

Monemus tantum Viros Clarissimos ut, sepositis tantisper speciebus Analyseos, problemata geometrica via Euclidea et Apolloniana exsequantur, ne pereat paulatim elegantia et construendi et demonstrandi, cui præcipue operam dedisse veteres innuunt satis et Data Euclidis et alii a Pappo enumerati Analyseos libri; quos omni ex parte jam olim supplevimus dum operibus Vietæ, Ghetaldi, Snellii Tractatus nostros De locis planis, De locis solidis et linearibus, De locis ad superficiem, et De porismatibus adjecimus (¹) : quos omnes habet dictus Dominus de Carcavi.

 XCVII.

FERMAT A CLERSELIER.

DIMANCHE 16 JUIN 1658.

(D., III, 48; Bibl. nat. fr. 3280, nouv. acq., f^{os} 62-65.)

MONSIEUR,

1. Nous laissâmes dernièrement la balle de M. Descartes en belle peine (²). C'est dans la figure de la page 19 de la Dioptrique, où elle faisoit tous ses efforts pour sortir du point B à l'honneur de M. Descartes; mais elle y trouva toutes les issues fermées en suivant le raisonnement de cet auteur, et même nous ne pouvons lui donner présentement de secours, si nous ne faisons changer de biais à sa logique.

Reprenons la figure de la page 15 (*fig.* 53) et supposons que la balle qui va dans la droite AB diminue sa vitesse par moitié en arrivant au point B.

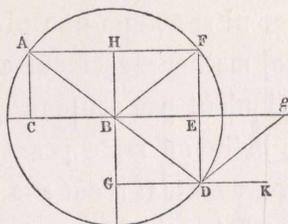
Si elle continuoit dans le même milieu, et que le plan CBE ne lui fût point opposé, elle iroit toujours en ligne droite vers D, avec cette différence pourtant qu'elle emploieroit depuis B jusques à D le double

(¹) Voir Tome I, pages 3; 91; 111; 76.

(²) Voir ci-dessus la fin de la lettre XCV.

du temps qu'elle avoit mis depuis A jusques à B. Mais si, en supposant la même diminution de vitesse au point B, nous supposons que le plan CBE impénétrable à la balle se trouve maintenant entre deux et empêche que la balle ne passe au dessous, je dis qu'elle se réfléchira aussi bien à angles égaux que si la vitesse et le mouvement demeueroit le même.

Fig. 53.



Car, puisque l'interposition du plan n'empêche que l'une des parties dont la détermination est composée, et que celle de gauche à droite reste la même, donc la balle avancera autant vers la droite qu'elle eût fait au dessous, si le plan n'eût pas empêché sa route. Or, si le plan CBE ne faisoit point d'obstacle, la balle, qui diminue sa vitesse par moitié au point B, mettroit le double du temps depuis B jusques à D qu'elle avoit mis depuis A jusques à B, et lorsqu'elle seroit au point D, elle auroit avancé vers la droite jusques en E; elle mettroit donc le double du temps à s'avancer depuis B jusques à E qu'elle avoit fait à s'avancer depuis C jusques à B. Et il y a même raison de AB à BC que de BD à BE, parce que les angles ABC, DBE, sur les deux droites AD et CE, sont égaux, et par conséquent les triangles ABC, DBE semblables.

Nous pouvons faire le même raisonnement au dessus, si du point E nous élevons la perpendiculaire EF, et dire que, lorsque la balle sera à un des points de la circonférence, comme F, elle y aura mis le double du temps qu'elle avoit mis depuis A jusques à B, puisque le plan que nous supposons maintenant entre deux ne fait rien de nouveau qu'empêcher la détermination de haut en bas. Et partant, la détermination de gauche à droite sera pour lors marquée par le même

point E, et par conséquent, comme FB à EB, ainsi la droite AB sera à BC. D'où il suit que les angles ABC, FBE seront toujours égaux de quelque manière et en quelque proportion que la vitesse ou le mouvement changent.

2. Si M. Descartes eût pris garde qu'en quelque manière que la vitesse change au point B, la réflexion ne laisse pas de se faire à angles égaux, il n'eût pas été en peine, ni ses amis non plus, de tirer la balle du point B, où ils l'ont [vue] malheureusement engagée dans l'exemple de ma dernière lettre. Il n'eût pas soutenu que, la vitesse venant à changer au point B, la balle ne reste pas d'avancer vers la droite autant qu'elle faisoit auparavant. Il n'eût pas déduit d'un fondement non seulement incertain, mais encore faux, sa proportion des réfractions, et enfin il n'eût pas esquivé, dans la figure (1) de la page 19, de déterminer sous quel angle la balle étant au point B se réfléchit vers le point L.

Car, quoiqu'il paraisse, par son discours et par l'inspection même de la figure, qu'il a entendu que cette réflexion se fait à angles égaux, il a laissé un petit scrupule dans l'esprit des lecteurs, qui peuvent raisonnablement douter si, dans l'exemple de M. Descartes, la balle diminue sa vitesse au point B ou non. Si elle la diminue, la réflexion ne se pourroit pas faire à angles égaux, en suivant le raisonnement de M. Descartes. Que si la balle ne diminue point sa vitesse au point B, y a-t-il rien de plus contraire aux lois inviolables de la pure Géométrie, qui ne veut point qu'on puisse aller d'une extrême à l'autre sans passer par tous les degrés du milieu?

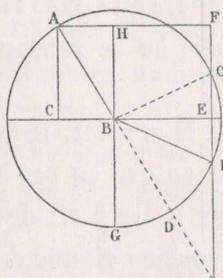
3. Or, M. Descartes et ses amis soutiennent que la balle, qui est poussée sur l'eau ou sur la toile, diminue sa vitesse également en toutes les inclinations, lorsqu'elle la traverse, et que cette diminution se fait dès le point B. Comment donc peut-on concevoir que, dès le premier angle où elle se réfléchit, sa vitesse ne diminue point du tout,

(1) Voir fig. 89, p. 401.

et qu'il n'en puisse pourtant être pris aucun plus grand auquel elle ne diminue d'une certaine quantité qui soit toujours la même? Ne seroit-il pas plus géométrique et plus naturel de soutenir, dans le sentiment de M. Descartes, que la diminution de la vitesse se fait inégalement, que cette diminution est la plus grande de toutes en la chute perpendiculaire d'H vers B et qu'elle se rend toujours moindre à mesure que les inclinations varient jusqu'à ce qu'elle devienne nulle? ce que M. Descartes a peut-être cru arriver lorsqu'elle se réfléchit. Mais, parce que nous venons de prouver que, soit que la vitesse augmente ou qu'elle diminue au point B, la réflexion ne reste pas de se faire à angles égaux, nous ne devons pas nous mettre en peine de rechercher plus soigneusement la conduite secrète dont se sert la nature en affoiblissant la vitesse de la balle ou également ou inégalement à mesure que les inclinations viennent à changer.

4. Mais que deviendra le raisonnement qui se doit faire au dessous du plan CBE, en la page 17, par exemple? Il sera le même que le précé-

Fig. 56.



dent : car, que la vitesse diminue au point B ou par la rencontre de la toile, ou par quelque autre voie qui vienne d'ailleurs, c'est tout la même chose. Et puisqu'en la figure de la page 17 la balle perce la toile et qu'au point B la vitesse diminue par moitié, elle ne peut jamais avoir la détermination vers la droite pareille à celle qu'elle auroit, s'il n'y avoit point de toile et que pourtant la vitesse diminuât par moitié au point B, qu'en continuant toujours sa route vers la droite ABD.

Vous répliquerez : Mais, à ce compte-là, la détermination de haut en bas ne changeroit pas non plus par la rencontre de la toile. Je l'avoue, et pour ôter et éclaircir pleinement cette difficulté, il ne faut que dire que vous ne tirerez jamais autre chose du raisonnement des mouvements et des déterminations composées de M. Descartes, sinon que la réflexion se fait toujours à angles égaux et que la pénétration du second milieu se doit toujours faire en ligne droite. A quoi même se rapporte ce que vous dites dans votre dernier écrit⁽¹⁾, que la balle a toujours une même aisance à pénétrer le second milieu en toutes sortes d'inclinations ; d'où il doit suivre, dans l'application du raisonnement de M. Descartes, qu'en toute sorte de cas la réflexion se fera à angles égaux, et que la pénétration se fera de même en tous les cas en ligne droite, le mouvement du dessous en ligne droite suivant les mêmes lois et répondant justement au mouvement du dessus à angles égaux.

Mais il n'y aura donc point de réfraction ? me direz-vous. Je réplique que le mouvement de la balle et la réfraction ne se ressemblent que par la comparaison imaginaire de M. Descartes, et qu'au pis aller, si le détour de la balle en passant par le second milieu est véritable, il en faut chercher la raison ailleurs que dans la composition des mouvements, qui ne produira jamais en ce rencontre qu'un cercle dialectique.

De quelque biais que vous le preniez, il faudra examiner les principes secrets dont se sert la nature en produisant la réfraction, et si celui que j'ai touché dans ma lettre à M. de la Chambre⁽²⁾ ne vous plaît pas, je souhaite qu'il vous en vienne de meilleurs dans l'esprit, et que cette vieille dispute aboutisse enfin à la pleine et entière découverte de la vérité.

Je suis de tout mon cœur, Monsieur,

Votre très humble et très obéissant serviteur,

FERMAT.

(1) Pièce XCIV, 15.

(2) Lettre LXXXVI.