

XI.

FERMAT A ROBERVAL (1).

MARDI 16 SEPTEMBRE 1636.

(Va, p. 134-136.)

MONSIEUR,

1. Je me trouvai ces jours passés à la campagne lorsque je répondis à votre écrit, que j'avois pourtant laissé en cette ville. Depuis mon retour, je l'ai considéré plus exactement et vous envoie la réponse plus précise à tous ses points concernant le premier levier. Si vous ne goûtez pas mes raisons sur le second, vous m'obligerez beaucoup de m'envoyer la démonstration de votre proposition suivant l'opinion où vous êtes, que les graves gardent la proportion réciproque des perpendiculaires tirées du centre du levier sur les pendants, et de laquelle je douterai toujours jusques à ce que je l'aurai vue. Je vous puis pourtant assurer que je ne saurois démordre encore de la mienne et qu'il me semble que vous ne sauriez démontrer la vôtre, au moins par les principes que nous connoissons.

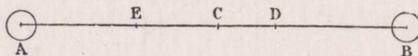
2. Le principe que je vous ai demandé pour l'établissement de mes propositions géostatiques est que, si deux poids égaux sont joints par une ligne droite ferme et de soi sans poids et, qu'étant ainsi disposés, ils puissent descendre librement, ils ne reposeront jamais jusques à ce que le milieu de la ligne s'unisse au centre commun des choses pesantes. Ce principe, qui vous a semblé plausible d'abord, a enfin choqué votre opinion sur ce principalement que nous ignorons la cause radicale qui fait que les corps graves descendent, sur quoi vous dites qu'il y a trois opinions différentes et que, de toutes les trois, les conséquences semblent différentes.

(1) Suite à la Lettre IX et seconde réponse à la Lettre VIII. Dans les *Varia*, l'article 7 suit immédiatement le n° 1. — La réplique de Roberval est perdue.

3. Je ne répète point vos mots ni vos raisons; je me contente d'y répondre et *primo* en la première opinion.

En votre figure (*fig.* 18), vous dites qu'il vous semble que, si le point D ou E convient avec le centre commun des choses pesantes,

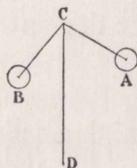
Fig. 18.



combien que l'un des poids en soit plus proche que l'autre, ils contre-pèseront encore et demeureront en équilibre. Puisque, dites-vous (pour me servir de vos propres termes), ces deux poids sont égaux et ont tous deux même inclination de s'unir au centre commun des choses pesantes, l'un n'a aucun avantage sur l'autre pour le déplacer de son lieu.

Or, si ce raisonnement est bon, voyez-le dans la figure suivante (*fig.* 36), dans laquelle j'emploierai les mêmes mots.

Fig. 36.



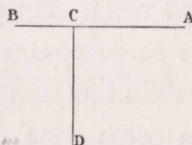
Soit le centre de la terre D, un point dans sa surface ou ailleurs C; soit jointe la ligne CD, et soit au point C attaché le levier BCA, duquel les bras BC, CA soient égaux et les poids B et A aussi égaux, l'angle BCA ferme. S'il n'y avoit point le poids en B, la ligne CA s'uniroit à la ligne CD, c'est-à-dire que le poids A s'approcheroit du centre D autant qu'il pourroit; et tout de même de la ligne BC.

Soit fait l'angle BCD moindre que DCA; par le précédent raisonnement, le levier s'arrêtera (ce qui est contre l'expérience), puisque les deux poids A et B sont égaux et ont tous deux même inclination de s'unir au centre D *sive* à la ligne CD, et l'un n'a aucun avantage sur

l'autre pour le déplacer de son lieu. Or, de même qu'en ce cas l'expérience nous fait voir que ces deux poids approcheront également du centre D et de la ligne CD, il ne faut pas douter qu'au premier cas ils n'approchent également du centre de la terre, et la raison de toutes ces deux propositions est, qu'ayant même inclination au centre et ne pouvant tous deux y descendre, à cause qu'ils s'entr'empêchent, ils y approchent du moins également : autrement la force de celui qui y approcheroit davantage seroit plus grande.

4. L'exemple du levier horizontal (*fig. 37*) ne fait rien à la question : car, pour marquer que les poids B et A n'ont pas leur inclina-

Fig. 37.



tion au point C, il ne faut qu'ôter la ligne CD, sur laquelle le levier s'appuie, et le levier ne restera pas de demeurer, s'il est pressé par les poids A et B horizontalement, de sorte que le point C n'est non plus considérable que tel autre de la ligne BA que vous prendrez. Et, cela étant, l'exemple est inutile, parce que la principale raison de mon principe dépend de l'inclination des graves au centre de la terre.

5. Ce que vous ajoutez, de deux poids qui seroient inégaux, joints comme dessus à une ligne droite ferme et de soi sans poids, n'est non plus recevable : car, vous accordant que, lorsque vous menez un plan perpendiculaire à la ligne qui joint les deux poids, comme vous faites en votre figure ⁽¹⁾, il est certain qu'en ce cas il y a de chaque côté du centre une grandeur égale; il arrive pourtant cent cas auxquels, si vous coupez les deux poids par un autre plan passant par le centre, les

⁽¹⁾ Voir *fig. 20*, Lettre VIII, 6.

grandeurs qui seront de chaque côté seront inégales, et ainsi un même corps en même temps arrêtera et n'arrêtera pas.

Et n'importe de dire que ce plan doit être toujours perpendiculaire à la ligne qui joint les deux graves. Car vous savez qu'autour du centre tous endroits sont indifférens et *omnia intelliguntur sursum, omnia deorsum*.

Il faut donc nécessairement prendre le repos des poids, non pas de cette façon, mais de la proportion réciproque suivant mon sentiment.

Voilà, en peu de mots, la réponse à votre première opinion, que j'eusse pu étendre davantage et tirer même la démonstration de mon principe de l'expérience que je vous ai donnée, comme il vous sera aisé de voir.

6. Si la seconde opinion est vraie, mon principe est infaillible. Car en ce cas vous dites que le corps pèsera d'autant moins qu'il sera proche du centre, mais cette diminution ne sera pas en la raison des éloignemens. Or, puisqu'un corps pèse moins en ce cas à mesure qu'il est plus proche du centre, donc il sera toujours pressé par le plus éloigné, jusques à ce qu'ils soient également éloignés du centre.

En la troisième opinion les mêmes raisons sont bonnes.

Je serai bien aise que M. Pascal voie ma Lettre, si vous l'agréez.

7. Permettez-moi de changer de matière et de vous demander la démonstration de cette proposition que j'avoue franchement que je n'ai encore su trouver, quoique je sois assuré qu'elle est vraie (1) :

Summa quadratorum a duabus rectis rationalibus longitudine commen-

(1) La proposition que Fermat énonce dans le langage euclidien peut s'exprimer comme suit :

Si a et b sont rationnels et que l'on ait

$$a^2 + b^2 = 2(a + b)x + x^2,$$

x et x^2 seront irrationnels.

L'*apotome* est proprement la différence de deux grandeurs incommensurables entre elles, mais dont les carrés sont rationnels (Euclide, X, 73); $x = \sqrt{(a + b)^2 + a^2 + b^2} - (a + b)$ sera dès lors une *apotome*, si le radical est incommensurable avec $a + b$. — Voir plus loin Lettre XIII, 8.

surabilibus, si ad duplum summæ laterum applicetur excedens figurâ quadratâ, latitudo excessûs erit apotome.

Vous ne sauriez croire combien la science du dixième Livre d'Euclide est défectueuse : je veux dire que cette connoissance n'a pas encore fait de grands progrès et qu'elle est pourtant de grandissime usage. J'y ai découvert beaucoup de nouvelles lumières, mais encore la moindre chose m'arrête, comme le théorème que je viens de vous écrire, qui semble d'abord plus aisé à démontrer qu'il n'est pas.

J'attends de vos nouvelles et suis etc.

XII.

FERMAT A MERSENNE.

< SEPTEMBRE OU OCTOBRE 1636. >

(A f^{os} 6-9, B f^{os} 12^{vo}-14^{vo}.)

REVERENDE PATER,

1. Quamvis id agam ut pro OEdipo Davum ⁽¹⁾ restituam, et libentissime profitear quæstionem Domini de Sainte-Croix ad meam notitiam ⁽²⁾ non pervenisse, liceat tamen numeros ab ipso exhibi-

(1) Allusion au vers 194 de l'*Andria* de Térence :

Non hercle intellego. — Non ? hem. — Davos sum, non OEdipus.

(2) Il est malaisé de déterminer si la question dont il s'agit ici est bien celle dont il est parlé Lettres VI, 7, et X, 2, ainsi que plus loin, XII, 5, ou une autre des cinq questions numériques proposées par S^{te} Croix à Descartes en avril 1638, à savoir :

I. *Trouver un trigone qui, plus un trigone tétragone, fasse un tétragone, et de rechef, et que de la somme des côtés des tétragones résulte le premier des trigones et de la multiplication d'elle par son milieu le second. J'ai donné 15 et 120. J'attends que quelqu'un y satisfasse par d'autres nombres ou qu'il montre que la chose est impossible.*

II. *Trouver un trirectangle dont chacun des côtés soit l'aire d'un trirectangle. J'ai donné 210, 720, 750. J'attends etc.*

III. *Trouver un barlong ou tétragone plus sa pleure et tel que l'aggrégat du dit tétra-*