sur 56; et enfin il faut mettre le quatrième sur le troisième, en sorte que 13 soit sur 60 et 16 sur 57. Cela étant fait, vous aurez un cube qui sera divisé en douze quarrés, lesquels se trouveront tous disposés aux conditions requises; il y aura en tout 72 lignes différentes, chacune desquelles fera une même somme, savoir 130.

1.

4	62	63	1
41	23	22	44
21	43	42	24
64	2	3	61

2.

53	11	10	56
32	34	35	29
36	30	31	32
9	55	54	12

3.

60	6	7	57
17	47	46	20
45	19	18	48
8	58	59	5

4.

13	51	50	16
40	26	27	37
28	38	39	25
49	15	14	52

9. Vous voyez combien ceci est au-dessus du tétraèdre et de l'hexagone [1] de M. Frenicle, desquels le premier n'est pas solide en effet, mais par fiction seulement, quoique je ne doute pas qu'il ne puisse être haussé en solide; mais, dans ces deux propositions, il y a beaucoup de nombres superflus dans les entre-deux des lignes qui aboutissent ou au sommet ou au centre, ce qui fait qu'elles ne sont pas si parfaites que la mienne, en laquelle je puis encore ôter les enceintes requises et faire que le restant demeure aussi cube, etc.

Je soumets pourtant le tout à mondit Sr de Frenicle et crois que, si j'avois l'honneur d'être connu de lui, il auroit omis quelques paroles qui sont dans sa Lettre. Je ne resterai pas de lui assurer l'estime que je fais de lui et de le conjurer de me faire part de sa méthode.

10. Pour le solide de la roulette, je le réduirois bien à des solides plus simples, mais à des sphères, cônes ou cylindres qui soient créés par des lignes droites données, il me semble qu'il est impossible.

Excusez si le papier me manque, etc.

11. *P.-S.* Depuis ma Lettre écrite [2], un de mes vieux papiers m'est

(1) *Voir* Lettre XXXVIII, **5** et **6**.

(2) Ce post-scriptum paraît appartenir à une Lettre antérieure et avoir été l'occasion de la Lettre XXXVIII de Frenicle.

tombé en main, lequel contient une observation sur le problème XXI du Livre de Bachet, imprimé à Lyon en 1624, et qui porte pour titre : *Problèmes plaisans et délectables qui se font par les nombres*.

Voici l'endroit (¹); il propose de ranger en quarré les nombres consécutifs en progression arithmétique, en sorte que tous les rangs, tant de haut, de bas que des côtés et par les diamètres, fassent une même somme, de quoi il baille une règle générale pour les quarrés impairs, et avoue n'en avoir pu trouver aucune pour les pairs, mais avoir fait seulement plusieurs observations particulières, par le moyen desquelles il a rangé les pairs jusques à 144.

Or, pour la règle des quarrés impairs, je dis premièrement qu'elle n'est pas de son invention, car elle est dans l'Arithmétique de Cardan (²); mais d'ailleurs elle ne résout la question que d'une seule façon, qui le peut être en plusieurs. Je dis donc :

1° Que ma méthode range les quarrés pairs et impairs à l'infini;

2° Qu'elle les range en toutes les façons possibles, lesquelles augmentent comme les combinaisons, à mesure que les quarrés sont plus grands;

3° Que la règle des pairement impairs n'est pas différente de celle des pairement pairs, mais bien la même, quoique Bachet ait cru qu'elles devoient être différentes.

Voici un exemple de ma méthode :

Il range le 25 d'une seule façon, n'y sachant autre chose, et voici comme il le range :

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

(¹) Pages 60 et suivantes de l'édition originale.

(²) *Practica arithmetica et mensurandi singularis* (Milan, 1539), réimprimée dans le quatrième tome de l'édition des Œuvres de Cardan en 10 volumes (Lyon, 1663). — Cardan y donne, sans règle de construction, sept carrés magiques (de 3^2 à 9^2) qu'il attribue aux sept planètes et appelle *planétaires*. Il paraît les avoir empruntés à Agrippa de Nettesheym (*De occulta philosophia*. Cologne, 1533).

En voici trois autres que j'ai choisis parmi plusieurs que ma méthode enseigne :

11	22	9	20	3	11	24	17	10	9	12	25	6	19	3
2	14	25	8	16	4	12	25	18	6	5	11	24	8	17
19	5	13	21	7	7	5	13	21	19	16	4	13	22	10
10	18	1	12	24	20	8	1	14	22	9	18	2	15	21
23	6	17	4	15	23	16	9	2	15	23	7	20	1	14

Il range le 36 à tâtons d'une seule façon, comme s'ensuit :

6	32	3	34	35	1
7	11	27	28	8	30
19	14	16	15	23	24
18	20	22	21	17	13
25	29	10	9	26	12
36	5	33	4	2	31

En voici une autre parmi plusieurs que ma méthode fournit; si le temps ne me manquoit, je vous en envoierois demi-douzaine :

5	31	4	33	36	2
14	18	22	21	13	23
26	7	9	10	30	29
11	25	27	28	12	8
20	24	15	16	19	17
35	6	34	3	1	32

Mais, parce qu'on pourroit croire que la règle n'a qu'un seul exemple, lorsque les diamétraux demeurent les mêmes, voici qui fait voir le contraire : c'est un exemple de ma méthode du 64, différent de celui de Bachet, et qui garde néanmoins les diamétraux :

1	7	6	60	61	59	58	8
16	10	51	52	53	54	15	9
17	47	19	45	44	22	18	48
40	34	38	28	29	27	31	33
32	26	30	36	37	35	39	25
41	23	43	21	20	46	42	24
56	50	11	13	12	14	55	49
57	63	62	5	4	3	2	64

En voilà assez pour donner de l'exercice à M. Frenicle, car je ne sais guère rien de plus beau en l'Arithmétique que ces nombres que quelques uns appellent *planetarios,* et les autres *magicos;* et de fait j'ai vu plusieurs talismans, où quelques uns de ces quarrés rangés de la sorte sont décrits, et parmi plusieurs un grand, d'argent, qui contient le 49 rangé selon la méthode de Bachet, ce qui fait croire que personne n'a encore connu la générale ni le nombre des solutions qui peuvent arriver à chaque quarré.

Si la chose est sue à Paris, vous m'en éclaircirez; en tout cas, je ne la dois qu'à moi seul.

Je suis etc.

XXXIX.

FERMAT A MERSENNE (1).

< MAI ? 1640 >

(B, f° 6 v°.)

1. Je trouve plusieurs abrégés pour trouver les nombres parfaits (2) et je dis par avance qu'il n'y en a aucun de 20 ni de 21 caractères, ce qui détruit l'opinion de ceux qui avoient cru qu'il y en avoit un dans l'enceinte de chaque dixaine; comme un depuis 1 jusques à 10, un autre depuis 10 jusques à 100, un autre depuis 100 jusques à 1000, etc. Ce qui n'est pas vrai, comme il paraît par cet exemple; car depuis 10 000 000 000 000 000 000 jusques à la dixaine suivante, il n'y en a pas un, ni depuis la suivante à la prochaine non plus.

2. Je passe à ma proposition (3) de ranger les quarrés. Vous pouvez vous assurer que j'en possède absolument la méthode, aussi bien que

(1) Ce fragment inédit, de date incertaine, semble avoir fait partie d'une Lettre envoyée à Mersenne par Fermat avant qu'il en eût reçu la réponse de Frenicle à la précédente.

(2) *Voir* Lettre XXXVIII, **8**. — *Comparer* ci-après Lettre XL, **6**.

(3) *Comparer* Lettres XXXVIII *bis,* **7**, et XL, **2**.