z 5 rozdziałów, opisujących kolejno budowę pnia, korony, liścia, organów kwiatowych i korzenia. Podnieść wypada, że podręcznik S o k o ł o w s k i e g o obok zasobu wiadomości zasadniczych zawiera szereg szczegółów, zaczerpniętych z własnych obserwacyj autora. Również większość rycin i zdjęć fotograficznych jest oryginalna, co wydatnie podnosi wartość książki. *S. K.*

H. S t e f f e n: Führer durch die Flora und Vegetation Masurens und angrenzenden Gebiete. Im Auftrage der Vereinigung für Heimatkunde im Regierungsbezirk Allenstein bearbeitet von... Leipzig (1926). 1—77, rys. 1—16.

Książeczka ta jest bardzo ciekawym objawem dbałości, jaką Niemcy otaczają „das deutsche Masurenland". Są w niej bardzo przejrzyście zestawione najważniejsze wiadomości o elementach florystycznych i zbiorowiskach roślinnych tego politycznie spornego terenu. Ryciny przedstawiają częściowo poszczególne rośliny, częściowo fotograficzne zdjęcia zbiorowisk.

W. L. K o m a r o w: Wstęp do badań nad roślinnością Jakutji. — Prace Komisji do zbadania Jakuckiej Autonomicznej Sowieckiej Socjalistycznej Rzeczypospolitej. Tom I. Leningrad (1926). I—X., 1—183, 8 tablic zdjęć fotograficznych, 2 mapy. (Po rosyjsku z angielskiem streszczeniem).

Publikacja, jakkolwiek odnosi się do dalekiego terenu, może zainteresować każdego polskiego czytelnika. Chodzi tu bowiem o kraj, zbadany w znacznej mierze przez Polaków, zapędzonych mściwą ręką carskiego rządu do najzimniejszych na kuli ziemskiej okolic. Najpoważniejszem źródłem wiadomości o Jakutji jest wciąż jeszcze dzieło S i e r o s z e w s k i e g o „Jakuci", wydane w r. 1896 przez Rosyjskie Towarzystwo Geograficzne. Pozatem podróże C z e k a n o w s k i e g o, C z e r s k i e g o, A u g u s t y n o w i c z a, Ł a g o w s k i e g o i innych dostarczyły obfitych materjałów i zbiorów. Prawie wszystkie te zbiory pozostały w Rosji. Ze zbiorów botanicznych jedynie zielnik Łagowskiego dzięki staraniom prof. B. Dybowskiego trafił do Polski i jest przechowywany w Instytucie Botanicznym Uniwersytetu J. K. we Lwowie.

Komarow zestawił w sposób bardzo interesujący dotychczasowe wiadomości o roślinności, podając między innemi listę gatunków (1190 gatunków roślin naczyniowych). Fotografje ilustrują zbiorowiska roślinne. Mapy dają przegląd terenu i granice rozmieszczenia drzew, wśród których dominujące stanowisko zajmuje modrzew *(Larix dahurica)*. W północnej części terenu jest to jedyne drzewo; stanowi ono granicę lasu w tundrze i w wyższych położeniach górskich. Dalej na południe zjawia się świerk *(Picea obovata)*, sosna *(Pinus silvestris)* i limba *(Pinus Cembra)*. Drzewa liściaste są bardzo nieliczne: brzoza (specjalne syberyjskie gatunki), topola *(Populus suaveolens)* i osika *(Populus tremula)*. „Biegun zimna“, położony jak wiadomo w okolicach Wierchojańska, znajduje się w strefie czystych modrzewiowych lasów, które wykazują liczne ślady surowego klimatu.

Polska Bibljografja Przyrodnicza.

Redakcja składa serdeczne podziękowanie wszystkim Członkom Towarzstwa, którzy nadesłali materjały do bibljografji i prosi o dalsze popieranie tego przedsięwzięcia. Do szczególnej wdzięczności poczuwa się Redakcja względem p. Dr. M. Dyrdowskiej (Poznań) za dostarczenie bardzo szczegółowych danych o pracach zoologicznych i względem p. Dr. E. Płażka (Lwów) za zestawienie literatury chemicznej.

Antropologja.

Czekanowski J. Wstęp do historji Słowian. Perspektywy antropologiczne, etnograficzne, prehistoryczne i językoznawcze. — Bibljoteka Slawistyczna, wydawana nakładem K. S. Jakubowskiego we Lwowie. Tom III (1927). I—XII, 1—326, ryc. 1—37, tabl. I—V, dwie osobne tabele.

Lipiec Domicella. Beitrag zur Methodik der Untersuchungen am Lebenden. — Mitteilungen d. Anthropologischen Gesellschaft Wien. LVII (1927). 143—145, fig. 1—2.

Lipiec Domicella. Rassendifferenzierung und Geschlechtsdifferenzierung bei polnischen und jüdischen Neugeborenen. — Ibid. 145—148.

Marchwicki J. Obwody ramienia i przedramienia oraz asymetrja ich u chłopców polskich w wieku od 9 do 19 lat. — Przegląd Antropologiczny. II. (1927). 61—66

Małecki W. und Szpidbaum H. Die Konstitution der schizophrenen Juden. — Zeitschr. f. d. ges. Neurol. und Psychiatrie. CIX. (1927). 62—78, trzy ryciny.

Stabrowski M. i Siniecki W. Wzrost uczniów szkół w Poznaniu w latach 1922—1924. — Przegląd Antropologiczny. II (1927) 19—26.

Stojanowski K. Rasowe podstawy eugeniki. — Poznań (1927). 1—76.

Stojanowski K. Typy sprawności fizycznej a typy rasowe. — Wychowanie Fizyczne. Zeszyt II (1927). 265—266.

Stołyhwo K. Aegiptische Population von der Zeit der XVIII Dynastie der Pharaonen in Theben. — Mitt. d. Antropol. Ges. Wien. LVII (1927) 59—60.

Stołyhwo K. Ueber die Diffentialdiagnose und ihre Anwendung in der Anthropologie — Ibid. 60—62.

Stołyhwo K. Anthropologische Charakteristik des Os hyoideum.— Ibid. 62—63.

Stołyhwo K. Das Problem der geschlechtlichen Auslese und der Aehnlichkeitskoeffizient bei den Gatten. — Ibid. 63—64.

Szpidbaum H. Typy antropologiczne wśród Samarytan. — Przegląd Antropologiczny II. (1927). 9—18.

Szpidbaum H. Zur Anthropologie der Samaritaner. — Mitt. d. Anthropol. Ges. Wien. LVII (1927). 55—59.

Talko-Hryncewicz J. Starożytna ludność mogił i cmentarzysk krainy zabajkalskiej. — Przegląd Antropologiczny. II (1927). 50—60.

Talko-Hryncewicz J. i Wrzosek A. Czaszka „Jana Kochanowskiego" w Muzeum ks. Czartoryskich w Krakowie. — Przegląd Antropologiczny. II (1927). 1—8.

Wrzosek A. O szczątkach Chrobrego. — Przegląd Antropologiczny. II (1927). 43—49.

Astronomja.

Gadomski J. Z. Vulpeculae (= Vul. 9). — Bulletin International de l'Académie Polonaise des Sciences et des Lettres. Série A. Année 1927 (1927). 27—32, tabl. I.

Gadomski J. Z Herculis (= Her. 9). — Bull. Acad. Polon. Sér. A. Année 1927 (1927). 175—180, ryc. 1.

Biologja ogólna.

Białaszewicz K. O zastosowaniu ultrafiltracji w badaniach nad rozmieszczeniem elektrolitów w cytoplazmie. — Prace Instytutu im. Nenckiego IV. 2, Nr. 57 (1927). 1—26.

Bowkiewicz J. Życie wód słodkich. — Bibljoteka Biologiczna wydawana pod redakcją prof. J. Wilczyńskiego, nakładem Gebethnera i Wolffa. Nr. 3 (1927). 1—206, ryc. 109.

Czerwiński K. Wypisy z zakresu teorji ewolucji (Lamarck, Darwin, Wallace). — Bibljoteka Biologiczna wydawana pod redakcją prof. J. Wilczyńskiego, nakładem Gebethnera i Wolffa Nr. 2 (1927). 1—175. ryc. 1—12.

Demel K. Biologja morza. Rys ogólny z uwzględnieniem życia Bałtyku. — Bibljoteka Biologiczna wydawana pod redakcją prof. J. Wilczyńskiego, nakładem Gebethnera i Wolffa. Nr. 4 (1927). 1—155, ryc. 1—56.

Malinowski E. Dziedziczność i zmienność (Zarys genetyki). — Monografje i podręczniki wydawane pod redakcją S. Wierczyńskiego, nakładem K. S. Jakubowskiego we Lwowie. Tom III (1927). I—VIII, 1—252, ryc. 1—94.

Malinowski E. The hypothesis of chromosom affinity and the phenomenon of suppression of characters in crossing. — Journal of Genetics. XVII (1927). 223—231.

Pohorecka-Lelesz B. Dosage microvolumétrique dans les liquides biologiques. — Bull. de la Soc. de Chimie Biologique. IX (1927). 263—276.

Botanika.

Flora Polska. Tom III. Wolnopłatkowe. Pod redakkcją Władysława Szafera opracowali Stanisław Kulczyński, Józef Paczoski i Bogumił Pawłowski. — Nakładem Polskiej Akademji Umiejętności. Kraków (1927). 1—196, ryc. 1—16.

*

Görz R. Salix cepusiensis Wołoszczak und ihre Eltern S. Kitaibeliana Wild. und S. phycifolia L — Magyar Botanikai Lapok. XXV (1927). 195—201 *(Odnosi się do flory Tatr).*

Györffy I. Fragmenta phytochorologica montium Tatrensium. — Mag. Bot. Lap. XXV (1927). 65—70.

Kol. E. Fragmenta algologica Hungariae. I. „Ewige Regen" vallis. Felkaënsis. — Mag. Bot. Lap. XXV (1927). 261—266, tabl. V. *(Odnosi się do flory Tatr).*

Moesz G. Additamenta ad cognitionem fungorum Poloniae. Continuatio secunda. — Mag. Bot. Lap. XXV (1927). 25—39, fig. 1—3. *[Część pierwsza tej pracy była ogłoszona w Botan. Közlem. Budapest 1920, str. 22 i (6)].*

Muszyński J. Wileńskie zioła ludowe. — Odbitka z „Wiadomości Farmaceutycznych". Warszawa (1527). 1—15, ryc. dwie, trzy tabele poza tekstem.

Paczoski J. Dąbrowy Białowieży. Poznań (1297). 1—50.

Rouppert K. Wrażenia ogrodnicze z Jawy. — Odbitka z „Ogrodnictwa". Kraków (1929). 1—30, ryc. 1—25.

Szafer W. Statystyka kwiatów w zespołach roślinnych. — Sprawozdania Komisji Fizjograficznej Polskiej Akademji Umiejętności. LXII (197). 81—91.

Szafer W., Pawłowski B., Kulczyński S. Zespoły roślin w Tatrach. Część I. Zespoły roślin w Dolinie Chochołowskiej. — Rozpr. Polskiej Akademji Umiejętności. Serja B. LXIII. Rocznik 1923 (1927). 203—284, ryc. 1, tabl. I—V, mapa 1.

Szepesfalvy I. Lebermoose aus der Hohen Tatra. — Mag. Bot. Lap. XXV (1927). 125—131.

Szymkiewicz D. Botanika. Podręcznik dla szkół akademickich. Nakładem K. S. Jakubowskiego. Lwów (1928). I—XVI, 1—912, ryc. 1—855 (wykonane przez S. Kulczyńskiego).

Wóycicki Z. Ueber die Zygotenbildung bei Basidiobolus ranarum Eidam. II. — Flora. CXXII (1927). 159—166, tabl. I—II.

Dydaktyka Nauk Przyrodniczych.

Fizyka i chemja w szkole. Wydawnictwo Komisji Pedagogicznej Ministerstwa WR. i OP. Oddziału Metodyki Fizyki i Chemji. Tom I. Rok 1927 (1927). 1—348, liczne ryciny.

Kobendza R. i Kołodziejczyk J. Zbieranie roślin i układanie zielnika. — Wydawnictwo M. Arcta w Warszawie (1927). 1—39, ryc. 1—8.

Fizjologja roślin.

Koehler S. Sur les composés phosphorés des plantes. I. La solubilité et la répartition des composés phosphorés dans les semences. —

Bull. Acad. Polon. Série B. Année 1926 (1927). 707—848, trzy tablice wykresów.

Lindenbaumówna S. Sur les composés phosphorés des plantes. III. Sur la solubilité des composés phosphorés de la farine d'avoine et sur la faculté de l'acide phytique de se combiner avec les substances protéiques. — Ibid. 1041—1098.

Minkowska S. Sur les composés phosphorés des plantes. II. De la solubilité des composés phosphorés de la farine d'orge. — Ibid. 1008—1039.

Fizjologja zwierząt.

Chrząszcz T. und Góralówna. Einfluss der Fütterung auf die Enzymenmenge der Kuhmilch. — Biochem. Zschr. Bd. 180. (1927). 247—262.

Czarnecki E. Sécrétion biliaire plus abondante après l'injection intraveineuse de bleu de méthylène. — Comptes Rendus d. l. Soc. de Biologie. XCVI (1927). 442—444.

Dadlez J. et Koskowski W. Le rôle des hydrates de carbone dans la fièvre d'origine périphérique — C. R. Soc. Biol. XCVI (1927). 576—580.

Demant P. Układ siateczkowo-śródbłonkowy a przemiana węglowodanowa. — Medycyna Doświadczalna i Społeczna. VII (1927). 59—73.

Dzwonkowska J. Badania nad fagocytozą. — Med. Doświad. i Społ. VII (1927). 245—260.

Fajwlewicz J. Przemiana wodanów węgla w świetle równowagi kwasowo-zasadowej ustroju. — Polskie Archiwum Medycyny Wewnętrznej. V (1927). 158—181.

Fegler J. O wpływie nukleinianu sodowego na zachowanie się płytek krwi. — Ibidem. 9—18, tabl. II.

Hirszfeld L. O istocie zakażalności. — Medyc. Doświad. i Społ. VII (1927). 279—298.

Karłowski Z. Stan współczesny wiedzy o wściekliźnie a szczepienia leczniczo-ochronne. — Ibid. 435—450.

Kaufman L. Mlle. Recherches sur la croissance du corps et les organes du Pigeon. — Biol. Generalis. III (1927). 105—128.

Keller T. O czynności normalnej i patologicznej nabłonka rozrodczego w jajniku dojrzałym. — Ginekologja Polska. VI (1927). 684—709.

Klisiecki A., Mozołowski W. und Taubenhaus M. Ueber den Ammoniakgehalt und die Ammoniakbildung im Blute. VII Mitteilung. Ueber die Ammoniakbildung im physiologisch stagnierenden Blute. — Biochem. Zsch. Bd. 181 (1927). 80—84.

Kołodziejska S. und Funk C. Beitrag zur Chemie des Trypsins (Tryptase). — Biochem. Zschr. Bd. 182 (1927). 264—272.

Kucharski T. Działanie wyciągów z tylnej części przysadki mózgowej na ustrój ludzki. — Polskie Archiwum Medycyny Wewnętrznej. V (1927). 52—65, tabl. I—II.

Landau A., Fejgin M. i Marjanko T. Uwagi krytyczne w sprawie wpływów koloidów osocza na powstawanie obrzęków. — Medyc. Dośw. i Społ. VII (1927). 74—90, tab. I—VI.

Leyko E. Fizjologja i farmakologja wyciętej tęczówki. Cz. I. — Med. Dośw. i Społ. VII (1927). 311—353.

Minkiewicz R. Doświadczenie wzrokowe plazów. I. Wstęp ogólny. — Prace Inst. im. Nenckiego IV. 1. Nr. 55 (1927). 1—19.

Mozołowski W. und Taubenhaus M. Ueber den Ammoniakgehalt und die Ammoniakbildung im Blute. VIII Mitteilung. Hängt die Ammoniakbildung im Blute mit der Anwesenheit von Cyanaten zusammen? — Biochem. Zschr. Bd. 181 (1927). 85—95.

Orłowski W. Recherches sur l'influence des sucs de légumes sur le sécrétion gastrique. — C. R. Soc. Biol. XCVI (1937). 352—354.

Oziembłowski J. A propos de la pression intrapleurale, souscutanée et intramusculaire. — C. R. Soc. Biol. XCVI (1927). 1474—1475.

Parnas J. K. Existe-t-il des sels ammoniacaux dans le sang circulant? — Bull. d. l. Soc. de Chimie Biol. IX (1927). 76—90.

Parnas J. K. und Mozołowski W. Ueber den Ammoniakgehalt und die Ammoniakbildung im Muskel und deren Zusammenhang mit Funktion und Zustandsänderung. I. — Biochem. Zschr. Bd. 184 (1927). 399—441.

Przesmycki F. Badania nad biochemją antygenów. Doniesienie III. — Medyc. Dośw. i Społ. VII (1927). 261—274, tabl. I—VII.

Ptaszek L. Sur la réserve alcaline et les corps aromatiques du sang et du liquide céphalorachidien chez les chiens néphrectomisés. — C. R. Soc. Biol. XCVI (1927). 567—569.

Razwiłowska S. Zmysł i pamięć przedmiotu u żab. (Doświadczenia wzrokowe u płazów. Część III). — Prace Inst. im. Nenckiego IV. 2, Nr. 60 (1927). 1—24.

Rostafiński J. Mocznik w roli zastępczej białka u dorosłego przeżuwacza. Cz II. — Roczn. Nauk Rolniczych i Leśniczych. XVI (1926—27). 1—20.

Szwejkowska O. Z badań fizjologicznych nad dojrzewaniem jaj Ascaris. — Prace Instytutu im. Nenckiego IV. 1, Nr. 54 (1927). 1—42.

Szymanowski Z. i Wachlerówna B. W sprawie izoaglutyn odpornościowych we krwi świńskiej. — Med. Dośw. i Społ. VII (1927). 275—278, tabl. I.

Targoński H. O przemianie azotowej zarodków ptaków. — Prace Inst. im. Nenckiego IV. 2, Nr 59 (1927). 1—24.

Wirszulski A. Odruchy względne. — Nowiny Psychjatryczne IV (1927). 158—164.

Wysocki J. Contribution á la question de l'influence réciproque des hémisphères cérébraux. — C. R. Soc. Biol. XCVI (1927). 572—575.

Zandowa N. Teorja ruchu w świetle współczesnych poglądów.— Warsz. Czasop. Lekarskie IV (1927). 561—567.

Fizyka.

Asterblumówna M. O czasie zaniku świecenia w parze rtęci. — Sprawozdania i Prace Pol. Tow. Fiz. III. 1 (1927). 17—29, ryc. 1—5.

Asterblumówna M. O gaśnięciu pasm tła ciągłego widma pary rtęci. — Spraw. i Prace Pol. Tow. Fiz. III. 1 (1927). 79—85, ryc. 1—2.

Infeld L. O pomiarach przestrzenno - czasowych w fizyce klasycznej i teorji względności. (Część I). — Spr. i Pr. Pol. Tow. Fiz. III. 1 (1927). 5—16.

Niewodniczański H. O fluorescencji pary rtęci. — Spr. i Pr. Pol. Tow. Fiz. III. 1 (1927). 31—54, ryc. 1—5.

Pietruszyńska M. O zanikaniu świecenia opóźnionego w powietrzu. — Sprawozd. i Prace Pol. Tow. Fiz. III. 1 (1927) 61—78, ryc. 1—5.

Sołtan A. i Szczeniowski S. Charakterystyki czułości kilku emulsyj fotograficznych. — Spraw. i Prace Pol. Tow. Fiz. III. 1 (1927). 55—59, ryc. 1—4.

Geofizyka.

Gorczyński W. Ueber Solarimeter und einige andere thermoelektrische Instrumente für Sonnenstrahlungsmessungen. — Meteorol. Zsch. XLIV (1927). 5—12, fig. 1, tabl. 1.

Gumiński R. Wilgotność powietrza w Polsce. — Prace Meteorologiczne i Hydrograficzne. Zeszyt III (1927). 1—71, I—XX (mapy i wykresy) (Streszczenie francuskie).

Janczewski E. W. Sprawozdanie z badań grawimetrycznych wykonanych w okolicy Kałusza. — Posiedzenia Naukowe Państw. Inst. Geolog. Nr. 17 (1927). 3—4.

Kamieński M. Determination of latitude by the method of equal altitudes of different stars (Piewzow's method) and the corresponding star-pairs for northern latitudes 20^0—40^0 and for the epoch 1930.0. Vol. I. Northern latitudes 20^0—25^0. Part. I. General statement. — Publications of the Astronom. Observ. of the Warsaw University. III (1927). 5—53.

Kosińska-Bartnicka S. Opady w Polsce. — Prace Meteorol. i Hydrogr. Zeszyt V (1927). 3—42, 26 mapek, 1 mapa barwna. (Streszczenie francuskie).

Kosińska-Bartnicka S. Zarys klimatu Ziem Wschodnich Polski.— Prace Instytutu do Badania Stanu Gospodarczego Ziem Wschodnich. I. (1927). 1—37. (Streszczenie francuskie).

Stenz E. Sonnenstrahlung und atmospherische Trübung über dem Atlantischen Ozean. — Gerlachs Beiträge z. Geophysik. XVI. (1927). 436—452.

Geografja.

Kubijowicz W. Jednostki krajobrazowe w Polskich Karpatach Wschodnich. — Czasopismo Geograficzne. V (1927). 8—15.

Zierhoffer A. Północna krawędź Podola w świetle rzeźby powierzchni kredowej. — Prace Geograficzne wydawane pod redakcją E. Romera. Zeszyt IX (1927). 61—95, ryc. 19—23, tabl. I.

Geologja.

Bujalski B. Sprawozdanie z prac geologicznych wykonanych w roku 1926. — Posiedzenia Naukowe Państwowego Instytutu Geolog. Nr. 18 (1927). 16—18.

Czarnocki J. Sprawozdanie z badań, dokonanych w roku 1926 w związku z ogólnym poglądem na budowę mas mezozoicznych regjonu chęcińskiego. — Posiedzenia Naukowe Państw. Inst. Geolog. Nr. 17 (1917). 4—14.

Czarnocki J. Ogólny rys tektoniki Gór Świętokrzyskich. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 17 (1927). 14—18.

Czarnocki J. O zlodowaceniach środkowej części Gór Świętokrzyskich. — Posiedzenia Naukowe Państw. Inst. Geol. Nr. 17 (1927). 18—21.

Czarnocki S. Sprawozdanie z badań geologicznych na arkuszu Brzeszcze szczegółowej mapy geologicznej Polskiego Zagłębia Węglowego w skali 1 : 25.000. — Posiedzenie Naukowe P. I. G. Nr. 18 (1927). 22—23.

Czarnocki S. Dotychczasowe wyniki badań na arkuszu Oświęcim szczegółowej mapy geologicznej Polskiego Zagłębia Węglowego w skali 1 : 25.000. — Posiedzenia Naukowe Państw. Inst. Geol. Nr. 18 (1927). 23—24.

Czarnocki S. Dotychczasowe wyniki prac mających na celu wyjaśnienie związku pomiędzy właściwościami chemicznemi naszych węgli a budową geologiczną Polskiego Zagłębia Węglowego. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 24.

Doktorowicz-Hrebnicki S. Sprawozdanie z badań geologicznych na arkuszu Gołonóg mapy Polskiego Zagłębia Węglowego w skali 1 : 25.000. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 25—26.

Goblot H. Sprawozdanie z badań geologicznych, wykonanych w lecie 1926 r. na północ od Krosna. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 3—5.

Horwitz L. Sprawozdanie z badań geologicznych, wykonanych w r. 1926 na arkuszach Stary Sambor i Ustrzyki Dolne. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 9—11.

Jabłoński E. Sprawozdanie z robót letnich w r. 1926 na arkuszu Stary Sambor. — Posiedzenie Naukowe P. I. G. Nr. 18 (1927). 11—13.

Kowalewski K. Wyniki badań nad utworami trzeciorzędowemi pd. wschodniej części arkusza Pińczów. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 17 (1927). 22—26.

Kozłowski R. Uwagi wstępne o sylurze Podola — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 39—41.

Krajewski S. Sprawozdanie z badań geologicznych, wykonanych w lecie 1926 r. w okolicy Mallmannsthalu (arkusz Turka). — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 13—14.

Kuźniar C. Sprawozdanie z badań geologicznych w r. 1926 na obszarze arkusza Końskie. — Posiedzenia Naukowe P. I. G. Nr. 18 (1927). 9—10.

Kuźniar C. Sprawozdanie z badań nad rudami cynku i ołowiu.— Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 46—48.

Makowski A. O budowie karbonu na terenie arkusza Łędziny.— Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 1927). 26—28.

Makowski A. Sprawozdanie z badań geologicznych, wykonanych na terenie arkusza Wodzisław mapy 1 : 25.000. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927) 18—19.

Małkowski S. Sprawozdanie z badań terenowych, wykonanych w woj. Wołyńskiem i Poleskiem w r. 1926. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 16 (1927). 8—9.

Małkowski S. O budowie geologicznej północno - zachodniej części masywu krystalicznego Wołyńsko-Ukraińskiego. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 17 (1927). 1—2.

Mazurek A. Utwory kredowe w środkowej części arkusza Pińczów według mapy w skali 1 : 200.000. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 36—37.

Morozewicz J. O zjeździe międzynarodowym geologów w Hiszpanji i o wycieczce na wyspy Kanaryjskie, która odbyła się w związku z tym zjazdem. — Posiedz. Nauk P. I. G. Nr. 16 (1927). 1—5.

Nowak J. Zarys tektoniki Polski. — Nakładem Komitetu Organizacyjnego II Zjazdu Słowiańskich Geografów i Etnografów. Kraków (1927). 1—160, ryc. 1—11, mapa 1.

Obtułowicz J. Sprawozdanie z badań geologicznych, wykonanych w r. 1926 na terenie Potoka. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 1—2.

Opolski Z. Sprawozdania z badań geologicznych, wykonanych na arkuszach Wola Michowska, Lisko, Ustrzyki Górne. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 5—6.

Opolski Z. Sprawozdania z badań geologicznych, wykonanych na arkuszu Stary Sambor. — Posiedzenia Naukowe P. I. G. Nr. 18 (1927). 6—7.

Passendorfer E. Sprawozdanie z badań terenowych, wykonanych w roku 1926 na arkuszu Przedbórz. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 16 (1927). 10—12.

Premik J. Sprawozdanie z badań geologicznych, wykonanych w r. 1926 na arkuszu Wieluń oraz wzdłuż nowowybudowanej kolei Podzamcze—Wieluń—Kalety. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 16 (1927). 12—13.

Ptaszycki M. Notatka informacyjna o pracach torfowych, wykonanych w r. 1926 na Polesiu i w woj. Nowogrodzkiem. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927) 41.

Rabowski F. Sprawozdanie z badań geologicznych, wykonanych w r. 1926 na obszarze arkuszów Dobromil i Przemyśl. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 7—8.

Rosłoński R. Podział wód podziemnych oraz mineralnych. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 42—44.

Rosłoński R. Klasyfikacja wód mineralnych Polski. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 45—46.

Rutkowski F. Sprawozdanie z badań geologicznych, wykonanych na arkuszu Maczki mapy Polskiego Zagłębia Węglowego w skali 1 : 25.000. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 29—31.

Samsonowicz J. Sprawozdanie z badań geologicznych w rogu pn.-wschodnim arkusza Opatów. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 31—35.

Samsonowicz J. O wychodni iłów krakowieckich w Krzeszowie nad Sanem. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 35.

Samsonowicz J. Nowe dane o dewonie, kredzie i trzeciorzędzie okolic Pełczy na Wołyniu. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 35—36.

Sujkowski Z. O znalezieniu granitów na Polesiu na północ od Prypeci. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 48—49.

Świderski B. Sprawozdanie z badań geologicznych, wykonanych w roku 1926 na przedgórzu Karpat Pokuckich. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 19—22.

Tołwiński K. Sprawozdanie. z badań geologicznych, wykonanych na przedgórzu Karpat w lecie 1926 r. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 14—16.

Wołłosowicz S. Sprawozdanie z badań geologicznych, wykonanych w roku 1926 na arkuszach Suwałki i Kalwarja mapy 1 : 100.000. — Posiedz. Nauk P. I. G. Nr. 18 (1927). 41—42.

Zych W. Sprawozdanie z badań wykonanych w roku 1926 nad paleozoicum i tektoniką Podola. — Posiedz. Nauk. P. I. G. Nr. 18 (1927). 37—39.

Mineralogja i Petrografja.

Jaskólski S. Złoża oolitowych rud żelaznych obszaru częstochowskiego. — Rocznik Polskiego Towarzystwa Geologicznego. IV. (1927). 1—91.

Tokarski J. Petrografja ze szczególnem uwzględnieniem ziem Polski. Zwięzły podręcznik dla studentów szkół akademickich. —

Nakładem K. S. Jakubowskiego. Lwów (1928). I—XI, 1—419, ryc. 1—60, tabl. I—VIII.

Ochrona Przyrody.

Pawlikowski J. Gw. Prawo ochrony przyrody. — Wydawnictwa Państwowej Rady Ochrony Przyrody Nr. 10. Kraków (1927). 1—121.

Sokołowski M. Ochrona przyrody w szkole. Wartość idei ochrony przyrody w wychowaniu i kształceniu młodzieży. — Wydawnictwa Państwowej Rady Ochrony Przyrody Nr. 11. Kraków (1927). 1—121.

Zoologja.

Adolph W. Żaba. Podręcznik do ćwiczeń zootomicznych dla przyrodników i nauczycieli. Z przedmową prof. J. Wilczyńskiego. — Bibljoteka Biologiczna wydawana pod redakcją prof. J. Wilczyńskiego, nakładem Gebethnera i Wolffa. Nr. 1. Warszawa (1927). 1—173, ryc. 1—83.

Błędowski R. Angewandte Entomologie und Pflanzenzucht in Polen. — Anzeiger für Schädlingskunde. III (1927). 8—10.

Bochenek A. i Ciechanowski S. Anatomja człowieka. Podręcznik dla słuchaczów szkół wyższych i lekarzy. Tom II. Wyd. III. Nakładem Polskiej Akademji Umiejętności. Kraków (1927). 1—446, ryc. 1—324.

Domaniewski J. Beitrag zur Kenntnis der Tatravögel. — Ornithologische Monatsberichte. XXXV (1927) 68—70.

Domaniewski J. Die geographischen Formen von Dryobates minor (Linn.). — Prace Zoologiczne Państwowego Muzeum Przyrodniczego. VI (1927). 60—91.

Domaniewski J. Przegląd krajowych form rodziny Picidae. — Sprawozd. Komisji Fizjograficznej Polskiej Akademji Umiejętności. LXII (1927). 133—143.

Dombrowski B. Der Suspensorialapparat der Ichtyopsiden. — Zschr. f. d. ges. Anat. Abt. 1. Zschr. f. Anat. u. Entwgsch. LXXXII (1927). 643—656, fig. 1—9.

Eichler W. Wykaz chrząszczów zebranych w Sandżaku Trapezundskim i Gümischane w Azji Mniejszej w latach 1916 — 17. VII. — Polskie Pismo Entomologiczne. V (1927). 132—137.

Fegler J. O obrazach barwnych płytek krwi u ludzi. — Polskie Archiwum Medycyny Wewnętrznej V (1927). 1—8.

Fegler J. O własnościach morfologicznych komórki Ferraty. — Ibid. 19—25, tabl. I.

Gajl K. Hydrobiologische Studien. I. Biocönosen der Phyllopoda und Copepoda (excl. Harpacticidae) des Sees Toporowy im polnischen Teile des Tatragebirges — Bull. Acad. Polon. Série B. Année 1926 (1927). 881—954.

Grabowska Z. L'appareil de Golgi dans les spermatozoïdes des Crustacés. — C. R. Soc. Biol. XCVII (1927). 3—4.

Grodziński Z. Uber das Lymphgefässsystem des jungen und erwachsenen Amblystoma mexicanum. — Bull. Acad. Polon. Série B. Année 1926 (1927). 955—978, tabl. XXI—XXIII.

Grzybowski J. Zur Anwendung des Zelluloids zwecks Montieren der anatomischen Präparate. — Anatom. Anz. LXIII (1927). 86—87.

Heinrich G. Beiträge zur Kenntnis der Ichneumonidenfauna Polens. — Polskie Pismo Entomol. V (1927). 153—166.

Hirschler J. Embryogenese der Insekten. Schlussteil. — Handbuch der Entomologie. I (1927). 753—824.

Hirschler J. Studien über die sich mit Osmium schwärzenden Plasmakomponenten (Golgi-Apparat, Mitochondrien) einiger Protozoënarten nebst Bemerkungen über die Morphologie der ersten von ihnen im Tierreiche. — Zschr. f. Zellforschung und mikrosk. Anatomie. V (1927). 704—786, tabl. I—III.

Hirschler J. Ueber ein einfaches Vorgehen zur Darstellung des Golgi-Apparates und der Mitochondrien bei Wirbellosen. — Zschr. f. wiss. Mikroskopie u. mikroskop. Technik. XLIV (1927). 216—218.

Hirschlerowa Z. Mikroskopisch-anatomische Untersuchungen an der Amphibienschilddrüse mit besonderer Berücksichtigung ihres Golgiapparates. — Zschr. f. Zellforschung u. mikroskop. Anatomie. VI (1927). 234—256.

Hoyer H. Anatomja porównawcza zwierząt domowych. Nakładem Polskiej Akademji Umiejętności. Kraków (1927). I—IV, 1—323, ryc. 1—206.

Jakubski A. Fauna Bałtyku Polskiego. — Przewodnik Kongresowy II Zjazdu Słowiańskich Geografów i Etnografów. Kraków (1927) 132—133.

Jakubski A. Rybacy i rybołóstwo morskie. — Ibidem 133—136.

Jakubski A. Nasze rybołóstwo morskie na Bałtyku i jego znaczenie dla Polski. — Jednodniówka: Hołd Wielkopolski słowiańskim geografom i etnografom. Poznań (1927). 16—21.

Kéler S. Szkodniki roślin uprawnych w Wielkopolsce, na Pomorzu i na Śląsku w r. 1924 i 1925. — Prace Wydziału Chorób Roślin Państwowego Instytutu Nauk Rolniczych w Bydgoszczy. Nr. 2 (1927). 1—46.

Kéler S. Rejestracja szkodników w leśnictwie i jej znaczenie dla biologa i praktyka. — Ibid. Nr. 3 (1927). 1—17.

Kinel J., Krasucki A., Noskiewicz J. Owady krajowe. Przewodnik do określania rzędów, rodzin i rodzajów. Wyd. Zakł. im. Ossolińskich. Zesz. 1—2 (1927). 1—326, tabl. I—LXXXVII.

Kłapacz M. Chrząszcze nowe dla Lwowa i nowa aberacja dla fauny palearktycznej. — Polskie Pismo Entomologiczne V (1927). 149—151.

Konopacki M. Sur le comportement des mitochondries au cours du développement de la grenouille. — Bull. d'histologie appliquée. IV (1927). 39—51, fig. 1—10.

Kopeć S. Einige Experimente über die Vererbung der Schalenfarbe der Hünereier. — Arch. f. Geflügelkunde. I (1927). 181—193.

Kopeć S. A contribution to the knowledge of the hydrostatic rôle of the airbladder during swimming of fish. — Biologia Generalis. III (1927). 253—258.

Kopeć S. Experiments on the dependence of the nuptial hue on the gonads in fishs. — Ibid. 259—280.

Krasucki A. Spostrzeżenia nad szkodnikami roślin hodowanych w południowo-wschodniej Polsce w latach 1921—1925. — Roczniki Nauk Rolniczych i Leśniczych. XVIII (1927). 100—130.

Książkiewicz M. Les poissons fossiles du crétacé supérieur des environs de Cracovie. — Bull. Acad. Polon. Série B. Année 1926 (1927). 979—1005.

Kulmatycki W. J. Studien an Coregonen Polens. — Archiwum Hydrobiologji i Rybactwa. I/II (1926/27). 275—375.

Laskowski J. O tak zwanych karcynoidach smołowych u królika. III. — Medycyna Doświad. i Społ. (1927). 195—214, 359—391.

Marchlewski T. Przyczynek do znajomości zwierząt domowych Zachodniej Małopolski z czasów późnego średniowiecza. — Rozprawy Polskiej Akademji Umiejętności. Dział A/B. Tom LXIII/LXIV (1927). 107—122.

Marchlewski T. Craniological studies on dogs. — Bull. Acad. Polon. Série B. Année 1927 (1927). 601—615.

Moczarski Z. i Szuman J. G. Zarys genetyki zwierzęcej. — Podręczniki i monografje nauk rolniczych, leśnych i pokrewnych, wydawane nakładem księgarni św. Wojciecha. Poznań. Tom III (1927). 1—163.

Moszyński A. Materjały do fauny skąposzczetów lądowych (Oligochaeta terricola) Poznańskiego. — Spraw. Kom. Fiz. P. Ak. Um. LXII (1927). 43—46.

Moszyński A. Skąposzczety (Oligochaeta) Parku Narodowego Puszczy Białowieskiej. — Sprawozd. Kom. Fiz. P. Ak. Um. LXII (1927). 163—176.

Pańkowski M. i Runge S. Przyczynek do obojnactwa u owiec.— Roczniki Nauk Roln. i Leśn. XVIII (1227). 66—80.

Poliński W. O faunie malakozoologicznej utworów czwartorzędowych na Żoliborzu w Warszawie. — Posiedzenia Naukowe Państw. Inst. Geolog. Nr. 16 (1927). 6—8.

Poliński W. Ślimaki w dyluwjum Kielc. — Ibid. Nr. 17 (1927). 21—22.

Prüffer J. Z obserwacyj i doświadczeń nad objawami płciowemi u brudnicy nieparki (Lymantria dispar L.). — Rozpr. P. Akad. Um. Dział A/B LXIII/LXIV (1927). 97—106.

Romaniszyn J. Rzadsze lub nowe gatunki motyli z okolic Nozdrzca i Lubyczy Królewskiej. — Polskie Pismo Entomolog. V (1927). 143—149.

Roszkowski W. Contributions to the study of the family Lymnaeidae. VIII. The genus Pseudosuccinea from South Brazil. — Prace Zoologiczne Pol. Muz. Przyrodn. VI (1927). 1—33.

Ruszkowski J. W. Z obserwacyj nad niezmiarką paskowaną (Chlorops taeniopus Meig.) oraz jej pasorzytami. — Roczn. Nauk Roln. XVII (1927). 406–426.

Ruszkowski J. W. Ploniarka czyli mucha szwedzka (Oscinis frit L.) obserwowana w okolicach Poznania w latach 1921—26. — Ibid. XVIII (1927). 38–49.

Rzóska J. Einige Beobachtungen über temporale Grössenvariation bei Copepoden und einige andere Fragen ihrer Biologie. — Internation. Rev. d. ges. Hydrobiol. u. Hydrogr. XVII (1927). 99—114.

Schechtel E. Puchlina wodna u leszcza (Abramis brama L.). — Roczn. Nauk Roln. XVIII (1927). 81—84.

Schechtel E. Pokarm powietrzny u pstrąga (Trutta fario L.) — Ibid. 85—99.

Serafiński T. A. Przyczynek do wiadomości o krecie na ziemiach Polski. — Sprawozd. Kom. Fiz. Pol. Akad. Um. LXII (1927). 145—162.

Simm K. Korówka wełnista (Schizoneura lanigera Hausm.). — Bibljoteka „Ogrodnictwa". Tom VIII. Kraków (1927). 1—93.

Sitowski L. Roztocze jako szkodniki traw zbożowych. — Roczn. Nauk Roln. XVII (1927). 427—429.

Słonimski P. Sur une modification de l'ultra-micro-méthode de Wu-Hsien et son application à la recherche de l'hémoglobine dans les disques germinatifs des oiseaux. — C. R. Soc. Biol. XCVI (1927). 1496–1497.

Słonimski P. Sur l'apparition de l'hémoglobine dans l'aire vasculaire chez le poulet. — Ibid. (1927). 1498—1500.

Słonimski P. Ueber die Darstellung winziger Blutgefässe mittels der Benzidinprobe. — Zschr. f. wissen. Mikrosk. XLIV (1927). 1—8, fig 1, tabl. I.

Starzewski T. O koniu huculskim w Polsce. — Roczn. Nauk. Roln. XVI (1926/27). 217—251.

Stefański W. Nicienie żyjące w mchu okolic Zakopanego. — Rozpr. P. Akad. Um. Dział A/B LXIII/LXIV (1927). 123—132.

Świątkiewicz M. Motyle rzadsze i nowe dla Polski i okolic Podola. — Pol. Pismo Entomol. V (1927). 126—132.

Szeliga-Mierzeyewski W. Der diluviale Kornbeisser (Loxia coccothraustes L.) aus Starunia in Polen. — Jahrb. f. Morphol. und mikr. Anat. Abt. 1. Gegenbaurs morphol. Jahrb. LVII (1927). 530—563, fig. 1—21, tabl. I.

Sztolzman J. i Domaniewski J. Les types d'oiseaux du Musée Polonais d'Histoire Naturelle. — Prace Zool. Pol. Muz. Przyrodn. VI (1927). 95—194.

Szulczewski J. W. Materjały do fauny czerwców miasta Poznania. — Pol. Pismo Entomol. V (1927). 137—143.

Szuman J. G. Wypadek obojnactwa u kura. — Roczn. Nauk Roln. XVII (1927). 169—174.

Tenenbaum S. Verzeichnis der im Staate Parana (Brasilien) gesammelten Cassidini (Coleoptera). — Prace Zool. Pol. Muz. Przyrodn. VI (1927). 34—38.

Tenenbaum S. Neue Aberrationen der polnischen Käfer. — Pol. Pismo Entomol. V (1927). 151—153.

Warzecha J. Fauna rowków pułapkowych i ich użyteczność. — Roczn. Nauk Roln. XVII (1927). 56—114.

Węgłowski R. Noch ein Fall von Gefässverpflanzung. — Zentralbl. f. Chirurgie LIV (1927). 67—70.

Wolski T. Przyczynek do znajomości cierniczka Pygosteus pungitius w Polsce. — Archiwum Hydrobiolog. i Rybactwa. II (1927). 119—140.

Wróblewski K. Żubr Puszczy Białowieskiej. Monografja. Nakładem Ogrodu Zoologicznego w Poznaniu. (1927). I—XV, 1—232.

Zaćwilichowski J. Materjały do fauny owadów Polski. Ważki (Odonata) Piwnicznej w dolinie Popradu. — Spraw. Kom. Fiz. Pol. Ak. Um. LXII (1927). 65—80.

Sprawy Towarzystwa.

Protokół

z posiedzenia administracyjnego Oddziału Wileńskiego odbytego dnia 3 marca 1927.

Na przewodniczącego zebrania powołano prof. Łukaszewicza, na sekretarza prof. Wł. Dziewulskiego. Obecnych 15 osób.

1. *Sprawozdanie Przewodniczącego Oddziału, prof. Rydzewskiego*: Ubiegły rok 1926 był rokiem upadku Oddziału Wileńskiego. Zaznaczyło się to zarówno w zmniejszeniu się ilości członków, jak i w działalności naukowej Oddziału. W końcu roku 1925 Oddział Wileński liczył 52 członków, kiedy w końcu roku 1926 ilość członków spadła do 27 osób. Przyczyny zmniejszenia się tak wielkiego ilości członków upatrywać należy w niezwykle wysokiem podniesieniu wkładki członkowskiej. Odpływ dotyczył tej przytem grupy członków, która dla Zarządu była najbardziej pożądana na terenie Wilna, o którą Zarządy Oddziału Wileńskiego najbardziej zabiegały, t. j. nauczycieli szkół średnich. Drugą przyczyną ucieczki od naszego Towarzystwa jest fakt, że „Kosmos" jest tak redagowany, iż daje bardzo niewiele nauczycielowi szkoły średniej, a przytem nieregularność w wydawaniu nie mniej zniechęca do niego ludzi.

Przyczyną osłabienia się działalności odczytowej jest powstanie w Wilnie w ostatnich latach szeregu filij specjalnych Towarzystw, gdzie przenosi się siłą rzeczy praca naukowa i odczytowa, a także zawiązanie Koła Wileńskiego Komisji Fizjograficznej, które objęło zagadnienia fizjograficzne, poprzednio skoncentrowane w Koperniku.

Ustępujący Zarząd pozostawia nowemu Zarządowi myśl przeprowadzenia dyskusji między przedstawicielami rozmaitych towarzystw naukowych przyrodniczych na terenie Wilna celem skupienia działalności odczytowej, której najlepszym terenem jest Oddział Wileński Tow. im. Kopernika. Przy dobrej woli możnaby zamiast kilku zaledwie wegetujących towarzystw stworzyć niejako centralę wykładową dobrze prosperującą.

W ubiegłym roku Oddział Wileński brał udział razem z Uniwersytetem Stefana Batorego w urządzeniu uroczystego obchodu ku czci Stanisława Staszica. W marcu gościł znanego podróżnika grenlandzkiego Dra Kocha, który wygłosił publiczny wykład o Grenlandji. Posiedzeń naukowych odbyto 4.

2. *Sprawozdanie kasowe:*

Dochód:

1. Pozostałość z r. 1925	zł. 5	gr. 44
2. Na książeczce P. K. O.	„ 65	„ —
3. Wpływy ze składek	„ 475	„ —
Razem	zł. 545	gr. 44

Rozchód:

1. Za przewiezienie Kosmosu	zł. 1	gr. 20
2. Koszt przyjęcia p. Kocha	„ 77	„ 20
3. Wysłano do centrali	„ 100	„ —
Razem	zł. 178	gr. 40

Pozostaje w kasie 367 zł. 04 gr., w tem gotówką 302 zł. 04 gr. a na książeczce P. K. O 65 zł.

3. *Sprawozdanie Komisji Rewizyjnej:* Prof. Alexandrowicz składa sprawozdanie i stawia wniosek o udzielenie absolutorjum skarbnikowi. Przyjęto jednogłośnie.

4. *Wybory nowego Zarządu:* Przewodniczącym wybrano prof. Reichera, do Zarządu weszli prof. Dziewulski, dr. Jantzen, i prof. Prüffer. Do Komisji Rewizyjnej wybrano prof. Alexandrowicza, prof. Łukaszewicza i prof. P. Wiśniewskiego.

5. *Wnioski:* Na wniosek prof. Łukaszewicza Walne Zebranie wyraziło podziękowanie prof. Rydzewskiemu.

(Nadesłano na ręce Głównego Zarządu dnia 14 lipca 1927).

Protokół

z I. posiedzenia Zarządu Głównego Polskiego T-wa Przyrodników im. Kopernika odbytego dnia 26 listopada 1927 we Lwowie.

Obecni: Czekanowski, Hirschler, Jakubski, Kamieński, Kulmatycki, Nowicki, Pazdro, Rogala, Romer, Smreczyński, Stroński, Szafer, Szymkiewicz, Tokarski, Zakrzewski.

Swą nieobecność usprawiedliwili Członkowie Zarządu Głównego: Dziewulski, Grochmalicki, Loth.

Przewodniczy: Prezes prof. J. Tokarski. Protokołuje: Sekretarz Dr. M. Kamieński.

1. Zarząd Główny ukonstytuował się następująco: Przewodniczący prof. J. Tokarski, Zastępcy Przewodniczącego: prof. J. Hirschler, prof. E. Loth, prof. W. Szafer. Skarbnik T-wa i Naczelny Redaktor

„Kosmosu“: prof. I. Zakrzewski. Administrator „Kosmosu“: prof. E. Stroński. Bibljotekarz: Dr. Z. Pazdro. Kierownik stacji biologicznej w Drozdowicach: prof. J. Hirschler. Sekretarz: Dr. M. Kamieński.

2. Przyjęto do wiadomości protokół z ostatniego posiedzenia Zarządu Głównego, przyczem:

a) prof. Szafer zwrócił się z prośbą do Prezesa T-wa, prof. Tokarskiego, by wziął osobiście udział w zebraniu konstytucyjnem Ligi Ochrony Przyrody, które odbędzie się dnia 9 stycznia 1928 w Warszawie.

3. Przyjęto do wiadomości sprawozdanie Przewodniczącego, prof. Tokarskiego, z działalności do dnia posiedzenia Zarządu Głównego przyczem:

a) na wniosek prof. Jakubskiego uchwalono prosić prof. Smreczyńskiego i prof. Szafera, by po porozumieniu się z Prezesem Oddziału Sosnowieckiego prof. Wyspiańskim, zbadali możliwości utworzenia i istnienia oddziału naszego T-wa w Katowicach;

b) na wniosek prof. Hirschlera uchwalono rezolucję: „Zarząd Główny wyraża opinję, iż należy wprowadzić 3 instancje administracyjne naszego T-wa, a mianowicie: 1. Zarząd Oddziału, 2. Zarząd Okręgu i 3. Zarząd Główny, przyczem Zarząd Okręgu mógłby mieć siedzibę tylko w mieście uniwersyteckiem;

c) na wniosek prof. Rogali uchwalono wniosek powyższy *(b)* przedstawić Oddziałom do zaopinjowania;

d) na wniosek prof. Rogali uchwalono prosić prof. Lotha, by na uroczystości uczczenia 35-letniej działalności prof. Mokrzeckiego reprezentował nasze T-wo.

4. Przyjęto do wiadomości sprawozdanie Redaktora „Kosmosu“ i Skarbnika T-wa prof. I. Zakrzewskiego, przyczem:

a) na wniosek prof. Szafera reasumowano uchwałę Zarządu Głównego (4 *f)* z dnia 3 września 1926 i uchwalono ze względu na obecny stan finansowy T-wa nie dawać fotografij członków honorowych do tomu jubileuszowego; w przyszłości natomiast, gdy T-wo będzie rozporządzać większemi funduszami, wydać specjalne album, którego zredagowaniem zająłby się prof. Kulczyński.

5. Przyjęto do wiadomości sprawozdanie Bibljotekarza T-wa, dra Pazdry, przyczem:

a) na wniosek prof. Jakubskiego uchwalono rezolucję: Zarząd Główny poczyni starania na arenie międzynarodowej o uwzględnianie bibljografji prac polskich w dziale przyrodniczym;

b) na wniosek prof. Czekanowskiego i prof. Zakrzewskiego uchwalono podziękować prof. Szymkiewiczowi i prof. Strońskiemu za ich inicjatywę w kierunku tworzenia bibljoteki T-wa drogą wymienną za „Kosmos“;

c) na wniosek prof. Szymkiewicza sprawę wymiany prac geofizycznych uchwalono przekazać na następne posiedzenie Zarządu Głównego;

d) na wniosek prof. Szafera uchwalono szereg innych zagadnień bibjotecznych załatwić na specjalnej komisji bibljotecznej.

6. Przyjęto do wiadomości sprawozdanie Redaktora „Kosmosu - Przegląd Zagadnień Naukowych", prof. Szymkiewicza, przyczem:

a) po oświadczeniu prof. Romera, na wniosek prof. Czekanowskiego uchwalono: Zarząd Główny przyjmuje z podziękowaniem propozycję prof. Romera w sprawie bezpłatnego dostarczania członkom Polskiego T-wa Przyrodników im. Kopernika pisma „Przyroda i Technika", T-wo im. Kopernika zaś wzamian zobowiązuje się wpłacać „Książnicy-Atlas" rocznie 3000 zł. przy ilości członków 900;

b) po rezygnacji prof. Tokarskiego mianowano delegatem do Komitetu Redakcyjnego „Przyrody i Techniki" prof. Romera;

c) na wniosek prof. Zakrzewskiego uchwalono w ostatnim tegorocznym zeszycie „Kosmosu - Przegląd Zagadnień" powiadomić członków T-wa o uchwale Zarządu Głównego w sprawie dostarczania im bezpłatnie czasopisma „Przyroda i Technika".

7. Wolne wnioski:

a) po referacie prof. Smreczyńskiego uchwalono na wniosek prof. Tokarskiego wysłać telegram do Ministra Przemysłu i Handlu w sprawie niszczenia groty kryształowej w Wieliczce;

b) na wniosek prof. Rogali uchwalono zwrócić się z prośbą do Zarządu Oddziału w Krakowie, by zebrał materjały, wyświetlające genezę karygognej eksploatacji groty kryształowej w Wieliczce i przesłał je do dalszego traktowania Zarządowi Głównemu;

c) na wniosek prof. Jakubskiego uchwalono poczynić starania o wdrożenie śledztwa przeciw inicjatorom eksploatacji groty kryształowej w Wieliczce;

d) na wniosek prof. Jakubskiego uchwalono dać autorom, których prace publikuje się w tomie jubileuszowym, o ile możności po 100 odbitek bezpłatnie;

e) uchwalono zasięgnąć opinji innych towarzystw przyrodniczych (jak T-wo biologiczne, geologiczne, geograficzne i t. d.) w sprawie ewentualnego wyodrębnienia zjazdu przyrodników z dotychczasowych zjazdów przyrodników i lekarzy, a dyskusję nad tym wnioskiem (prof. Jakubski) doroczyć do następnego posiedzenia Zarządu Głównego i Walnego Zgromadzenia;

f) załatwienie wniosków z ostatniego Walnego Zgromadzenia (XIV. 7 i 8) odroczono do następnego posiedzenia Zarządu Głównego

Zawiadomienie.

Prezes Towarzystwa podaje do wiadomości, że na zasadzie uchwały, powziętej na posiedzeniu Głównego Zarządu dnia 26 listopada 1927, wszyscy Członkowie będą od stycznia 1928 otrzymywali bezpłatnie „Przyrodę i Téchnikę".