laudes tuas illi prædicant, quibus nomen tuum innotuit; atque in Italia dum egi, Bonaventuram Cavallerium Bononiæ, et Evangelistam Torricellum Florentiæ, summos hujus nostri sæculi Mathematicos, audivi εὑρήματα tua sublimes mentis tuæ effectiones, quarum copia ipsis facta erat, mirantes summisque laudibus extollentes. Inter illos itaque, qui Te toto animo colunt et venerantur, me recense; utque officium, tenue quamvis, acceptum gratumque Tibi sit, hoc mihi perfice. Et quæ cum paucis hactenus communicasti, præstantissimos animi tui partus, omnium utilitati et commodo ut serviant, in publicum emitte, illosque diutius comprimere noli. Vale Vir Ill^me.

Scribebam Lutetiæ Parisior. die Martii 1657.

LXXXII.

FERMAT A DIGBY.

VENDREDI 20 AVRIL 1657.

(*Va*, p. 189-190; *Comm. ep.*, n° 4.)

Monsieur,

1. Puisque vous voulez que les complimens cessent, soit fait; il me suffit de vous assurer une fois pour toutes que vous vous êtes très-justement acquis un pouvoir absolu sur moi et que je ne perdrai point d'occasion à vous le témoigner.

J'ai lu l'*Arithmetica infinitorum* (¹) de Wallisius et j'en estime beaucoup l'auteur; et, bien que la quadrature tant des paraboles que des hyperboles infinies ait été faite par moi depuis fort longues années et

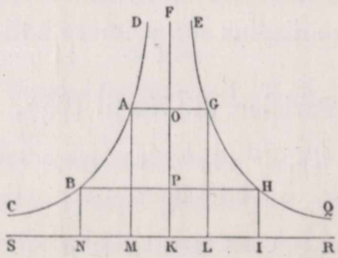
(¹) Johannis Wallisii SS. Th. D. Geometriæ Professoris Saviliani in celeberrimâ Academia Oxoniensi Arithmetica infinitorum sive Nova methodus inquirendi in Curvilineorum quadraturam aliaque difficiliora Matheseos Problemata; Oxonii Typis Leon. Lichfield Academiæ Typographi, Impensis Tho. Robinson, Anno 1656. 216 pages in-4°.

que j'en aie autrefois entretenu l'illustre Torricelli ([1]), je ne laisse pas d'estimer l'invention de Wallisius, qui sans doute n'a pas su que j'eusse préoccupé son travail.

2. Voici une de mes propositions aux termes où je la conçus en l'envoyant à Torricelli :

Soient les deux droites SKR et KOF (*fig.* 85) et soient décrites les courbes EGHQ d'un côté et DABC de l'autre, en forme d'hyperboles

Fig. 85.



dont les asymptotes soient les droites premièrement données. Soient encore tirées AG, BH, parallèles à SKR, et les droites BN, AM, GL, HI, parallèles à KOF.

En l'hyperbole ordinaire, le rectangle NP est égal au rectangle MAO; mais supposons maintenant que le produit du quarré BN et de la droite BP soit égal au produit du quarré MA et de la droite AO : en ce cas, la courbe sera une nouvelle hyperbole dont la propriété sera que

([1]) Dans une lettre perdue, probablement de la fin de 1646, et qui semble avoir été la seule que Fermat ait adressée à Torricelli. Elle dut répondre à une communication à laquelle Torricelli fait allusion dans la partie inédite de sa lettre à Roberval du 7 juillet 1646, dans celle à Mersenne du même jour (*Bullettino Boncompagni*, VIII, pages 400-404) et dans celle à Carcavi du 8 juillet 1646 (*Memorie della Reale Accademia dei Lincei*, V_3, 20 juin 1880). Dans la première de ces lettres (Bibl. Nat. lat., 11196, f° 16 v°), on lit :

« Hyperbolarum Theoremata, quæ mitto ad Ill^{m}. De Fermat, ut judicium subeant, num » cum parabolis saltem aliqua ex parte conferri possint, videre poteris. Si unius hyper- » bolæ primariæ quadratura tamdiu quæsita est, nos pro una infinitas damus. »

Ces théorèmes ont été de fait envoyés, avec la lettre du 8 juillet 1646, à Carcavi, qui avait communiqué à Torricelli des propositions de Fermat sur les nombres. Le géomètre italien connaissait d'ailleurs, au moins par les *Cogitata* de Mersenne (1644), les travaux de Fermat sur les paraboles de divers degrés (*voir* Tome I, page 195, note 1).

le parallélogramme BI sera égal à l'espace compris sous la base BH et les deux courbes BADF, FEGH, qui vont à l'infini du côté de F.

Que si le produit du cube BN et de la droite BP est égal au produit du cube AM et de la droite AO, en ce cas, ce sera une autre hyperbole dont la propriété sera que le parallélogramme BI sera double de l'espace compris dans la base BH et les deux courbes en montant, *ut supra*.

Et par règle générale, si le produit d'une puissance de BN par une puissance de BP est égal au produit d'une pareille puissance de MA par une pareille de AO (en supposant celles de BN et MA pareilles entre elles, comme aussi celles de BP et de AO aussi pareilles), le parallélogramme BI sera à la figure prolongée à l'infini *ut supra*, comme la différence de l'exposant de la puissance de BN avec l'exposant de la puissance de BP est à l'exposant de la puissance de BP.

De sorte qu'il suit de là qu'en l'hyperbole ordinaire l'espace de la figure prolongée à l'infini n'est point égal à un espace donné, parce que l'exposant des puissances, étant le même, ne donne aucune différence; et, pour faire que l'espace de la dite figure prolongée à l'infini soit égal à un espace donné, il faut que l'exposant de BN soit plus grand que celui de BP, comme il est aisé de remarquer.

3. Tout ceci, quoiqu'énoncé un peu diversement, se peut tirer du livre de Wallisius; mais il n'a pas fait une spéculation sur ces figures, de laquelle il sera sans doute bien aise d'être averti et qui peut passer pour un des miracles de la Géométrie. Je l'ai autrefois donnée à Torricelli aussi bien que la précédente; c'est :

Comme il arrive que quelquefois l'espace prolongé à l'infini, comme BADFEGH, est aussi infini, comme en l'hyperbole ordinaire, et quelquefois fini, comme en celles dont les exposants de BN surmontent ceux de BP, on demande si, lorsque le dit espace prolongé à l'infini est égal à un espace fini, il a un centre de gravité fixe et certain.

Or, il arrive une chose merveilleuse en cette recherche et laquelle j'ai découverte et démontrée, c'est que quelquefois le dit espace, quoique fini, n'a point de centre de gravité fixe, et quelquefois il en a.

Car, par exemple, lorsque le produit du quarré BN et de la droite BP est égal aux produits semblablement tirés, la figure BADFEGH prolongée à l'infini, qui en ce cas est égale au parallélogramme BI, n'a pourtant aucun centre de gravité.

Mais, si le produit, par exemple, du cube BN et de la droite BP, est égal aux produits semblables et semblablement tirés, en ce cas, non seulement l'espace de la figure prolongé à l'infini est égal à un espace donné, qui est, comme nous avons dit, la moitié du parallélogramme BI, mais encore cette figure prolongée à l'infini a un centre de gravité, qui va en ce cas en la ligne PF coupée en telle sorte au point O que la ligne PO soit égale à la ligne KP; et ce point O sera le dit centre de gravité de cette figure prolongée à l'infini.

Si Monsieur Wallisius veut avoir la démonstration de cette proposition et de la règle générale pour trouver les dits centres de gravité, je vous l'envoierai pour lui en faire part.

4. Pour ce qui regarde la quadrature du cercle dans son dit Traité, je n'en suis pas pleinement persuadé, car ce qui se déduit par comparaison en Géométrie n'est pas toujours véritable.

5. Je ne vous parle ni de votre Livre (1), ni de celui de Thomas Anglus (2) : *ne sutor ultra crepidam*. Vous êtes souverain en Physique et je vous reconnois pour tel : j'espère pourtant au premier voyage vous entretenir de la proportion que gardent les graves dans leur descente

(1) Il s'agit sans doute de : Two Treatises in the one of which The Nature of bodies, in the other the Nature of man's soule is looked into in way of discovery of the immortality of reasonable soules. Ψυχῆς φύσιν ἀξίως λόγου κατανοῆσαι οἴει δυνατὸν εἶναι ἄνευ τῆς τοῦ ὅλου φύσεως; animæ naturam, absque totius natura, sufficienter cognosci posse existimas? Plato in Phæd. At Paris, Printed by Gilles Blaizot. MDCXLIIII with Priviledge. C'est le Chapitre X (p. 76-86) qui est consacré à la pesanteur.

(2) Il s'agit de : Euclides physicus sive de principiis naturæ Stœcheidea E. Authore Thoma Anglo Ex Albiis East-Saxonum. Londini prostant apud Johannem Crook. MDC.L.VII.

naturelle, de quoi vous avez traité dans votre Livre que Monsieur Borel (1) m'a fait la faveur de me faire voir.

Je suis, Monsieur, votre très humble et très obéissant serviteur,

FERMAT.

A Castres, le 20 avril 1657.

LXXXIII.

FERMAT A DIGBY.

MERCREDI 6 JUIN 1657.

(*Va*, p. 191; *Comm. ep.*, n° 11.)

MONSIEUR,

J'ai reçu votre dernière lettre la veille du départ de M. Borel, qui ne me donne quasi pas le loisir de vous faire un mot de réponse.

Vos deux lettres *angloises* (2) m'ont été traduites par un jeune *Anglois* qui est en cette ville et qui n'a point connoissance de ces matières, de sorte que sa traduction s'est trouvée si peu intelligible que je n'y ai pu découvrir aucun sens réglé, et ainsi je ne puis vous résoudre si ce Mylord a satisfait à mes questions ou non. Il me semble pourtant, au travers de l'obscurité de cette traduction bourrue, que l'auteur des lettres a trouvé mes questions un peu trop aisées, ce qui me fait croire qu'il ne les a pas résolues.

Et parce qu'il pourroit équivoquer sur le sens de mes propositions, j'ai demandé un nombre cube en nombres entiers, lequel, ajouté à toutes ses parties aliquotes, fasse un nombre quarré.

J'ai donné par exemple 343, qui est cube et aussi nombre entier,

(1) Probablement le médecin du Roi, Pierre Borel, né à Castres vers 1620 et fixé à Paris depuis 1653.

(2) Lettres de Brouncker écrites en mars 1657 et qui sont perdues. Elles répondaient aux défis de Fermat (Pièces LXXIX et LXXXI); l'analyse s'en trouve dans la Lettre n° 9 du *Commercium epistolicum*.