

## XXX.

## FERMAT A MERSENNE (1).

&lt; JUIN 1638 &gt;

(A, f° 27, B, f° 26.)

MON RÉVÉREND PÈRE,

1. J'avois déjà fait un mot d'écrit pour m'expliquer plus clairement à M. Descartes, sur le sujet de ma méthode *de maximis et minimis et de inventione tangentium*, lorsque votre dernière m'a été rendue, qui contient copie de la réplique (2) de M. Descartes. Je ne reste pas de lui envoyer ce que j'avois déjà fait (3), où il trouvera sans doute de quoi se désabuser de la croyance qu'il semble avoir, que j'ai trouvé cette méthode par hasard et que je n'en connois pas les vrais principes.

2. Il a déjà franchi qu'elle est bonne pour les tangentes, en se servant d'une propriété spécifique des lignes courbes, ce qu'il dit < ne > pouvoir être sous-entendu en mon écrit latin; en effet, je n'aurois ni sens commun, ni logique naturelle, si je croyois d'une propriété générale en tirer des particulières. La méthode donc est bonne, au sens auquel je l'emploie pour les tangentes.

Et n'importe de dire qu'il faut faire deux opérations, l'une par  $A + E$ , l'autre par  $A - E$ , car une seule suffit pour la construction, quoique la démonstration que je n'ai pas encore donnée, tire son principal fondement de ce que  $A + E$  fait la même chose que  $A - E$ .

(1) Lettre inédite, envoyée à Mersenne avec la Pièce suivante XXXI. Mersenne adressa le tout à Descartes le 20 juillet 1638. D'autre part, cette Lettre XXX fut écrite sur le vu de celle de Descartes à Mersenne, du 3 mai (*ci-avant* XXVII), que le Minime n'adressa à Fermat qu'après le 1<sup>er</sup> juin (*voir* Lettre XXIX, 3). Les deux Pièces XXX et XXXI sont donc de la fin de juin ou du commencement de juillet 1638.

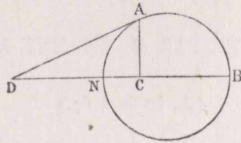
(2) Lettre XXVII.

(3) La Pièce XXXI.

3. Reste de dire un mot de la méthode sur le sujet de l'invention *maximæ et minimæ*, laquelle il prétend être fautive et en allègue l'exemple suivant :

Du point D (*fig. 66*) il faut tirer DA sur le cercle, en telle sorte qu'elle soit la plus grande qui, du point D, puisse être menée au dit

Fig. 66.



cercle sans le franchir (ce qui, en effet, ne veut dire autre chose que chercher la tangente AD).

Si nous prenons CN pour *A*, et DA pour la plus grande, selon la méthode, nous trouverons une équation impossible, d'où il conclut que la méthode est insuffisante.

Je réponds que je n'ai garde de prendre DA pour la plus grande (bien que la limitation de M. Descartes semble lui pouvoir donner ce nom), d'autant que la méthode, n'agissant que par la propriété spécifique du cercle, en trouve toujours de plus grandes qui peuvent être tirées au dit cercle jusques au point B. Mais la méthode satisfait d'ailleurs à cette question, qui y peut très facilement être réduite, comme M. Descartes a reconnu, et voici comment :

Puisque DA touche le cercle, DA est à AC, perpendiculaire, en moindre proportion qu'aucune autre ligne tirée du point D au cercle, de l'un et de l'autre côté du point A, n'est à la perpendiculaire tirée, du point auquel elle concourt avec le cercle, sur le diamètre; ce qui paroît d'abord.

Cherchons donc par la méthode un point au cercle, comme A, en sorte que DA *ad AC habeat minimam proportionem; dabitur punctum A, ideoque tangens.*

Voilà la raison de l'opération de M. Descartes, qu'il n'a pas dite,

laquelle confirme la règle tout à fait. Bien loin d'y remarquer des défauts, je crois qu'il y trouvera plus de facilité qu'à la sienne <sup>(1)</sup>....

## XXXI.

## MÉTHODE DE MAXIMIS ET MINIMIS

EXPLIQUÉE ET ENVOYÉE PAR M. FERMAT A M. DESCARTES <sup>(2)</sup>.

(A, f<sup>os</sup> 62 à 67.)

1. La méthode générale pour trouver les tangentes des lignes courbes mérite d'être expliquée plus clairement qu'elle ne semble l'avoir été.

Soit la courbe donnée ZCA (*fig.* 67), de laquelle le diamètre soit CB. Soit encore donné dans la courbe le point A, duquel soit menée l'appliquée AB sur le diamètre. Il faut chercher la tangente AD, de laquelle le concours avec le diamètre prolongé se fait au point D.

Les lignes AB et BC sont données; supposons que BA s'appelle *B*, et que BC s'appelle *D*. Supposons que la ligne BD, que nous cherchons, s'appelle *A*. Prenons à discrétion un point, tel que E, sur la tangente, duquel soit tirée EF parallèle à AB, et supposons que la ligne BF soit *E*.

(1) La Lettre est évidemment incomplète. D'après la réponse de Descartes à Mersenne, en date du 27 juillet 1638 (*Lettres de Descartes*, éd. Clerselier, III, 66, p. 374-375), Fermat y aurait répondu à la question V de Sainte-Croix (*voir* p. 64, note), c'est-à-dire donné le nombre 1476304896, comme quatrième connu dont le double soit égal à la somme de ses parties aliquotes. Descartes ajoute :

« ... il met un peu devant, touchant la quatrième question de M. de Sainte-Croix (*voir* p. 29, note 2), que j'aurai peut-être fait la même équivoque, qui lui arriva la première fois qu'elle lui fut proposée, et que j'aurai cru qu'il suffisoit que les nombres cherchés ne fussent ni quarrés, ni composés de deux quarrés, bien qu'ils fussent composés de quatre, ce qui n'est pas pourtant selon le sens de l'auteur etc. »

(2) Pièce jointe à la précédente (*voir* page 152, note 1). — Elle a été publiée par M. Charles Henry dans ses *Recherches sur les manuscrits de Pierre de Fermat* (pages 184 à 189), d'après le brouillon d'Arbogast. Celui-ci ne l'a connue que par une copie de Mersenne, aujourd'hui perdue.