

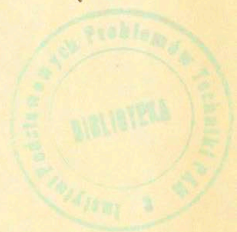
3.32 — plazma, magnetosfera

26 / 1982

B. Atamaniuk, K. Żuchowski

ANALIZA WPLYWU EFEKTÓW
NIELINIOWYCH I DYSYPATYWNYCH
W PLAZMIE MAGNETOSFERYCZNEJ

P.26



WARSZAWA 1982

ISSN 0208-5658

Prace Zakładu Teorii Fal Elektromagnetycznych

Praca nr 192

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 12 maja 1982 r.

Zarejestrowana pod nr26/1982



57048



N a p r a w a c h r ę k o p i s u

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład 170 egz. Ark.wyd. 1,25. Ark.druk.0,8

Oddano do drukarni w lipcu 1982 r.

Nr zamówienia 381/o/82 Z-108 .

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,
ul.Śniadeckich 8

Barbara Atamaniuk
Krzysztof Żuchowski
Zakład Teorii Fal
Elektromagnetycznych IPPT PAN

ANALIZA WPLYWU EFEKTÓW NIELINIOWYCH
I DYSYPATYWNYCH W PLAZMIE MAGNETOSFERYCZNEJ

Streszczenie

W pracy przeanalizowano podstawowe pojęcia związane z propagacją fal elektromagnetycznych w plazmie stosowane do analizy efektów nieliniowych i dysypatywnych w ośrodkach słabo sprzężonych ze szczególnym uwzględnieniem teorii kinetycznej /np. równanie Własowa, teoria słabej turbulencji/.

Przedstawiono podstawy teoretyczne dla problemów związanych z wyznaczaniem gęstości plazmy magnetosferycznej poprzez jej oddziaływanie z falami elektromagnetycznymi. Wyodrębniono zjawiska, które mogą być opisane modelem MHD /np. efekty długoskalowe rzędu promieni Ziemi /oraz kinetyczne/ np. efekty w skali rzędu długości Debye'a/ z uwzględnieniem nieliniowości i dysypacji.

Na podstawie obu modeli przedyskutowano oddziaływanie fal elektromagnetycznych z plazmą magnetosferyczną pod kątem wyznaczania jej parametrów.

Ruch falowy, dyspersja, nieliniowość i dysypacja

Ogólnie poprzez ruch falowy rozumie się periodyczne zaburzenie ośrodka lub pola w przestrzeni i czasie.

Naogół nasze intuicje związane z wszelkim ruchem falowym mają swój początek przy opisie takich zjawisk w ośrodku materialnym, gdy zaburzenie tego ośrodka jest niewielkie. Można wtedy porzucić na opisie liniowym i ma wtedy miejsce zasada

superpozycji, czyli suma dowolnych rozwiązań układu równań liniowych opisujących dane zjawisko fizyczne /najczęściej różniczkowych cząstkowych, choć występują także całkowite, bądź różniczkowo-całkowe/ jest także jego rozwiązaniem. Fakt ten wykorzystuje się badając własności pewnych najprostszych rozwiązań wspomnianego układu, a mianowicie "fal płaskich", z których można otrzymać poprzez superpozycje jego dowolne rozwiązania.

Przy pomocy fal płaskich można w przejrzysty sposób sklasyfikować rodzaje zaburzeń liniowych /fal/, które mogą rozchodzić się w danym ośrodku.

Niech równanie /1/:

$$/1/ \quad L[\Phi] = 0$$

reprezentuje układ liniowy opisujący dane zjawisko falowe. Fale płaskie:

$$/2/ \quad /a/ \quad \Phi = a \sin(kx - \omega t + \delta) \quad \text{lub} \quad /b/ \quad \Phi = A \exp[i(kx - \omega t)]$$

Są pewnymi szczególnymi rozwiązaniami układu /1/. Dla ustalenia uwagi przyjeliśmy, że układ /1/ opisuje problem jednowymiarowy. Posługując się falami płaskimi można wprowadzić wszystkie potrzebne określenia występujące w ruchu falowym:

A - amplituda fali, k - liczba falowa, $\omega = kc$, przy czym $V_f = c$ jest prędkością fazową fali:

$$/3/ \quad V_f = \frac{\omega}{k} = c$$

Jeżeli podstawimy na przykład /2/ /b/ do /1/, to uzyskamy związek pomiędzy k i ω , który nie będzie naogół liniowy:

$$/4/ \quad \omega = \omega_n(k), \quad n = 1, \dots, r.$$

Zapisanie tego związku w postaci rozwikłanej /4/ nie zawsze jest możliwe, lecz czasem daje się on nawet rozseparować na

r niezależnych związków. Każdy z tych związków reprezentuje inną falę, która może się rozchodzić w danym ośrodku.

Jeśli mamy:

$$/5/ \quad \frac{\partial^2 \omega_p}{\partial k^2} \neq 0$$

to prędkość fazowa n-tej fali zależy od liczby falowej i mamy do czynienia ze zjawiskiem dyspersji. W tym przypadku prędkość fazowa fali nie charakteryzuje już należycie ruchu falowego i należy się posługiwać prędkością grupową:

$$/6/ \quad v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

Fale, których związek dyspersyjny /4/ spełnia warunek /5/ nazywamy "falami dyspersyjnymi". Na skutek warunku /5/ $v_f \neq v_g$, lecz teraz głębszy sens fizyczny ma prędkość grupową v_g .

Intuicyjny sens prędkości grupowej można zrozumieć rozpatrując superpozycję dwóch fal płaskich, których liczby falowe i częstotliwości różnią się odpowiednio o niewielkie wartości δk i $\delta \omega$. Wówczas amplituda fali wypadkowej zmienia się tak, że pozostaje stała na powierzchni poruszającej się z prędkością $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$. Fakt ten usprawiedliwia nazwę prędkości grupowej, gdyż dotyczy ona właściwie pewnej paczki fal o liczbach falowych i częstotliwościach skupionych wokoło (k, ω) .

Inną interpretację prędkości grupowej można podać rozpatrując ogólne rozwiązanie równania /1/ w postaci superpozycji fal płaskich [1]:

$$/7/ \quad \phi(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k) \exp[i(kx - \omega(k)t)] dk,$$

gdzie funkcja $\omega(k)$ jest określona przez "związek dyspersyjny" /4/, zaś "funkcja widmowa" $A(k)$ jest określona przez warunek początkowy $\phi(x,0)$. W celu obliczenia asymptotycznej wartości

ci całki dla $t \rightarrow \infty$, metodą punktu siodłowego, przyjmuje się jako mały parametr wielkość $\frac{x}{t}$. Wtedy warunek dla punktu siodłowego przybiera postać:

$$/8/ \quad V_g \equiv \frac{\partial \omega}{\partial K} = \frac{x}{t}$$

Wyznacza on lokalną liczbę falową i lokalną częstotliwość fali płaskiej $(K_i, \omega(K_i))$, która reprezentuje asymptotyczną postać dla dużych t wyrażenia /7/, poprzez rozwikłanie wzoru /8/:

$K_i(\frac{x}{t})$ oraz $\omega(K_i)$. Ponadto na podstawie postaci asymptotycznej wyrażenia /7/ oraz /8/ można stwierdzić, że wszelkie zaburzenia w przybliżeniu liniowym, tylko dla małych czasów rozchodzą się z prędkością fazową V_f , natomiast po dostatecznie długim czasie rozchodzą się z prędkością grupową V_g . Tak więc prędkość grupowa określa w istocie rozchodzenie się energii związanej z zaburzeniem.

Poza tym rola prędkości grupowej uwidacznia się w równaniu przedstawiającym prawo zachowania dla liczby falowej:

$$/9/ \quad \frac{\partial K}{\partial t} + \frac{\partial \omega}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial x} = 0 \quad \text{lub} \quad \frac{\partial K}{\partial t} + V_g \frac{\partial K}{\partial x} = 0$$

Równanie charakterystyczne dla /9/ ma bowiem postać:

$$/10/ \quad \frac{dx}{dt} = V_g \equiv \frac{\partial \omega}{\partial K}$$

Czyli obserwator poruszający się z prędkością grupową V_g widzi cały czas fale o liczbie falowej K .

Wzory /7/ i /9/ łatwo jest uogólnić na przypadek wielowymiarowy. Wtedy zamiast o liczbie falowej mówimy o wektorze falowym \underline{K} . Natomiast wektor prędkości grupowej \underline{V}_g wyraża się jako gradient:

$$/11/ \quad (\underline{v}_g)_j = (\underline{v}_\omega)_j = \frac{\partial \omega}{\partial k_j} ,$$

jeżeli możliwe jest rozwikłanie związku dyspersyjnego $\omega = \omega(k)$.

Ze względu na możliwość uogólnienia na ośrodki niejednorodne wygodnie jest wprowadzić funkcję fazową $\Theta(x,t)$. Wtedy wzór analogiczny do /2/ /b/ można napisać w postaci:

$$/12/ \quad \Phi = A(x,t) \exp\{i\Theta(x,t)\} .$$

Teraz można wprowadzić lokalną liczbę falową i lokalną częstotliwość:

$$/13/ \quad k(x,t) = \frac{\partial \Theta}{\partial x} , \quad \omega(x,t) = -\frac{\partial \Theta}{\partial t} .$$

Można także napisać związek:

$$/14/ \quad \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0$$

Jednak w przypadku niejednorodności ośrodka związek dyspersyjny ma w zasadzie charakter nielokalny i gdy można go rozwikłać przybiera postać:

$$/15/ \quad \omega = W(k, x, t) .$$

Przy pomocy /15/ można wzór /14/ przepisać w postaci:

$$/16/ \quad \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial x} = -\frac{\partial W}{\partial x} .$$

lub

$$/17/ \quad \frac{\partial k}{\partial t} + v_g \frac{\partial k}{\partial x} = -\frac{\partial W}{\partial x} ,$$

gdzie $v_g \equiv \frac{\partial W}{\partial K}$ jest lokalną wartością prędkości grupowej w niejednorodnym ośrodku. Równanie /16/ lub /17/ można napisać w postaci:

$$/18/ \quad \frac{dK}{dt} = - \frac{\partial W}{\partial x} \quad , \quad \frac{dx}{dt} = v_g$$

Tak więc przy poruszaniu się z prędkością grupową v_g nie obserwujemy w ośrodku niejednorodnym stałości liczby falowej, lecz zmienia się ona według /18/. Poza tym używając funkcji fazowej $\Theta(x,t)$ i wzorów /13/ można /15/ przepisać w postaci:

$$/19/ \quad \frac{\partial \Theta}{\partial t} + W\left(\frac{\partial \Theta}{\partial x}, x, t\right) = 0$$

Równanie /19/ ma charakter równania Hamiltona - Jacobiego z funkcją fazową w charakterze działania, zaś W traktuje się jako hamiltonian K gra rolę pędu. Wypisane począwszy od /13/ zależności można zaliczyć do kinematycznej teorii fal [1], która wydatnia rolę prędkości grupowej także w ośrodku niejednorodnym. Prędkość grupowa jest także prędkością charakterystyczną dla propagacji kwadratu modułu amplitudy paczki falowej /12/, czyli odgrywa kluczową rolę przy propagacji energii związanej z paczką falową.

Ogólnie w przypadku trójwymiarowym z paczką falową można związać równanie "energetyczne".

$$/20/ \quad \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{J}_j}{\partial x_j} = 0 \quad ,$$

gdzie \mathcal{E} gęstość energii paczki falowej, zaś \mathcal{J} - gęstość strumienia energii związanej z paczką. Natomiast zachodzi związek:

/21/

$$\underline{F} = V_g \underline{\epsilon}$$

Zależności /20/, /21/ można bezpośrednio sprawdzić dla równań liniowych opisujących pakiety falowe /np. Kleina - Gordona/, zapisaliśmy te równania uprzednio w formie praw zachowania. Prawa zachowania napisane dla równań liniowych pozwalają podać odpowiednie prawa zachowania dla związanych z nimi równań nieliniowych /np. liniowe i nieliniowe równanie Kleina - Gordona/. Pozwala to na wykorzystanie zasad wariacyjnych w przypadku nieliniowych równań. W tym przypadku prędkość grupowa jest zależna także od amplitudy paczki falowej, zaś równania opisujące ewolucje liczby falowej i kwadratu amplitudy paczki falowej tworzą związany ze sobą układ równań różniczkowych cząstkowych. Ten układ równań różniczkowych cząstkowych opisuje modulacje nieliniowej paczki falowej. W tym przypadku prędkość grupowa z teorii liniowej ulega rozszczepieniu na kilka wartości. Jeżeli wspomniany układ opisujący modulacje nieliniowej paczki falowej jest hiperboliczny to mówimy, że paczka jest stabilna, gdy zaś jest eliptyczny, to paczka jest niestabilna.

W każdym realnym ośrodku fizycznym rozchodząca się paczka falowa doznaje straty energii. Na przykład, gdy równanie /4/, opisujące "związek dyspersyjny" w liniowym i jednorodnym ośrodku daje dla rzeczywistego k zespolone ω z częścią urojoną ujemną, to wyrażenie /2/ /b/ opisujące fale będzie zanikać w czasie. Mamy wtedy do czynienia z "ośrodkiem dysypatywnym", który pochłania energie fali. Jeżeli ośrodek jest dyspersyjny, ale także dysypatywny, to w odpowiednich równaniach wynikających z zasady wariacyjnej pojawiają się niejednorodności.

Należy także omówić najbardziej charakterystyczne cechy oddziaływania fal w "ośrodku nieliniowym", czyli tam, gdzie nie obowiązuje zasada superpozycji. Wtedy nie można rozpatrywać fal płaskich /2/. W celu wyeliminowania cech istotnych dla zjawisk dyspersyjnych i dysypatywnych można rozpatrywać strumień nieoddziaływujących cząsteczek, nieograniczony wzdłuż osi x [2]. Ponieważ prędkość każdej z cząsteczek V jest sta-

ła, więc można napisać równanie:

$$/21/ \quad \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + v \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

Zbiór nieoddziaływujących cząsteczek nie jest oczywiście nieliniowym układem. Jednak równanie /21/ ma postać równania nieliniowego i jego rozwiązania posiadają charakterystyczne cechy nieliniowych fal. Jeżeli rozpatrzmy małe drgania jednorodnego strumienia o prędkości $V_0: V = V_0 + V'$, , gdzie $V' = V'_j \exp(-i\omega + ikx)$, to po linearyzacji otrzymamy związek dyspersyjny $\omega = kV_0$ jak dla ośrodków niedispersyjnych. Prędkość fazowa jest tu stała. Można jednak założyć następnie, że strumień został początkowo zmodulowany poprzez zaburzenie prędkości:

$a \sin kx$ w chwili początkowej. Wygodne jest rozpatrywanie ewolucji tej modulacji w układzie poruszającym się z prędkością V_0 . Równanie to zapisane w nowych zmiennych ma postać:

$$/22/ \quad \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

gdzie $V = V_0 + u$ oraz $u = a \sin kx$ dla $t = 0$.

Analiza tego równania na płaszczyźnie fazowej (x, u) prowadzi do wniosku o deformacji sinusoidalnego konturu i powstawaniu niejednorodności na przednim froncie fali. Zależność

$u(x)$ przestaje być w pewnej chwili jednoznaczna, pochodna $\frac{\partial u}{\partial x}$ staje się równa nieskończoności. Zapisując równanie /22/ w postaci:

$$/23/ \quad \frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x}$$

i stosując metodę kolejnych przybliżeń łatwo jest stwierdzić nieograniczony wzrost w czasie drugiej harmonicznej $a'(t) \sin 2kx$ gdzie $a'(t) = 0$ dla $t = 0$. Powodem tego jest nie-

uwzględnienie dyspersji w równaniach /21/ i /22/, czego skutkiem jest jednakowa prędkość fazowa dla wszystkich harmonicznych, czyli wszystkie są w rezonansie. W praktyce zjawiska uwzględniające jedynie nieliniowość zachodzą w przybliżeniu tylko w określonej skali czasu. Na przykład zaostrzenie się profilu fali prowadzi w konsekwencji do powstania fali uderzeniowej, gdzie występuje silna dysypacja energii.

Najciekawsze zjawiska fizyczne powstają tam, gdzie konkurują ze sobą przynajmniej dwa z trzech podstawowych atrybutów ruchu falowego: dyspersja, nieliniowość, dysypacja.

Gdy mamy układ nieliniowych równań różniczkowych cząstkowych, opisujących rozchodzenie się nieliniowych fal w danym ośrodku, to często ograniczamy się, poprzez analogie do fal biegnących, do poszukiwania rozwiązań w postaci fali prostej. Oznacza to funkcyjną zależność wszystkich zmiennych zależnych od jednej z nich. Na przykład gęstość zależy funkcyjnie od prędkości.

Jeżeli w ośrodku, gdzie rozchodzą się fale, dominującymi cechami są nieliniowość i dyspersja, to często równania opisujące rozchodzenie się tych fal dają się sprowadzić do równania Kortewega - de Vriesa:

$$/24/ \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + K \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0 ,$$

gdzie K pewną stałą. Równanie to może opisywać między innymi, fale na płytkiej wodzie, fale plazmowe i słabo nieliniowe fale magnetohydrodynamiczne. Jako rozwiązanie dopuszcza ono zarówno rozwiązania periodyczne jak i pojedyncze impulsy zwane solitonami, które rozchodzą się bez zmiany kształtu.

Najprostszym równaniem uwzględniającym jednocześnie dysypację oraz nieliniowość jest równaniem Burgersa:

$$/25/ \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 ,$$

gdzie $\nu > 0$ jest stałą. Wskutek dysypacji mamy tu do czynienia z dyfuzją fal. Równanie to, między innymi, stosuje się do opisu fal magnetohydrodynamicznych w ośrodku ze skończoną przewodnością.

Przy rozpatrywaniu zjawisk falowych w ośrodku, gdzie występuje słaba dyspersja, słaba nieliniowość i słaba dysypacja użyteczne jest równanie "Kortewega - de Vriesa z dysypacją":

$$/24a/ \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + K \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} ,$$

gdzie $\nu > 0$, kinematyczny współczynnik lepkości.

W celu uzyskania informacji o pewnych szczególnych rozwiązaniach /24a/ stosuje się analogiczne metody jak przy poszukiwaniu periodycznych rozwiązań dla równania /24/. Granicznym przypadkiem periodycznych rozwiązań dla /24/ jest wspomniane wyżej jednoparametrowe rozwiązanie typu solitonowego. Natomiast dla równania uwzględniającego dysypację /24a/ jako rozwiązanie otrzymuje się fale uderzeniowe. Lecz w tym przypadku fale uderzeniowe mają oscylacyjną strukturę. Jeżeli współczynnik lepkości ν jest mały, to liczba oscylacji w fali uderzeniowej jest duża, zaś przy wzroście ν oscylacje zanikają. Doświadczalnie takie oscylacje zauważono w plazmie, przy obserwacji bezuderzeniowych fal uderzeniowych.

Ośrodki zjonizowane słabo sprzężone

Ośrodek zjonizowany /plazmowy/ jest "słabo sprzężony" /weak coupled/ jeżeli stosunek średniej energii potencjalnej cząsteczek ośrodka do ich średniej energii kinetycznej jest wielkością znacznie mniejszą od jedności. Równoważny powyższemu warunek wymaga by było dużo cząsteczek w sferze Debye'a:

$$/26/ \quad g = 1/n \lambda_D^3 = (4\pi)^{3/2} n^{1/2} (K_B T)^{-3/2} e^3 = (1/6,9)^3 n^{1/2} T^{-3/2} \ll 1.$$

We wzorze /26/ mamy: n - średnia koncentracja cząsteczek plazmy /ilość cząsteczek w cm^3 /, $\lambda_D = (K_B T / 4 \pi n e^2)^{1/2}$ - promień Debye'a, określający zasięg ekranowanego potencjału kulombowskiego cząsteczki próbnej umieszczonej w plazmie, T - temperatura plazmy w skali Kelwina, e - ładunek elementarny, K_B - stała Boltzmana. Parametr g , określający sprzężenie plazmy, nosi nazwę parametru plazmowego. Wzór /26/ został napisany dla plazmy jedno-składnikowej, gdzie jest uwzględniony tylko ruch elektronów, zaś jony stanowią neutralizujące tło. Warunek słabego sprzężenia, $g \ll 1$, zachodzi nawet dla niezbyt gęstej plazmy laboratoryjnej: $T = 10^4 \text{ K}$, $n = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $g = 0,33 \cdot 10^{-3}$. Ośrodek jest słabo sprzężony, jeżeli ma niską gęstość i wysoką temperaturę. Warunek $g \ll 1$, może być nie spełniony w bardzo gęstej plazmie laboratoryjnej i atmosferze gwiazd, zaś jest bardzo dobrze spełniony w warstwie F jonosfery i w różnych obszarach magnetosfery. Jednak w plazmie nie całkowicie zjonizowanej, jak na przykład jonosfera, oddziaływania są scharakteryzowane nie tylko przez parametr plazmowy, ale także przez stopień jonizacji. Magnetosferę można w praktyce uważać za ośrodek całkowicie zjonizowany.

W ośrodku słabo sprzężonym prędkości cząsteczek ulegają nieznacznym zmianom, gdyż na ogół skala czasowa obserwacji zjawisk może być krótsza niż średni okres czasu pomiędzy kolejnymi zderzeniami.

Punktem wyjścia dla wszelkich informacji mikroskopowych o ośrodku jest równanie Liouville'a na N -cząsteczkową funkcję rozkładu położenia i prędkości N cząsteczek ośrodka. Zakłada się, że ośrodek składa się z N cząsteczek, gdyż w przeciwnym przypadku oddziaływania z pominiętymi cząsteczkami należało by uwzględnić w postaci zadanych z góry sił zewnętrznych. W takim razie równanie Liouville'a jest niewygodne w praktyce, gdyż liczba cząsteczek ośrodka N jest bardzo duża. W celu zmniejszenia ilości informacji o ośrodku, aby można ją było wykorzystać praktycznie, kolejno całkuje się obie strony równania Liouville'a względem współrzędnych i prędkości wszystkich cząsteczek za wyjątkiem 1-szej, za wyjątkiem pierwszych dwóch i tak dalej. Ostatni raz całkuje się równanie Liouville'a wzglę-

dem współrzędnych i prędkości N -tej cząsteczki. Otrzymuje się hierarchie równań BBGKY na zredukowane funkcje rozkładu, która jest równoważna wyjściowemu równaniu Liouville'a. Jednak w praktycznych rozważaniach korzysta się zazwyczaj z dwu pierwszych równań hierarchii. Ponieważ bezwymiarowy parametr plazmowy g jest małą liczbą, więc można rozłożyć zredukowane funkcje rozkładu w szereg względem parametru plazmowego. W zerowym rzędzie otrzymuje się na 1-dno cząsteczkową funkcję rozkładu równanie Własowa. Równanie to nie uwzględnia binarnych zderzeń pomiędzy cząsteczkami, które oddziałują pomiędzy sobą jedynie za pomocą samouzgodnionego pola elektrycznego. Pole samouzgodnione jest efektem kolektywnego oddziaływania wszystkich cząsteczek ośrodka.

Równanie Własowa [2], [3] dobrze opisuje własności ośrodka plazmowego słabo sprzężonego dla krótkich czasów, czyli dla dużych częstości.

W pierwszym rzędzie względem g otrzymuje się na 1-dno cząsteczkową funkcję rozkładu równanie Lenarda - Balescu, które oprócz pola samouzgodnionego, analogicznie jak w równaniu Własowa, posiada człon zderzeniowy, uwzględniający zderzenia binarne. Różni się on jednak zasadniczo od członu zderzeniowego występującego w równaniu Boltzmana, gdyż zawiera czynnik ekranujący, który modyfikuje długozasięgowy potencjał kulombowski. Równanie Boltzmana nie nadaje się do opisu ośrodka słabo sprzężonego i silnie zjonizowanego, gdyż nie zawiera pola samouzgodnionego, zaś jego człon zderzeniowy opisuje jedynie zderzenia cząsteczek naładowanych z neutralnymi. Równanie Boltzmana nadaje się tylko do opisu ośrodka słabo zjonizowanego i jego użyteczność dla słabiej zjonizowanych obszarów jonosfery jest ograniczona [4].

Człon zderzeniowy Boltzmana można jednak rozwinąć dla małych kątów rozproszenia. Równanie z takim członem zderzeniowym nosi nazwę równania Landaua, jeżeli występuje w nim pole samouzgodnione. Równanie Landaua nadaje się do opisu ośrodka zjonizowanego [5] i w praktyce zastępuje często równanie Lenarda-Balescu, gdyż jest od niego analitycznie prostsze, zaś rezultaty otrzymane przy jego pomocy są podobne jak dla równania Lenarda - Balescu [6].

Równanie Boltzmana posłużyło za podstawę do wyprowadzenia równań magnetohydrodynamiki [4] słusznych dla powolnych procesów w ośrodku plazmowym, gdzie ważną rolę odgrywają zderzenia binarne. Analogicznie czynione są wysiłki w celu zrealizowania takiego opisu dla procesów szybkich [6]. Jednak opis ten może być użyteczny dla określenia dysypacji fal w jonosferze, gdzie zderzenia binarne odgrywają pewną rolę. Natomiast w magnetosferze zderzenia binarne są do pominięcia i dysypacja fal zachodzi w niej na skutek oddziaływań rezonansowych fal z cząsteczkami oraz fal ze sobą, co opisuje równanie Własowa.

Równanie Własowa, linearyzacja i tłumienie Landaua

Wymienione wyżej równanie Własowa z polem samouzgodnionym, dla cząsteczek o ładunku e i masie m , w nieobecności pola magnetycznego ma postać [2], [3]:

$$/27/ \quad \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla f_{\alpha} + \frac{e}{m} \underline{E} \cdot \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \underline{v}} = 0.$$

Występująca w /27/ f_{α} - funkcja rozkładu prędkości cząsteczek /jednocząsteczkowa/ ma sens gęstości liczby cząsteczek w przestrzeni fazowej, tak, że $f_{\alpha} d\underline{r} d\underline{v}$ jest równe liczbie cząsteczek w objętości $d\underline{r}$ z prędkościami w przedziale $d\underline{v}$. Pole elektryczne samouzgodnione, występujące w równaniu Własowa spełnia równanie:

$$/27/ /a/ \quad \operatorname{div} \underline{E} = 4\pi e (n_i - n_e),$$

gdzie $n_i = \int f_i d\underline{v}$, $n_e = \int f_e d\underline{v}$ zaś f_e , f_i to odpowiednio funkcje rozkładu dla elektronów i jonów. Jeżeli zostanie uwzględnione pole magnetyczne \underline{B} , to kinetyczne równanie z polem samouzgodnionym dla cząsteczek rodzaju α powinno mieć postać:

$$/28/ \quad \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla f_{\alpha} + \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left\{ \underline{E} + \frac{1}{c} [\underline{v} \times \underline{B}] \right\} \cdot \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \underline{v}} = 0,$$

zaś samouzgodnione pole elektryczne \underline{E} i magnetyczne \underline{B} powinny zostać określone na podstawie równania Maxwella, w których w charakterze gęstości ładunku elektrycznego q i prądu elektrycznego \underline{j} powinny zostać podstawione odpowiednio:

$$/29/ \quad q = \sum_{\alpha} e_{\alpha} \int f_{\alpha} d\underline{v} \quad , \quad \underline{j} = \sum_{\alpha} e_{\alpha} \int \underline{v} f_{\alpha} d\underline{v} .$$

W celu uproszczenia zagadnienia i uwypuklenia głównych cech plazmy słabo sprzężonej można ograniczyć się do rozpatrywania zaburzeń podłużnych /fal plazmowych/ o niewielkim natężeniu. Wobec tego należy wykonać linearyzację równania /27/, wokół stanu równowagi f_0 , któremu wskutek założonej globalnej neutralności ośrodka i jednorodności towarzyszy zerowe pole elektryczne. Natomiast z zaburzeniem rozkładu $f' : f = f_0 + f'$ związane jest niezerowe pole elektryczne \underline{E} , o potencjale skalarnym φ . Korzystając z założenia jednorodności można napisać liniowe równanie oddzielnie dla każdej harmoniki względem x . Po podstawieniu $f' = f'(\underline{v}, t) \exp(i\underline{k}\underline{x})$, $\varphi = \varphi(t) \exp(i\underline{k}\underline{x})$ i linearyzacji, równania /27/ i /27/ /a/ przybierają postać /dla plazmy jednoskładnikowej/:

$$/30/ \quad \frac{\partial f'}{\partial t} + i\underline{k} \cdot \underline{v} f' + ik \varphi \frac{e}{m_e} \frac{\partial f_0}{\partial v} = 0 ,$$

$$/31/ \quad k^2 \varphi = -4\pi e \int f' d\underline{v} .$$

Rozwiązanie tego układu podał Landau, który założył, że w chwili $t=0$ włączone jest zewnętrzne oddziaływanie, wytwarzające pewne początkowe zaburzenie $g(v)$. Zadanie polega na

określeniu ewolucji czasowej zaburzenia f i φ . Asymptotyczne rozwiązanie tego zagadnienia: $\varphi(t) \sim \exp(-i\omega_k t)$ jest wyznaczone przez pierwiastek $\omega_k \in A$ gdzie $A = \{\omega : \epsilon(k, \omega) = 0\}$ na płaszczyźnie zespolonej ω , którego część urojona jest największa /przy założeniu, że jest ujemna/. Wyrażenie $\epsilon(k, \omega)$ określające własności dyspersyjne fal podłużnych /przenikalność elektryczna/ ma postać:

$$/32/ \quad \epsilon(k, \omega) = 1 + \frac{4\pi e^2}{k m_e} \int \frac{P}{\omega - kv} \frac{\partial f_0}{\partial v} dv - \frac{4\pi e^2}{k m_e} \frac{\pi i}{|k|} \left. \frac{\partial f_0}{\partial v} \right|_{v=\omega/k}$$

Jeżeli elektrony mają rozkład makswellowski, o temperaturze T , to przenikalność elektryczna może być przedstawiona w postaci:

$$/33/ \quad \epsilon(k, \omega) = 1 + \frac{m_e \omega_{pe}^2}{k^2 K_B T} (1 + \sqrt{\pi} z W(z)),$$

gdzie $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi e^2 n / m_e}$ - częstość plazmowa dla elektrónów,
 $z = \omega / k v_{eT}$, $v_{eT} = \sqrt{2K_B T / m_e}$ - średnia prędkość termiczna,

$$W(z) = e^{-z^2} + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\xi^2} \xi^2 d\xi.$$

Przyrównując /33/ do zera, można znaleźć część rzeczywistą i urojoną zespolonej częstości ω . Przy małych $k \ll 1/\lambda_D$,
 λ_D - promień Debye'a, wyrażenie dla części rzeczywistej ma postać:

$$/34/ \quad \omega^2 = \omega_{pe}^2 + \frac{3K_B T}{m_e} k^2$$

zaś część urojona /dekrement tłumienia/:

$$\gamma = -\omega_0 \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{1}{(kd)^2} \exp\left(-\frac{1}{2kd^2}\right)$$

Dekrement tłumienia uwidacznia bezzderzeniową dysypację fal plazmowych, czyli tłumienie Landaua. Z tłumieniem Landaua związana jest część urojona $\epsilon(k, \omega)$ w /32/, jest więc ono związane z pochłanianiem fali przez cząsteczki będące z nią w rezonansie. Dla pewnych rozkładów $f_0(v)$, które posiadają drugie niewielkie maksimum lokalne, dla dużych prędkości cząsteczek, dekrement γ zmienia znak mamy niestabilność. Obecność stałego pola magnetycznego w ośrodku nie zmienia toku powyższych rozważań, tylko wprowadza komplikacje rachunkowe.

Teoria quasi - liniowa [2], [7]

W niestabilnej plazmie małe zaburzenia początkowe, włączając w to szumy termiczne, narastają w czasie. Amplituda tego zaburzenia osiąga taką wielkość, że zaczyna wpływać na uśrednione charakterystyki plazmy. Gdy narasta tylko jeden z możliwych modów rozchodzących się w plazmie, to powstanie nowy ruch laminarny. Jeżeli w plazmie może rozwijać się wiele oddziaływujących ze sobą modów, co wymaga statystycznego podejścia, to stan taki można nazwać turbulentnym. W przypadku słabej niestabilności można zaniedbać oddziaływanie modów ze sobą, czyli ograniczyć się do liniowego ich opisu, lecz badać ich wpływ na ośrodek. Ten wpływ może spowodować ograniczenie wykładniczego narastania szumów w ośrodku. Nazywa się to teorią quasi - liniową. Dochodzi tu dodatkowe równanie przedstawiające powolną zmianę uśrednionej części rozkładu prędkości cząsteczek. Dla danego składnika α , np. elektronów, mamy następujące równanie na funkcje rozkładu:

$$/36 a/ \quad \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \mu t} + \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \langle E \frac{\partial f'_{\alpha}}{\partial v} \rangle = 0$$

$$/36 b/ \quad \frac{\partial f'_{\alpha}}{\partial t} + v \frac{\partial f'_{\alpha}}{\partial r} + \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} E \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial v} = 0$$

gdzie $\langle \rangle$ oznacza uśrednienie po chaotycznych fazach modów biorących udział w stanie turbulentnym.

Współczynnik $\mu \ll 1$ w równaniu /36a/ oznacza powolną zmianę w czasie, natomiast równanie /36b/ jest takie samo jak w teorii liniowej. Pole elektryczne można zapisać w postaci:

$$/37/ \quad E(t, r) = \sum_{\mathbf{k}} E_{\mathbf{k}}(\mu t) e^{-i\omega_{\mathbf{k}}t + i\mathbf{k}r}$$

i podobnie:

$$/38/ \quad f_{\alpha} = f_{\alpha}(\underline{v}, \mu t) + \sum_{\mathbf{k}} f'_{\alpha \mathbf{k}}(\underline{v}, \mu t) e^{-i\omega_{\mathbf{k}}t + i\mathbf{k}r}$$

Poza tym zakłada się, że korelacja pola elektrycznego jest postaci:

$$/39/ \quad \langle E(\underline{x} + \underline{\xi}) E(\underline{x}) \rangle = \sum_{\mathbf{k}} |E_{\mathbf{k}}|^2 e^{i\mathbf{k}\underline{\xi}}$$

Podstawiając te równania do /36b/ i korzystając także z wyrażenia f'_{α} poprzez f_{α} otrzymamy:

$$/40/ \quad \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \mu t} + v \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial v} D_v \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial v} ,$$

gdzie

$$/41/ \quad D_v = \frac{\pi e_a^2}{m_a^2} \int |E_k|^2 \delta(\omega_k - kv) dk$$

W przypadku występowania stałego pola magnetycznego, zamiast D_v wystąpi wielkość tensorowa i zamiast pochodnych cząstkowych względem x i v odpowiednie gradienty. Poza tym zachodzi równanie dla kwadratu amplitudy paczki falowej:

$$/42/ \quad \frac{\partial |E_k|^2}{\partial \mu t} + V_r \frac{\partial |E_k|^2}{\partial x} = 2 \gamma_k |E_k|^2,$$

gdzie V_r - prędkość grupowa, zaś inkrement γ_k dany jest wzorem:

$$/43/ \quad \gamma_k = -\frac{1}{2} \sum_a \frac{4\pi e_a^2}{k} \int dv \frac{\partial f_{oa}}{\partial v} I_m \frac{1}{\omega - kv}$$

Postać inkrementu zależy od uśrednionej funkcji rozkładu f_{oa} , jednak w odróżnieniu od teorii liniowej ulega on powolnym zmianom wraz z f_{oa} i może nawet zmienić znak, powodując tłumienie zaburzeń. Wtedy stanie się dekrementem. To jaką teorią należy się posługiwać, liniową czy quasi-liniową, zależy od skali czasowej obserwacji.

Słaba turbulencja [2]

Jeżeli poziom szumów w ośrodku plazmowym nie jest mały, to przybliżenie quasi-liniowe jest niedobre i zaczynają dochodzić do głosu oddziaływania fal /modów/ ze sobą oraz oddziaływania fal z cząsteczkami. Gdy poziom ten nie jest na tyle duży aby wpływać na dyspersyjne własności fal /w jednorodnym ośrodku

tak jest, gdy energia szumów jest dużo mniejsza od energii termicznej plazmy/, to ten turbulentny proces można opisać w języku słabo oddziaływującym fal. Taka turbulencja nosi nazwę słabej.

W celu opisu słabej turbulencji można posłużyć się teorią zaburzeń, rozkładając równania względem małego parametru. Tym małym parametrem jest stosunek energii oddziaływania fal do ich energii całkowitej. W zerowym przybliżeniu otrzymamy zbiór nie oddziaływujących fal. Natomiast w następnym przybliżeniu wystarczy uwzględnić tylko człony proporcjonalne do energii fal, to znaczy kwadratowe względem amplitudy. Przy uwzględnieniu ciepłego ruchu cząsteczek, wskutek oddziaływania kwadratowego względem amplitudy trzech fal mogą się indukować procesy "łączenia się fal" i "rozpadu fal". Może także zachodzić "rozproszenie kombinacyjne na cząsteczkach". Oddziaływanie trzech fal jest rezonansowym oddziaływaniem, gdy istnieje w plazmie szerokie widmo fal /modów/. Modami nazywamy tu falę płaską /2/, dla której ω i K są powiązane związkami dyspersyjnym postaci /4/. Jeżeli liczba fal jest bardzo duża, to faza każdej fali, na skutek oddziaływania z innymi falami, może się zmieniać w nieregularny sposób.

W przypadku występowania bardzo dużej ilości modów w ośrodku turbulentnym zamiast modami można posługiwać się paczką falową, której przypisujemy częstość własną ω_k związanych z nią modów, których liczby falowe zawarte są w niewielkim przedziale dK . Gęstość energii paczki falowej ϵ_k nie spełnia teraz równania /42/. W charakterze amplitudy paczki wygodnie jest przyjąć wielkość a_k związaną z gęstością energii wzorem:

/44/

$$\epsilon_k = \omega_k |a_k|^2 \equiv \omega_k N_k$$

Kwadrat amplitudy $|a_{\underline{k}}|^2 = N_{\underline{k}}$, na podstawie analogii z mechaniką kwantową, wygodnie jest interpretować jako liczbę fal $N_{\underline{k}}$ z danym \underline{k} . Związek pomiędzy amplitudą natężenia pola elektrycznego $E_{\underline{k}}$ i $a_{\underline{k}}$ można uzyskać na podstawie zależności pomiędzy gęstością energii $\epsilon_{\underline{k}}$ oraz natężeniem pola elektrycznego $E_{\underline{k}}$ dla ośrodków z dyspersją [2]. W przypadku nieliniowego oddziaływania fal zmiana w czasie natężenia pola elektrycznego jest uwarunkowana nieliniowym oddziaływaniem prądów, które z kolei można wyznaczyć poprzez natężenie pola elektrycznego. Uwzględniając związek pomiędzy $E_{\underline{k}}$ oraz $a_{\underline{k}}$, przy ograniczeniu się do wyrazów kwadratowych względem prądów można napisać następujące równanie:

$$/45/ \quad \frac{\partial a_{\underline{k}}}{\partial t} = \sum_{\underline{k}', \underline{k}''} V_{\underline{k} \underline{k}' \underline{k}''} a_{\underline{k}'} a_{\underline{k}''} e^{-i(\omega_{\underline{k}'} + \omega_{\underline{k}''} - \omega_{\underline{k}})t},$$

gdzie: $\underline{k}'' = \underline{k} - \underline{k}'$, $\omega_{\underline{k}'}$, $\omega_{\underline{k}''}$ oraz $\omega_{\underline{k}}$ - częstości własne odpowiednich modów; $V_{\underline{k} \underline{k}' \underline{k}''}$ - macierzowy element oddziaływania fal.

Jeżeli:

$$/46/ \quad \Delta = \omega_{\underline{k}'} + \omega_{\underline{k}''} - \omega_{\underline{k}} = 0$$

to mamy warunek rezonansu i amplituda $a_{\underline{k}}$ nawet pomimo małej nieliniowości po dostatecznie długim czasie wzrasta do znacznej wielkości.

Związek dyspersyjny może się faktoryzować na szereg gałęzi dyspersyjnych /4/, które spełniają go niezależnie wyznaczając pewien typ modów np.: fale alfenowskie, magnetodźwiękowe. Gdy mody odpowiadające danej gałęzi związku dyspersyjnego spełniają zależność /46/, to mówimy, że mają rozpadające się widno. Ponieważ w plazmie istnieje naogół dużo modów odpowiadających różnym gałęziom dyspersyjnym, więc oddziaływanie trzech fal: łączenie się fal, rozpad fal są wysoce prawdopodobne.

Na podstawie równania /45/ można otrzymać równanie na uśrednioną gęstość w przestrzeni liczb falowych $N_{\underline{k}} = |a_{\underline{k}}|^2$:

$$/47/ \quad \frac{\partial N_{\underline{k}}}{\partial t} = \sum_{\underline{k}', \underline{k}''} V_{\underline{k}, \underline{k}', \underline{k}''} \langle a_{\underline{k}}^* a_{\underline{k}'} a_{\underline{k}''} \rangle e^{-i(\omega_{\underline{k}'} + \omega_{\underline{k}''} - \omega_{\underline{k}})t}$$

Dla niezbyt dużych amplitud mamy słabą korelację pomiędzy amplitudami różnych fal. Niech $a_{\underline{k}} = a_{\underline{k}}^0 + \delta a_{\underline{k}}$, gdzie $a_{\underline{k}}^0$ - główna część amplitudy niezależna od czasu, $\delta a_{\underline{k}}$ - mała poprawka uwzględniająca korelacje fal. Równanie dla $\delta a_{\underline{k}}$ ma postać:

$$/48/ \quad \frac{\partial}{\partial t} \delta a_{\underline{k}} = \sum_{\underline{k}', \underline{k}''} V_{\underline{k}, \underline{k}', \underline{k}''} a_{\underline{k}'}^0 a_{\underline{k}''}^0 e^{-i(\omega_{\underline{k}'} + \omega_{\underline{k}''} - \omega_{\underline{k}})t}$$

Rozwiązanie równania /48/, przy zaniku korelacji, gdy $t \rightarrow -\infty$ ma postać:

$$/49/ \quad \delta a_{\underline{k}} = \sum_{\underline{k}', \underline{k}''} V_{\underline{k}, \underline{k}', \underline{k}''} a_{\underline{k}'} a_{\underline{k}''} \pi \delta(\omega_{\underline{k}'} + \omega_{\underline{k}''} - \omega_{\underline{k}})$$

Podstawiając /49/ do /47/ można otrzymać kinetyczne równanie słabej turbulencji dla oddziaływania trzech fal:

$$/50/ \quad \frac{\partial N_{\underline{k}}}{\partial t} = \int W_{\underline{k}, \underline{k}', \underline{k}''} (N_{\underline{k}'} N_{\underline{k}''} - N_{\underline{k}} N_{\underline{k}'} - N_{\underline{k}} N_{\underline{k}''}) \delta(\omega_{\underline{k}} - \omega_{\underline{k}'} - \omega_{\underline{k}''}) d\underline{k}',$$

gdzie $W_{\underline{k}, \underline{k}', \underline{k}''} = W_{\underline{k}', \underline{k}, \underline{k}''} = W_{\underline{k}, \underline{k}'', \underline{k}} = 2\pi V_{\underline{k}, \underline{k}', \underline{k}''}^2$ prawdopodobieństwo przejścia. Dla dwu pozostałych fal równania wyglądają analogicznie. Prawdopodobieństwa przejścia z dużą zmianą \underline{k} są mniejsze niż ze zmianą równą samej wartości $|\underline{k}|$.

Konkurencyjnym procesem do oddziaływania trzech fal, też w przybliżeniu kwadratowym względem amplitud drgań jest indukowane rozpraszanie fal na cząsteczkach. Rozpraszanie następuje przy uzupełnieniu rezonansowego warunku:

$$/51/ \quad \omega_k \pm \omega_{k'} - (k \pm k')v = 0$$

Jeżeli wyjściowe fale mają prędkości fazowe znacznie przewyższające termiczne prędkości, to będzie mógł zajść warunek /51/ tylko ze znakiem minus i mamy do czynienia z kombinacyjnym rozproszeniem fal na cząsteczkach. Równanie dla tego procesu ma postać:

$$/52/ \quad \frac{\partial N_k}{\partial t} = N_k \int P_{kk'} N_{k'} \delta[\omega_k - \omega_{k'} - v(k - k')(k - k')] \times \frac{\partial t_0}{\partial v} dv dk'$$

$P_{kk'}$ - element macierzy proporcjonalny do prawdopodobieństwa rozproszenia, funkcja δ uwzględnia rezonansowe oddziaływanie fal z cząsteczkami.

Jeżeli procesy oddziaływania trzech fal są niemożliwe do realizacji, wtedy głównym mechanizmem przenoszenia energii pomiędzy różnymi falami jest indukowane rozproszenie fal.

Przykładem takiego procesu jest jonowo-dźwiękowa turbulencja.

Jonowo dźwiękowa turbulencja, anomalna rezystywność plazmy

Przy przepływie bardzo silnego prądu elektrycznego przez rozrzedzoną plazmę często obserwuje się silny wzrost jej rezystywności. Rezystywność ta znacznie przewyższa wielkość określoną przez binarne zderzenia kulombowskie. Na przykład anomalna rezystywność ma miejsce przy przechodzeniu fali uderzeniowej poprzecznie w kierunku stałego pola magnetycznego. Jeżeli plazma jest rzadka i zderzenia kulombowskie nie odgrywają roli, to taka fala uderzeniowa nazywa się bezuderzeniową. Anomalna rezystywność wyznacza szerokość i strukturę bezuderzeniowej fali uderzeniowej. Anomalna rezystywność

uwidacznia się także przy przepływie prądu elektrycznego wzdłuż kierunku pola magnetycznego i może być wykorzystana do szybkiego przekazania plazmie energii w wyniku wydzielania się ciepła Joula. Szczegółowe badania eksperymentu turbulentnego grzania plazmy wykazały, że w tym czasie wzbudzają się szумы jonowo-dźwiękowe o częstości bliskiej częstości plazmowej dla jonów ω_{pi} . Elektrony w takich warunkach pobierają energię od zewnętrznego pola elektrycznego znacznie efektywniej niż jony /gdyż elektrony są znacznie lżejsze/ i łatwo wytwarzają się warunki do wzbudzenia jonowego dźwięku /temperatura elektronów znacznie przewyższa temperaturę jonów i dryfowa prędkość elektronów przewyższa prędkość dźwięku/.

Inkrement narastania drgań jonowo-dźwiękowych, przy przepływie prądu elektrycznego ma, co do rzędu wielkości, wartość:

$$/53/ \quad \gamma \sim \omega \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \left(\frac{U}{c_s} \cos \theta - 1 \right)$$

gdzie U - dryfowa prędkość elektronów, zaś θ - kąt pomiędzy U i wektorem falowym k fali jonowo-dźwiękowej. Niestabilność rozpoczyna się, gdy prądowa prędkość przewyższa prędkość dźwięku. Inkrement niestabilności jest mały w porównaniu z częstością, więc jest podstawa do posługiwania się przybliżeniem słabej turbulencji. Główną rolę w formowaniu jonowo-dźwiękowego widma powinien grać proces indukowanego rozproszenia na jonach. Efektywna częstość zderzeń, która określa anomalną rezystywność, jest wyznaczona przez rozproszenie elektronów na fluktuacjach fali jonowo-dźwiękowej:

$$/54/ \quad \nu_{ef} \sim \omega_{pe} \frac{W}{n k_B T \lambda_p K}$$

gdzie W - gęstość energii szumów jonowo-dźwiękowych.

Równanie /52/ dla fal jonowo-dźwiękowych przybiera postać:

$$/55/ \quad \frac{\partial N_k}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial K} (P K^4 N_k^2) = 2 \gamma_k N_k ,$$

P jest proporcjonalne do prawdopodobieństwa rozproszenia, prawa strona /55/ określa pompowanie fal wskutek niestabilności. Ponieważ $\gamma_k \sim K$, to w przybliżeniu:

$$/56/ \quad N_k \sim \frac{1}{K^2} \ln \frac{K_0}{K} , \quad K_0 = 1/\lambda_0 .$$

Widmo szumów $W_k = \omega_k N_k \sim \frac{1}{K} \ln \frac{K_0}{K}$ jest w dobrej zgodności z eksperymentami dotyczącymi bezuderzeniowych fal uderzeniowych.

Nieliniowość i dysypacja w magnetosferze

Termin "magnetosfera" używa się do określenia obszaru wokół ciała w którym istotne znaczenie ma pole magnetyczne [8], [9], [10]. Magnetosfera Ziemi powstała w wyniku oddziaływania wiatru słonecznego i ziemskiego pola magnetycznego. Wytworzył się dwa obszary: zewnętrzny, w którym znajduje się wiatr słoneczny i wewnętrzny z wmróżonym polem magnetycznym - magnetosfera.

Z dużym stopniem idealizacji w zależności od kierunku składowej, ziemskiego pola magnetycznego, prostopadłej do płaszczyzny ekliptyki międzyplanetowego pola magnetycznego można rozróżnić dwie ekstremalne struktury topologiczne spokojnej magnetosfery [11], [12].

Jeżeli ta składowa jest skierowana na północ, wtedy dla dostatecznie długiego czasu model ten możemy uważać za zamknięty np. [13].

Gdy kierunek tego pola jest przeciwny wydaje się, że model magnetosfery powinien być otwarty np. [14]. Nie istnieje jednolita teoria, która przewidywałaby strukturę magnetosfery z odpowiednich warunków brzegowych i początkowych. W znanych przykładach magnetosfer zderzenia binarne między cząsteczkami są pomijalne. Stąd wynika, że z punktu widzenia teorii kinetycznej gazów odpowiednim opisem będzie opis Własowski.

Pełny układ równań Własowa-Maxwella dla wieloskładnikowej plazmy dany jest poprzez układ równań Własowa /28/ dla występujących składników α , do których należy dołączyć równania Maxwella:

$$/57/ \quad \nabla \times \underline{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$$

$$/58/ \quad \nabla \times \underline{B} = \frac{4\pi}{c} \underline{j} - \frac{1}{c} \frac{\partial \underline{E}}{\partial t}$$

$$/59/ \quad \nabla \cdot \underline{E} = 4\pi \rho$$

$$/60/ \quad \nabla \cdot \underline{B} = 0$$

Gęstość prądu elektrycznego \underline{j} i gęstość ładunku elektrycznego ρ występujące w /58/ i /59/ dane są wzorami /29/.

Powyższy opis kinetyczny jest opisem bardzo skomplikowanym i do szeregu procesów zachodzących w magnetosferze stosowany jest opis magnetohydrodynamiczny /np. stan stacjonarny ogona magnetycznego/, którego stosowanie w wielu przypadkach z punktu widzenia teorii jest nieuzasadnione, niemniej fakty empiryczne sugerują, że w wielu przypadkach, opis ten może być traktowany jako pewne jakościowe przybliżenie.

Najtrudniejsze do opisu i interpretacji są obszary silnych zmian wielkości plazmowych i polowych tzw. "nieciągłości" [15], [16], [17].

Czołowa fala uderzeniowa /bow shock/ powstała w wyniku oddziaływania naddźwiękowego wiatru słonecznego z magnetosferą. Jej rozmiary i położenie mogą być określone na gruncie dynamiki gazów /naddźwiękowy przepływ/ [18]. Aktualnie dyskusja koncentruje się wokół jej struktury wewnętrznej i możliwych mechanizmów dysypacji. Akceptowany jest pogląd, że dominują w tym obszarze procesy dysypacji spowodowane, omawianym wyżej /51/, oddziaływaniem fala - cząstka [19], [20]. Jeśli wzbudzona

jest krytyczna gęstość prądu, to turbulencja jonowo dźwiękowa określa efektywną częstość zderzeń daną wzorem /54/, gdzie

$W = W_{\text{turb}}$ jest gęstością energii zaburzonego pola [19].

Dla $\frac{W_{\text{turb}}}{nk_B T_e} \ll 1 / K_B T_e$ - energia termiczna elektronu/ stacjonarny poziom W_{turb} ustala się w wyniku równowagi między procesami wzrostu liniowej niestabilności i nieliniowego mechanizmu tłumienia.

Wygląda na to, że dla dostatecznie małych względnych prędkości stan stacjonarny nie jest osiągany [22] i dominującym procesem jest tłumienie Landaua [21], które zostało przedstawione wyżej /35/.

Dla dużych względnych prędkości między jonami i elektronami, pojawiają się procesy nieliniowe, które nie są jeszcze dostatecznie dobrze zrozumiałe [23].

Magnetopauza [24] oddziela obszar strumienia wiatru słonecznego od obszaru z wmrószonym polem geometrycznym. Wydaje się, że do jej opisu konieczne jest stosowanie modelu kinetycznego, ponieważ poza przypadkami, gdy magnetopauzę można aproksymować nieciągłością styczną /znika składowa normalna prędkości i pola magnetycznego/ nie można użyć żadnej z pięciu klas nieciągłości magnetohydrodynamicznych [25]. W pełni zadawajace rozwiązania nie zostały jeszcze uzyskane.

Innymi "nieciągłościami" wykrytymi przy pomocy pomiarów satelitarnych są: "warstwa plazmy" /plasma sheet/ oddzielająca dwa obszary z przeciwnymi kierunkami pola magnetycznego i "warstwa neutralna" /neutral sheet/.

Do opisu magnetosfery w dużej skali czasowo-przestrzennej można stosować przybliżenie magnetohydrodynamiczne [26]:

$$/61/ \quad \frac{dg}{dt} = \frac{\partial g}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla g = -g \underline{v} \cdot \underline{v}$$

$$/62/ \quad g \frac{d\underline{v}}{dt} = -\nabla p + \underline{j} \times \frac{\underline{B}}{c}$$

$$/63/ \quad \frac{d}{dt} (p g^{-\gamma}) = 0$$

$$/64/ \quad \underline{E} + \underline{V} \times \frac{\underline{B}}{c} = 0$$

$$/65/ \quad \underline{\nabla} \times \underline{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$$

$$/66/ \quad \underline{\nabla} \times \underline{B} = \frac{4\pi \underline{j}}{c}$$

$$/67/ \quad \underline{\nabla} \cdot \underline{B} = 0$$

Wprowadzając mały parametr δ będący stosunkiem charakterystycznej skali czasu w układzie do skali czasu interesujących nas problemów i nowe wielkości rzędu:

$$\tau = \delta t \quad ; \quad \underline{V} = \frac{\underline{v}}{\delta} \quad ; \quad \underline{F} = \frac{\underline{F}}{\delta} \quad \text{otrzymujemy:}$$

$$/61 \text{ a}/ \quad \frac{\partial g}{\partial \tau} + \underline{V} \cdot \underline{\nabla} g = -g \underline{\nabla} \cdot \underline{V}$$

$$/62 \text{ a}/ \quad \delta^2 g \left(\frac{\partial \underline{V}}{\partial \tau} + \underline{V} \cdot \underline{\nabla} \underline{V} \right) = -\nabla p + \frac{\underline{j} \times \underline{B}}{c}$$

$$/63 \text{ a}/ \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + \underline{V} \cdot \underline{\nabla} \right) P g^{-\gamma} = 0$$

$$/64 \text{ a}/ \quad \underline{E} + \underline{V} \times \frac{\underline{B}}{c} = 0$$

$$/65 \text{ a}/ \quad \underline{\nabla} \times \underline{E} = -\left(\frac{1}{c}\right) \frac{\partial \underline{B}}{\partial \tau}$$

równania /66/ i /67/ pozostają niezmienione. Jeżeli zaniedbamy w /62 a/ wyrazy proporcjonalne do δ^2 , to otrzymamy warunek

statycznej równowagi sił:

$$/68/ \quad \nabla p + j \times \frac{B}{c} = 0.$$

Warunki brzegowe /mogą być w ogólności w tym przybliżeniu wolno zmienne w czasie/ składają się z warunków na magneto-pauzie i granicy jonosfery z magnetosferą. Analiza powyższych układów równowagi prowadzi do wniosku, że obraz magnetosfery zamkniętej związany jest z zerowym przybliżeniem w δ , ponieważ już w pierwszym przybliżeniu pojawiają się wyrazy związane z konwekcją, które dopuszczają do pojawienia się nieznikających składowych prostopadłego pola magnetycznego i prędkości na granicy.

Nawet w przypadku kwazistatycznym /z małą konwekcją, małym polem elektrycznym / $\delta \ll r$ / i izotropowym ciśnieniem nie zostały otrzymane rozwiązania dla całej magnetosfery. Skonstruowano dwa samouzgodnione modele: jeden dla obszaru w którym pole magnetyczne może być aproksymowane dipolem, drugi dla ogona magnetycznego. Niestety obszary ważności tych rozwiązań nie zachodzą na siebie i do tej pory nie udało się ich zszyć [10].

Charakterystyczny dla pierwszego z tych obszarów w tym przybliżeniu jest mały wpływ prądów magnetosferycznych na całkowite pole magnetyczne tzn., że rozwiązanie może być rozwinięte względem małego parametru $B_p = \frac{8\pi p}{c^2}$, gdzie p_c , B_c charakterystyczne wartości ciśnienia plazmy i pola magnetycznego w rozważanym obszarze. W najniższym rzędzie B_p , pole magnetyczne i potencjał spełniają równanie:

$$\nabla \times B_0 = 0, \quad \nabla \cdot B_0 = 0,$$

lub na potencjał:

$$\nabla^2 u_0 = 0 \quad B_0 = \nabla u_0.$$

Warunki brzegowebrane są z obserwacji i dla szczególnie prostych geometrii można otrzymać rozwiązanie tego problemu nawet w postaci analitycznej [27] .

Bardziej zadawalające ilościowo wyniki otrzymywane są tylko wtedy, gdy uwzględnia się prądy wewnątrz granicy, które zaczynają się pojawiać w wyrazach pierwszego rzędu względem B_p :

$$/69/ \quad \nabla \times (\underline{j}_t \times \underline{B}_0) = 0$$

$$/70/ \quad \nabla \cdot \underline{j}_t = 0$$

Odpowiednie jakościowe rozwiązania tego układu równań dla tego obszaru magnetosfery zostały otrzymane w : [10] , [26] , [28] .

W drugim ze wspomnianych wyżej obszarów - ogonie magnetycznym, ze względu na równowagę między ciśnieniem plazmy i pola magnetycznego parametr B_p jest rzędu jedności i nie można względem niego rozwijać układu równań /66/, /67/, /68/. Zakładając $\underline{B} = \nabla \alpha \times \nabla \beta$, $\rho = \rho(\alpha, \beta, t)$ można w zerowym rzędzie ó otrzymać dostatecznie dobry model ilościowy ogona magnetycznego [10] .

W przybliżeniu MHD przyjmując różne modele warunków brzegowych otrzymano różne modele konwekcji: [26] , [29] , [30], [31] .

Otwarty model magnetosfery z konwekcją i polem elektrycznym przewiduje istnienie punktów lub linii neutralnych, w których następuje połączenie pola magnetycznego.

Teoretycznym ich opisem zajmowało się wielu autorów [34], [35] , [36] i mimo, że nie ma bezpośrednich obserwacji tych punktów istnieje szereg pośrednich faktów wskazujących na ich występowanie [32] , [33] .

Opis zjawisk w magnetosferze w kwazistatycznym przybliżeniu magnetohydrodynamicznym jest w wielu wypadkach niezadowolający, np. nie ma możliwości opisu punktów neutralnych /ponieważ idealne prawo Ohma żąda $E=0$ w punkcie neutralnym, gdzie $v \times B = 0$ /. Nie opisuje magnetosfery, gdy parametry plazmy i pola zmieniają się w małej skali w porównaniu ze skalą makroskopową /rzędu wielu promieni Ziemi/, stąd wynika niezadowolający opis warstw przejściowych i trudności z wyborem odpowiednich warunków brzegowych.

Wszystkie zjawiska nie dające opisać się modelem kwazistatycznym klasyfikuje się jako dynamiczne 26. Wygodnie jest wyróżniać dwie klasy procesów dynamicznych - zjawiska pasywne - będące bezpośrednią konsekwencją zmian parametrów zewnętrznych /tzn. warunki początkowe i brzegowe są związane z zewnętrznymi zaburzeniami/ - zjawiska aktywne - nie będące bezpośrednią konsekwencją zmian parametrów zewnętrznych, czyli czas reakcji na zaburzenie zewnętrzne nie jest bezpośrednio zdeterminowany, w szczególności możliwa jest reakcja spontaniczna bez zewnętrznego bezpośredniego sygnału.

Sztandarowymi przykładami obu tych procesów są - odpowiedzi pasywnej - oddziaływanie magnetosfery z dostatecznie słabą międzyplanetarną falą uderzeniową 37. Fala ta, jeśli jest dostatecznie słaba, powoduje "ściśnięcie" magnetosfery, która po przejściu fali expanduje do konfiguracji początkowej. Gdy fala uderzeniowa jest zbyt silna, odpowiedź magnetosfery jest bardziej skomplikowana, pojawiają się burze magnetyczne. Przykład odpowiedzi aktywnej - subburze, nie ma bezpośrednio związku przyczynowego między zewnętrznym polem magnetycznym, a ich pojawieniem się 38, 39, 40, 41.

Zrozumienie i określenie rodzaju odpowiedzi plazmy magnetosferycznej, a przede wszystkim rozróżnienie w jej odpowiedzi części aktywnych od pasywnych, wydaje się być kluczowym problemem do zrozumienia wielu zjawisk /np. burz i subburz magnetycznych/ 10, 37.

Szereg autorów klasyfikuje procesy zachodzące w magnetosferze z punktu widzenia ich odwracalności 37, 42.

Jednym z ważniejszych aspektów zjawisk magnetosferycznych są problemy stabilności, ze szczególnym podkreśleniem niestabilności długoskalowych. Z tego punktu widzenia subburze można interpretować jako niestabilność.

Aktualnie istnieje tylko teoria stabilności magnetosfery w odniesieniu do subburz w dwóch wymiarach.

W dwóch wymiarach stabilność może być dyskutowana w języku zasad wariacyjnych, gdzie znak minimum funkcjonału δW determinuje stabilność

$$\begin{aligned} \delta W_{\min} > 0 & \longrightarrow \text{stabilność} \\ \delta W_{\min} < 0 & \longrightarrow \text{niestabilność} \end{aligned}$$

Ta zasada wariacyjna jest słuszna w wielu modelach plazmy, w szczególności dla modelu magnetohydrodynamicznego [43], [44] i Własowa [45], [46]. W obu przypadkach δW można zapisać w postaci:

$$/71/ \quad \delta W = \delta F + \delta G ,$$

gdzie δF ma zawsze taką samą postać:

$$/72/ \quad \delta F = \frac{1}{2} \int \left((\nabla \underline{A}_1)^2 + 4 \pi \underline{A}_1^2 \frac{d^2 P_0}{d A_0^2} \right) d^2 r ,$$

$P_0(A_0)$ - ciśnienie równowagowe, \underline{A}_1 - zaburzony potencjał wektorowy. δG zależny od przyjętego modelu. W większości interesujących fizycznie przypadków $\delta G \geq 0$ niezależnie od A_1 , stąd wynika, że wystarczającym warunkiem stabilności układu będzie:

$$/73/ \quad \delta F \geq 0$$

Wiele własności F sugeruje, że można ten wyraz traktować jak energię swobodną systemu.

δG może być prosto zapisana w przypadku:

1/ doskonałego modelu M H D [43]

$$/74/ \quad \delta G = \int \gamma P \left(\nabla \cdot \left(\frac{A_1 \nabla A_0}{|\nabla A_0|^2} \right) \right)^2 d^3 r ,$$

2/ M H D z oprornością [44] :

$$/75/ \quad \delta G = \int \frac{d^2 P_0}{d A_0^2} \tilde{A}_1^2 d^2 r ,$$

3/ teoria Własowa [45] , [46] :

$$/76/ \quad \delta G = \int \left| \frac{\partial \zeta_0}{\partial \varphi_0} \right| \left\{ \langle \psi_1 \rangle - \langle \langle \psi_1 \rangle \rangle \right\}^2 d^2 r ,$$

gdzie:

$$/77/ \quad \frac{\partial \zeta_0}{\partial \varphi_0} = \sum e^2 \int \left(\frac{\partial F_0}{\partial H_0} \right) d^3 r$$

/Suma po wszystkich rodzajach cząsteczek/, $F_0(H_0, P_0)$ - funkcja rozkładu danego rodzaju cząsteczek traktowana jako funkcja stałych ruchu H_0, P_0 , /uogólniony pęd związany z kierunkiem y /.

$\frac{\partial F_0}{\partial H_0} < 0$ /założenie/, $e \psi_1$ - zaburzony Hamiltonian

$$/78/ \quad e \psi_1 = -\frac{e}{c} v_y A_1 + e \phi_1 .$$

Oznaczenia „ $\overline{\quad}$ ”, „ $\langle \cdot \rangle$ ”, „ $\{ \cdot \}$ ” definiują następujące średnie:

$$/79 a/ \quad \bar{\delta} = \int_{A_0} \frac{\delta}{|\nabla A_0|} ds \bigg/ \int_{A_0} \frac{ds}{|\nabla A_0|} ,$$

całkujemy wzdłuż łuku dla którego $A_0 = 0$,

$$/79 b/ \quad \langle \delta \rangle = \int_D \delta d^2r \bigg/ \int_D dr^2 ,$$

$D(H_0, P_0)$ - obszar dostępny dla cząsteczek ze stałymi ruchu H_0, P_{0y} w przestrzeni fazowej $e\psi(\sim, P_{0y}) \leq H_0$,

$$/79 c/ \quad \{ \delta \} = \sum e^2 \int |F_0'| \delta d^3v \bigg/ \sum e^2 \int |F_0'| d^3v .$$

Zastosowano powyższe rozważania do ogona magnetosfery przy założeniu niewielkiej zależności w kierunku składowej x -owej/wzdłuż ogona/. Otrzymano energię swobodną i pokazano, że $\delta F_{\min} \gg 0$ /stabilność/, gdy ogon dąży wraz z odległością do skupienia się, $\delta F < 0$ niestabilność - rozbiega się - rezultat ten został otrzymany na wiele sposobów [46] , [47] , [48] , [49] .

W bardzo uproszczonym modelu [50] pokazuje się, że pojawienie się punktów neutralnych związane jest z różnicą dynamiki jonów i elektronów.

Otwartym ciągle problemem jest uwzględnienie we wszystkich rozważaniach wpływu jonosfery. Zauważmy, że np. rozpatrywanie tylko dwuwymiarowego modelu ogona magnetosferycznego prowadzi do zaniedbania wszystkich efektów zachód - wschód, między innymi przepływu części prądu do jonosfery.

Wszystkie rozważane wcześniej efekty dynamiczne były efektami długoskalowymi, makroskopowymi. W magnetosferze występuje cały szereg zjawisk związanych z jej mikrostrukturą /rzędu długości Debye'a/ przy czym należy pamiętać, że tych efektów nie można całkowicie od siebie oddzielić

/patrz np. /35/, /43/, /54//.

Rozważając efekty w małej skali należy przede wszystkim zidentyfikować niestabilności liniowe. Ze względu na małoskalowość problemu można dyskutować relacje dyspersyjne dla ośrodka przestrzennie jednorodnego. W tym przybliżeniu wiele problemów z punktu widzenia teorii plazmy zostało rozwiązanych. Natomiast nie są do końca wyliczone makroskopowe współczynniki transportu, ponieważ do ich wyliczenia należy stosować teorie nieliniowe /zazwyczaj te współczynniki zależą od amplitudy fluktuacji/. Przybliżone rezultaty zostały otrzymane na gruncie teorii słabej turbulencji /53/, /54//. Nie udało się skonstruować modelu pozwalającego w sposób zadawalający opisać zjawisk związanych z mikrostrukturą i współczynnikami transportu. Rozważane są konkretne typy oddziaływań i zazwyczaj pojedyncze procesy, rozwiązane to jest również z odmiennymi interpretacjami badań eksperymentalnych przez różnych autorów [51], [52], jak również ich niejednoznaczność.

Z tego krótkiego przeglądu widać jak skomplikowanym układem plazmowym jest magnetosfera, ile zagadnień i problemów jest ciągle otwartych. Co więcej widać, że chcąc wyjść poza jedynie jakościowy i długofalowy opis magnetosfery musimy uwzględnić dysypacje, dyspersje i efekty nieliniowego oddziaływania fal elektromagnetycznych z magnetosferą.

LITERATURA

- [1] G.B. WHITHAM, Linear and nonlinear waves, J. Wiley, 1974.
- [2] B.B. KADOMCEW, Kollectiwnyje jewlenija w płazmie, Nauka, Moskwa 1976.
- [3] S. ICHIMARU, Basic principles of plazma physics, Benjamin, 1973. N.A. KRALL, W. TRIVELPIECE, Fizyka plazmy, PWN, Warszawa 1979.
- [4] I.P. SHKAROFSKY, T.W. JOHNSTON, M.P. BACHYNSKI, The particle kinetycs of plasmas, Addison-Wesley, 1966.
- [5] W.P. SILIN, Wstęp do teorii kinetycznej gazów, PWN, Warszawa 1975.
- [6] W. ROZMUS, Hydrodynamical description of one-component weakly coupled plasmas, J. Plasma Phys. 22, 41 /1979/.
W. ROZMUS, Plasmadynamical description of two - component weakly coupled plasma, J. Plasma Phys. 24, 265 /1980.
- [7] A.F. ALIEKSANDROW, L.S. BOGDANKIEWICZ, A.A. RUCHADZE, Osnovy elektrodinamiki płazmy, Wyszczaja Szkoła, Moskwa 1978.
- [8] W.N. HESS, The radiation belt and magnetosphere, Blaisdell, 1968.
- [9] S.I. AKASOFU, S. CHAPMAN, Solar - terrestriol physics, Clarendon Press, Oxford 1972.
- [10] K. SCHINDLER, J. BIRN, Magnetosphenc physics, Physics Reports, 47, 111 /1978/.
- [11] J.G. ROEDERER, Space Sci. Rev. 21, 23 /1977/.
- [12] B.U.O. SONNERUP, in: Magnetosphenic physics, ed. B.M. Mc Cormac /Reidel, Dordrecht, 1974/ p. 23.
- [13] C.T. RUSSELL, in: Physics of the solar planetary environments, ed. D.J. Williams /American Geophys. Union, Boulder, Colorado, 1976/ p. 526.
- [14] N. SCKOPKE, G. PASCHMAN, H. ROSENBAUER, D.H. FAIRFIELD, J. Geophys. Res. 81, 2687 /1976/.
- [15] K.W. BEHANNON, J. Geophys. Res. 73, 907 /1968/.
- [16] N.F. NESS, J. Geophys. Res. 70, 2989 /1965/.
- [17] N.F. NESS, C.S. SCEARCE, J.B. SEEK, J. Geophys. Res. 69, 3531 /1964/.

- [18] J.R.SPREITER, Rev. Geophys. 7, 11 /1969/.
- [19] D.BISKAMP, Nucl. Fusion, 13, 719 /1973/.
- [20] A.A.GALEEV, in: Physics of the solar planetary environments, ed. D.J. Williams /Boulder, Colorado, 1976/ p. 464.
- [21] R.C.DAVIDSON, Methods in nonlinear theory, Academic Press, 1972.
- [22] B.D.FRIED, R.W.GOULD, Phys. Fluids, 4, 139 /1961/.
- [23] A.A.GALEEV, in: Physics of the hot plasma in the magnetosphere, eds. B. Hulquist and L. Stenflo /Plenum Publ. Co., New York and London, 1975/.
- [24] J.W.DUNGEY, J.Atmospheric Terrestr. Phys., 40, 231 /1978/.
- [25] K.SCHINDLER, in: Magnetospheric particles and fields, ed. B.M. McCormac /D. Reidel Publ. Co. Dordrecht, Holland, 1976/.
- [26] V.M.VASYLIUNAS, in: Magnetospheric particles and fields, ed. B.M. McCormac /D. Reidel Publ. Co., Dordrecht, Holland, 1976/.
- [27] G.H.VOIGT, Z.Geophys. 28, 319 /1972/.
- [28] J.W. DUNGEY, Cosmic electrodynamics, University Press, Cambridge, 1958.
- [29] R.A.WOLF, J. Geophys. Res., 75 , 1739 /1970/.
- [30] V.M.VASYLIUNAS, in: Earth's magnetospheric processes, ed. B.M. McCormac /D. Reidel, Dordrecht, Holland, 1972/ p. 29.
- [31] R.K. JAGGI, R.A.WOLF, J. Geophys. Res. 78, 2852 /1973/.
- [32] B.U.Ø.SONNERUP, in: Physics of the solar planetary environments, ed. D.J. Williams /American Geophys. Union, Boulder, Colorado, 1976/ p. 541.
- [33] R.P.LIN, K.A.ANDERSON, J.E.McCOY, C.T.RUSSELL, J.Geophys. Res., 82 2761 /1977/.

- [34] P.R.SWEET, Proc. IAU Symp. on Electromagnetic phenomena in cosmical physics, No. 6, Stockholm /1956/ p. 123.
- [35] E.N.PARKER, J. Geophys. Res. 62, 509 /1957/.
U.E.PETSCHKEK, AAS-NASA Symposium on the Physics of solar flares, NASA Spec. Publ. SP-50 /1964/ 425.
- [36] V.M. VASYLIUNAS, Rev. Geophys. Space Phys. 12, 303 /1975/.
- [37] S.I.AKASOFU, Physics of magnetospheric substorms /D.Reidel Publ. Co., Dordrecht, Holland, 1970/.
- [38] J.C.FOSTER, D.H.FAIRFIELD, K.W.OGILVIE, T.J.ROSENBERGER, J. Geophys. Res. 76, 6971 /1971/.
- [39] J.S.KOKUBUN, R.L.McPHERRON, C.T.RUSSEL, J. Geophys. Res. 82, 5521 /1977/.
- [40] A.NISHIDA, E.W.HONES, J.Geophys. Res. 79, 535 /1974/.
- [41] A.T.K.LUI, C.I.MENG, S.I.AKASOFU, J.Geophys. Res. 81, 5934 /1976/.
- [42] R.L.McPHERRON, J. Geophys. Res. 75, 5592 /1970/.
- [43] I.B.BERNSTEIN, E.A.FRIMAN, M.D.KRUSKAL, R.M.KULSRUD, Proc. Roy. Soc. /London/ A244, 17 /1958/.
- [44] H.TASSO, Plasma Physics 17, 1131 /1975/
- [45] K.SCHINDLER, D.PFIRSCH, H.WOBIG, Plasma Phys. 15, 1165 /1973/.
- [46] K.SCHINDLER, J.Geophys. Res. 79, 2803 /1974/.
- [47] J.BIRN, R.R.SOMMER, K.SCHINDLER, Astrophys. Space Sci. 25, 389 /1975/.
- [48] H.AMANN, SIAM Revien 18, 620 /1976/.
- [49] D.BISKAMP, K.SCHINDLER, Plasma Phys., 12, 1013 /1971/.
- [50] A.A.GALEEV, L.M.ZELENYI, Sov. Phys. JETP, 42, 1113 /1976/
- [51] D.A.GURNETT, L.A.FRANK, J. Geophys. Res. 82, 1031 /1977/.
- [52] M.ASHOUR-ABDALLA, R.M.THORNE, Geophys.Res. Lett., 4, 45 /1977/.