Et de fait, si cette proportion double estoit vraye, la proposition de M^r Roberval le seroit aussy. Car si toutes les lignes PF, EY, etc. estoient doubles des portions FA, GA, etc., puisque nous avons preuvé que les mesmes lignes PF, EY, etc. sont quadruples des lignes EG, DH, etc., il s'ensuivroit que lesdites lignes PF, EY, etc. seroient à la somme des portions AF, GA, et des lignes droites EG, DH, etc. comme 4 à 3. Or la somme des portions AF, GA, etc. et des droites EG, DH, etc. est égale aux droites PF, EO, DN, etc. Donc les lignes PF, EY, etc. seroient aux lignes PF, OE, etc. comme 4 à 3. Et partant, le rectangle AP seroit à la demi-figure PAF comme 4 à 3 et l'entier rectangle PS seroit à la figure PAR comme 4 à 3. Or le rectangle PS est quadruple du cercle qui roule, donc la figure PAR seroit triple du cercle en la première reuolution, et en la seconde quintuple, etc., comme il seroit aisé d'estendre la démonstration.

Mais ie croy que la proportion est fausse. Et peut-estre ay-ie fait et deviné le chemin que M. Roberval a teneu.

---

2. FERMAT A MERSENNE.

TOULOUSE 27 JUILLET 1638.

(Tome II, p. 135, 151.)

[Groningue, Bibl. de l'Université, Ms. 110 (collection van Schooten), f^os 16 verso-17 recto. — Florence, Bibl. Naz., Mss. Galileiani, *Discepoli*, vol. CIII, f^os 105 recto-106 verso. — Les deux copies portent en haut : *Suite du même sujet d'une lettre du 27 juillet* 1638 (ajouté en F : *R. P. M.*); d'ailleurs celle de Florence porte *Deleatur*. — L'extrait suivant a été publié dans les *Mémoires de l'Académie de Toulouse*, s. XI, t. V, 1917, p. 80-83. d'après la première seule des deux sources.]

La lettre suivante fait suite immédiate à la précédente. C'est probablement de cette lettre que Descartes écrivit à Mersenne le 23 août 1638 : « *I'ay considéré exactement la démonstration prétendue de la Roulette* *envoyée par M. Fermat, laquelle commence par ces mots :* Le centre du demi-cercle N, le diamètre, etc. *Mais c'est le galimathias le plus ridicule que i' aye encore jamais vû. En effect il monstre par la que, n'ayant rien sceu trouver de bon touchant cete Roulette, et ne voulant pas pour cela demeurer sans response, il a mis la un discours embarrassé qui ne conclud rien du tout, sur l'espérance qu'il a euë que autres croiroient cependant qu'il l'auroit trouvée. Si le sieur de Roberval s'est contenté de cela, on peut bien dire en bon latin que* mulus mulum fricat » (*Œuvres de Descartes,* éd. cit. t. II, 1898, p. 333, ou *Œuvres de Fermat,* t. IV, 1911, p. 106-107). *Voir* d'ailleurs aux lieux cités respectivement t. II, p. 395, ou t. IV, p. 108, et la lettre de Carcavi citée aux prolégomènes du document précédent.

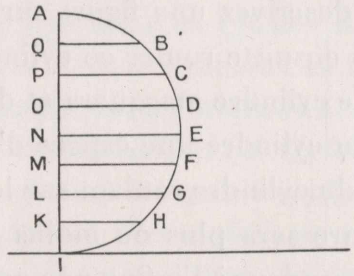
Ie prens la plume à ce coup pour iustifier Mr Roberval contre la censure trop précipitée que i' auois fait de sa proposition de la Roulette et me refute moymesme sans attendre que la chose vienne de luy. Vous luy tesmoignerés donc, s'il vous plaist, que ie me retraite avec plus de satisfaction que ie n'en receurois si mon sentiment, que i' escriuis trop à la haste contre sa proposition, estoit véritable.

Or, affin qu'il cognoisse que ie comprens exactement la vérité de sa proposition, voicy la fin de la démonstration, que vous adiousterés, s'il vous plaist, au commencement que ma lettre en contient, et j'estime qu'il approuuera, puisqu'elle est courte et généralle.

J'en demeuray donc là qu'il me falloit prouuer au demicercle, duquel le centre est N (*fig.* 23) et le diamètre diuisé en parties esgales IK, KL, LM, MN, NO, OP, PQ, QA que la somme des lignes AB, AC, AD, AE, AF, AG, AH, AI à l'infiny, fait la moitié de la demi-circonférence AI, prise autant de fois qu'il y a des lignes AB, AC, etc. à l'infiny.

Pour le prouver il faut que les portions AQ, PQ, etc. à l'infiny, soient mesurées par le binaire, afin que l'une des portions se rencontre au centre N. Cela fait, il est aysé de preuuer que AB est égale à IH, AC à IG, AD à IF, AE à IE, AF à ID, AG à IC, AH à IB. Doncques les dites lignes AB, AC, AD, AF,

Fig. 23.



AG, AH, ionctes aux dites lignes IB, IC, ID, IE, IF, IG, IH feront autant de fois la demi-circonférence qu'il y a des lignes AB, AC, etc. à l'infiny, car AB et IB font la demi-circonférence, et de mesme AC et IC, etc., en ioignant celles de dessus avec celles de dessoubs. Il s'ensuit donc que les lignes AB, AC, etc. à l'infiny, si vous y comprenés la demy-circonférence prise deux fois, seront plus grandes que la demi-circonférence prise autant de fois qu'il y aura des lignes; et au contraire, s'y vous n'y comprenés pas la demi-circonférence, elles seront moindres. D'où l'on peut conclurre, en raisonnant à la mode d'Archimède, que toutes les lignes AB, AC à l'infiny font la moitié de la circonférence, prise autant de fois à l'infiny qu'il y aura des lignes. D'où il suit enfin que l'espace de la Roulette est au cercle comme 3 à 1, lorsque la réuolution est égale à la circonférence; lorsqu'elle est double, comme 5 à 1, etc.

Ce qui m'obligea à mécroire cette proposition, fût que ie ne songeay d'abord qu'à la progression arithmétique, sur laquelle, comme sçait M^r Roberval, la pluspart des quadratures sont fondées.

Pour satisfaction de ma faute, i' envoye cette proposition suivante à M[r] Roberval :

Prenez un cylindre droit, sur lequel, en tel endroit qu'il vous plaira, plantez le pied d'un compas, duquel l'ouverture soit égal au costé du quarré inscrit du cercle qui sert de base au cylindre; descrivez une figure sur le cylindre par ce compas [1]. Faittes ensuitte rouler ce cylindre sur un plan, la figure descrite sur le cylindre marquera et descrira sur le plan par le roulement du cylindre une espèce d'ovale; et à mesure que le mouvement du cylindre roulant sur le plan sera plus ou moins viste, la figure sera plus ou moins grande. Et néantmoins de quelque grandeur à l'infiny que soit cett'ovale, voicy sa propriété :

Autour de celuy de ses axes qui a esté descrit par le roulement, et qui augmente ou diminue en longeur à mesure que le roulement est plus ou moins viste, descrivés une sphéroïde, par la circonvolution de l'ovale; le cylindre circonscrit à cette sphéroïde sera à sa sphéroïde comme la circonférence d'un cercle au double de son diamètre. Et quoyque la sphéroïde, par la diuersité des vistesses du roulement puisse augmenter ou diminuer en grandeur à l'infiny, cette proportion sera tousiours la mesme.

Dans sa lettre à Mersenne, du 22 octobre 1638, Fermat a construit au moyen de sa méthode des tangentes, la touchante à cette ovale

(1) On sait que les courbes, telles que la proposée et celles qu'on obtient en donnant d'autres valeurs à l'ouverture du compas, étaient étudiées déjà dans l'antiquité, où on les obtenait par l'intersection d'une sphère et d'un cylindre. Si le diamètre du cylindre n'est pas déterminé, on obtient les *hippopèdes* d'Eudoxe et probablement la courbe, appelée l'*admirable* (παράδοξος γραμμή) par Menelaos d'Alexandrie (*voir* ci-avant, p. 14), au cas où le rayon de la sphère est égal au diamètre du cercle directeur du cylindre (*l'entrave du cheval*). C'est cette dernière qui fut plus tard célèbre par la proposition de Viviani (1692), dont d'ailleurs l'analogue, relative à la spirale sphérique, qui a pour équation en coordonnées sphériques $\delta = \frac{1}{4}\lambda$, était établie par une démonstration de Pappus.

« *laquelle*, dit-il (t. II, p. 172), *j'envoyai dernièrement à M. de Roberval* ». Celui-ci ne manqua pas de résoudre bientôt les problèmes du géomètre de Toulouse, aussi pour d'autres valeurs de l'ouverture du compas. N'ayant pas écrit à Fermat depuis le 1er juin 1638, il lui apprit dans sa lettre du 4 août 1640 qu'il avait construit au moyen de sa méthode mécanique « *les tangentes des lignes courbes qui se décrivent avec un compas sur la superficie d'un cylindre et puis se réduisent en plan* » (t. II, p. 201), et il donna la solution du problème proposé ci-dessus par Fermat pour des valeurs diverses de l'ouverture du compas, aussi dans son *Traité des indivisibles*, qui ne fut publié qu'après sa mort (*Divers ouvrages de mathématiques et de physique par Messieurs de l'Académie royale des Sciences* (Paris, 1693, p. 213 et suiv.). Pour le cas où cette ouverture est égale au diamètre du cylindre, il prouve que la courbe, après sa réduction en plan, est une sinusoïde, et il se servit de sa quadrature pour l'évaluation du volume engendré par la révolution de la Roulette autour de sa base, qui lui était connue depuis l'été de 1638. *Voir* pour la description de la courbe une lettre de Mersenne à Huygens, du 3 janvier 1647 (*Œuvres de Chr. Huygens*, éd. cit, t. I, p. 52) et l'*Histoire de la Roulette*, de Pascal (*Œuvres de Bl. Pascal*, éd. cit., t. VIII, p. 203-204). D'ailleurs, les études de Fermat sur les courbes indiquées sont encore relevées en 1658 et 1660, par le P. Lalouvère qui leur donna le nom de *cyclo-cylindriques* (t. I, p. 209, la note 1).

---

3. FERMAT A MERSENNE.

TOULOUSE, 5 AOUT 1638.

(Tome II, p. 165, 171.)

[Groningue, Bibl. de l'Université, Ms. 110 (collection van Schooten) f° 17 recto. — Florence, Bibl. Naz., Mss. Galileiani, *Discepoli*, vol. CIII, f°s 106 verso-107 recto. — Les deux copies portent en haut : *Extrait d'une lettre du* 5 *aoust* 1638 *au R. P. M.*; celle de Florence aussi le mot : *Deleatur*. — L'extrait suivant a été publié dans les *Mémoires de l'Académie de Toulouse*, s. XI, t. V, 1917, p. 84-85, d'après la première seule des deux sources.]

Roberval, déjà sans doute en possession de sa célèbre méthode mécanique pour la construction des tangentes, qu'il appliqua le pre-