

ANNÉE 1646.

LXII.

FERMAT A GASSENDI (1).

< 1646 ? >

(Va, p. 201-204.)

4. Pronuntiavit Galileus motum uniformiter acceleratum esse eum

(1) Cette pièce a été imprimée en premier lieu dans l'édition de Lyon (1658) des Œuvres de Gassendi, t. VI, pp. 541-543, ainsi que le mentionne au reste la note suivante des *Varia* :

« Hæc epistola Typis edita fuit tomo 6 Operum Gassendi inter epistolas ad eum scriptas. »

Elle porte comme intitulé dans les *Varia* :

« Viro Clarissimo Dom. Gassendo Petrus de Fermat S. P. — De proportione quâ gravia decidentia accelerantur. »

Elle est suivie dans les *Varia*, p. 204, de la pièce suivante :

« Lettre de Monsieur Gassendi à Monsieur de****

» Monsieur,

» Il y a déjà quelque temps que Monsieur le Président de Donneville, s'étant donné la
 » peine de me venir voir, me laissa un écrit de Monsieur de Fermat touchant l'accroisse-
 » ment de vitesse qui est en la cheute des corps, et parce que je n'ay point eu l'honneur
 » de le revoir depuis, et que je ne sçay point son logis pour le luy pouvoir rendre, et que
 » d'ailleurs il me semble qu'il me dit en passant qu'il avoit charge de vous le remettre
 » après qu'il me l'auroit monstré, je me suis advisé de vous l'envoyer sans plus attendre,
 » avec les tres humbles remerciemens que je dois à mondit sieur de Fermat de la bonté
 » qu'il a eüe de m'en donner la communication. Il seroit superflu de vous dire combien

qui, a quiete recedens, temporibus æqualibus æqualia celeritatis momenta sibi superaddit (1).

Eum vero qui æqualibus spatiis æqualia celeritatis momenta sibi superaddit, adeo non convenire motui gravium descendentium affirmat ut, ex eo supposito, motum in instanti fieri deducat et, ut sibi persuasit, facillime demonstret.

Sed concedatur, si placet, viro perspicaci et Lynceō indemonstrata conclusio, dummodo sit vera. Demonstrationem enim dum primo statim obtutu

Aut videt, aut vidisse putat per nubila (2),

nihil mirum si lectoribus minus utique Lynceis parum videatur satisfecisse.

Ut igitur constet suus honor Galileo, neque amplius de ipsius illatione ambigatur, aut rationibus tantum probabilibus disputetur, propositionem ipsam more Archimedeo hic demonstratam habebis.

2. *Si quotlibet rectæ, ad unum punctum concurrentes, exponantur in continua portione, earum intervalla erunt in eadem ratione.*

» j'en suis satisfait, puisque comme vous sçavés mieux que tout autre rien ne peut partir
» d'une telle main qui ne soit parfait en tout point. Je suis, etc. »

D'autre part, les *Varia* (page vi non numérotée) reproduisent la mention honorifique suivante :

« Samuel Sorberius in præfatione Operum Gassendi.

» Petrum Fermatium tam longo intervallo Vietam, Diophantum et Pythagoreos omnes
» post se relinquentem. »

Cette mention se trouve effectivement page 36 (non numérotée) de la Notice de Sorbière.

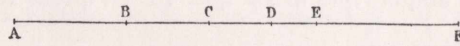
La présente lettre n'est pas datée; mais on peut la rapporter vraisemblablement à l'année 1646; c'est la date de l'ouvrage in-4 de Gassendi : *De portione qua gravia decidentia accelerantur Epistolæ III quibus respondetur ad epistolas Petri Casræi* (*Œuvres*, tome III, p. 564). Fermat fera allusion dans les nos LXXXII et LXXXIII à la même question.

(1) C'est la définition qu'on trouve commentée dans la *Giornata terza* des *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove Scienze attenenti alla meccanica et movimenti locali*. Leyde, 1638, 4°, p. 158. (Cf. *Opere di Galileo Galilei*, éd. Albèri, tome XIII, p. 155.)

(2) Virgile, *Énéide*, VI, 454.

Verbi gratia, sint rectæ (*fig. 79*) AF, BF, CF, DF, EF, etc. in conti-

Fig. 79.



nua proportione, erunt intervalla ipsarum, AB, BC, CD, DE, in eadem ratione.

Est enim

ut tota AF ad totam BF,

ita ablata BF a priore ad CF ablatam a posteriore.

Ergo

ita reliqua AB ad reliquam BC ut tota ad totam, hoc est, ut AF ad BF,

et sic de cæteris.

Eadem ratione demonstrabimus

ut AF ad CF, ita esse AB ad CD,

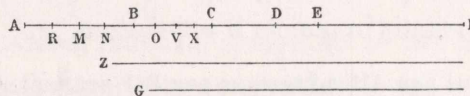
et

ut BF ad DF, ita esse BC ad DE,

etc.

3. Si intelligatur motus a puncto F (*fig. 80*) versus punctum A continue acceleratus secundum rationem decursorum spatiorum, et expo-

Fig. 80.



nantur quotlibet continue proportionales ut AF, BF, < CF, DF, > EF, etc., tempus in quo mobile percurreret spatium DE erit æquale tempori in quo idem mobile percurreret spatium DC; denique spatia omnia ED, DC, CB eodem tempore singula percurrentur.

4. Demonstrabimus primo spatia CB, BA eodem tempore in supposito motu percurri.

Si enim tempus per AB non est æquale tempori per BC, erit vel majus vel minus.

Sit primum majus, si fieri potest. Ergo

tempus per AB est ad tempus per BC
ut aliqua recta major ipsa BF ad ipsam BF.

Sit recta illa Z : ergo est

ut tempus per AB ad tempus per BC, ita recta Z ad rectam BF.

Sumantur inter rectas AF, BF, tot mediæ in continua proportione, ut RF, MF, NF, donec minor ex ipsis, ut NF, sit minor quam recta Z : quod quidem necessario eventurum, vel ex sola mediæ inventione ejusque iterata, quoties opus fuerit, operatione, quis non videt?

Erunt ergo continuæ proportionales rectæ AF, RF, MF, NF, BF ; cum autem sit

ut AF ad BF, ita BF ad CF, et ita AB ad BC,

ergo poterit continuari proportio sub eodem numero terminorum, ut sint etiam proportionales BF, OF, VF, XF, CF, idque in eadem superiorum ratione.

His ita positis et constructis, considerentur et comparentur singula spatia AR, RM, MN, NB singulis spatiis BO, OV, VX, XC, singula nempe singulis, hoc est, spatium AR spatium BO.

Si igitur per spatium AR fuerit motus uniformis juxta gradum velocitatis in puncto R acquisitum, < et per spatium BO motus uniformis juxta gradum velocitatis in puncto B acquisitum > ,

tempus per AR ad tempus per BO componeretur
ex ratione spatii AR ad spatium BO

et (vicissim) ex ratione velocitatis per B ad velocitatem per R :

quod notissimum est et Galileus ipse demonstravit, propositione quinta *Tractatus de motu æquabili* (1).

At

ut spatium AR ad spatium BO, ita,

(1) « Si duo mobilia æquabili motu ferantur, sint tamen velocitates inæquales et inæqualia spatia peracta, ratio temporum composita erit ex ratione spatiorum, et ex ratione velocitatum contrarie sumptarum. » (*Discorsi e dimostrazioni matematiche*, Leyde, 1638, p. 154; *Opere di Galileo Galilei*, éd. Albèri, t. XIII, p. 152.)

per primam propositionem,

recta AF ad rectam BF,

et

ut velocitas per B ad velocitatem per R, ita,

ex supposita motus accelerati juxta spatia decursa definitione,

recta BF ad rectam RF;

ergo tempus per AR, hoc casu, ad tempus per BO componeretur

ex ratione AF ad BF et ex ratione BF ad RF;

esset igitur

tempus per AR ad tempus per BO ut recta AF ad rectam RF.

Deinde, si per spatium RM fieret motus uniformis juxta gradum velocitatis $<$ in puncto M acquisitum, et per spatium OV motus uniformis juxta gradum velocitatis $>$ in $<$ puncto $>$ O acquisitum, eadem ratione probabitur

tempus per MR ad tempus per OV esse ut recta RF ad rectam MF.

Similiter, considerando velocitates punctorum N et V, erit

tempus per MN ad tempus per VX ut MF ad NF.

Denique, considerando velocitates punctorum B et X in ultimis spatiis, erit

tempus per NB ad tempus per XC ut NF ad BF.

Sed omnes ejusmodi rationes, nempe AF ad RF, RF ad MF, MF ad NF, NF ad BF, ex constructione sunt eadem : ergo

tempus omnium motuum per totam AB
ad tempus omnium motuum per totam BC

in utrisque spatiis ita ut diximus consideratorum

est ut recta AF ad RF, sive NF ad BF.

Sed tempus motus accelerati per AR est minus tempore motus per AR uniformis juxta velocitatem in R : cum enim a puncto R usque ad punctum A perpetuo, ex hypothesi, velocitas crescat, ergo a puncto R ad punctum A citius per motum acceleratum pervenitur quam si velo-

citatis acquisita in R eadem et uniformis usque ad punctum A perseveraret.

Eadem ratione probabitur tempus motûs accelerati per RM esse minus tempore motûs uniformis per RM, si velocitas ipsius ultimo ipsius spatii M puncto respondeat.

Denique constat motum per totam AB acceleratum, ut fiet hypothesis, minori tempore fieri quàm motum alium fictitium ex motibus uniformibus, juxta velocitates ultimis spatiorum AR, RM, MN, NB punctis respondentes, compositum.

At contra tempus motûs accelerati per BO est majus tempore motûs uniformis per BO, considerati juxta velocitatem puncti B, quia velocitas a puncto B ad O semper crescit in motu accelerato, juxta hypothesisin, et minor semper est velocitate quæ respondet puncto B.

Unde pari ratiocinio concludetur motum per totam BC acceleratum, ut fiet hypothesis, majori tempore fieri quàm motum illum fictitium ex motibus uniformibus, juxta velocitates primis spatiorum BO, OV, VX, XC punctis respondentes, compositum.

Cùm ergo tempus motûs accelerati per AB sit minus tempore motûs illius fictitii per eandem AB, et contra tempus motûs accelerati per BC sit majus tempore motûs illius fictitii per eandem BC, ergo

minor est ratio temporis motûs accelerati per AB
ad tempus motûs accelerati per BC
quàm temporis motûs fictitii per AB
ad tempus motûs fictitii per BC;

sed,

ut tempus motûs accelerati per AB ad tempus motûs accelerati per BC,
ita posuimus esse rectam Z ad rectam BF,

et

ut tempus motûs fictitii per AB ad tempus motûs fictitii per BC,
ita demonstravimus esse NF ad BF :

ergo

minor est ratio rectæ Z ad rectam BF quàm rectæ NF ad eandem BF,
quod est absurdum, cùm recta Z sit major rectâ NF.

Ergo tempus motûs accelerati per AB non est majus tempore motûs accelerati per BC.

Eâdem facilitate probabimus tempus motûs per AB accelerati non esse minus tempore motûs accelerati per BC.

Sit enim minus, si fieri potest : erit igitur

ut tempus motûs per AB accelerati ad tempus motûs accelerati per BC,
ita recta minor ipsâ BF ad ipsam BF.

Esto itaque recta illa, minor quàm BF, G et sit

tempus motûs accelerati per AB ad tempus motûs accelerati per BC
ut G ad rectam BF,

et inter rectas BF, CF exponatur continue proportionalium series quarum maxima OF sit major quàm G. Eodem quo usi sumus, in superiori demonstrationis parte, ratiocinio, conferendo spatia in ipsâ AB inter similes proportionales intercepta cum spatiis BO, OV, VX, XC, mutemus solummodo velocitates uniformes et fingamus, verbi gratia, motum per AR uniformem fieri juxta gradum velocitatis in puncto A acquisitæ; motum vero uniformem per BO fieri juxta velocitatem acquisitam in puncto O; et sic in reliquis spatiis, in quibus patet omnes velocitates per AB uniformes augeri, velocitates verò per BC uniformes minui, contra id quod in priore demonstrationis parte fuerat usurpatum.

Concludetur, ut supra,

tempus motûs hujusmodi uniformis per AR
ad tempus motûs uniformis per BO
esse ut recta RF ad rectam AF :

dum enim augentur velocitates, tempora motuum minuuntur.

Similiter

tempus motûs uniformis per RM ad tempus motûs uniformis per OV
erit ut MF ad MR.

Denique

tempus motûs fictitii illius per AB ex uniformibus compositi
ad tempus motûs fictitii per BC ex uniformibus pariter compositi
erit ut RF ad AF,

cùm omnes rationes sint eadem, hoc est, ut OF ad BF, per primam propositionem.

Tempus autem motûs accelerati per AB est majus tempore motûs illius fictitii ex uniformibus compositi, cùm supposuerimus in motibus uniformibus auctas fuisse velocitates, quæ nimirum in hoc casu primis spatiorum AR, RM, etc. punctis respondent; sed et tempus motûs accelerati per BC est minus tempore motûs fictitii ex uniformibus compositi, quia hic velocitates minuuntur et ultimis spatiorum BO, OV, etc. punctis respondent : ergo

major est ratio temporis motûs accelerati per < AB
ad tempus motûs accelerati per > BC
quàm temporis motûs fictitii per AB
ad tempus motûs fictitii per BC.

Sed

ut tempus motûs accelerati per AB ad tempus motûs accelerati per BC,
ita est recta G ad rectam BF,

ex suppositione; ut autem

tempus motûs fictitii per AB ad tempus motûs fictitii per BC,
ita recta OF ad BF,

ex demonstratione : ergo

recta G ad rectam BF majorem proportionem habet
quàm recta OF ad rectam BF,

quod est absurdum, cùm recta G sit minor rectâ OF, ex constructione.

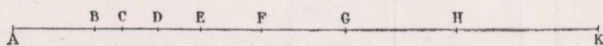
Non ergo tempus motûs accelerati per AB est minus tempore motûs accelerati per BC; sed nec majus, ut supra demonstratum est : ergo est æquale.

Eadem ratione patet tempus motûs accelerati per CD æquari tempori motûs accelerati per AB, et tempori motûs accelerati per BC, et, continuatis, si placet, in infinitum rationibus, *omnia omnino spatia eodem tempore percurri.*

5. His positis, *tertiâ propositione* mentem Galilei revelamus aut propositionis veritatem astruimus.

Intelligatur motus gravium descendentium a quiete ex puncto A (*fig. 81*) usque ad punctum H, verbi gratia, et *supponatur, si fieri*

Fig. 81.



potest, velocitatem gravis cadentis accelerari juxta rationem spatiorum decursorum. Ponatur motus jam factus ab A usque ad H tempore unius minuti aut altero quovis tempore determinato, et supponatur motus continuari usque ad punctum K : *Aio motum per HK fieri in instanti.*

Si enim motus per HK non fiat in instanti, fiet in tempore aliquo determinato, quod, per aliquem numerum multiplicatum, excedat tempus in decursu spatii AH insumptum; ponatur numerus multiplicans 5, ita ut tempus motûs per HK *quinquies* sumptum excedat tempus motûs per AH.

Rectis KA, HA sumatur tertia proportionalis GA et toties continuetur proportionalium series, donec spatiorum interceptorum numerus excedat numerum 5; fiant ergo, ex proportionalibus continuatis, *sex*, verbi gratia, spatia ultra punctum H, quæ sint HG, GF, FE, ED, DC, CB.

Ergo tempus motûs per HG, per præcedentem, est æquale tempori motûs per HK.

Similiter tempus motûs per GF est æquale tempori motûs per HK.

Denique motus per totam HB fiet in tempore quod ad tempus per HK erit sextuplum; at tempus temporis per HK quintuplum est majus tempore motûs per AH : ergo a fortiori tempus motûs per HB tempore motûs per totam HA est majus. Quod est absurdum.

Ergo vera remanet Galilei illatio quamvis eam ipse non demonstrarit.

6. Hæc breviter et familiariter, Clarissime Gassende, scripsimus, ne tibi in posterum facessat negotium aut Cazræus aut quivis alius Galilei adversarius, et in immensum excrescant volumina, quæ unicâ demonstratione, vel fatentibus ipsis auctoribus, aut destruentur aut inutilia et superflua efficientur. Vale.

