BULLETIN INTERNATIONAL

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

DE CRACOVIE

COMPTES RENDUS

DES

SÉANCES DE L'ANNÉE 1897.

OCTOBRE

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1897.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE:

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR: S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§. 2). L' Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§. 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§. 12). La langue officielle de l'Académie est le polonais; c'est dans cette langue que paraissent ses publications.

Le Bulletin international paraît tous les mois, à l'exception des mois de vacances (août, septembre), et se compose de deux parties, dont la première contient l'extrait des procès verbaux des séances (en français), la deuxième les résumés des mémoires et communications (en français ou en allemand, au choix des auteurs).

Le prix de l'abonnement est 3 fl. = 8 fr.

Séparément les livraisons se vendent à 40 kr. = 90 centimes.

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza generalnego Dr. Stanisława Smolki.

Kraków, 1897. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem A. M. Kosterkiewicza.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
DE CRACOVIE.

Nº 8. Octobre. 1897.

Sommaire: Séances du 4, 11, 18 octobre 1897. — Résumés: 49. A. Brückner. Étude sur les poésies de Venceslas Potocki (1623—1696). — 50. O. Balzer. De la succession au trône en Pologne. Première partie: La succession à la mort de Casimir-le-Grand et les lois d'hérédité des Piast. — 51. L. Birkenmajer. Détermination de l'intensité de la pesanteur dans plusieurs endroits de la Galicie occidentale. — 52. C. Żorawski Sur l'intégration d'une catégorie des équations différentielles ordinaires du troisième ordre.

Séances

Classe de Philologie

Séance du 11 octobre 1897

Présidence de M. L. Łuszczkiewicz

Le Secrétaire présente le mémoire de M. A. Brückner, m. t., *„Étude sur les poésies de Venceslas Potocki (1623—1696)“* [1]).

Classe d'Histoire et de Philosophie

Séance du 18 octobre 1897

Présidence de M. T. Wojciechowski

Le Secrétaire dépose sur le bureau les dernières publications de la Classe:

1) Voir ci-dessous aux Résumés p. 289.

Mémoires in 8°, XXXVI^e^ vol., 431 p.

O. Balzer. »O następstwie tronu w Polsce. I część«. (*De la succession au trône en Pologne, I^e^ partie*) in 8°, 143 p. [1]).

M. V. Czermak donne lecture de son travail: „*Sur Stanislas Temberski et ses annales 1647–1656*".

Classe des Sciences mathématiques et naturelles

Séance du 4 octobre 1897

Présidence de M. F. Kreutz

M. L. Birkenmajer, m. c., donne lecture de son travail: „*Détermination de l'intensité de la pesanteur dans plusieurs endroits de la Galicie occidentale*" [2]).

1) Voir ci-dessous aux Résumés p. 293. — 2) ib. p. 301.

Résumés

49. — A. Brückner. **Spuścizna rękopiśmienna po Wacławie Potockim.** (*Der handschriftliche Nachlass des Wacław Potocki*).

Die poetische Nationallitteratur der Polen des XVII Jahrhunderts ist bisher noch lange nicht nach Gebühr gewürdigt worden. Man kannte und beurtheilte sie ausschliesslich auf Grund des gedruckt vorliegenden Materials; man achtete nicht ihrer zahlreichen und grossen, in Handschriften verborgenen Schätze. Die fast gleichzeitige Entdeckung zweier so hervorragender Werke, wie die Lyrika des Andrzej Morsztyn und der Chocimer Kriegszug des Wacław Potocki, eiferten, trotz des Aufsehens, das sie erregten, nicht an zu einer weiteren, systematischen Durchforschung der Bibliotheken ; man begnügte sich mit zeitweiligem Veröffentlichen irgend welcher Kleinigkeiten aus diesen überreichen Beständen; der Löwenantheil entfiel dabei auf Unbedeutendheiten, auf einen Zimorowic oder Gawiński. Und so harren noch ganze Reihen vergessener Werke einer Hervorziehung ans Tageslicht, einer Bearbeitung oder Veröffentlichung; und dann erst wird wohl erwiesen werden können, wie reich, wie national, wie formengewandt jene Poesie gewesen ist, mit welchem Unrecht man sie mit dem förmlichen Schandmal einer „makaronisirend-panegyrischen“ Periode hat brandmarken wollen.

Stoff für vorliegende Abhandlung gibt nun ab Wacław Potocki, einer dieser lange Zeit ungebührlich vergessenen Dichter, der durch seinen „Chocimer Kriegszug“ nur theilweise rehabilitiert wurde. Denn seine Bedeutung ist trotzdem nicht voll erkannt worden: das dankbarste Material zu seiner Beurtheilung blieb ja nach wie vor verborgen. Und für keinen anderen Dichter des XVII Jahrhundertes fliesst dieses Material so reichlich, wie gerade für ihn: seine fast fünfzigjährige litterarische Thätigkeit, die Unerschöpflichkeit seiner Phantasie, die Leichtigkeit und Gewandtheit seines Ausdruckes, das Achtungsheischende seines Charakters, sein Freisinn bei aller seiner Religiosität, seine trotz aller Schicksalsschläge frisch sprudelnde Laune, endlich auch der Thränenschleier, der ihm in seinen letzten Lebensjahren den Anblick dieser Welt verhüllte — alles dies spricht uns an voller, lebhafter, ergreifender aus seinem handschriftlichen Nachlass als aus allem bisher gedruckten. Diesen Nachlass heranzuziehen, zu charakterisieren, auf das Lesens- und Druckwerthe desselben hinzuweisen ist Aufgabe vorliegender Abhandlung gewesen, in welcher viele Petersburger Handschriften, eine des Lemberger Ossolineum und eine im Privatbesitz befindliche verwerthet worden sind.

Der Verfasser beginnt mit den Frühgedichten des Potocki, die etwa um 1650 geschrieben wurden, von denen eines der Dichter nach vierzig Jahren wieder gänzlich umgearbeitet hat, förmlich um uns den Beweis zu liefern, wie im Laufe der Jahre sein anfangs wenig gelenker, trockener, farbloser Stil an Schwung, Feuer und Kolorit gewonnen hat. Die folgenden Gedichte liessen sich nicht mehr chronologisch behandeln, einmal weil ihre Reihenfolge nicht immer mit Leichtigkeit festgestellt werden kann, dann weil Potocki vielerlei gleichzeitig betrieb und das einmal geschaffene umzuändern, neu zu gliedern u. dergl. nicht müde wurde; sie werden somit nach ihrem Inhalt in grössere Gruppen zusammengestellt.

Von den religiösen Gedichten werden aufgezählt die erhaltenen und die verschollenen, von denen oft nur der

Titel erhalten geblieben ist; erstere werden, soweit sie bisher unbekannt waren, aufgezählt, charakterisiert und einige belangreichere Proben mitgetheilt.

Von den Gelegenheitsgedichten, deren meist trauriger Anlass (Todesfälle u. dergl.) sie der Stimmung wegen den religiösen angliedern lässt, werden am eingehendsten besprochen die durch den Tod der eigenen Kinder hervorgerufenen, namentlich das schöne Denkmal, das der Vater seiner geliebten Tochter gesetzt hat; von den übrigen, die Idylle an (den Schwiegersohn) Lipski, wegen ihres herzlichen Tones, und die Libusza, wegen der Stellungnahme des Dichters in einem damals lebhaft geführten litterarischen Streit — es handelte sich dabei um die Frauenfrage, oder genauer um das Kapitel von der Ehe.

Die historischen Gedichte des Potocki waren bisher verhältnissmässig am genauesten bekannt, daher konnte sie der Verfasser fast übergehen; er verweilt nur bei dem Ursprunge des Gedichtes *Ad moestam post pacta turcica Poloniam* und bei der poetischen Huldigung, in welcher zwei Dichter, Landes- und Wappensgenossen, Stanisław Lubomirski und Wacław Potocki zusammen, den Heldenkönig Sobieski verherrlichten.

Auch von den Romanen und Novellen in Versen werden die umfangreichen, die Argenis und der Siloret, nur der Vollständigkeit halber mitgenannt und Angaben über dieselben ergänzt oder berichtigt; ausführlicher werden die Novellen, die gedruckte Virginia (wegen eines Passus ihrer Widmungsstrophen) und die bisher ungedruckten Tressa und Gazela, besprochen.

Der Hauptrepräsentant einer an Panegyriken und Pamphleten gleich reichen Zeit hat seine Feder nur ausnahmsweise persönlicher Lobhudelei oder Schmähung (letzteres fast nie) gewidmet, dafür wurde sein Wappenbuch in Versen, der umfangreiche Poczet herbów, zu einem Panegyrikus und Pamphlet der ganzen adeligen Nation, preisend die Tugenden der Vorfahren, schmähend die Entartung der Nachkommen. Ausführlicher weilte der Verfasser wieder nur beim Anhang zum Poczet, beim Odjemek, der, ungedruckt, zumal in der schönen Vorrede, eine Fülle von Aufklärung über des Dichters eigene Lebensbahn gewährte.

Den beiden umfang- und gehaltreichsten, reifsten Werken des Dichters wird eine besondere Abhandlung gewidmet werden.

In den Nachträgen verfolgt der Verfasser das Ziel der Abhandlung selbst, Klarheit über die poetischen Verdienste des XVII. Jahrhundertes, da Polen die geistige Spitze der gesammten Slawenwelt einnahm, verschaffen zu helfen.

Nur der erste beschäftigt sich mit dem Leben des Dichters selbst: nach seinen eigenen Angaben und Geständnissen werden Lebens- und Bildungsumstände, die bisher falsch geschildert waren, festgestellt. Im zweiten wird seine Messiade, der Nowy Zaciąg, im Verhältniss zu den übrigen drei Messiaden der damaligen polnischen Litteratur charakterisiert. Der dritte Nachtrag erneuert das Gedächtniss zweier berühmter Arianer, Samuel Przypkowski und Andreas Wiszowaty, als polnischer Dichter: zur Anknüpfung dient ihr lateinisches (und polnisches) Gedicht *Ad moestam post pacta prussica Poloniam*, das Potocki freier nachgeahmt hat. Im vierten werden die Jugendgedichte des ganz umgebührlich vergessenen Stanisław Lubomirski, Magnat und Mäcen, Philosoph und Kabbalist, Dichter und Prosaiker zugleich, entdeckt und erläutert, die historischen, erotischen, komischen Inhaltes, episch, lyrich und dramatisch, von seinen späteren Schöpfungen weniger im Ton, als im Inhalt sich scheiden; auch wird auf unbekannte Quellen für seine spätere litterarische Thätigkeit hingewiesen. Endlich im fünften Nachtrag werden Gedichte, die fälschlich dem Potocki zugeschrieben wurden, der Orpheus (des Lubomirski) u. a. ausgeschieden, um der theilweisen Verwirrung, die in Bezug auf Autorsfragen im XVII Jahrhundert noch herrscht, wenigstens auf diesem Gebiete entgegenzutreten.

50. — O. Balzer: **O następstwie tronu w Polsce, studya historyczno-prawne. Część I.** Sprawa następstwa po Kazimierzu Wielkim, na tle Piastowskiego prawa dziedziczenia. — ***(De la Succession au trône, en Pologne. Etude juridico-historique. — Première partie. — La Succession à la mort de Casimir-le-Grand et les lois d'hérédité des Piast).*** Mémoires de la Classe d'Histoire et de Philosophie, XXXVI[e] vol., p. 289-431.

Le travail que vient de publier M. Balzer est la première partie d'un ouvrage où il se propose de montrer par quelle suite de circonstances et d'évènements la Pologne, de monarchie héréditaire se transforma en monarchie élective. Dans ce volume, il se pose la question suivante: sur quelles bases légales s'appuya Casimir-le-Grand pour appeler la maison d'Anjou à la succession au trône de Pologne, et cela au détriment de ses propres filles et même de ses parents en ligne masculine, parents dont quelques-uns étaient très proches, comme par exemple les ducs de Kujavie? Il la résout ensuite par un examen minutieux de l'antique droit d'hérédité chez les Piast, examen auquel il consacre les deux premiers chapitres de son étude.

Dans le premier chapitre il expose les lois d'hérédité des parents en ligne masculine, directe ou indirecte.

L'auteur s'attache à bien déterminer avant tout ce qu'il faut entendre par héritage et par succession au pouvoir suprême c'est-à-dire au principat: l'héritage était la mise en possession du domaine, comprenant tout l'état, ou quelques-unes de ses contrées, tandis que le principat donnait un pouvoir sur la famille entière. L'auteur écarte tout de suite cette question du principat; on s'en est suffisamment occupé dans ces derniers temps et les recherches auxquelles elle a donné lieu semblent avoir épuisé le sujet; on sait d'ailleurs que le principat cessa d'être en usage dès le commencement du XIII[e] siècle et que, par conséquent, il ne peut être pris en considération dans l'affaire de la succession de Casimir-le-Grand.

Quant à l'hérédité proprement dite dans la famille des Piast, il faut distinguer: 1° l'hérédité directe, au sein de la famille même, c'est-à-dire, les enfants héritiers du père, ou les petits-enfants du grand-père dont les propres fils sont défunts; 2° l'hérédité indirecte et collatérale, c'est-à-dire celle des membres mâles de la même maison, des parents, à commencer par le premier degré: le frère. Le fils, et s'ils sont plusieurs, tous les fils sans exception, ont droit à la succession du père, droit si incontestable et si primordial que rien ne peut l'abolir, pas même la volonté de l'ascendant. Celui-ci décide seulement du partage du pays ou de la contrée, s'il a plusieurs fils. L'hérédité des enfants s'effectue donc sous l'influence de deux éléments: le droit naturel de l'enfant à entrer en possession de son patrimoine, et la volonté du chef de la famille. Ces deux éléments agissent simultanément, mais de manière différente: le premier représente ce qui dans une succession était une pratique constante, immuable, constituant un droit d'hérédité fixe et intangible dans un certain cercle de parents exactement déterminé, de telle sorte que, dans ce cercle, il est permis de parler d'un ordre fixe de succession; le second, au contraire, malgré la stabilité de son action, fait naître, dans les affaires de succession, une sorte d'ordre précaire en laissant à l'ascendant la faculté d'attribuer à chacun de ses héritiers telle ou telle portion de son domaine.

L'hérédité des collatéraux se présente sous un tout autre aspect. Le partage des possessions est ici un accident exceptionnel; légalement il n'y a qu'un seul des collatéraux qui hérite, alors même qu'il existe des parents du même degré que lui (par exemple plusieurs frères d'un ascendant). En outre, il n'est pas nécessaire que ce soit le plus proche parent de l'ascendant, ou tout au moins un membre appartenant au cercle des plus proches qui hérite; loin de là: un parent éloigné peut fort bien être appelé à succéder. De même, la question d'âge est complètement écartée; et un parent jeune peut parfaitement être désigné comme héritier, à l'exclusion de parents plus âgés. Il n'y a donc pas d'ordre stable de succession pour les collatéraux. Leur droit à la succession est beaucoup plus faible et plus variable que celui des descendants directs: ils n'ont en réalité qu'un droit hypothétique à la succession, puisque chacun d'eux peut être appelé à hériter et qu'aucun d'eux n'a de titre à être favorisé. La désignation de l'héritier dépend uniquement de la volonté du testateur.

L'auteur voit une explication de cette différence entre le droit d'hérédité de la famille et le droit d'hérédité de la parenté, dans la situation respective de ces deux groupes de parents, à l'égard du domaine laissé en héritage. Pour la famille ou lignée ce domaine constitue un tout complet à la tête duquel se trouve le chef de la famille, le père; à la mort de celui-ci, cette propriété appartient à ceux qui descendent de ce père et le représentent immédiatement: aussi la succession doit-elle être assignée au fils, et s'il y a plusieurs enfants, à tous les fils. Il en va d'autre sorte à l'égard de la parenté entière, de la maison. Pour les parents, le domaine, le duché, si l'on veut, n'est plus un tout complet; les partages successifs antérieurs l'ont morcelé en plusieurs autres domaines qui, détachés du domaine primitif, sont devenus eux-mêmes des états indépendants, ayant leur existence propre, leur propre seigneur y exerçant l'autorité souveraine. Si le maître d'un domaine de ce genre vient à manquer de successeurs directs, il importe peu que ce soit tel ou tel parent qui soit appelé à succéder, car celui-ci ou celui-là, plus proche ou plus éloigné, n'en est pas moins mis en possession du domaine, et sous ce rapport il ne pourrait y avoir entre eux aucune différence.

Au cas où l'ascendant n'avait laissé aucune disposition testamentaire, les membres de la maison souveraine se réunissaient et réglaient entre eux la question de succession, comme simple affaire de famille. Cependant peu à peu la nation, ou plutôt les hautes classes de la nation ne laissèrent pas d'avoir une influence marquée sur ces affaires de succession. Voilà la genèse des élections sous les Piast. Néanmoins elle a son histoire particulière.

L'élection naquit des troubles qu'amena la succession au principat de Cracovie, dans la période qui va de 1177 à 1202. L'élection dans cette époque de sa première application ne saurait avoir aucun rapport avec la question dont l'auteur s' occupe, et cela pour deux motifs: d'abord ce n'était que la succession à la puissance grand-ducale, puis c'était un acte illégal, révolutionnaire. Peu de temps après, cette élection étend son action sur l'héritage proprement dit, mais même alors elle ne perd pas son caractère primitif révolutionnaire. A partir du commencement du XIII^e siècle jusqu'aux premières années du XIV^e, il y eut en Pologne quelques cas d'élections, mais ces élections furent aussi en même temps des révolutions. Ce n'est qu'à partir de l'avènement de Leszek-le-Noir au trône grand-ducal de Cracovie qu'eurent lieu, quelquefois, des élections de successeurs, mais seulement au cas où l'ascendant n'avait laissé aucun héritier direct. Elles apparaissent alors, pour la première fois, comme l'introduction du droit public dans les affaires de succession. Ce serait cependant tomber dans une grave erreur que de voir ici, nous ne dirons pas une transformation du trône héréditaire en trône électif, mais même un commencement de pratique de l'élection au trône, dans la signification précise qu'a ce terme. Au temps dont nous parlons, l'élection n'est qu'un acte qui, en présence de l'irrégularité de l'ordre de succession parmi les collatéraux, comble une lacune du système d'hérédité primitif; ce n'est qu'une force agissant à la place d'une autre force juste et légale, mais accidentellement inactive: elle semble prendre des dispositions envers l'héritier au nom de l'ascendant. Cette élection en effet s'appuie sur les mêmes principes que la désignation des successeurs par l'ascendant, c'est-à-dire qu'elle s'exerce sur un membre de la maison souveraine, mais qu'elle peut choisir un parent quelconque, sans égard au degré de parenté de celui-ci avec son prédécesseur.

Dans le chapitre II, l'auteur s'occupe du droit d'hérédité des femmes et des descendants des femmes. En principe, d'après la coutume d'hérédité des Piast, la femme est inhabile à succéder ; les filles n'ont droit qu'à une dotation en argent, s'il y a des fils; et même, au cas où il n'y a que des filles, la succession est dévolue à un collatéral, tandis qu'elles ne reçoivent qu'un legs en espèces. Les exemples de ce mode de procéder abondent. Il va sans dire que les femmes des branches collatérales n'ont a fortiori aucun droit à prétendre à la succession.

Ce n'est que dans les dernières années du XIII[e] siècle que, sous l'influence de l'occident et surtout de la Bohême, commence à s'atténuer en Pologne la tradition de l'inaptitude des femmes à succéder. Dans le système d'hérédité des Piast, c'est une nouveauté qui peu à peu va le transformer. Ce sont les Piast des lignes soumises le plus directement aux influences occidentales, c'est-à-dire des branches de Silésie et de Grande-Pologne, qui accueillirent d'abord cette innovation. Chez ces princes en effet, il arriva que le trône héréditaire passa, soit au gendre du prince décédé sans héritier mâle, soit à des parents en descendance féminine, c'est-à-dire à des membres d'une autre dynastie, nés de femmes de la maison des Piast, mariées autrefois à des princes de cette dynastie étrangère. Une fois même une grande partie de la Pologne et la couronne royale échurent à un prince étranger, Venceslas II de Bohême, par son mariage avec la fille du dernier duc de Grande Pologne, Przemysł II, le premier qui après deux siècles d'interruption eût repris le titre de roi de Pologne.

Nous voyons le droit des femmes à la succession admis en Pologne, mais ce nouvel élément présente des différences essentielles avec le droit d'hériter en vigueur pour la descendance masculine. Dans ce nouveau groupe de successeurs qui vient de se former, aucun n'a d'autre droit réel que celui d'une succession hypothétique, c'est-à-dire que tel ou tel peut être appelé à succéder, mais n'y est pas nécessairement appelé, en sorte que non seulement les femmes et les héritiers mâles de descendance féminine, parents de l'ascendant, en ligne indirecte, mais encore les filles mêmes de cet ascendant n'ont que la possibilité d'entrer en possession de l'héritage, sans qu'il existe une disposition leur donnant vraiment droit à cet héritage. Aussi, fort souvent arriva-t-il que le prince n'ayant laissé que des filles, un collatéral en ligne masculine obtint la succession au détriment des filles de ce prince.

Dans le chapitre III l'auteur étudie en détail la question de la succession de Casimir-le-Grand. Parmi tous les héritiers de ce souverain, il n'y en avait aucun qui pût faire valoir des droits valables et inattaquables à lui succéder. Le roi n'avait en effet aucun fils légitime, et tous ses autres héritiers, à commencer par ses filles et les princes de Kujavie, ses parents en ligne masculine les plus proches, jusqu'aux prétendants plus éloignés n'avaient qu'un droit éventuel à la succession, droit égal pour eux tous. Ce monarque pouvait donc choisir qui bon lui semblerait, et personne ne pouvait, ni s'opposer à choix, ni faire valoir des droits supérieurs à ceux de cet héritier. Casimir désigna son neveu en ligne féminine, Louis d'Anjou. Cette décision de Casimir-le-Grand, faisant passer le trône à une dynastie étrangère, n'était pas le premier exemple d'un fait de ce genre dans l'histoire de Pologne, comme on le prétend communément: il y avait eu précédemment plusieurs cas identiques. Ce n'est donc pas la question de principe mais bien les conséquences de cet acte qui l'ont mis en vive lumière. L'appel au trône de princes non polonais ne leur avait jusqu'alors donné le pouvoir que sur certaines parties du pays, et la seule fois où un souverain étranger hérita de la majeure partie de la Pologne et de la couronne royale — le roi Venceslas II, de Bohême — l'événement n'eut que des suites éphémères. Mais, à la mort de Casimir, tout le royaume uni sous le sceptre de ce roi passait à une dynastie étrangère, perdu à jamais pour la famille des Piast. Cependant si la maison des Przemyslides ne s'était pas éteinte si inopinément, l'intronisation d'une dynastie étrangère en Pologne ne daterait pas de 1370, mais selon toute probabilité de 1300, car les descendants de Venceslas II et toutes leurs générations ultérieures, auraient eu exactement les mêmes droits héréditaires qu'avaient eus les Piast et qu'eurent plus tard la maison d'Anjou et celle de Jagellon; nous ne citerons pour preuve de cette assertion que l'accession au trône de Venceslas III qui succéda à son père d'après le droit d'hérédité en vigueur, et qui certainement eût pu transmettre ce droit à ses descendants.

L'auteur s'arrête particulièrement sur le legs des terres de Sieradz, Łęczyca et Dobrzyń, de quelques forteresses de Kujavie et de Grande Pologne, stipulé dans le testament du roi en faveur de Casimir de Stettin, fils de sa fille Elisabeth, mariée à Bogusław V de Poméranie. Ce legs était le résultat d'une entente du roi avec Casimir de Stettin; il ne fut pas une surprise pour Louis d'Anjou. Du vivant même de Casimir-le-Grand, ainsi qu'il serait facile de le prouver, Louis connut cette disposition testamentaire et y consentit; elle ne portait d'ailleurs aucune atteinte aux conventions arrêtées précédemment en faveur de la maison d'Anjou. Si, immédiatement après la mort de Casimir-le-Grand, Louis prêta les mains à l'annulation du legs fait à Casimir, il ne le fit qu'au mépris des obligations qu'il avait contractées envers le roi et peut-être envers Casimir de Stettin lui-même. Il faut cependant reconnaître que ce n'est pas lui qui le premier souleva la question de l'annulation du legs, ni qui y poussa activement.

Les grands seigneurs polonais prirent l'initiative de cette mesure. La dotation de Casimir de Stettin comprenait la huitième partie du territoire soumis au roi Casimir et plus d'un septième de celui qui passait à Louis. Ajoutons encore qu'à la mort de Casimir-le-Grand le lien de vassalité qui unissait la Mazovie à la Pologne avait été rompu: cette vassalité en effet n'avait été reconnue, en 1355, qu'envers le roi et ses descendants mâles en ligne directe; or on sait qu'il n'en avait pas. Cette province polonaise de Mazovie qui, il est vrai, avait ses propres princes, devint alors un état distinct, complètement indépendant de la Couronne; en sorte que, par suite du legs à Casimir de Stettin et de la scission avec la Mazovie, la Pologne perdait plus du tiers des possessions échues à Louis. La mort de Casimir-le-Grand semblait opérer un partage du royaume en trois provinces, sous la domination de trois dynasties, celles d'Anjou, de Poméranie et des Piast. Les magnats de Pologne virent aussitôt le danger, et, ainsi que le raconte sans hésitation Jean de Czarnków, se décidèrent à poursuivre l'annulation du legs.

Enfin l'auteur se demande pourquoi Casimir désigna pour son successeur les princes d'Anjou, au détriment de ses autres parents et surtout des Piast. Sans parler des raisons politiques qui auraient pu l'incliner à ce choix, il y avait encore d'autres motifs d'un caractère plus général. La fin du moyen-âge est l'époque du plein développement de ce qu'on a appelé „la politique royale“, c'est à dire de la tendance a réunir sous un même sceptre la plus grande étendue de territoire possible. Rien ne contribua plus au succès de cette politique que les conventions successoriales entre les maisons souveraines, conventions qui amenèrent rapidement d'importantes acquisitions territoriales. Les mariages entre princes de ces maisons et la parenté en descendance féminine qui en résulta facilitèrent la conclusion de ces arrangements.

Casimir agit donc dans l'esprit de son temps lorsqu'en appelant à lui succéder un prince parent par les femmes, il plaça la Pologne et la Hongrie sous la domination de la même maison. Cette jonction, il est vrai, ne devait jamais se transformer de fédération illusoire en organisme politique uni; les éléments ethniques de ces états étaient trop différents, et, même après des siècles, n'eussent pu se mêler jusqu'à se confondre. Mais peu de temps après, comme conséquence du nouveau point de vue ouvert par Casimir-le-Grand, et sans même que ce prince pût le prévoir, s'effectua une nouvelle union: celle de la Pologne avec la Lithuanie. Cette alliance contractée dans des conditions beaucoup plus favorables, put devenir une union organique, atteignant jusqu'aux assises les plus profondes de la vie sociale des deux pays; et c'est la reconnaissance du principe d'hérédité des femmes et des descendants des femmes qui devait être la cause de ce grand évènement historique.

---

51. — L. Birkenmajer. **Wyniki pomiarów natężenia siły ciężkości w kilku miejscowościach Galicyi zachodniej.** (*Experimentelle Bestimmung der Intensität der Schwerkraft an einigen Punkten in Westgalizien*).

Die im J. 1895 in Krakau und zwei anderen Punkten Westgaliziens begonnenen, mit dem Sterneck'schen Pendelapparate Nr. 20 (Eigenthum der k. k. Sternwarte in Krakau) ausgeführten, Messungen der Intensität der Schwerkraft [1]), wurden vom Verfasser im J. 1896 auf fünf weitere Pendelstationen Westgaliziens ausgedehnt. Ausserdem wurden in Krakau (geodät. Hauptpunkt I^er Ordnung in der internation. Erdmessung) die Sterneck'schen Pendel, bezüglich ihrer Invariabilität durch wiederholte (12) Experimente einer sorgfältigen Prüfung unterzogen. Die Methode und die Anzahl der Experimente, sowie die Art der Reduction des Beobachtungsmaterials sind sämmtlich unverändert geblieben; die Gänge der leitenden Uhr (Hawelk Nr. 18) wurden — mit Ausnahme von Krakau — vermittelst telegraphischer, von jeder Station zweimal täglich nach Krakau übersandten, Zeitsignale mittelbar bestimmt. In Folge der gründsätzlichen Aufstellung des Pendelapparates nur in tieferen, meist trockenen Kellern, gelang es jede grössere Variation der Temperatur auszuschliessen; die Amplitude ihrer Schwankung während eines Satzes der Beobachtungen ist nie über 1^0 C. gestiegen.

Die heuer in Krakau ermittelten Schwingungszeiten s der drei benutzten Pendel (Nr. 80, 81, 82) stimmen bis auf wenige Einheiten der 7. Decimalstelle einer Sekunde, mit jenen

[1]) Rozprawy Wydziału matem.-przyrodn. Akad. Umiej. T. XXXIII. Kraków 1896, pag. 322.

im J. 1895 gefundenen, überein. Die Pendel sind also während der 7 monatlichen Zwischenzeit der I. und II. krakauer Beobachtungsreihe (October 1895 — Juli 1896) thatsächlich invariabel geblieben, da der zwischen beiden Werthen von *s* im Mittel sich ergebende winzige Unterschied (2.10^{-7} sec.) kaum den vierten Theil der zufälligen, der Sterneck'schen Methode noch anhaftenden, Beobachtungsfehler, ausmacht.

Für die, auf das Meeresniveau bereits reducierten, Intensitäten sind an den übrigen 5 Pendelstationen folgende Werthe gefunden worden.

	φ	λ (v. Greenw.)	h	ω	g (beob.)	Δg (Beob.-Rechn.)
Żywiec (Saybusch)	49° 41′ 15″	14° 31′·6	m 331′9	91°	m 9·81045$_2$	+256μ
Sucha	44 51	14 56·0	314·2	29	74$_8$	+499
Jordanów	38 55	15 9·6	486·6	97	56$_7$	+406
Limanowa	42 25	15 45·4	401·4	17·5	37$_0$	+157
Nowy Sącz	37 43	16 1·4	283·8	170	12$_5$	— 18

In der Tabelle sind — ausser den geographischen Coordinaten φ, λ, den Höhen h über dem Meeresniveau und den Azimuthen ω der Schwingungsebene (von S über W) — in der letzten verticalen Colonne noch die gefundenen Unterschiede Δg der beobachteten und der nach der Helmert'schen Formel berechneten Werthe von g ersichtlich. Sie führen zu dem augenscheinlichen Schlusse, dass sowohl West- als Südwestgalizien einen Theil eines voraussichtlich grösseren Landcomplexes bildet, wo die wirkliche Intensität der Schwere ihren berechneten, d. h. sogenannten normalen, Werth übersteigt.

52. — K. Żorawski **O całkowaniu pewnej kategoryi równań różniczkowych zwyczajnych rzędu trzeciego.** (***Über die Integration einer Kathegorie von gewöhnlichen Differentialgleichungen dritter Ordnung***).

In dieser Abhandlung werden diejenigen gewöhnlichen Differentialgleichungen dritter Ordnung betrachtet, welche durch eine Transformation von der Form:

$$u = u\,(x,\ y)\,,\quad v = v\,(x,\ y) \tag{1}$$

in die Differentialgleichung:

(2)

übergehen. Erstens wird diese Kathegorie von Differentialgleichungen genau bestimmt, zweitens wird eine Methode angegeben, vermöge welcher man für jede solcher Differentialgleichungen die Transformation (1) in der That ausfindig machen kann. Diese Betrachtungen bilden eine Anwendung der Lie'schen Theorien, aus welchen unmittelbar folgt, dass die Bestimmung solcher Transformationen (1) im vorliegenden Falle von der Integration einer Riccati'schen Differentialgleichung und einiger Quadraturen abhängig ist. [1]) Der Verfasser bemüht sich dieses Problem weiter algo[illegible]ch auszubilden, als dies für das analoge Problem in Falle $\frac{d^2v}{du^2} = 0$ Herr Sophus Lie gethan hat [2]). Die betreffenden Formeln werden hier mit und ohne Anwendung der A. Mayer'schen Transformation aufgestellt. Dies geschieht deshalb, weil, obwohl die A. Mayer'sche Transformation theoretisch das Integrationsgeschäft vor-

[1]) Sophus Lie. Archiv for Math. og Naturv. Kristiania 1883 p. 371 bis 458, insbesondere p. 434 u. 435.

[2]) Ebenda p. 372—382.

trefflich vereinfacht [1]), so ist doch in vielen Fällen die Anwendung derselben bei der practischen Ausführung der Integration nicht zu empfehlen.

1. Wir wollen nun in die Differentialgleichung (2) die Veränderlichen x, y vermöge der allgemeinen Transformation (1) einführen. Setzt man zuerst voraus, dass u_{10} [2]) von Null verschieden ist, so bekommt man eine Differentialgleichung von der Form:

$$
\begin{aligned}
(3)\qquad & \frac{d^3y}{dx^3} + A\left[\frac{dy}{dx}\frac{d^3y}{dx^3} - 3\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2\right] + 3\,B'\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\frac{d^2y}{dx^2} + \\
& + 3\,C\,\frac{dy}{dx}\frac{d^2y}{dx^2} + 3\,B\,\frac{d^2y}{dx^2} + D'\left(\frac{dy}{dx}\right)^5 + E'\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + \\
& + F'\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + F\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + E\,\frac{dy}{dx} + D = 0
\end{aligned}
$$

und führt man die Bezeichnungen ein:

$$
(4)\quad \left\{
\begin{array}{l}
\qquad\qquad u_{10}\,v_{01} - v_{10}\,u_{01} = \alpha, \\
v_{20}\,u_{10} - u_{20}\,v_{10} = a,\; v_{11}\,u_{10} - u_{11}v_{10} = b,\; v_{02}u_{10} - u_{02}\,v_{10} = c, \\
v_{02}\,u_{01} - u_{02}\,v_{01} = a',\; v_{11}\,u_{01} - u_{11}v_{01} = b',\; v_{20}u_{01} - u_{20}v_{01} = c', \\
\qquad\qquad v_{02}\,u_{20} - u_{02}\,v_{20} = l, \\
v_{11}\,u_{20} - u_{11}\,v_{20} = m,\; v_{11}u_{02} - u_{11}v_{02} = m', \\
v_{30}\,u_{10} - u_{30}\,v_{10} = p,\; v_{03}u_{01} - u_{03}v_{01} = p', \\
v_{21}\,u_{10} - u_{21}\,v_{10} = r,\; v_{12}u_{01} - u_{12}v_{01} = r', \\
v_{12}\,u_{10} - u_{12}v_{10} = s,\; v_{21}u_{01} - u_{21}\,v_{01} = s', \\
v_{03}\,u_{10} - u_{03}\,v_{10} = t,\; v_{30}\,u_{01} - u_{30}v_{01} = t',
\end{array}
\right.
$$

so erhält man für die Coëfficienten dieser Differentialgleichung die Formeln:

[1]) In Bezug auf das hier behandelte Problem siehe: Sophus Lie, Math. Annal. Bd. XXV p. 115—120.

[2]) Wir wollen stets die Differentialquotienten mit Φ_{ik} bezeichnen.

$$\left.\begin{aligned}
A &= \frac{u_{01}}{u_{10}}, \\
B &= \frac{bu_{10} - au_{01} - \alpha u_{20}}{\alpha u_{20}}, \\
C &= \frac{(b' + c)u_{10} - (b+c')\,u_{01} - 2\alpha u_{11}}{\alpha u_{10}}, \\
B' &= \frac{a'u_{10} - b'u_{01} - \alpha u_{02}}{\alpha u_{10}} \\
D &= \frac{1}{\alpha u_{10}}\,(pu_{10} - 3au_{20}), \\
E &= \frac{1}{\alpha u_{10}}\,[(3r+t')\;u_{10} + pu_{01} - 3\,(2b+c')\,u_{20} - 6au_{11}], \\
F &= \frac{1}{\alpha u_{10}}\,[3\,(s+s')u_{10} + (3r+t')u_{01} - 3\,(2b'+c)u_{20} - \\
&\qquad\qquad - 6\,(2b+c')u_{11} - 3au_{02}], \\
F' &= \frac{1}{\alpha u_{10}}\,[\,(3r'+t)u_{10} + 3(s+s')u_{01} - 3a'u_{20} - 6(2b'+c)u_{11} - \\
&\qquad\qquad - 3\,(2b+c')\,u_{02}], \\
E' &= \frac{1}{\alpha u_{10}}\,[p'u_{10} + (3r'+t)u_{01} - 6a'u_{11} - 3(2b'+c)u_{02}\,], \\
D' &\quad \frac{1}{\alpha u_{01}}\,(p'u_{01} - 3a'u_{02}).
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

2. Die Differentialgleichung (2) bleibt invariant bei der siebengliedrigen Gruppe:

$$u' = \frac{C_0 + C_1 u}{C + C_5 u}, \quad v' = \frac{C_0' + C_2 u + C_3 v + C_4 u^2}{(C + C_5 u)^2}, \tag{6}$$

wo C willkürliche Parameter bezeichnen. Erweitert man diese Gruppe in Bezug auf die Differentialquotienten der u und v nach x und y, so bekommt man eine Reihe von Differentialinvarianten dieser Gruppe. Die einfachste derselben ist:

$$J = \frac{u_{01}}{u_{10}}. \tag{7}$$

Bezeichnet man ferner:

$$K = lg\alpha - 2lgu_{10} \tag{8}$$

so hat man zwei weitere Invarianten:

$$(9)\qquad K_{10}=\frac{b-c'}{\gamma}-2\frac{u_{20}}{u_{10}},\quad K_{01}=\frac{c-b'}{\alpha}-2\frac{u_{11}}{u_{10}}.$$

Ausserdem hat man die Differentialinvarianten:

$$(10)\qquad G=\frac{u_{30}}{u_{10}}-\frac{3}{2}\left(\frac{u_{20}}{u_{10}}\right)^2,\quad H=\frac{p}{\alpha}-3\frac{a}{\alpha}\frac{u_{20}}{u_{10}}.$$

Man sieht ohne Schwierigkeit, dass alle Differentialquotienten dieser fünf Differentialinvarianten ebenfals Differentialinvarianten der Gruppe (6) sind.

3. Um die Eliminationen, welche folgen sollen, zu erleichtern, empfiehlt sich ausser dieser Differentialinvarianten noch die Differentialinvarianten der Untergruppe:

$$(11)\qquad u'=C_0+C_1u,\quad v'=C_0'+C_2u+C_3v$$

in Betracht zu ziehen. Man bekommt hier die Differentialinvarianten:

$$(12)\quad J=\frac{u_{01}}{u_{10}},\quad k=\frac{u_{20}}{u_{10}},\quad \lambda=\frac{a}{\alpha},\quad \mu=\frac{b}{\alpha},\quad \nu=\frac{c}{\alpha},$$

und man beweist ohne Schwierigkeit, dass diese Differentialinvarianten zwei folgenden Differentialrelationen genüge leisten:

$$(13)\quad \begin{cases}\lambda_{01}=\mu_{10}-\mu^2-\lambda\nu+(J_{10}+Jk)\,\lambda-k\mu,\\ \mu_{01}=\nu_{10}+J(\mu^2-\lambda\nu)+(J_{01}+JJ_{10}+J^2k)\lambda-(J_{10}+Jk)\,\mu.\end{cases}$$

Alle Differentialinvarianten bis zur dritten Ordnung inclusive bekommt man durch Differentiation der Differentialinvarianten (12), und sie genügen keinen weiteren Relationen, als den Relationen (13).

4. Die Differentialinvarianten der Grupe können durch die Differentialinvarianten der Untergruppe ausgedrückt werden. Man hat nämlich die Formeln:

$$(14)\quad \begin{cases}K_{10}=\mu-J\lambda-k,\quad K_{01}=\nu-J\mu-(J_{10}+Jk),\\ G=k_{10}-\dfrac{1}{2}k^2,\quad H=\lambda_{10}+\lambda\,(\mu-J\lambda-2k),\end{cases}$$

und umgekehrt bekommt man auch die, für das Folgende wichtige, Formeln:

$$\left.\begin{aligned}
&\mu = K_{10} + J\lambda + k\,,\quad \nu = K_{01} + J_{10} + JK_{10} + J^2\lambda + 2Jk\,,\\
&k_{10} = G + \frac{1}{2}k^2,\ k_{01} = J_{20} + JG + J_{10}k + \frac{1}{2}Jk^2,\\
&\lambda_{10} = H - K_{10}\lambda + \lambda k\,,\\
&\mu_{10} = K_{20} + G + JH + (J_{10} - JK_{10})\lambda + J\lambda k + \frac{1}{2}k^2,\\
&\nu_{10} = K_{11} + J_{20} + J_{10}K_{10} + J(K_{20} + 2G) + J^2H + J(2J_{10} -\\
&\qquad - JK_{10})\lambda + 2J_{10}k + J^2\lambda k + Jk^2,\\
&\nu_{01} = K_{02} + J_{11} + J_{01}K_{10} + J(K_{11} + 2J_{20}) + J^2(K_{20} + 3G +\\
&+ K_{10}^2) + J^3H + J(2J_{01} + JJ_{10} - JK_{01})\lambda + (2J_{01} + 2JJ_{10} +\\
&+ J^2K_{10})k + J^3\lambda k + \frac{3}{2}J^2k^2.
\end{aligned}\right| \tag{15}$$

5. Wenn man k_{10} nach y, und k_{01} nach x differenziert, so muss man gleiche Resultate bekommen. Dadurch ergiebt sich die Identität:

$$J_{30} + JG_{10} - G_{01} + 2GJ_{10} = 0. \tag{16}$$

In derselben Weise, durch Vergleichung der Differentialquotienten entweder von λ, oder von μ, oder auch von ν, kommt man zur Identität:

$$\begin{aligned} K_{30} + JH_{10} - H_{01} + G_{10} + K_{10}(3K_{20} + 2G) +\\ + (2J_{10} + JK_{10} - K_{01})H + K_{10}^3 = 0. \end{aligned} \tag{17}$$

Durch Differentiation der Differentialinvarianten (7), (9) und (10) bekommt man alle Differentialinvarianten der Gruppe (6). Zwischen diesen Differentialinvarianten existieren nur die Relationen (16) und (17) und diejenigen, welche aus denselben durch Differentiation hervorkommen.

6. Es ist nicht schwer, nach den Formeln (5), die Coëfficienten der Differentialgleichung (3) durch die Differentialinvarianten der Untergruppe auszudrücken. Hat man diese Rechnung ausgeführt, und setzt man statt dieser Differential-

invarianten die Ausdrücke (15), so kommt man zu den folgenden Formeln, in welchen diese Coëfficienten durch die Differentialinvarianten der Gruppe ausgedrückt sind:

$$
(18) \quad \left\{
\begin{aligned}
& A = J, \\
& B = K_{10}, \\
& C = JK_{10} + K_{01} - 2J_{10}, \\
& B' = JK_{01} - 2J_{01}, \\
& D = H, \\
& E = 5JH + 2G + 3K_{20} + 3K_{10}^2, \\
& F = 10J^2H + J(8G + 9K_{20} + 9K_{10}^2) + 3K_{11} + 3K_{10}K_{01} - \\
& \qquad - 6J_{10}K_{10}. \\
& F' = 10J^3H + 2J^2(6G + 5K_{20} + 5K_{10}^2) + J(7K_{11} + 2J_{20} + \\
& + 7K_{10}K_{01} - 10J_{10}K_{10}) + K_{20} - 2J_{11} + K_{01}^2 - 4J_{01}K_{10} - \\
& - 4J_{10}K_{01} + 4J_{10}^2, \\
& E' = 5J^4H + J^3(8G + 5K_{20} + 5K_{10}^2) + J^2(5K_{11} + 3J_{20} + \\
& \quad + 5K_{10}K_{01} - 5J_{10}K_{10}) + J(2K_{02} - 2J_{11} + 2K_{01}^2 - \\
& \quad - 5J_{01}K_{10} - 5J_{10}K_{01} + J_{10}^2) - J_{02} - 3J_{01}K_{01} + 7J_{01}J_{10}, \\
& D' = J^5H + J^4(2G + K_{20} + K_{10}^2) + J^3(K_{11} + J_{20} + \\
& \quad + K_{10}K_{01} - J_{10}K_{10}) + J^2(K_{02} + K_{01}^2 - J_{01}K_{10} - J_{10}K_{01}) - \\
& \quad - J(J_{02} + 3J_{01}K_{11} - J_{10}J_{01}) + 3J_{01}^2.
\end{aligned}
\right.
$$

7. Aus diesen Formeln folgt zuerst:

$$
(19) \quad \begin{aligned}
& J = A, \; K_{10} = B, \; K_{01} = C + 2A_{10} - AB, \\
& H = D, \; G = \frac{1}{2}(E - 3B_{10} - 3B^2 - 5AD).
\end{aligned}
$$

Vergleicht man mit einander K_{11} welche man aus der zweiten und der dritten dieser Formeln bekommt, so ergiebt sich die Identität:

$$
(20) \qquad B_{01} = C_{10} + 2A_{20} - A_{10}B - AB_{10}
$$

und setzt man die Werthe (19) in die Relationen (16) und (17), und auch in die übrig gebliebenen Relationen (18), so bekommt man ausser (20) noch folgende Bedingungsgleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
&2A_{30}-E_{01}+3B_{11}+6BB_{01}+5DA_{01}+2A_{10}(E-3B_{10}-\\
&\quad-3B^2)+A(E_{10}-3B_{20}-6BB_{10}-15DA_{10}+5D_{01})-\\
&\quad-5A^2D_{10}=0,\\
&B_{20}+2D_{01}-E_{10}+6BB_{10}+5DA_{10}-2BE+4B^3+\\
&\quad+2CD+3A(D_{10}+2BD)=0,\\
&B'=-A^2B+A(C+2A_{10})-2A_{01},\\
&F=-10A^2D+A(4E-3B_{10}-6B^2)+3B_{01}+3BC,\\
&F'=-20A^3D+2A^2(3E-4B_{10}-7B^2)+A(6B_{01}+\\
&\quad+2A_{20}+5BC+4BA_{10})+C_{01}-5BA_{01}+C^2,\\
&E'=-15A^4D+A^3(4E-7B_{10}-10B^2)+A^2(3B_{01}+\\
&\quad+3A_{20}+BC+2BA_{10})+A(2C_{01}-4BA_{01}+2A_{11}+\\
&\quad+2C^2-A_{10}^2+3CA_{10})-A_{02}-3CA_{01}+A_{10}A_{01},\\
&D'=-4A^5D+A^4(E-2B_{10}-2B^2)+A^3(A_{20}-2BA_{10}-\\
&\quad-BC)+A^2(C_{01}+BA_{01}+2A_{11}+C^2+2A_{10}^2+3CA_{10})-\\
&\quad-A(A_{02}+3CA_{01}+5A_{10}A_{01})+3A_{01}^2.
\end{aligned}\right\}\quad(21)$$

Das Bestehen der Relationen (20) und (21) ist nothwendig und hinreichend, damit man die Gleichung (3) vermöge einer Transformation (1) auf die Form (2) bringen könne. Wir haben somit die Kathegorie der hierher gehörigen Differentialgleichungen genau bestimmt.

8. Die Bestimmung der Functionen u und v verlangt die Integration des folgenden Systems von partiellen Differentialgleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{u_{01}}{u_{10}}=J,\quad \frac{u_{30}}{u_{10}}-\frac{3}{2}\left(\frac{u_{20}}{u_{10}}\right)^2=G,\\
&\frac{v_{11}u_{10}-u_{11}v_{10}-v_{20}u_{01}+u_{20}v_{01}}{u_{10}v_{01}-v_{10}u_{01}}-2\frac{u_{20}}{u_{10}}=K_{10},\\
&\frac{v_{02}u_{10}-u_{02}v_{10}-v_{11}u_{01}+u_{11}v_{01}}{u_{10}v_{01}-v_{10}u_{01}}-2\frac{u_{11}}{u_{10}}=K_{01},\\
&\frac{v_{30}u_{10}-u_{30}v_{10}}{u_{10}v_{01}-v_{10}u_{01}}-3\frac{v_{20}u_{10}-u_{20}v_{10}}{u_{10}v_{01}-v_{10}u_{01}}\cdot\frac{u_{20}}{u_{10}}=H,
\end{aligned}\right\}\quad(22)$$

wo die rechten Seiten diejenigen Functionen von x und y

bezeichnen, welche aus den Formeln (19) hervorkommen. Die Relationen (16) und (17) stellen nichts anderes, als die Integrabilitätsbedingungen des Systems (22) vor.

Um dieses System zu integrieren bemerke man, dass aus den zwei ersten Differentialgleichungen dieses Systems folgende Differentialgleichungen für

$$k = \frac{u_{20}}{u_{10}} \tag{23}$$

hervorkommen:

$$\frac{\partial k}{\partial x} = G + \frac{1}{2} k^2, \quad \frac{\partial k}{\partial y} = J_{20} + JG + J_{10} k + \frac{1}{2} Jk^2. \tag{24}$$

Durch Integration der ersten dieser Differentialgleichungen bekommt man:

$$k = \frac{\varphi' \chi + \psi'}{\sigma' \chi + \tau'} \tag{25}$$

wo φ', ψ', σ', τ' bestimmte Functionen von x und y, und χ eine willkürliche Function von y bezeichnet. Diese letzte wird auf Grund der zweiten der Differentialgleichungen (24) aus der Gleichung:

$$\frac{d\chi}{dy} = P + Q\chi + R\chi^2, \tag{26}$$

bestimmt. In dieser Gleichung sind P, Q und R unabhängig von x und haben die Werthe:

$$\left\{\begin{aligned} P &= \frac{n-l}{(m-l)(n-m)} U(m), \\ Q &= \frac{l-m}{(n-m)(l-n)} U(n) - \frac{m-n}{(l-n)(m-l)} U(l) - \\ &\quad - \frac{n-l}{(m-l)(n-m)} U(m), \\ R &= \frac{m-n}{(l-n)(m-l)} U(l) \end{aligned}\right. \tag{27}$$

wo:

$$l = \frac{\varphi'}{\sigma'}, \; m = \frac{\psi'}{\tau'}, \; n = \frac{\varphi'+\psi'}{\sigma'+\tau'}, \tag{28}$$

und das Symbol $U(\rho)$ die folgende Summe bezeichnet:

$$U(\rho) = J_{20} + JG + J_{10}\rho + \frac{1}{2} J\rho^2 - \rho_{01}. \tag{29}$$

In dieser Weise kommt man durch Integration zweier Riccatischen Differentialgleichungen zur Bestimmung von k in der Form:

$$k = \frac{\varphi \overline{C} + \psi}{\sigma \overline{C} + \tau}. \tag{30}$$

Durch dieselben Differentialgleichungen werden auch die Grössen:

$$k' = k - 2\frac{u_{10}}{u}, \; k'' = k - 2\frac{u_{10}}{u+1} \tag{31}$$ [1)]

bestimmt, und daraus folgt dass man u aus der Formel:

$$u = \frac{k - k''}{k' - k''} \tag{32}$$

in der Form:

$$u = \frac{C_0 + C_1 \overline{u}}{C + C_5 \overline{u}} \tag{33}$$

berechnet; $\overline{u}$ ist hier eine particuläre Lösung des Systems (22) und C bezeichnen willkürliche Constanten.

Um jetzt v zu bestimmen, machen wir zuerst die Quadratur:

$$K = \int (K_{10}\,dx + K_{01}\,dy) + lg\, C' \tag{34}$$

und wenn wir die Bedeutung von K uns in Erinnerug bringen (Formel (8)), so kommen wir zu der Gleichung:

$$v_{01} - Jv_{10} = C' u_{10} w, \tag{35}$$

[1)] Diese Formeln befinden sich bei Hrn Lie. Siehe loco cit. p. 425.

wo:

$$w = e^{\int (K_{10}dx + K_{01}dy)} \tag{36}$$

bezeichnet. Auf Grund dieser Gleichung (35) kann nun die letzte der Differentialgleichungen (22) in der Form:

$$v_{30} - 3k\, v_{20} - (G - \frac{3}{2} k^2)\, v_{10} = C' u_{10} H w. \tag{37}$$

dargestellt werden. Diese lineare Differentialgleichung lässt sich aber unmittelbar integrieren, weil die entsprechende homogene Differentialgleichung die Particularlösungen 1, u und u^2 besitzt. Es ergiebt sich:

$$\begin{aligned} v &= \alpha + \beta u + \gamma u^2 + \\ &+ \frac{1}{2} C' \left(\int_\varepsilon^x \frac{u^2}{u_{10}} Hwdx - 2u \int_\varepsilon^x \frac{u}{u_{10}} Hwdx + \right. \\ &\left. + u^2 \int_\varepsilon^x \frac{1}{u_{10}} Hwdx \right), \end{aligned} \tag{38}$$

wo α, β, γ die noch zu bestimmende Functionen von y bezeichnen. Dieselben werden vermöge der Gleichung (35) berechnet und man kommt zu den Formeln:

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha &= C' \int \left\{ \left[u_{10} - u\,(K_{10} + k) + \frac{u^2}{2u_{10}} (\Omega + K_{10} k + \right.\right. \\ &\left.\left. + \frac{1}{2} k^2) \right] w \right\}_{x=\varepsilon} dy + \mathfrak{a}, \\ \beta &= C' \int \left\{ \left[K_{10} + k - \frac{u}{u_{10}} (\Omega + K_{10} k + \right.\right. \\ &\left.\left. + \frac{1}{2} k^2) \right] w \right\}_{x=\varepsilon} dy + \mathfrak{b}, \\ \gamma &= \frac{C'}{2} \int \left\{ \frac{1}{u_{10}} (\Omega + K_{10} k + \frac{1}{2} k^2) w \right\}_{x=\varepsilon} dy + \mathfrak{c}, \end{aligned} \right. \tag{39}$$

wo

$$\Omega = G + K_{20} + JH + K_{10}^2 \tag{40}$$

und $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$ willkürliche Constanten bezeichnen. Setzt man aber statt u seinen Werth (33), so bekommt man für v den Ausdruck:

$$(41)\qquad v = \frac{C'_o + C_2 \bar{u} + C_3 \bar{v} + C_4 \bar{u}^2}{(C + C_5 \bar{u})^2},$$

wo $\bar{v}$ eine paticuläre Lösung ist und die Form besitzt:

$$(42)\quad \left| \begin{aligned} \bar{v} = &\int_\varepsilon^x \frac{\bar{u}^2}{u_{10}} Hw\,dx + \int \Big\{ \Big[2\bar{u}_{10} - 2\bar{u}(K_{10} + \bar{k}) + \\ &+ \frac{\bar{u}^2}{u_{10}} (\Omega + K_{10}\bar{k} + \frac{1}{2}\bar{k}^2) \Big] w \Big\}_{x=\varepsilon} dy - \\ &-2\bar{u} \int_\varepsilon^x \frac{\bar{u}}{u_{10}} H\,w dx + 2\bar{u} \int \Big\{ \Big[K_{10} + \bar{k} - \\ &- \frac{\bar{u}}{u_{10}} (\Omega + K_{10}\,\bar{k} + \frac{1}{2}\bar{k}^2) \Big] w \Big\}_{x=\varepsilon} dy + \\ &+ \bar{u}^2 \int_\varepsilon^x \frac{1}{u_{10}} Hw dx + \bar{u}^2 \int \Big\{ \frac{1}{u_{10}} (\Omega + K_{10}\,\bar{k} + \\ &+ \frac{1}{2}\bar{k}^2)\, w \Big\}_{x=\varepsilon} dy\,. \end{aligned} \right.$$

Hier ist mit $\bar{k}$ der Quotient $\frac{\bar{u}_{20}}{u_{10}}$ bezeichnet. Auf diese Weise ist die Transformation (1) aufgestellt.

9. Die im vorigen Artikel angegebene Methode verlangt die Integration zweier Riccatischen Differentialgleichungen und acht Quadraturen [1]). Man kann durch Benützung der Mayer' sehen Transformation die Bestimmung von u und v auf die Integration einer einzigen Riccatischen Differentialgleichung und auf vier Quadraturen reducieren. Wir setzen nämlich statt y den Ausdruck:

$$(43)\qquad y = \eta + (x - \varepsilon) z$$

ein, und betrachten jetzt x und z als unabhängige Variable. Man hat also jetzt die zu integrierende Differentialgleichung:

$$(44)\qquad \frac{\partial k}{\partial x} = G + (J_{20} + JG) z + J_{10} zk + \frac{1}{2} (1 + Jz) k^2$$

[1]) Die Bestimmung von K nach der Formel (34) verlangt nähmlich zwei Quadraturen.

und aus der Theorie der Mayer'schen Transformation ist bekannt, dass man durch Integration dieser Differentialgleichung zum Ausdrucke kommt:

$$k = \frac{\varphi k_0 + \psi}{\sigma k_0 + \tau}, \tag{45}$$

wo k_0 wüllkirliche Constante bezeichnet und φ, ψ, σ, τ Functionen von x und z sind, von welchen man zu den früheren Veränderlichen x und y zurückkommen muss. Durch die Integration derselben Differentialgleichung findet man k' und k'' und in derselben Weise wie früher kommt man zur Formel:

$$u = \frac{C_0 + C_1 u}{C + C_5 u}. \tag{46}$$

Bei fernerer Benützung der Mayer'schen Transformation wird man die Quadratur:

$$\int_\varepsilon^x (K_{10} + K_{01} z)\, dx \tag{47}$$

auszuführen haben und man hat die Gleichung:

$$r_{01} - J v_{10} = C' u_{10}\, \tilde{\omega}, \tag{48}$$

wo

$$\tilde{\omega} = e^{\int_\varepsilon^x (K_{10} + K_{01} z)\, dx} \tag{49}$$

Durch Differentiation und mit Hilfe der Beziehung (48) lassen sich nun die Differentialquotienten von v nach x in der Form:

$$\left| \begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial x} &= A_1 v_{10} + B_1 v_{20} + C_1, \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} &= A_2 v_{10} + B_2 v_{20} + C_2, \\ \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} &= A_3 v_{10} + B_3 v_{20} + C_3, \end{aligned} \right. \tag{50}$$

darstellen, wo A, B, C Ausdrücke sind, welche nur die schon bekannten Grössen enthalten. Eliminiert man aus den Gleichungen (50) die Grössen v_{10} und v_{20}, so bekommt man die lineare Differentialgleichung:

$$\frac{\partial^3 v}{\partial^3 x} + P \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + Q = C' \overline{H} u_{10} \bar{\omega} \tag{51}$$

wo mit $\overline{H}$ der Ausdruck:

$$\begin{aligned}
\overline{H} = H + \frac{1}{(1+Jz)^2} \Big\{ & (3K_{10}^2 + 2G + 3K_{20} + 3JH)z + \\
& + [-6J_{10}K_{10} + 3K_{10}K_{01} + 3K_{11} + J(9K_{10}^2 + 8G + 9K_{20}) + \\
& + 9J^2H]z^2 + [4J_{10}^2 - 4J_{10}K_{01} - 4J_{01}K_{10} + K_{01}^2 - 2J_{11} + \\
& + K_{02} + J(-10J_{10}K_{10} + 7K_{10}K_{01} + 2J_{20} + 7K_{11}) + \\
& + J^2(10K_{10}^2 + 12G + 10K_{20}) + 10J^3H]z^3 + \\
& + [7J_{10}J_{01} - 3J_{01}K_{01} - J_{02} + J(J_{10}^2 - 5J_{10}K_{01} - 5J_{01}K_{10} + \\
& + 2K_{01}^2 - 2J_{11} + 2K_{02}) + J^2(-5J_{10}K_{10} + \\
& + 5K_{10}K_{01} + 3J_{20} + 5K_{11}) + J^3(5K_{10}^2 + 8G + 5K_{20}) + \\
& + 5J^4H]z^4 + [3J_{01}^2 + J(J_{10}J_{01} - 3J_{01}K_{01} - J_{02}) + \\
& + J^2(-J_{10}K_{01} - J_{01}K_{10} + K_{01}^2 + K_{02}) + J^3(-J_{10}K_{10} + \\
& + K_{10}K_{01} + J_{20} + K_{11}) + J^4(K_{10}^2 + 2G + K_{20}) + J^5H]z^5 \Big\}
\end{aligned} \tag{52}$$

bezeichnet ist. Die entsprechende homogene Differentialgleichung wird durch die Particularlösungen 1, u, u^2 befriedigt, und ebenso wie früher kommt man zur Formel:

$$\begin{aligned}
v = \alpha + \beta u + \gamma u^2 + & \\
+ \frac{1}{2} \Big\{ & \int_\varepsilon^x \frac{u^2 \overline{H} \bar{\omega} dx}{u_{10}(1+Jz)^2} - 2 \int_\varepsilon^x \frac{u \overline{H} \bar{\omega} dx}{u_{10}(1+Jz)^2} + \\
& + u^2 \int_\varepsilon^x \frac{u \overline{H} \bar{\omega} dx}{u_{10}(1+Jz)^2} \Big\},
\end{aligned} \tag{53}$$

wo α, β, γ die, noch zu bestimmende Functionen von z sind. Diese Functionen werden nun vermöge der Differentialgleichung (48) bestimmt und in derselben Weise wie im vorigen Artikel kommt man zur Formel:

$$v = \frac{C_0' + C_2 \bar{u} + C_3 \bar{v} + C_4 \bar{u}^2}{(C + C_5 \bar{u})^2} \tag{54}$$

wo:

$$(55)\left\{\begin{aligned}
\bar v = &\int_\varepsilon^x \frac{\bar u^2 H\bar\omega\,dx}{\bar u_{10}(1+Jz)^2} + \frac{2[\bar u] - \left[\dfrac{\bar u^2}{\bar u_{10}}\right][\bar k]}{[J](1+[J]z)} - \\
&-\left[\frac{\bar u^2}{\bar u_{10}}\right]\frac{\lambda+[J]\mu z+[J^2]\nu z^2}{[J^3](1+[J]z)^3} - 2\bar u\left\{\int_\varepsilon^x \frac{\bar u\, H\bar\omega dx}{\bar u_{10}(1+Jz)^2} + \right.\\
&+\frac{1-\left[\dfrac{\bar u}{\bar u_{10}}\right][\bar k]}{[J](1+[J]z)} - \left.\left[\frac{\bar u}{\bar u_{10}}\right]\frac{\lambda+[J]\mu z+[J^2]\nu z^2}{[J^3](1+[J]z)^3}\right\} + \\
&+\bar u^2\left\{\int_\varepsilon^x \frac{H\bar\omega dx}{\bar u_{10}(1+Jz)^2} - \frac{\left[\dfrac{1}{\bar u_{10}}\right][\bar k]}{[J](1+[J]z)} - \right.\\
&-\left.\left[\frac{1}{\bar u_{10}}\right]\frac{\lambda+[J]\mu z+[J^2]\nu z^2}{[J^3](1+[J]z)^3}\right\}.
\end{aligned}\right.$$

Hier bezeichnet $[\varphi]$ denjenigen Werth der Function φ, welchen diese Function annimmt, sobald man $x=\varepsilon$, $y=\eta$ setzt, und die Grössen λ, μ, ν sind hier gleich:

$$(56)\qquad \begin{aligned}
\lambda &= [J^3K_{10} + JK_{01} - J_{01}],\\
\mu &= [J^2K_{10}+3JK_{01}-3J_{01}],\\
\nu &= [JJ_{10}+2JK_{01}-3J_{01}].
\end{aligned}$$

In der Formel (55) muss man nach der Ausführung der angedeuteten Operationen, zu den früheren Veränderlichen x und y zurückkommen. In dieser Weise reduciert die A. Mayer'sche Transformation das in Sprache stehende Problem auf die Integration einer Riccatischen Gleichung und vier Quadraturen.

10. In dem besonderen Falle $A=J=0$ lassen sich diese Rechnungen vereinfachen. Man hat dann die Gleichung:

$$(57)\qquad \begin{aligned}
&\frac{d^3y}{dx^3}+3C\frac{dy}{dx}\frac{d^2y}{dx^2}+3B\frac{d^2y}{dx^2}+F'\left(\frac{dy}{dx}\right)^3+\\
&\qquad\qquad+F\left(\frac{dy}{dx}\right)^2+E\frac{dy}{dx}+D=0
\end{aligned}$$

mit den Bedingungsgleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} B_{01}=C_{10}\,, \quad E_{01}-3B_{11}-6BB_{01} = 0\,, \\ B_{20}+2D_{01}-E_{10}+6BB_{10}-2BE+4B^3+2CD = 0\,, \\ F=3B_{01}+3BC\,, \quad F'=C_{01}+C^2. \end{array}\right\} \qquad (58)$$

Bestimmt man nun die Grössen:

$$\left.\begin{array}{l} K_{10}=B\,, \quad K_{01}=C\,, \quad H=D, \\ G=\frac{1}{2}(E-3B_{10}-3B^2), \end{array}\right\} \qquad (59)$$

so lässt sich leicht auf Grund der Identitäten (58) beweisen dass G von y unabhängig ist. Es wird also u durch die Integration der Riccatischen Differentialgleichung:

$$\frac{dk}{dx}=G+\frac{1}{2}k^2 \qquad (60)$$

gefunden, die y gar nicht enthält. Diese Vereinfachung ist von Vorne herein klar, weil $u_{01}=0$ ist. Es wird nun weiter w nach der Formel (36) und v nach der Formel (41) gefunden, wo man statt $\overline{v}$ die Grösse:

$$\begin{aligned} \overline{v}=2\overline{u_{10}}\int_\eta^y wdy\,+ \\ +\int\frac{\overline{u^2}}{u_{10}}\Big[Hw\Big]_{y=\eta}dx-2\overline{u}\int\frac{\overline{u}}{u_{10}}\Big[Hw\Big]_{y=\eta}dx\,+ \\ +u^2\int\frac{1}{u_{10}}\Big[Hw\Big]_{y=\eta}dx \end{aligned} \qquad (61)$$

einsetzen soll. Somit sind im vorliegenden Falle, zur Bestimmung von v, nur sechs Quadraturen erforderlich.

Die Anwendung der Mayer'schen Transformation ist nach den Formeln des Artikels 9 unzulässig, weil diese Formeln für $J=0$ illusorisch sind. In derselben Weise aber kann man für $\overline{v}$ die folgende Formel ableiten:

$$
(62)\quad \left|\begin{array}{l}
\overline{v}=\int_{\varepsilon}^{x}\frac{\overline{u}^{2}}{u_{10}}\overline{H}\tilde{\omega}dx-2\left[\overline{u}\right]z+\left[\frac{\overline{u}^{2}}{u_{10}}\right]\left([2K_{10}+\overline{k}]z+[K_{01}]z^{2}\right)- \\
-2\overline{u}\left\{\int_{\varepsilon}^{x}\frac{\overline{u}}{u_{10}}\overline{H}\tilde{\omega}dx-z+\left[\frac{\overline{u}}{u_{10}}\right]\left([2K_{10}+\overline{k}]z+[K_{01}]z^{2}\right)\right\}+ \\
+\overline{u}^{2}\left\{\int_{\varepsilon}^{x}\frac{1}{u_{10}}\overline{H}\tilde{\omega}dx+\left[\frac{1}{u_{10}}\right]\left([2K_{10}+\overline{k}]z+[K_{01}]z^{2}\right)\right\}.
\end{array}\right.
$$

Weitere Vereinfachungen können erreicht werden, sobald man z. B. voraussetzt, dass die Gleichung (57) eine lineare Differentialgleichung ist.

11. Bis jetzt haben wir vorausgesetzt, dass u_{10} von Null verschieden ist. Der Fall $u_{10}=0$ muss besonders betrachtet werden. In diesem Falle haben wir mit der Differentialgleichung:

$$
(63)\quad \begin{array}{l}
\frac{dy}{dx}\frac{d^{3}y}{dx^{3}}-3\left(\frac{d^{2}y}{dx^{2}}\right)^{2}+3L'\left(\frac{dy}{dx}\right)^{2}\frac{d^{2}y}{dx^{2}}+3M\frac{dy}{dx}\frac{d^{2}y}{dx^{2}}+ \\
+Q'\left(\frac{dy}{dx}\right)^{5}+P'\left(\frac{dy}{dx}\right)^{4}+N'\left(\frac{dy}{dx}\right)^{3}+N\left(\frac{dx}{dx}\right)^{2}=0
\end{array}
$$

zu thun, in welcher die Coöfficienten den Bedingungsgleichungen:

$$
(64)\quad \left\{\begin{array}{l}
L'_{02}+P'_{01}-2Q'_{10}-2MQ'+2L'(2L'^{2}+3L'_{01}+P')=0, \\
M_{01}=L'_{10},\quad 6L'L'_{10}+3L'_{11}+P'_{10}=0, \\
N'=-3(ML'+L'_{10}),\ N=-(M^{2}+M_{10}).
\end{array}\right.
$$

genügen müssen. In diesem Falle bestimme man die Grössen:

$$
(65)\quad S_{10}=M,\ S_{01}=L',\ T=-\frac{1}{2}[3L'^{2}+3L'_{01}+P'],\ U=-Q'.
$$

und integriere zuerst die Differentialgleichung:

$$
(66)\quad \frac{di}{dy}=T+\frac{1}{2}i^{2}\qquad\left[i=\frac{u_{02}}{u_{01}}\right]
$$

welche x nicht enthält und für u einen von x unabhängigen Werth liefert, was eben sein soll. Die Bestimmung von v reduciert sich auf die Bestimmung der Grösse:

$$\overline{v} = 2\,\overline{u_{01}} \int_{\varepsilon}^{x} w\,dx + \int \frac{\overline{u^2}}{u_{01}} [U w]_{x=\varepsilon}\,dy - \\ - 2\,\overline{u} \int \frac{\overline{u}}{u_{01}} [Uw]_{x=\varepsilon}\,dy + u^2 \int \frac{1}{u_{01}} [Uw]_{x=\varepsilon}\,dy, \tag{67}$$

wo

$$w = e^{\int (S_{10}\,dx + S_{01}\,dy)} \tag{68}$$

ist. Will man aber die Mayer'sche Transformation in Anwendung bringen, so hat man v nach der Formel:

$$\overline{v} = \int_{\eta}^{y} \overline{U}\tilde{\omega} dy - 2\,[\overline{u}]\,z + \left[\frac{\overline{u^2}}{u_{01}}\right]([2S_{01} + \overline{i}]z + [S_{10}]z^2) - \tag{69}$$
$$- 2\,\overline{u} \left\{ \int_{\eta}^{y} \frac{\overline{u}}{u_{01}} \overline{U}\,\tilde{\omega} dy - z + \left[\frac{\overline{u}}{u_{01}}\right]([2S_{01} + \overline{i}]\,z + [S_{10}]z^2) \right\} +$$
$$+ u^2 \left\{ \int_{\eta}^{y} \frac{1}{u_{01}} \overline{U}\tilde{\omega}\,dy + \left[\frac{1}{u_{01}}\right]([2S_{01} + \overline{i}]z + [S_{10}]z^2) \right\},$$

wo

$$\tilde{\omega} = e^{\int_{\eta}^{\eta} (S_{01} + S_{10}\,z)\,dy} \tag{70}$$

und

$$\overline{U} = U + (3\,S^2_{01} + 3\,S_{02} + 2\,T)z + 3(S_{10}\,S_{01} + S_{11})\,z^2 + \\ + (S^2_{10} + S_{20})\,z^3. \tag{71}$$

Dieser letzte Fall ist analog dem Falle des Artikels 10.

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza generalnego Stanisława Smolki.

Kraków, 1897. — Drukarnia Uniw. Jagiellońskiego, pod zarządem A. M. Kosterkiewicza.

11. Listopada 1897.

PUBLICATIONS DE L'ACADÉMIE
1873—1896

Librairie de la Société anonyme polonaise
(Spółka wydawnicza polska)
à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *(Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires)*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 59 fl.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux)*, in 8-vo, volumes II—XXIV (7 planches. vol. I épuisé). — 74 fl.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux)*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XXXII (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 78 fl.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, 4 volumes (81 planches, 115 gravures dans le texte). — 20 fl.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *(Comptes rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 13·50 fl.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8-vo, 7 vol. — 23 fl.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 3 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 2 fl. — Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 3 fl. — Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 1 fl. 50 kr.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothèque des auteurs polonais du XVI siècle)*, in 8-vo, 30 livr. — 18 fl. 80 kr.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 14 volumes. — 76 fl.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 10 fl. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A Sokołowski et J. Szujski; A. Lewicki. 16 fl. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 15 fl. — Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 5 fl. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński 10 fl. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed Prochaska. 10 fl. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 5 fl. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski. 5 fl.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 10 (I—IV, VI—VIII, X, XI, XV.) volumes. — 34 fl.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 3 fl. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski. 3 fl — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński: 3 fl. — Vol VII, X, XIV Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 7 fl. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 2 fl. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 7 fl.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 7 vol.—21 fl.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 78 fl.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 5 fl. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674 ed. Kluczycki. 10 fl. — Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (ex archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 15 fl — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler 15 fl. — Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki 5 fl. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507—1795 ed. Piekosiński. 20 fl. — Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 5 fl. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 3 fl.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 51 fl.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. Tomi I. fasciculus I. II. III. in 8-vo. — 4 fl. 50 kr.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *(Anciens monuments du droit polonais)* in 4-to, vol. II—X. — 36 fl.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 6 fl. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed Bobrzyński. 3 fl. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 3 fl. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 3 fl. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed Bobrzyński. 3 fl. — Vol. VII, Acta expedition. bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 6 fl. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 8 fl. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 3 fl. — Vol. X, p. 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 1 fl.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 4 fl.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *(Mémoires)*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 85 fl.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *(Séances et travaux)*, in 8-vo, 29 volumes (203 planches). — 113 fl. 50 kr.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *(Comptes rendus de la Commission de physiographie)*, in 8-vo, 25 volumes (III. VI—XXX, 53 planches, vol. I. II. IV. V épuisés). — 108 fl.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *(Atlas géologique de la Galicie)*, in fol., 5 livraisons (23 planches) (à suivre). — 19 fl.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *(Comptes rendus de la Commission d'anthropologie)*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 62 fl. 50 kr.

Kowalczyk J., »O sposobach wyznaczania biegu ciał niebieskich.« *(Methodes pour déterminer le cours des corps célestes)*, in 8-vo, 1889. — 5 fl. **Mars A.**, »Przekrój zamrożonego ciała osoby zmarłej podczas porodu skutkiem pęknięcia macicy«. *(Coupe du cadavre gelé d'une personne morte pendant l'accouchement par suite de la rupture de la matrice)*, 4 planches in folio avec texte, 1890. — 6 fl. **Kotula B.**, »Rozmieszczenie roślin naczyniowych w Tatrach.« *(Distributio plantarum vasculosarum in montibus Tatricis)*, 8-vo, 1891. — 5 fl. **Morawski C.**, »Andrzej Patrycy Nidecki, jego życie i dzieła.« *(André Patricius Nidecki, humaniste polonais, sa vie et ses oeuvres)*, 8-vo, 1892. — 3 fl. **Finkel L.**, »Bibliografia historyi polskiej.« *(Bibliographie de l'histoire de Pologne)*, 8-vo, 1891. — 6 fl. **Matlakowski V.**, »Budownictwo ludowe na Podhalu.« *(Construction des maisons rurales dans la contrée de Podhale)*, 23 planches in 4-to, texte explicatif in 8-vo imp. 1892. 7 fl. 50 kr. **Teichmann L.**, »Naczynia limfatyczne w słoniowacinie.« *(Elephantiasis arabum)*, 5 planches in folio avec texte. 1892. — 3 fl. **Hryncewicz J.**, »Zarys lecznictwa ludowego na Rusi południowej.« *(La médecine populaire dans la Ruthénie méridionale)*, in 8-vo 1893. — 3 fl. **Piekosiński F.**, »Średniowieczne znaki wodne. Wiek XIV.« *(Les marques en filigrane des manuscrits conservés dans les Archives et bibliothèques polonaises, principalement celles de Cracovie, XIV^e siècle)*, in 4-to, 1893. — 4 fl. **Świętek J.**, »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« *(Les populations riveraines de la Raba en Galicie)*, in 8-vo, 1894. — 4 fl. **Górski K.**, »Historya piechoty polskiej« *(Histoire de l'infanterie polonaise)*, in 8-vo, 1893. — 2 fl. 60 ct. »Historya jazdy polskiej« *(Histoire de la cavallerie polonaise)*, in 8-vo, 1894. — 3 fl. 50 ct.

»Rocznik Akademii.« *(Annuaire de l'Académie)*, in 16-o, 1874—1893 20 vol. (1873 épuisé) — 12 fl.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« *(Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888)*, 8-vo, 1889. — 2 fl.