

**Maciej Starzak**  
**Paweł Głuszczyk**  
**Henryk Michalski**

Instytut Inżynierii Chemicznej  
 i Procesowej  
 Politechnika Łódzka

## **Wyznaczanie parametrów wnikania masy w fermentorach wieżowych z obiegiem zewnętrznym**

### **1. Charakterystyka fermentorów wieżowych**

Przez długi czas podstawowym typem aparatu przemysłowego stosowanego do prowadzenia aerobowych procesów fermentacyjnych był fermentor zbiornikowy z mieszadłem mechanicznym. W celu zwiększenia szybkości wnikania tlenu do pożywek hodowlanych oraz jednoczesnego zmniejszenia zapotrzebowania na energię w procesach mieszania i napowietrzania, z początkiem lat trzydziestych rozpoczęto intensywne poszukiwania i badania nowych rozwiązań konstrukcyjnych fermentorów.

Szczególnie dużo uwagi poświęcono fermentorom wieżowym pracującym na podobnej zasadzie jak kolumny barbotażowe. Rozproszenie gazu w cieczy oraz efekt mieszania fazy ciekłej osiąga się w nich dzięki doprowadzaniu do wnętrza fermentora strumienia powietrza za pomocą odpowiednio skonstruowanych urządzeń napowietrzających: belkotek, płyt perforowanych, dysz jedno- lub dwufazowych.

Do podstawowych zalet takich aparatów, w porównaniu z fermentorami zbiornikowymi, należą:

- prostsza konstrukcja i brak części wirujących, a przez to większa niezawodność pracy i łatwiejsze zachowanie sterylnych warunków pracy aparatu,
- mała powierzchnia potrzebna do ustawienia fermentora,
- niższe koszty eksploatacji dzięki mniejszemu zużyciu energii,
- intensywna burzliwość faz wskutek ich wzajemnego oddziaływania,
- dobrze rozwinięta powierzchnia kontaktu faz,
- zwiększona rozpuszczalność tlenu wskutek dodatkowego działania ciśnienia hydrostatycznego słupa cieczy (wyższe siły napędowe ruchu masy),
- łatwość zmiany czasów przebywania,
- możliwość hodowli grzybów nitkowatych dzięki występowaniu mniejszych sił ścinających podczas mieszania.

Fermentory wieżowe znalazły zastosowanie na dużą skalę w procesach biologicznego oczyszczania ścieków oraz w produkcji białka organizmów jednokomórkowych. Podjęto też próby zastosowania takich aparatów do prowadzenia biosyntezy kwasu cytrynowego.

Ze względu na słabą rozpuszczalność tlenu w roztworach wodnych, a także wobec niezbyt wysokich wartości współczynników przenikania tlenu w kolumnach barbotażowych, średnie czasy przebywania pęcherzyków powietrza w fermentorach tej konstrukcji okazują się niewystarczające do efektywnego przebiegu szczególnie wymagających procesów fermentacji tlenowej. Wprowadzono nowe konstrukcje fermentorów wieżowych charakteryzujące się wyższymi średnimi czasami przebywania mediów w aparacie, m.in. fermentory wielosekcyjne (1) i obiegowe (cyrkulacyjne) (2-4). Przepływ środowiska fermentacyjnego w aparatach tego typu może zachodzić w całości w kanałach wewnętrznych fermentora (układy z cyrkulacją wewnętrzną) lub też częściowo w zasadniczym fermentorze, a następnie przewodem zewnętrznym, którym medium kierowane jest ponownie do fermentora (układy z cyrkulacją zewnętrzną). Na określenie fermentorów

torów obiegowych, w których cyrkulację cieczy wywołuje wyłącznie doprowadzone powietrze zwykle stosowany jest termin: fermentory typu *air-lift*. Aparat taki składa się z dwóch pionowych sekcji, połączonych ze sobą przy podstawie i u szczytu kolumny. Do jednej z tych sekcji doprowadzane jest powietrze. Różnica gęstości mieszaniny gaz-ciecz w strefie napowietrzanej i gęstości cieczy pozbawionej pęcherzyków gazu w sekcji nie napowietrzanej powoduje przepływ cieczy między strefami aparatu.

Aparaty typu *air-lift* wykazują nieco niższe wartości średnich objętościowych współczynników wnikania masy  $\kappa_{L,a}$  niż kolumny barbotażowe, jednakże zapewniają wyraźnie wyższy średni czas przepływu gazu oraz znacznie lepsze wymieszanie fazy ciekłej (bardziej jednorodną burzliwość) i zdyspergowanie fazy gazowej.

Z analizy przepływu dwufazowego w fermentorach *air-lift* wynika, że niezależnie od szczegółów konstrukcyjnych zawsze można w nich zaobserwować istnienie trzech obszarów: 1 – strefy napowietrzanej, w której występuje współprądowy przepływ gazu i cieczy ku górze, 2 – strefy separacji gazu i 3 – strefy przepływu cieczy w dół. Obszary te różnią się hydrodynamiką przepływu (zatrzymaniem gazu, współczynnikami dyspersji osiowej, czasem prędkościami przepływu cieczy) i intensywnością międzyfazowego transportu tlenu (objętościowymi współczynnikami wnikania tlenu i silami napędowymi ruchu masy).

W ostatnich latach podejmuje się próby nie tylko jakościowego, ale i ilościowego opisu hydrodynamiki i ruchu masy w fermentorach typu *air-lift* (5). W piśmiennictwie dostępne są liczne wyniki badań zatrzymania gazu  $\varepsilon_G$  (3,6–9), szybkości cyrkulacji cieczy  $u_L$  (3,9) i współczynników dyspersji wzdłużnej  $D_L$  (10) w różnych mediach, głównie w funkcji pozornej prędkości przepływu gazu  $u_G$ . Stosunkowo najslabiej zbadane są parametry ruchu masy. Na ogół w piśmiennictwie podawane są średnie wartości objętościowego współczynnika wnikania tlenu  $\kappa_{L,a}$ , wyznaczone przy założeniu idealnego wymieszania fazy ciekłej w całej objętości aparatu. Takie podejście nie uwzględnia odmienności warunków wymiany masy w każdej ze stref fermentora. W pracach, w których badano lokalne wartości  $\kappa_{L,a}$  stwierdzono, że intensywność ruchu masy w strefach nie jest jednakowa. Brak jednak zgodności co do wielkości udziału poszczególnych obszarów w całkowitym efekcie wymiany masy. W pracach (9,11) wskazuje się na znaczną dominację wartości  $\kappa_{L,a}$  w strefie przepływu cieczy w dół, podczas gdy wnioski z prac zawarte w publikacjach (8,12) sugerują przewagę  $\kappa_{L,a}$  w strefie przepływu do góry. Bliższe zbadanie tego zagadnienia wiąże się jednak z koniecznością opracowania odpowiednich modeli matematycznych fermentorów *air-lift* umożliwiających identyfikację współczynników  $\kappa_{L,a}$  na podstawie doświadczalnych rozkładów stężeń tlenu rozpuszczonego w fazie ciekłej.

## 2. Modele matematyczne fermentora *air-lift*

Zadanie ilościowego opisu pracy fermentora wiąże się zawsze z koniecznością formułowania i stosowania modeli matematycznych. Służą one do teoretycznego przewidywania stanu fermentora w dowolnym jego punkcie i w danej chwili (zawartości faz, prędkości ich przepływu, stężeń składników w poszczególnych fazach, rzadziej temperatury). W ostatecznym rezultacie dzięki modelom matematycznym możliwe staje się oszacowanie rozmaitych wskaźników technologiczno-produkcyjnych charakteryzujących proces prowadzony w fermentorze, takich jak: produktywność, wydajność czy selektywność. Z tego względu modele matematyczne znajdują zastosowanie w projektowaniu i optymalizacji systemów fermentacyjnych i towarzyszących im układów regulacji i sterowania.

Na pełny model matematyczny fermentora *air-lift* składają się (w warunkach izobaryczno-izotermicznych) takie modele jak:

- a) hydrodynamiki układu dwu- lub trójfazowego,
- b) wymiany masy gaz-ciecz,

- c) wymiany masy ciecz-faza biologiczna,
- d) kinetyki procesów mikrobiologicznych,
- e) warunków brzegowych procesu,
- f) warunków początkowych procesu.

Identyfikację parametrów hydrodynamicznych i ruchu masy prowadzi się zwykle w mediach fermentacyjnych, biologicznie nieaktywnych, co pozwala wyeliminować z rozważań efekty przemian mikrobiologicznych i znacznie upraszcza procedurę identyfikacyjną. W rezultacie, dla potrzeb identyfikacji parametrów transportowych opuszcza się w pełnym modelu fermentora modele składowe wyszczególnione w punktach c) oraz d).

Ze względu na stosunkowo małe opory ruchu masy w fazie gazowej – słaba rozpuszczalność tlenu w mediach fermentacyjnych (13) – modelowanie przepływu fazy gazowej posiada na ogół mniejsze znaczenie niż modelowanie zachowania fazy ciekłej. W praktyce na ogół przyjmuje się dla fazy gazowej model przepływu tłokowego lub model idealnego wymieszania.

Matematyczny opis zachowania fazy ciekłej jest trudniejszy i wymaga przyjęcia w każdym z wyróżnionych obszarów fermentora odpowiednich modeli przepływu cieczy. W odniesieniu do strefy separacji gazu wielu autorów przyjmuje zgodnie model idealnego mieszania cieczy (14,15). W pozostałych dwóch strefach przyjmuje się takie modele jak: idealnego mieszania (8,9,16), kaskady idealnych mieszalników (7,14), przepływu tłokowego (15,17) lub przepływu tłokowego z nałożoną dyspersją wzdłużną (10,18).

W przypadku małych fermentorów udział szczytowej strefy separacji gazu w ogólnym efekcie wymiany masy jest niewielki i może być pominięty (14). Tak uproszczony opis fermentora uwzględnia jedynie dwa obszary, różniące się charakterem przepływu faz. W aparacie z cyrkulacją zewnętrzną jest to część główna fermentora (GF) oraz zewnętrzna rura cyrkulacyjna (ZRC). Ponieważ każda ze stref może być opisana innym modelem przepływu faz, formalnie można uzyskać szereg różnych konfiguracji. W każdej z nich rzeczywisty fermentor zastępuje się modelem dwóch wymienników masy, sprzężonych pętlą cyrkulacji cieczy i gazu, przy czym tylko jeden z wymienników podlega bezpośredniemu napowietrzaniu. Wybór określonej konfiguracji modeli, tworzącej opis hydrodynamiki całego aparatu, zależy od jego geometrii, właściwości reologicznych medium fermentacyjnego, sposobu napowietrzania, i zawsze musi podlegać weryfikacji doświadczalnej.

Rozważymy trzy najprostsze dwustrefowe modele fermentora *air-lift* z zewnętrznym zamkniętym obiegiem cieczy, mające znaczenie praktyczne. Analizę ograniczymy do przypadku transportu tlenu w medium biologicznie nieaktywnym. Z uwagi na słabą rozpuszczalność tlenu w brzeczkach fermentacyjnych pominiemy w rozważaniach opór wnikania masy w fazie gazowej ponieważ jest on wielokrotnie mniejszy aniżeli w fazie ciekłej.

## 2.1 Dwustrefowy model idealnego mieszania fazy ciekłej – model I

W modelu tym zakłada się, że faza ciekła w obu strefach fermentora jest doskonale wymieszana. Uproszczeniu ulega ponadto opis dynamiki transportu tlenu w głównej masie fazy gazowej. Przyjmuje się bowiem, że dowolne zmiany stężenia tlenu w strumieniu wlotowym gazu docierają natychmiast do każdego punktu tej fazy we wnętrzu fermentora. Równania bilansowe tlenu rozpuszczonego w fazie ciekłej są wówczas następujące:

– w strefie „1” (GF)

$$\frac{dc_{L1}}{dt} = \frac{Q_L}{e_{L1} V_1} (c_{L2} - c_{L1}) + \frac{(\kappa_L \alpha)_1}{e_{L1}} (c_L^* - c_{L1}) \quad (1)$$

– w strefie „2” (ZRC)

$$\frac{dc_{L2}}{dt} = \frac{Q_L}{e_{L2} V_2} (c_{L1} - c_{L2}) + \frac{(\kappa_L \alpha)_2}{e_{L2}} (c_L^* - c_{L2}) \quad (2)$$

gdzie ( $c^* = c / H_e$ )

Z równań tych, przy zerowych warunkach początkowych, wynikają dla obu stref fermentora ( $i=1,2$ ) wzory na zmiany w czasie stężenia tlenu w fazie ciekłej  $c_{Li}(t)$ , obserwowane po wprowadzeniu do układu strumienia powietrza w miejsce strumienia azotu (9):

$$c_{Li}(t) = c_L^* \left\{ 1 - \frac{\left[ \frac{(\kappa_L \alpha)_i}{e_{Li}} + s_2 \right] \exp(s_1 t) - \left[ \frac{(\kappa_L \alpha)_i}{e_{Li}} + s_1 \right] \exp(s_2 t)}{s_2 - s_1} \right\} \quad (3)$$

Występujące we wzorze (3) wartości własne  $s_1$  i  $s_2$  spełniają równanie kwadratowe:

$$s^2 + \left[ \frac{(\kappa_L \alpha)_1}{e_{L1}} + \frac{Q_L}{e_{L1} V_1} + \frac{(\kappa_L \alpha)_2}{e_{L2}} + \frac{Q_L}{e_{L2} V_2} \right] s + \frac{(\kappa_L \alpha)_2}{e} \left[ \frac{(\kappa_L \alpha)_1}{e} + \frac{Q_L}{e V} \right] + \frac{(\kappa_L \alpha)_1}{e} \frac{Q_L}{e V} = 0 \quad (4)$$

## 2.2. Dwustrefowy model idealnego mieszania fazy ciekłej i gazowej – model II

W modelu tym przyjmuje się, że w obu strefach fermentora zachodzi proces idealnego mieszania zarówno fazy ciekłej, jak i gazowej. Opisuje go układ równań bilansowych:

– dla fazy gazowej w strefie „1” (GF)

$$\frac{dc_{G1}}{dt} = \frac{Q_{G1}}{e_{G1} V_1} (c_{Gm} - c_{G1}) - \frac{(\kappa_L \alpha)_1}{e_{G1}} \left( \frac{c_{G1}}{H_e} - c_{L1} \right) \quad (5)$$

– dla fazy ciekłej w strefie „2” (ZRC)

$$\frac{dc_{G2}}{dt} = \frac{Q_{G2}}{e_{G2} V_2} (c_{G1} - c_{G2}) - \frac{(\kappa_L \alpha)_2}{e_{G2}} \left( \frac{c_{G2}}{H_e} - c_{L2} \right) \quad (6)$$

- dla fazy ciekłej w strefie „1”

$$\frac{dc_{L1}}{dt} = \frac{Q_L}{\epsilon_{L1} V_1} (c_{L2} - c_{L1}) + \frac{(\kappa_L \alpha)_1}{\epsilon_{L1}} \left( \frac{c_{G1}}{He} - c_{L1} \right) \quad (7)$$

- dla fazy ciekłej w strefie „2”

$$\frac{dc_{L2}}{dt} = \frac{Q_L}{\epsilon_{L2} V_2} (c_{L1} - c_{L2}) + \frac{(\kappa_L \alpha)_2}{\epsilon_{L2}} \left( \frac{c_{G2}}{He} - c_{L2} \right) \quad (8)$$

gdzie zawartość tlenu w gazie na wlocie do strefy GF wynosi:

$$c_{Gm} = \frac{Q_{G2}}{Q_{G1}} c_{G2} + \frac{Q_{G0}}{Q_{G1}} c_{G0} \quad (9)$$

W modelu pominięto zmiany  $Q_{G1}$  i  $Q_{G2}$  spowodowane absorpcją tlenu z gazu. Rozwiązanie tego zagadnienia przy zerowych warunkach początkowych można uzyskać posługując się przekształceniem Laplace'a i stosując metodę reszduów w celu znalezienia oryginału. Ostateczne rozwiązanie w dziedzinie czasu generowane jest przez 4 wartości własne problemu, spełniające złożone równanie algebraiczne czwartego stopnia (16).

### 2.3. Model idealnego mieszania fazy ciekłej w strefie GF i przepływu tłokowego w strefie ZRC – model III

W kolejnym modelu fermentora *air-lift* zakłada się, że w strefie GF panują warunki idealnego mieszania cieczy, zaś w strefie ZRC ma miejsce przepływ tłokowy. W odniesieniu do fazy gazowej przyjmuje się identyczne założenia jak w przypadku modelu I. Zakłada się ponadto, że wnikanie tlenu do fazy ciekłej zachodzi wyłącznie w strefie napowietrzanej (GF). Wskutek efektywnego odgazowania cieczy w strefie separacji zatrzymanie gazu w strefie ZRC jest znacznie mniejsze niż w strefie GF. Jednocześnie burzliwość przepływu dwufazowego w strefie ZRC jest wyraźnie mniejsza niż w strefie GF. Oba spostrzeżenia sugerują zatem przyjęcie hipotezy, że w warunkach dobrego odgazowania cieczy w strefie separacji proces wnikania tlenu w strefie ZRC jest mało znaczący. Przy takich założeniach, strefa ZRC wprowadza do układu modelowego wyłącznie element opóźnienia transportowego. Model taki opisany jest w postaci układu dwóch równań bilansowych:

$$\frac{dc_{L1}}{dt} = \frac{Q_L}{\epsilon_{L1} V_1} [c_{L2}(t, H) - c_{L1}] + \frac{(\kappa_L \alpha)_1}{\epsilon_{L1}} (c_L^* - c_{L1}) \quad (10)$$

$$\frac{\delta c_{L2}}{\delta t} + \frac{v_{L2}}{\epsilon_{L2}} \frac{\delta c_{L2}}{\delta z} = 0 \quad (11)$$

Równania uzupełniają warunek brzegowy obowiązujący na szczycie aparatu

$$c_{L2}(t, 0) = c_{L1}(t) \quad (12)$$

Zagadnienie (10–12) posiada nieskończoną liczbę wartości własnych postaci:

$$s_k = -r_k + i q_k, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

oraz

$$\bar{s}_k = -r_k - i q_k, \quad k = 2, 3, \dots, \quad (14)$$

przy czym  $q_1 = 0$ , a  $r_1$  jest rozwiązaniem równania

$$f(r) = r + a_1 + 1 - \exp(-a_2 r) = 0, \quad (15)$$

zaś dla  $k = 2, 3, \dots$  wielkości  $q_k$  i  $r_k$  dane są wzorami:

$$q_k = x_k / a_2 \quad (16)$$

$$r_k = 1 + a_1 + q_k \operatorname{ctg}(x_k) \quad (17)$$

Liczby  $x_k$  ( $k=2, 3, \dots$ ) są rozwiązaniami pojedynczego równania przestępnego w dziedzinie rzeczywistej:

$$g(x) = \ln \left[ \frac{-bx}{\sin(x)} \right] - x \operatorname{ctg}(x) = 0 \quad (18)$$

gdzie

$$b = \frac{\exp[-a_2(1+a_1)]}{a_2} \quad (19)$$

Kolejne pierwiastki  $x_k$  ( $k=2, 3, \dots$ ) równania (18) leżą w rozłącznych przedziałach  $[(2k-3)\pi, (2k-2)\pi]$ . Ciąg pierwiastków  $\{x_k\}$  dąży w granicy do wartości  $2(k-1)\pi - \frac{\pi}{2}$ .

W zależnościach (15)–(19) przyjęto następujące definicje bezwymiarowych parametrów  $a_1$  i  $a_2$ :

$$a_1 = \frac{(k_L a)_1 V_1}{Q_L} \quad (20)$$

$$a_2 = \frac{Q_L H}{V_1 \epsilon_{L1} u_{L2}} \quad (21)$$

Ciągi wartości własnych  $\{s_k\}$  i  $\{s_k\}$  generują rozwiązanie problemu  $c_{L1}(t)$  w formie nieskończonego szeregu trygonometrycznego, którego współczynniki zależą m.in. od objętościowego współczynnika wnikania tlenu  $(k_L\alpha)_1$  w strefie GF.

Natomiast rozkład stężenia rozpuszczonego tlenu w strefie ZRC określić można ze związku:

$$c_{L2}(\tau, z) = \begin{cases} 0, & \text{dla } \tau < a_2 z / H \\ c_{L1}(\tau - a_2 z / H), & \text{dla } \tau > a_2 z / H \end{cases} \quad (22)$$

### 3. Dynamika układu czujnik pomiarowy – fermentor

Odpowiedź dynamiczna  $y(t)$  fermentora jako układu reagującego na dowolne zakłócenie (np. skokową zmianę szybkości napowietrzania) jest bezpośrednio niedostępna obserwacji, gdyż z reguły jest rejestrowana pośrednio przez czujniki pomiarowe. Obserwowany stan przejściowy jest zatem stanem dynamicznym całego układu doświadczalnego obejmującego obiekt właściwy i instrument pomiarowy. Znalezienie zależności teoretycznych opisujących odpowiedź czujnika na sygnał z fermentora dany w postaci funkcji  $y(t)$  polega na rozwiązaniu zagadnienia początkowego:

$$T_1 \frac{de_1}{dt} + e_1 = y(t) \quad (23)$$

$$T_k \frac{de_k}{dt} + e_k = e_{k-1}, \quad k = 2, 3, \dots, n \quad (24)$$

$$e_k(0) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (25)$$

Rozwiązanie tego problemu uzyskać można na gruncie teorii przekształcenia Laplace'a, korzystając z twierdzenia o splocie lub z metody residuów (tw. o rozkładzie).

W pierwszym przypadku odpowiedź czujnika wyraża wzór:

$$e_n(t) = \sum_{k=1}^n a_k \exp(-t/T_k) \int_0^t y(\tau) \exp(\tau/T_k) d\tau \quad (26)$$

gdzie współczynniki  $a_k$  obliczamy z zależności:

$$a_k = \left\{ T_k \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (1 - T_j/T_k) \right\}^{-1} \quad (27)$$

Z kolei metoda residuów prowadzi do sumy nieskończonej:

$$e_n(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{y_i(t)}{\prod_{k=1}^n (T_k s_{n+1} + 1)} + \sum_{k=1}^n a_k Y(s_k) \exp(-t/T_k) \quad (28)$$

w której  $Y(s)$  oznacza transformatę Laplace'a wymuszenia  $y(t)$ , a liczby  $s_k$  są dla  $k = 1, \dots, n$  równe:

$$s_k = -1/T_k \quad (29)$$

natomiast dla  $k = n+1, n+2, \dots$  stanowią bieguny transformaty  $Y(s)$ .

#### 4. Identyfikacja parametrów wnikania masy

Procedura identyfikacyjna, której celem jest wyznaczenie wartości interesujących parametrów fermentora (np.  $k_{La}$ ) składa się z dwóch podstawowych etapów: doświadczalnego i obliczeniowego. W pierwszej kolejności przeprowadza się eksperyment, w którym ściśle zdefiniowanemu wymuszeniu podlega wybrana zmienna stanu fermentora (np. stężenie tlenu lub znacznika) i rejestrowana jest odpowiedź dynamiczna czujników pomiarowych. Z kolei etap obliczeniowy procedury identyfikacyjnej polega na znalezieniu zależności teoretycznych opisujących stan przejściowy układu. W tym celu rozwiązuje się równania bilansowe rozważanego modelu fermentora wraz z warunkami brzegowymi i początkowymi, uwzględniając przy tym charakterystykę wprowadzonego wymuszenia. Korzysta się tutaj z metody residuów, przy czym bieguny transformaty:

$$Y(s) = Y_1(s) / Y_2(s) \quad (30)$$

oblicza się numerycznie rozwiązując względem  $\text{Re}(s)$  i  $\text{Im}(s)$ , tj. w dziedzinie rzeczywistej, układ równań algebraicznych:

$$\text{Re} \{ Y_2 [ \text{Re}(s), \text{Im}(s) ] \} = 0 \quad (31)$$

$$\text{Im} \{ Y_2 [ \text{Re}(s), \text{Im}(s) ] \} = 0 \quad (32)$$

Następnie, poszukuje się zależności teoretycznych opisujących stan przejściowy czujników pomiarowych, korzystając z jednej strony z równań ich dynamiki, z drugiej zaś z uzyskanych wcześniej zależności opisujących stan przejściowy fermentora (zastosowanie twierdzenia o splocie lub metody residuów).

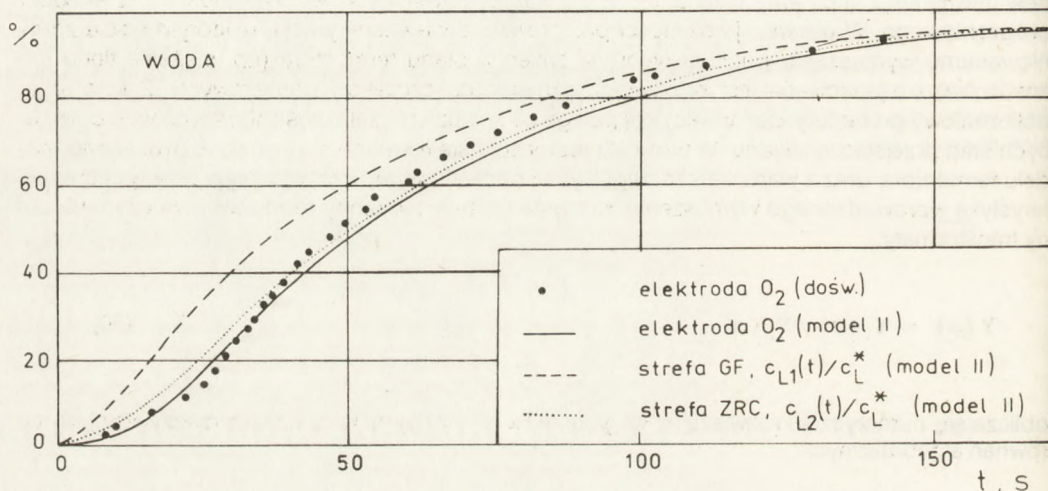
Najbardziej czasochłonna część etapu obliczeniowego polega na takim doborze wartości szukanych parametrów modelu fermentora, przy których uzyskuje się najlepszą zgodność teoretycznej odpowiedzi czujnika pomiarowego z zarejestrowaną doświadczalnie. Wykorzystuje się do tego rozmaite metody numeryczne (optymalizacyjno-iteracyjne, programowania nieliniowego, itp.), z których na szczególną uwagę zasługuje metoda Marquardta (19).

W celu oceny przydatności opisanych modeli do wyznaczania parametrów ruchu masy w fermentorze *air-lift* z cyrkulacją zewnętrzną oraz zbadania intensywności wnikania tlenu w poszczególnych strefach aparatu przeprowadzono pomiary zmian stężenia tlenu w fazie ciekłej wywołanych skokową zmianą warunków napowietrzania (metoda dynamiczna, tzw. *gassing-in*). Zmiany stężenia tlenu w fazie ciekłej wywołane zakłóceniem rejestrowano w postaci odpowiedzi elektrod tlenowych rozmieszczonych wzdłuż wysokości strefy GF. Badania prowadzono w fer-

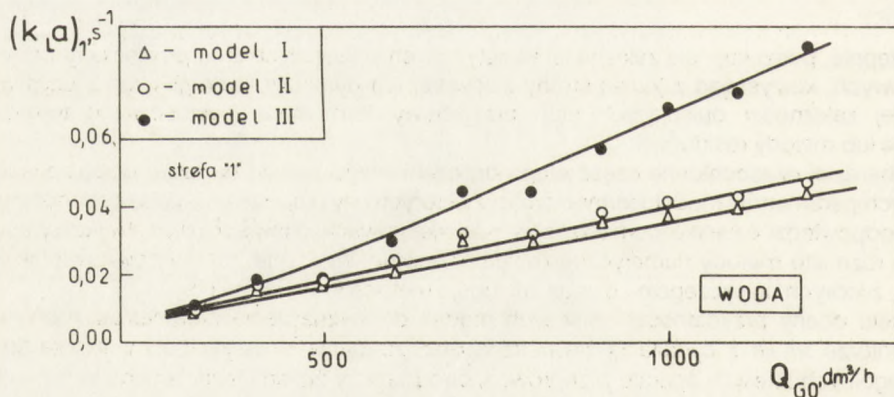


mentorze o pojemności roboczej 21 dm<sup>3</sup> (średnice stref: GF-85 mm, ZRC-52 mm;  $A_{ZRC}/A_{GF} = 0,42$ ) w układzie zamkniętym względem fazy ciekłej. Strefą bezpośrednio napowietrzaną była strefa GF. Stosowano szybkości napowietrzania od 300 do 1200 dm<sup>3</sup>/h (0,25÷1 vvm) oraz trzy rodzaje mediów (wodę, brzeczkę pofermentacyjną z procesu biosyntezy kwasu cytrynowego oraz brzeczkę pofermentacyjną rozcieńczoną wodą w stosunku 1:1).

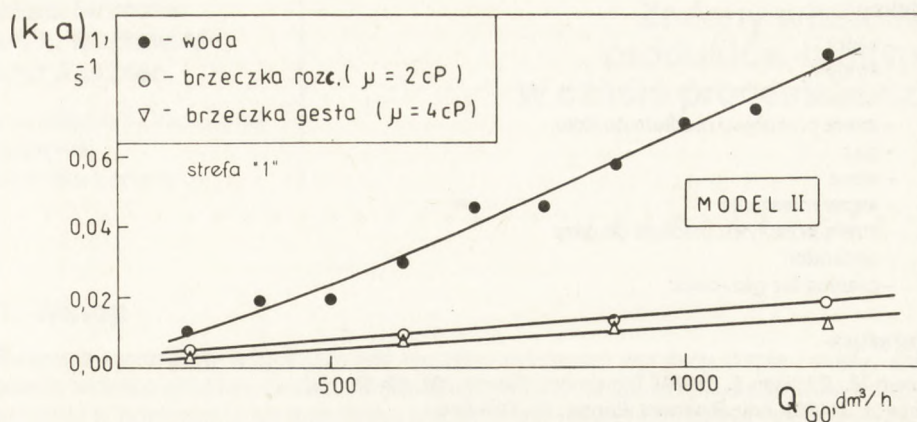
W obliczeniach identyfikacyjnych  $k_{La}$  uwzględniono dynamikę przyrządów pomiarowych włączając do równań modelowych fermentora model dynamiczny elektrody tlenowej (traktowanej jako obiekt inercyjny III rzędu). Obliczenia wykonano korzystając z nieliniowej metody najmniejszych kwadratów w wersji Marquardta (19). Najważniejsze wyniki obliczeń ilustrują rys. 1-3.



Rys.1. Rozkłady stężenia tlenu i wskazania elektrod tlenowych – porównanie wyników teoretycznych (model II) i doświadczalnych,  $Q_{G0} = 400 \text{ dm}^3/\text{h}$ .



Rys.2. Wyniki estymacji objętościowych współczynników wnikańia tlenu w wodzie wg modeli I, II i III (strefa GF).



Rys.3. Objętościowe współczynniki wnikania tlenu w strefie GF dla różnych mediów (wg modelu II).

Uzyskane rezultaty prowadzą do następujących wniosków:

a) istnieje bardzo wyraźna dominacja współczynników  $k_{La}$  w strefie GF nad ich wartościami w strefie ZRC,

b) dla  $Q_{G0} > 600$  dm<sup>3</sup>/h model III prowadzi do 1,5÷2 razy większych wartości ( $k_{La}$ ) niż pozostałe modele,

c) wartości ( $k_{La}$ )<sub>1</sub> zależą silnie od lepkości medium.

Obliczenia wykazały ponadto, że w modelach II i III opisane zostały dane doświadczalne w sposób porównywalny, przy czym wyraźnie lepiej niż model I. Wydaje się, że model łączący w sobie cechy modeli II i III (tj. z dynamiką fazy gazowej i przepływem tłokowym w ZRC) powinien prowadzić do najlepszej zgodności teorii z eksperymentem.

## Oznaczenia

- $a_m$  – właściwa powierzchnia wymiany masy, m<sup>2</sup>/m<sup>3</sup>
- $A$  – powierzchnia przekroju poprzecznego przepływu medium, m<sup>2</sup>
- $c$  – stężenie składnika, kg/m<sup>3</sup>
- $D$  – współczynnik dyspersji wzdłużnej, m<sup>2</sup>/s
- $g$  – przyspieszenie grawitacyjne, m/s<sup>2</sup>
- $G$  – strumień przenikania masy, kg/s
- $H$  – poziom cieczy zdyspergowanej, m
- $He$  – stała Henry'ego
- $q_k$  – część urojona wartości własnej  $s_k$
- $Q$  – objętościowe natężenie przepływu fazy, m<sup>3</sup>/s
- $(-r_k)$  – część rzeczywista wartości własnej  $s_k$
- $s_k$  –  $k$ -ta wartość własna układu dynamicznego
- $t$  – czas, s
- $u$  – liniowa pozorna prędkość przepływu fazy, m/s
- $V$  – objętość cieczy zdyspergowanej, m<sup>3</sup>
- $x$  – współrzędna wysokości I strefy fermentora, m
- $y$  – współrzędna wysokości strefy separacji gazu, m
- $z$  – współrzędna wysokości II strefy fermentora, m
- $\varepsilon$  – stopień zatrzymania fazy
- $\eta_{eff}$  – efektywny współczynnik lepkości dynamicznej medium fermentacyjnego, kg/(ms)

## Indeksy

- 0 - wlot
- 1 - strefa I
- 2 - strefa II
- d - strefa przepływu medium do dołu
- G - gaz
- L - ciecz
- m - węzeł mieszania
- r - strefa przepływu medium do góry
- s - separator
- \* - granica faz gaz-ciecz

## Literatura

1. Orazem M., Erickson L., (1979), *Biotechnol. Bioeng.*, 21, 69-88.
2. Blenke H., (1979), *Adv. Biochem. Engng*, 13, 121-214.
3. Blenke H., (1985), *Biochemical loop reactors*, in *Biotechnology, II (Fundamentals of Biochemical Engineering)*, ed. H. Brauer, 465-517, VCH, Weinheim.
4. Moresi M., (1981), *Biotechnol. Bioeng.*, 23, 2537-2560.
5. Merchuk J. C., (1986), *Hydrodynamics and hold-up in air-lift reactors*, in *Encyclopedia of Fluid Mechanics*, 3, ed. N. P. Cheremisinoff, 1485-1511, Gulf Publishing, Houston.
6. Merchuk J. C., (1986), *Chem. Eng. Sci.*, 41, 11.
7. Hatch R. T., (1986), *Fermentor design*, in *Single-Cell-Protein II*, ed. S. R. Tannenbaum, D. I. C. Wang, 46-68, The MIT Press, Cambridge (Mass.).
8. Bello R. A., Robinson C. W., Moo-Young M., (1985), *Biotechnol. Bioeng.*, 27, 369-381.
9. Głuszczyk P., Starzak M., Michalski H., (1988), *Acta Biotechnol.*, 8, 125-137.
10. Warnecke H.-J., Pruess J., Leber L., Langemann H., (1985), *Chem. Eng. Sci.*, 40, 2327-2331.
11. Koide K., Horibe K., Kitaguchi H., Suzuki N., (1984), *J. Chem. Eng. Japan*, 17, 547-549.
12. Bello R. A., Robinson C. W., Moo-Young M., (1985), *Chem. Eng. Sci.*, 40, 53-58.
13. Michalski H., Głuszczyk P., (1985), *Badania rozpuszczalności tlenu i dwutlenku węgla w mediach fermentacyjnych*, *Mat. II Ogólnopol. Sesji Nauk. Postępy Inżynierii Bioreaktorowej* (red. H. Michalski), 9-19, Politechnika Łódzka.
14. Ho C. S., Erickson L. E., Fan L. T., (1977), *Biotechnol. Bioeng.*, 19, 1503-1522.
15. Merchuk J. C., Stein Y., Mateles R. I., (1980), *Biotechnol. Bioeng.*, 22, 1189-1211.
16. Macioszek J., Myszka L., (1985), *Charakterystyka bioreaktorów cyrkulacyjnych air-lift skonstruowanych w IPF*, *Mat. II Ogólnopol. Sesji Nauk. Postępy Inż. Bioreakt.* (red. H. Michalski), 51-60, Politechnika Łódzka.
17. Starzak M., Głuszczyk P., Michalski H.: *Oxygen transfer coefficients in an air-lift fermentor with the external circulation loop*, w przygotowaniu.
18. Warnecke H.-J., (1986), *On the mixing behaviour of gas-liquid jet loop reactors*, in *Bioreact. Fluid Dyn. Pap. Int. Conf.*, 121-136, BHRA Fluid Engng Cent., Cranfield/Bedford.
19. Marquardt D. W., (1963), *J. SIAM*, 11, 431-441.

## Determination of the parameters of mass transfer in air-lift loop fermenters

### Summary

Air-lift loop fermenters are briefly characterised in the paper. Two-zone mathematical model of mass transfer in air-lift fermenters for various systems of gas and liquid flow models (ideal mixing, plug flow, axial dispersion) is proposed. The example of identification of this model using experimental data of oxygen transfer in the liquid phase in an external-loop air-lift fermentor of operating volume 21 dm<sup>3</sup> is quoted. Volumetric oxygen transfer coefficients  $k_{1A}$  are determined for various aeration rates.

### Adres dla korespondencji:

Maciej Starzak, Instytut Inżynierii Chemicznej i Procesowej, Politechnika Łódzka,  
ul. Wólczańska 175, 90-924 Łódź.